प्रकाशकः
जयकृष्णदास-हरिदास गुप्तः
चौखम्बा संस्कृत सीरिज आफिस,
बनारस सिटी।

मुद्रकः—
विद्याविलास प्रेस,
बनारस सिटी।

THE

KASHI SANSKRIT SERIES
148

(*Jyautis'a Section No. 11*)

THE

BĪJA GAṆITA

(ELEMENTS OF ALGEBRA)

OF

S'RĪ BHĀSKARĀCHĀRYA

Edited and Compiled with–

The Subodhini Sanskrit Commentary

OF

S'RĪ JĪVA NĀTHA JHĀ

AND

The Vimalā Exhaustive Sanskrit & Hindi Commentaries, Notes, Exercises, Proofs etc.,

BY

JYAUTIṢĀCHĀRYA, POSTĀCHĀRYA, SĀHITYĀCHĀRYA

PT. SRĪ ACHYŪTĀNANDA JHĀ

RIPON GOLD MEDALIST,

BANARAS.

JAYA KRISHNA DAS HARI DAS GUPTA

The Chowkhamba Sanskrit Series Office.

Vidya Vilas Press.

1949

PRINTED BY

JAYA KRISHNA DAS GUPTA

VIDYA VILAS PRESS, BANARAS CITY

1949

भूमिका

श्यामाङ्गीं शशिशेखरां मरकतप्रख्यैश्चतुर्भिर्भुजै-
र्मुण्डं खड्गवराभयानि दधतीं नेत्रत्रयोद्भासिनीम् ।
दिव्यस्रग्विलसत्पयोधरभरां बालार्ककोटिप्रभां
नत्वा तामिह भूमिकां वितनुते नन्दोऽच्युतादिः कृती ॥

सुविदितमेव विदितवेदितव्यानां त्रिस्कन्धज्योतिषशास्त्रावगाहनप्रवृत्तिनात्मनीनजडदर्शनिर्मलधियामत्र भवतां विपश्चितां यद्दिङ्मण्डलमण्डनायमानकीर्तेरत्युत्तमभारतभूमेर्ललामभूतस्य ज्योतिर्वित्कुलकमलभास्करायमाणस्य श्रीमद्भास्कराचार्यस्य कृतिकदम्बेषु चतुराध्यायसंवलित "सिद्धान्तशिरोमणि" ग्रन्थान्तर्गतैकाध्यायात्मकं "बीजगणितम्" उपलब्धप्राच्यगणितग्रन्थेषु सर्वोत्कृष्टमासनमासादयतीति ।

इदं खलु काशिकराजकीयसंस्कृतपाठशालीयादिसकलप्रान्तेषु मध्यमाशास्त्रिपरीक्षापाठ्यत्वेन निर्धारितमित्यपि नापरोक्षमध्यापकाध्येतृजनानाम् ।

ग्रन्थस्यैतादृशस्य नाद्यावधि कापि टीकैतादृशी समुपलब्धा, यया नवीनगणित (पाश्चात्यगणित) ज्ञानलिप्सूनां संस्कृतपरीक्ष्यच्छात्राणां साहाय्यं मिलेदतो यथासम्भवं सावधानतया पुस्तकमिदमन्तेवसतामध्यापकानाञ्च सर्वात्मनोपकारकारिणं विधातुं प्रयासमाशिश्रियम् ।

तथा हि—नूतनप्रकारेणोत्तरितभास्करीयप्रत्येकोदाहरणैराध्यायान्तप्रदर्शितानेकपाश्चात्यबीजगणितसम्बन्धिनूतनप्रश्नोत्तरैर्विविधविशेषप्रश्नैः—शास्त्रिपरीक्ष्यच्छात्रोपकाराय भास्करीयप्रत्येकसूत्राणां सुसरलसंस्कृत गिराऽभिनवोपपत्तिभिश्चालंकृता "विमला" ख्येयं टीका मया व्यरचि ।

अथ प्राचीनप्रश्नोत्तरविधानपद्धत्यैतट्टीकां "सुबोधिनी" समाख्यां मैथिलकुलावतंस श्री जीवनाथझादेवशकृतां सर्वाङ्गसुन्दरीं नितरां दैवश-

भूमिका

जनमनोरञ्जिनीं निभाल्य तामपि नूतनप्रश्नोत्तरविधानपद्धत्या महता श्रमेण परिष्कृत्य निजनिर्मितया तयैव (विमलयैव) संरचिता ।

टीकाद्वयसनाथीकृतमिदं "बीजगणितं" यावदद्य न कुत्रापि मुद्रितमस्ति, परन्तु गोलोकवासि-श्रेष्ठिप्रवर श्रीहरिदासगुप्तात्मज श्रीजयकृष्णदासमहोदयैः स्वकीय "विद्याविलास" नाम्नि मुद्रणालयेऽध्यापकाध्येतृजनसौलभ्याय स्वकीयद्रव्यव्ययेन मुद्रापयित्वा प्रकाश्यं नीतमिति ।

तदियता परिकरेण परिष्कृतमिदं पक्षपातरहितनिर्मलस्वान्तानां दैवज्ञानामतिशयस्नेहशालिनां पिपठिषूणां छात्राणाञ्चोपकारार्थं प्रकाशमासादयन्तं नूनमेतेषामामोदमाधास्यतीत्याशासे ।

अथावसाने च मानवसहजदोषजस्खलितं चेदत्र दृष्टिपथमागच्छेत्तत्क्षमिष्यन्ति गुणैकपक्षपातिनः प्रेक्षावन्त इति दृढतरो मे विश्वास इति शुभम् ।

पृष्ठाऽशुद्धिः
२६२-२९३

वि० सं० २००६
भाद्र-कृष्ण-
श्रीकृष्णजन्माष्टमी

विनतः
पं० श्री अच्युतानन्द झा
जरिसो

विषयसूची

विषयाः–			पृष्ठाङ्काः–

* श्रीगुरुभ्यो नमः *

अथ बीजगणितम् ।

संस्कृतोदाहरणोपपत्ति-समन्वित "सुबोधिनी" टीका—

संस्कृताभिनवोपपत्ति-सविशेष-भाषोदाहरण-संवलित "विमला" टीका-द्वयसहितम् ।

अथ "विमला" टीकाकर्तृमङ्गलाचरणम्—

ध्वस्तानापादलम्बान् तिमिरचयनिभान् केशहस्तान् वहन्तीं
भक्तत्राणैककर्मप्रवणनिजकरप्रीणिताशेषविश्वाम् ।
लोकेशाद्यैः प्रसक्तस्तुतिमुखरमुखैः सन्ततं सेव्यमानां
वन्दे कालीं सकालां त्रिभुवनजननीं सर्वविद्याविधात्रीम् ॥१॥

यस्य प्रसादलवमेत्य समुद्रकल्पे शास्त्रे दधामि रसनाप्लवनप्रलौल्यम् ।
मोहान्धकारमिहिरं गुरुपादपद्म-जन्माणुरेणुमनिशं सकलार्थमीडे ॥ २ ॥
ग्रामे निवासी "जरिसो" समाख्ये झोपा"च्युतानन्द"कृतीह मैथिलः ।
प्रत्यग्रयुक्तिं सुरभाषया बी-जे भाषयोदाहरणं प्रवच्म्यहम् ॥ ३ ॥
युगलं विमलं सविशेषमलं यदहं वितनोमि सुटीकनकम् ।
सकलाः सकलाः सरलाः शमलाः विबुधा "विमला" भिधकं मनुताम् ॥४॥

ततः "सुबोधिनी" टीकाकर्तृमङ्गलाचरणम्—

भजन्तेयत्पादामलकमललावण्यमधिकं स्फुरत्तेजोरूपं द्रुहिणहरिरुद्रप्रभृतयः ।
नतोत्तंसाः सन्तः सकलजगतां बीजमपरा मदन्तः पद्मान्तः स्फुरतु तदिहानन्दजनकम् ॥१॥

श्रुतिगीतचारुमहिमा मिथिला शिथिलीकृतप्रबलवादिबला ।
जनकक्षितिर्जनकभूजनिका प्रमिताध्वरा जयति साऽनुपमा ॥ २ ॥
वेदवेदान्तवेदाङ्गविद्याविदो न्यायसाहित्यकाणादवाणीविदः ।
सांख्यमीमांसिकायोगविज्ञाबुधा भूरिशस्तत्र तिष्ठन्ति लक्ष्मीधराः ॥ ३ ॥
मिथिलाम्बुधकर्णिकेव रम्या दरभङ्गा नगरी गरीयसी सा ।
वरमैथिलराजराजधानी सहिता भूरिबुधैर्जनैर्विचित्रैः ॥ ४ ॥
धराऽमरेन्द्रो मिथिलानरेन्द्रो विद्यानिधिः खण्डबलाकुलेऽभूत् ।
स्वबाहुवीर्यार्जितराज्यभोक्ता दानी च मानी सदसि प्रवक्ता ॥ ५ ॥
गजाद्रिवेदेन्दुमितेशकाब्दे श्रीमान्महेशप्रतिमो महेशः ।
तद्वंशजो माधवसिंहनामा महस्समुच्छन्नसहस्रधामा ॥ ६ ॥

श्रीछत्रसिंहोऽजनि तस्य पुत्रः कलाकलापी सुतरां पवित्रः ।
श्रीरुद्रसिंहः किल सिंहवीर्यस्तन्नन्दनो नन्दितभूपवर्यः ॥ ७ ॥
दानेकलाधारिकलाधरोऽयं कान्त्यालसत्पूर्णकलाधरोऽभूत् ।
चत्वार एतस्य सुताः सुविज्ञाः श्रीरामचन्द्रादिकलाभिरासन् ॥ ८ ॥
तदग्रजः श्रीलमहेश्वरादिः सिंहो नृपेन्द्रः करुणाकरोऽभूत् ।
सदा प्रजारक्षणदक्षचेता विपक्षविक्षोभविधौ प्रचेताः ॥ ९ ॥
कुशलवाविव सम्प्रति तत्सुतौ हरिनरप्रतिमावथवा क्षितौ ।
सकलभूपतिवल्लभतामितौ सकलया कलया सहितौ हि तौ ॥ १० ॥
श्रीलक्ष्मीश्वरसिंहभूपतिलको जागर्ति भूमण्डले
ज्येष्ठः श्रीमिथिलारविन्दविशदोल्लासे सहस्रद्युतिः ।
दानाम्भोधिजकीर्तिशुभ्रकिरणस्तस्यानुजः सद्गुणः
श्रीमान् विज्ञरमेश्वरादिकहरिर्विद्यानिधिः सश्रियः ॥ ११ ॥
योऽसौ श्रीभास्करार्यः प्रथितपृथुयशा वेदवेदाङ्गवेत्ता
मीमांसान्यायकक्षागणितनिपुणतां द्योतयन्द्योतनोऽभूत् ।
दान्तः कान्ते नितान्तं नृपतिबुधवरव्रातमान्यो वदान्यो
मार्तण्डब्रह्मयज्ञप्रवरकृतिकलाकौतुकी श्रेयसेऽस्तु ॥ १२ ॥
इह हि बीजमिदं गणितं धियो गणिततत्त्वविवेकविदो विदुः ।
यदुपपत्तिविधावलमन्तरा कुशलिना निकरा अकरा अपि ॥ १३ ॥
आसीच्छ्रीकरुणाकरो बुधवरो वेदाङ्गविद्याकर-
स्तत्सूनुः क्षितिपालवंदितपदः श्रीशम्भुनाथः कृती ।
विज्ञव्रातकृतादरो गणितवित्सिद्धान्तपारङ्गमः
शम्भुध्यानबलेन शंभुसमतां काश्यामगादादरात् ॥ १४ ॥
पुत्रौ बभूवतुस्तस्य द्वावाद्यो जीवनाथकः ।
नीलाम्बरः कनिष्ठश्च कृतीशस्तपसो बलात् ॥ १५ ॥
नीलाम्बरो दैवविदग्रगण्यः सिद्धान्तपाण्डित्यरमाशरण्यः ।
सुसत्कृतः श्रीमिथिलेशमुख्यैरिलाधिपैर्विज्ञजनप्रसिद्धः ॥ १६ ॥
मिथिलेन्द्रविनोदाय बीजटीका **सुबोधिनी** ।
जनानामुपकाराय **जीवनाथेन** तन्यते ॥ १७ ॥
सूत्रोदाहरणे रम्ये बालबोधोपपत्तिके ।
अधुनातनविद्वांसः पश्यन्तु मम कौशलम् ॥ १८ ॥

अथ श्रीमहेश्वराचार्यतनयश्चतुर्दशविद्यावाचस्पतिर्गणितकमलाकरविकासभास्करः श्रीभास्कराचार्यः खगगणितरूपं सिद्धान्तशिरोमणिं चिकीर्षुस्तदुपयोगितया तदध्यायभूतं व्यक्तगणितमुक्त्वा तथाभूतमव्यक्तगणितमारभमाणः प्रत्यूहव्यूहनिराकरणाय शिष्यशिक्षार्थं मङ्गलमादौ निबध्नाति--

उत्पादकं यत् प्रवदन्ति बुद्धेरधिष्ठितं सत्पुरुषेण सांख्याः ।
व्यक्तस्य कृत्स्नस्य तदेकबीजमव्यक्तमीशं गणितं च वन्दे ॥ १ ॥

सु०—उत्पादकमित्यादि । इदं पद्यं गणेशपक्षे प्रकृतिपक्षे ईशपक्षे गणितपक्षे तथा पितृपक्षे च संघटते, तत्रादौ—

गणेशपक्षे व्याख्यायते—अहं बुद्धेरीशं गणाधिपतिं वन्दे नमस्करोमीत्यर्थः गणपतेस्सिद्धिबुद्ध्योरीशत्वेऽपि प्रकृतेऽस्याव्यक्तगणितस्य बुद्ध्येकसाध्यतया बुद्ध्यधीशत्वेनैव नमस्करणं युक्तं गणेशाद्बुद्धेरेवाभ्यर्थनीयत्वात् "बीजं मतिर्विविधवर्णसहायिनीय"मित्याद्याचार्यैरेवोक्तत्वात् । तं किं भूतं कृत्स्नस्य व्यक्तस्योत्पादकं कर्तारमिति, समस्तस्य व्यक्तस्य स्थूलस्य कार्यस्य भूभूधरादेरुत्पत्तिकारकमित्यर्थः ।

अथ "संख्यावान् पण्डितः कवि" रित्यमरोक्तेस्सांख्याः कवयो यदव्यक्तं तत्तेन सत्पुरुषेणाधिष्ठितं प्रवदन्ति, अव्यक्तममूर्त्तं व्योमादिकं येन व्याप्तमिति, अस्यायमर्थः जायमानं कार्यं कर्तारमाक्षिपतीति न्यायः, यथा क्षित्यादिकं सकर्तृकं कार्यत्वात् घटवदिति तत्र कर्ता च परेश एव अत उक्तमीशमिति, पुनः कथं भूतं तं गणितं गणयुक्तं वा गणितः परिगणितो मुख्यत्वात् तमित्यर्थः । पुनः किंभूतमेकबीजमिति एकं बीजमक्षरं यस्य स तथा तम्, एकाक्षरगणपतिमन्त्राभिप्रायेणैतदुक्तमिति ध्येयम् ।

अथाव्यक्तपक्षे व्याख्यायते । अव्यक्तं प्रधानं सांख्यशास्त्रे जगत्कारणतया प्रसिद्धं सांख्या यद्बुद्धेरुत्पादकं प्रवदन्ति बुद्धेस्तत्त्वविशेषस्य महदाख्यस्योत्पत्तिरत्राभिव्यक्तिः यतस्ते सत्कार्यवादिनः, ननु प्रधानमचेतनं कथं कार्यमुत्पादयेदित्यत उक्तं पुरुषेणाधिष्ठितं सदिति, यथाहि कुलालादिना चेतनेनाधिष्ठितं कपालादिघटाद्युत्पादकं तद्वदित्यर्थः । पुरुषनिरपेक्षमेव प्रधानमुत्पादकं प्रवदन्ति तदुक्तं वत्सविवृद्धिनिमित्तं क्षीरस्य यथा प्रवृत्तिरज्ञस्य पुरुषविमोक्षनिमित्तं तथा प्रवृत्तिः प्रधानस्येति । ननु तादृशे प्रधाने किं प्रमाणमित्यत आह । कृत्स्नस्य व्यक्तस्यैकबीजमिति समस्तस्य व्यक्तस्य कार्यजातस्यैकं बीजमुपादानमिति ।

अथेशपक्षे-ईशं सच्चिदानन्दरूपं वेदान्तवेद्यं सांख्याः स क् ख्यायते ज्ञायते आत्मा यया सा संख्या आत्माऽऽकारान्तःकरणवृत्तिः सा येषां ते सांख्याः आत्मज्ञानिनः सत्पुरुषेण विवेकादिसाधनचतुष्टयसम्पत्तिमता अधिष्ठितमादरनैरन्तर्याभ्यां श्रवणादिविषयीकृतं यं बुद्धेस्तत्त्वज्ञानस्योत्पादकं प्रवदन्ति, ननु तस्याजनकत्वात् बुद्धिजनकत्वे मानाभाव इत्यत आह, समस्तस्य व्यक्तस्य कार्यजातस्य एकमसाधारणं बीजमुपादानमित्यर्थः । "यतो वा इमानि भूतानि जायन्त इति तत्सृष्ट्वा तदेवानुप्रविशन्ति तस्माद्वा एतस्मादात्मन आकाशः सम्भूत" इत्यादिश्रुतयस्तदुपादानत्वे प्रमाणमिति भावः ।

अथ गणितपक्षे । गणितमत्राव्यक्तं तद्विशेषणस्य विवक्षितत्वात्, तन्नमस्कारेण च तदधिष्ठात्री देवता नमस्कृता भवति, शालग्रामशिलादौ तथा दर्शनात्, सांख्याः संख्याविदो गणकास्सत्पुरुषेण स्वरूपयोग्येनाधिष्ठितमभ्यस्तं यद्बुद्धेः शिरो-

मणिवक्ष्यमाणप्रश्नोत्तरार्थादिज्ञानस्योत्पादकं प्रवदन्ति, ननु प्रश्नोत्तरार्थादिज्ञानस्योत्पादकं व्यक्तमेवास्ति यतो यावत्तावदादिवर्णकल्पनानिरपेक्षैर्गुणनभजनादिमार्गैः क्रियमाणं गणितं व्यक्तमित्युच्यते ।

तत्कथमुच्यते प्रश्नोत्तरार्थज्ञानरूपायां बुद्धेरुत्पादकमव्यक्तमित्यत आह, व्यक्तस्येति--व्यक्तस्य यावत्तावदादिवर्णकल्पनानिरपेक्षस्य "गुणघ्नमूलोनयुतस्य राशे"-रित्याद्यस्य "द्युज्यापक्रमभानुदोर्गुणयुति"रित्याद्यस्य च गणितस्यैकं बीजं मूलमितियावत् द्युज्यापक्रमेत्यादिगणितप्रकारस्य वर्णकल्पनामूलत्वादितिभावः ।

अथ पितृपक्षे । उत्पादकं उत्पादयतीति उत्पादकः पिता तमुत्पादकं पितरं वन्दे, कथं भूतं तं बुद्धेरीशं बुद्धेरिति पञ्चम्यर्थबलाद्वंशत्वोपस्थितौ ज्ञानवशादपि शमिति, तथा च ज्ञाने हेतुतया गुरुत्वे व्यवस्थिते नतिरपि तस्य युक्तेति ग्रन्थान्ते "आसीन्महेश्वर इति प्रथितः पृथिव्या"मितिपद्येन पितुर्गुरुत्वमभिव्यक्तीकृतमेवाचार्यैरिति । अथ तस्यातिशये हेतुमाह–सांख्याः संख्यानं गणनं तच्छीलाः सांख्या ज्यौतिषिका यदव्यक्तं गणितं बीजाख्यं तत्तेन सत्पुरुषेणाधिष्ठितं प्रवदन्ति बीजगणिते निपुणमित्यर्थः । अव्यक्तं कथं भूतं कृत्स्नस्य व्यक्तस्य पाटीगणितस्यैकबीजमुपजीव्यमितियावत, श्रेयांसि बहुविघ्नानीत्युक्तत्वान्नमस्कारपञ्चकमुचितमेव ।

विमला—यह पद्य गणेशपक्ष, प्रकृतिपक्ष, ईशपक्ष, गणितपक्ष और पितृपक्ष में संघटित होता है ।

अतः प्रथम अर्थ गणेश पक्ष में-- मैं जगत के सब व्यक्त पदार्थों के कर्ता, जिस अव्यक्त को पण्डित लोग उस सत्पुरुष से व्याप्त कहते हैं, उस अव्यक्त (अमूर्त–आकाशादि) को व्याप्त करने वाले, अनेक गणों से युत और एकाक्षर बीज मन्त्र वाले बुद्धि के स्वामी गणेश जी की वन्दना करता हूं, यतः इस अव्यक्त को सिद्धि बुद्धिमात्रैकसाध्य के कारण बुद्धि के स्वामी ऐसा कह कर ही गणेश जी की प्रार्थना करते हैं, क्योंकि आचार्य को यहां बुद्धि का विशेष प्रयोजन है ।

दूसरा अर्थ प्रकृति पक्ष में--सांख्य शास्त्र को जानने वाले जिस को पुरुष से अधिष्ठित होने पर महत्तत्त्व का अभिव्यञ्जक कहते हैं, संसार के मूल भूत कारण उस अव्यक्त (प्रकृति) को मैं वन्दना करता हूं ।

तीसरा अर्थ ईश पक्ष में--आत्मज्ञानी लोग विवेकादि के चारों साधनों से युत पुरुष के द्वारा उपासित होने पर जिस को बुद्धि (तत्त्वज्ञान) के उत्पादक कहते हैं, उस संसार के कार्य समूह को उत्पन्न करने वाले अव्यक्त ईश सच्चिदानन्द को मैं वन्दना करता हूं ।

गणित पक्ष में चौथा अर्थ--गणित शास्त्र को जानने वाले ज्यौतिषी लोग-गुणविशिष्टपुरुष के द्वारा ठीक तरह से अभ्यस्त किये जाने पर जिस को बुद्धि (गणित सम्बन्धी बुद्धि) का उत्पन्न करने वाला कहते हैं, उस समस्त व्यक्त गणित (पाटी गणित) के मूल स्वरूप बीजगणित की वन्दना करता हूं ।

पितृ पक्ष में पाँचवाँ अर्थ—गणित शास्त्र को जानने वाले ज्यौतिषी लोग जिस सत्पुरुष (महेश्वर कृती) से अधिष्ठित बीज गणित को कहते हैं, अर्थात् महेश्वर कृती बीजगणित में अतिशय प्रगल्भ हैं, ऐसे कहते हैं, उस उत्पन्न करने वाले ज्ञान देने वाले (भास्कराचार्य पिता (महेश्वरकृती) से ही विद्या सीखे थे) पिता की मैं वन्दना करता हूं ।

इदानीं प्रेक्षावत्प्रवृत्तिहेतुविषयादिचतुष्टयं सङ्गतिं च शालिन्या दर्शयति—

पूर्वं प्रोक्तं व्यक्तमव्यक्तबीजं प्रायः प्रश्ना नो विनाऽव्यक्तयुक्त्या ।
ज्ञातुं शक्या मन्दधीभिर्नितान्तं यस्मात्तस्माद्वच्मि बीजक्रियां च ॥२॥

सु०—पूर्वमिति । तस्माद्धेतोर्बीजस्य यावत्तावदादिवर्णकल्पनादिभिः क्रियमाणस्य गणितस्य क्रियामितिकर्तव्यतां वच्मि-यस्मादव्यक्तवर्णकल्पनानिरपेक्षं गणितं पूर्वं प्रोक्तं ततः किमित्यत आह—अव्यक्तबीजमिति अव्यक्तं बीजगणितं मूलं यस्य तथा च पूर्वं प्रोक्तमपि व्यक्तं तावत्सम्यक्तया न ज्ञायते यावद्बीजक्रिया नोपपाद्यते तत्किं व्यक्तज्ञानार्थमेवारंभो नेत्याह, यस्माच्च सुधीभिरप्यव्यक्तयुक्त्या विना प्रश्नाः प्रायो ज्ञातुं न शक्याः मन्दधीभिस्तु नितान्तं ज्ञातुमशक्या एवेत्यर्थः । प्रश्नाश्चात्रशिरोमणयुक्ताः, इतरे च पृच्छकेच्छावशादपि ज्ञातव्या इति । अत्र बीजक्रियां वच्मीति वदता एकवर्णसमीकरणानेकवर्णसमीकरणमध्यमाहरणभावितरूपभेदचतुष्टयाभिन्नं गणितं विषयत्वेन दर्शितं तदुपयुक्ततया धनर्णषड्विध-खषड्विध-वर्णषड्विध-करणीषड्विध-कुट्टक-वर्गप्रकृति-चक्रवालान्यपि विषयत्वेन प्रदर्शितानि, विषयस्य शास्त्रस्य च प्रतिपाद्यप्रतिपादकभावः सम्बन्धोऽपि बीजक्रियां प्रवच्मीत्यनेन प्रदर्शितः, प्रयोजनं तु प्रश्नोत्तरार्थज्ञानं गोलज्ञानं च परम्परया जगतः शुभाशुभफलादेशश्चेति पठतां धर्मार्थकामादिप्राप्तिश्चवेदाङ्गत्वादिति ।

विमला—अव्यक्त (बीजगणित) है जिस का आदि कारण उस व्यक्त (व्यक्तगणित = लीलावती = पाटीगणित) को मैं ने पहले कह दिया है । किन्तु बीजगणित की युक्तियों के विना प्रश्नोत्तर करने के प्रकार को पण्डित भी नहीं जान सकते हैं, और मन्द बुद्धि तो बिल कुल ही नहीं जान सकते । इस लिये बीज क्रिया (बीजगणित) को कहता हूं ॥ २ ॥

विशेष—प्रसङ्ग वश नये ढङ्ग से धन, ऋण, गुणन, भजन आदि चिह्नों को बताता हूं ।

धन चिह्न (Plus sign)

इस + चिह्न को धन चिह्न कहते हैं । जब यह चिह्न किसी संख्या से पहले लगा रहता है तो इस का अर्थ यह होता है कि उस संख्या को उस से पहले की संख्या में जोड़ना है । जैसे य में धन क को लिखना होगा तो य+क ऐसे लिखेंगे । यदि य बराबर १२ का और क बराबर ३ का हो तो इस को १२+३ इस तरह लिखना चाहिए ।

एवं यदि य में धन क उस में धन न इस को लिखना हो तो य+क+न इस तरह लिखना चाहिए। अगर य बराबर पाँच, क बराबर दश, न बराबर बीस का हो तो ५+१०+२०, इस तरह लिखना चाहिए।

ऋण चिह्न (Minus sign)

इस—चिह्न को ऋण चिह्न कहते हैं, जब यह चिह्न किसी संख्या से पहले लिखा रहता है तो इस का मतलब यह होता है कि उस संख्या को उस से पहले की संख्या में घटाना है, जैसे य तुल्य किसी संख्या में क तुल्य किसी संख्या को ऋण करना है तो य—क इस तरह लिखा जायगा।

यदि य पंद्रह के और क सात के बराबर हो तो इस को १५-७ इस तरह लिखना चाहिए।

एवं क तुल्य संख्या को य तुल्य संख्या में घटा कर शेष में फिर ग, को घटाना हो तो उस को य—क—ग इस तरह लिखना चाहिए।

यदि य पन्द्रह, क सात और ग तीन के बराबर हो तो उस को १५—७—३ इस तरह लिखते हैं। अर्थात् १५—७—३ यह बराबर है पाँच का ऐसा समझना चाहिए।

अगर एक राशि में धन, ऋण अनेक संख्याएँ हों तो वहाँ पर बाएँ तरफ से दाहिने की ओर क्रिया करनी चाहिए। जैसे य+क-ग इस को जोड़ना होगा तो पहले य द्वारा प्रकटित संख्या को क द्वारा प्रकटित संख्या में जोड़ कर योग फल में ग द्वारा प्रकटित संख्या को घटना है ऐसा जानना चाहिए।

एवं य-क+ग इस में य द्वारा प्रकटित संख्या में क द्वारा प्रकटित संख्या को घटा कर शेष में ग द्वारा प्रकटित संख्या को जोड़ना है ऐसा समझना चाहिए जैसे १५-७+३ यह ग्यारह संख्या को प्रकट करता है।
सात में धन तीन को पंद्रह में घटाना है ऐसा कभी नहीं समझना चाहिए। ऐसा करने से गलत माना जायगा।

मिले हुए धन ऋण चिह्न—

इस ± चिह्न को धन ऋण चिह्न कहते हैं, जब यह चिह्न किसी संख्या के पहले रहता है तो उस का अर्थ यह होता है कि उस संख्या को उस के पहले की संख्या में जोड़ना या घटाना है।

जैसे क द्वारा प्रकटित संख्या को य द्वारा प्रकटित संख्या में जोड़ना या घटाना हो तो उस को य ± क इस तरह से लिखना चाहिए।

यदि य बराबर पन्द्रह, क बराबर सात का हो तो य±क यह २२ या ८ संख्या को प्रकट करेगा।

अन्तर चिह्न — (The sign of Difference)

दो संख्याओं के बीच में यह चिह्न ∽ आवे तो उस का मतलब यह होता है कि उन दोनों में जो छोटी संख्या है उस को बड़ी संख्या में घटाना है।

जैसे य ∽ क यहां पर यदि य बराबर पन्द्रह और क बराबर बीस का हो तो य ∽ क यह पांच के बराबर समझा जायगा।

गुणा का चिह्न (The sign of Multiplication)

इस × चिह्न को गुणन चिह्न कहते हैं, जब यह चिह्न दो संख्याओं के बीच में रहता है तो इस का मतलब यह होता है कि दाहिने की संख्या को बायें की संख्या से गुणा करना चाहिए।

जैसे य गुणित क को लिखना हो तो य×क इस तरह से लिखना चाहिए।

यदि य बराबर पंद्रह और क बराबर सात का होतो य×क यह १०५ संख्या को प्रकट करेगा।

यहां एक विशेष बात यह है कि दोनों संख्याएँ अक्षरों से ही प्रकट की जाती हों तो गुणा चिह्न को नहीं लगाने से भी गुणा का बोध हो जाता है। जैसे य×क इस को यक इस तरह भी लिख सकते हैं। यदि गुण्य गुणक दोनों में एक संख्या के द्वारा और दूसरा अक्षर के द्वारा प्रकट किया जाता हो तो उस को भी पूर्व की तरह लिख सकते हैं। जैसे ६ × य इस को ६य ऐसे भी लिखते हैं।

यदि गुण्य गुणक दोनों संख्यात्मक ही हों तो पूर्वोक्त गुणा के चिह्न विना लगाने से काम नहीं चल सकता, जैसे छै गुणित पांच को ६×५ इस तरह से लिखना चाहिए।

भाग का चिन्ह (The sign of Division)

इस चिह्न ÷ को भाग चिह्न कहते हैं, जब यह चिह्न दो संख्याओं के बीच में रहता है तो इस का मतलब यह होता है कि बायें तरफ की संख्या को उस के दाहिने की संख्या से भाग देना है। जैसे क द्वारा प्रकटित संख्या से य द्वारा प्रकटित संख्या में भाग देना होगा तो उस को य÷क इस तरह से लिखेंगे।

यदि य बराबर छै और क बराबर तीन का हो तो य÷क, या, ६÷३ यह बराबर दो का होगा।

यदि वा य द्वारा प्रकटित संख्या में भाग देकर जो भाग फल हो उस में न का भाग देना हो तो उस को य÷क÷न इस तरह से लिखना चाहिए।

यहां पर इस बात के ऊपर सर्वदा ध्यान रखना चाहिए कि एक राशि में गुणा भाग दोनों के द्वारा प्रकटित संख्याएँ हों तो क्रिया बायें की तरफ से दहिने तरफ चलती है। जैसे य×क÷न इस का मतलब यह है कि य द्वारा प्रकटित संख्या को क द्वारा प्रकटित संख्या से गुणा कर गुणन फल में न द्वारा प्रकटित संख्या से भाग देना है।

एवं यदि य द्वारा प्रकटित संख्या में क द्वारा प्रकटित संख्या से भाग देकर भाग फल को न द्वारा प्रकटित संख्या से गुणा करना हो तो य÷क×न इस तरह से लिखना चाहिए। कभी कभी सुभीते के लिए य÷क इस को $\frac{क}{य}$ इस तरह भी लिखते हैं।

बराबर चिह्न (Sign of Equality)

इस चिह्न = को बराबर कहते हैं, जब यह चिह्न दो पदों के बीच में रहता है तो यह सूचित करता है कि दोनों में एक दूसरे के समान हैं।

जैसे य = क इस का मतलब यह है कि य के द्वारा प्रकटित संख्या क के द्वारा प्रकटित संख्या के बराबर है।

एवं य+क = य+न एवं य+क+न = य+प+ल इत्यादि।

घात, घातमापक (Power index, exponent)

यदि किसी राशि को उसी राशि से अनेक बार गुणा करें तो गुणन फल उस राशि का घात कहलाता है। जैसे य×य, य×य×य, य×य×य×य इत्यादि।

यहाँ य × य इस को य का वर्ग या द्विघात कहते हैं अत एव भास्कराचार्य "समद्विघातः कृतिरुच्यते" ऐसा लिखे हैं।

एवं य×य×य इस को त्रिघात (Third Power) या य×य×य×य इस को चतुर्घात य×य×य×य×य इस को पञ्चघात इत्यादि कहते हैं।

मूल (Roots)

नवीन गणितज्ञ लोग वर्ग मूल का चिह्न = $\sqrt[२]{}$ यह अथवा सुभीते के लिए $\sqrt{}$ इस को लगाते हैं।

जैसे $\sqrt[२]{य^२}$, या $\sqrt{य^२}$ यह य का वर्ग मूल को सूचित करता है।

एवं घन मूल (Cube root) का संकेत $\sqrt[३]{}$ यह है। अतः $\sqrt[३]{य^३}$ इस से य का घन मूल सूचित होता है। इसी तरह चतुर्घात मूल पञ्चघात मूल आदि का चिह्न ($\sqrt[४]{}$, $\sqrt[५]{}$) लगाना चाहिए।

कोष्ठक (Brackets)

( ), { }, [ ] इन संकेतों को कोष्ठक या कोष्ठ कहते हैं। जब बीज-गणित सम्बन्धी पद कोष्ठों के मध्य में रहता है तो उस को एक राशि माननी चाहिए।

जैसे (य+क) न, इस का मतलब यह होता है कि य और क दोनों को न से गुणा करना है। अगर य+क न ऐसी राशि हो तो इस का मतलब यह होता है कि क को न से गुणा कर गुणन फल में य को युत करना है।

अतः यदि (य+क) न+प ऐसी राशि हो तो यहाँ पर दो पद मानना होगा, जिन में एक (य+क) न और दूसरा प।

इसी तरह न-{ प+(य+क) य } इस को भी द्विपद ही मानना चाहिए। जिस का प्रथम न और द्वितीय { प+(क+क) य } पद है। इसी तरह अन्यत्र भी समझना चाहिए।

धनर्णसङ्कलने करणसूत्रं वृत्तार्धम्--

योगे युतिः स्यात् क्षययोः स्वयोर्वा धनर्णयोरन्तरमेव योगः ।

सु०--अथ धनर्णसङ्कलनं तावदुपजातिकापूर्वार्द्धेनाह--

क्षययोऋणयोः स्वयोर्द्धनयोरुभावपि ऋणगतौ धनगतौ भवतस्तदा तयो रा-श्योः 'कार्यः क्रमादुत्क्रमतोऽथवाङ्क योगः' इति व्यक्तरीत्या योगो विधेयः, स एवात्र योगो भवति, करण्योस्तु योगोऽन्तरं वा 'योगं करण्योर्महतीं प्रकल्प्ये' त्यादिवक्ष्यमाणप्रकारेण विधेयमिति ज्ञेयम्, एवं बहूनामपि। एवं सजातीययोग उक्तः यत्र त्वेको राशिर्द्धनमितरदृणं तयोर्योगे कर्त्तव्ये किं कर्त्तव्यं तदाह 'धनर्णयोरन्तरमेव योग' इति व्यक्तरीत्या यदन्तरं सम्पद्यते, स एव धनर्णयोर्योग इति, शेषस्य धनर्णत्ववशाद्योगस्यापि धनर्णत्वं ज्ञेयम् ॥

अत्रोपपत्तिः—

यदि देवदत्तेन यज्ञदत्तान्मुदात्रयमृणं गृहीतं पुनर्यदिमुद्राचतुष्टयमृणं कृतं तदा मुद्रासप्तकमृणं कृतं भवति। एवं यदि मुद्रात्रयं पूर्वमुपार्जितं पुनर्मुद्राचतुष्टयं लब्धं तदा द्वयोर्योगे मुद्रासप्तकं धनमस्तीति, एवं यदि मुद्राचतुष्टयमृणं कृतं पुनर्मुद्रात्रयं धनं लब्धं तदामुद्रैकमृणमेव शेषं जातं, एवं यदि मुद्राचतुष्टयं धनं पुनर्मुद्रात्रयमृणं तदा मुद्रैकं धनं स्यादिति वासना सुगमैव ॥

विमला--अव्यक्त राशियों को जोड़ने का प्रकार--

दो धन या दो ऋण राशियों का "कार्यः क्रमादुत्क्रमतोऽथवाङ्क" इत्यादि लीलावती में प्रतिपादित सूत्र के अनुसार योग करना चाहिए। यदि एक राशि धन और दूसरी ऋण हो तो पूर्वोक्त युक्ति से उन दोनों का अन्तर करने से शेष जो हो वही योग फल होता है । किन्तु वहां पर धन शेष रहे तो योग फल धन और ऋण शेष रहे तो योग फल ऋण होता है। इस तरह दो, तीन, चार आदि राशियों का भी योग करना चहिए। एवं सजातीय राशियों का (यावत् को यावत् के साथ कालक को कालक के साथ इत्यादि) योग होता है।

यदि दो आदि करणीयों का योग करना हो तो "योगं करण्योर्महतीं प्रकल्प्य" इत्यादि वक्ष्यमाण युक्ति से योग करना चाहिए।

नवीनोपपत्तिः--

कस्यचिदेकस्य जनस्य पञ्चमुद्रापरिमितमृणं पूर्वत आसीत्, कालान्तरे पुनस्तेन कुतश्चित्पञ्चमुद्रामितमृणं गृहीतमतस्तदा तस्य दशमुद्रामितमृणं जातमत उपपन्नं क्षययोर्योगे युतिरिति।

अथ कस्यचित्सविध एका मुद्रा आसीदथ तेन कुतश्चिद्दश मुद्रा अर्जितास्तदा तत्पार्श्वे एकादशमुद्रामितं धनं ज़ातमतः स्वययोर्योगे युतिः स्यादित्युपपन्नम्।

अथ कस्यचित्पितृगृहीतं पञ्चमुद्रामितमृणमासीदथ कालान्तरे तेन दशमुद्रा अर्जयित्वा तदृणं धनिने दत्तमतः साम्प्रतं तन्निकटे पञ्चमुद्रा एवावशिष्टा अत उपपन्नं धनर्णयोरन्तरमेव योग इति ॥

उदाहरणम्—

रूपत्रयं रूपचतुष्टयं च क्षयं धनं वा सहितं वदाशु ।
स्वर्णं क्षयं स्वं च पृथक् पृथङ् मे धनर्णयोः सङ्कलनामवैषि ॥१

अत्र रूपाणामव्यक्तानां चाद्याक्षराण्युपलक्षणार्थं लेख्यानि यानि ऋणगतानि तान्यूर्ध्वविन्दूनि च ।

न्यासः-रू ३̇ रू ४̇ योगे जातं रू ७̇ ।
,, रू ३ रू ४ ,, ७ ।
,, रू ३ रू ४̇ ,, १̇ ।
,, रू ३̇ रू ४ ,, १ ।

एवं विभिन्नेष्वपि ॥

सु०—अथात्रोदाहरणचतुष्टय-मुपजातिकयाह—

रूपत्रयमिति। द्वयमृणमित्याद्यं, द्वयमपि धनमिति द्वितीयं, आद्यं धनमपरमृणमिति तृतीयं, प्रथममृणमपरधनमिति चतुर्थमेवं चत्वार्युदाहरणानि धनर्णयोरिति । धने च ऋणे च धनर्णे धनं च ऋणं च धनर्णे धनर्णे च धनर्णञ्च धनर्णे तयोर्द्धनर्णयोः धनयोः ऋणयोर्द्धनर्णयोश्चेत्यर्थः, चतुर्थप्रश्नस्य तृतीयेऽन्तर्भूतत्वात्पद्यत्रय एवोद्दिष्टमिति नन्विदं धनमिदमृणमिति वा इदंव्यक्तमिदमव्यक्तमित्यादि वा कथमवधेयमित्यत आह

अत्र रूपाणामव्यक्तानां चाद्यक्षराण्युपलक्षणार्थं लेख्यानि तथा यानि ऋणगतानि तान्यूर्ध्वविन्दूनि च ।

अतिरोहितार्थमिदं यद्यपि ऋणत्वादिकमालापवदेवावगन्तुं शक्यं तथाप्यालापबहुत्वे ऋणत्वादौ भ्रान्तिः संसृतिर्वा स्यादुपस्थितिलाघवञ्च स्यादित्यूर्ध्वविन्द्वादिलेखनं युक्ततरमिति ।

अथ प्रथमोदाहरणोपन्यासः ३̇,४̇ योगे जातं ७̇ ।

द्वितीये न्यासः ३,४ योगेजातं ७ ।

तृतीये न्यासः ३,४̇ धनर्णयोरन्तरमेव योग इति जातं १̇ ।

चतुर्थे न्यासः ३̇,४ अन्तरमेव योग इति जातं १ ।

एवं भिन्नेष्वपि रूपत्रयं पञ्चलवस्त्रिभागो योगार्थमेतान्वदतुल्यहारानित्यादौ अन्योन्यहाराभिहतौ हरांशावित्यादिसूत्रेण समच्छेदत्वं विधाय पाट्युक्तरीत्यात्रापि यथासंभवं योगोन्तरं वेति द्रष्टव्यम् ॥

विमला—रूप तीन ऋण के साथ रूप चार ऋण का, तीन धन के साथ चार धन का, तीन ऋण के साथ चार धन का या चार धन के साथ तीन ऋण का योग फल क्या होगा यह शीघ्र कहो, यदि धन, ऋण का योग करना जानते हो ।

उदाहरण—

—३—४=—७,

$३ + ४ = ७,$
$४ - ३ = १,$
$३ - ४ = - १$ ।

इति धनर्णसंकलनं समाप्तम् ॥

योगफल निकालने के नये उदाहरण—

(१) $-$य$-$कन, $य^२$·क, इन दोनों राशियों का योग फल निकालना है।
जब कि य$=$४, क$=$२, न$=$५ ।

अतः $\{ (-य-कन) + (य^२·क) \} =$

$\{ (-४-२\times५) + ४^२\times२) \} =$

$-४-१०+१६\times२ = -१४+३२ = १८$ ।

(२) $(-३ न) + (-य^३·प) + (य+क+न)$, इस का मान क्या है!?
जब कि य$=$१, क$=$२, न$=$३, प$=$४ ।

$\therefore (-३ न) + (-य^३·प) + (य+क+न) =$
$(-३\times३) + (-१^३ \times४) + (१+२+३) =$
$(-९) + (-४) + (६) = -१३+६ = -७$ ।

(३) $य^३·क - य^२·न + प·न^२ - क^२·न$, इस का मान क्या है ?
जब कि य$=$२, क$=$४, न$=$६, प$=$८ ।

$\therefore य^३·क - य^२·न + प·न^२ - क^२·न =$
$२^३\times४ - २^२\times६ + ८\times६^२ - ४^२\times६ =$
$८\times४ - ४\times६ + ८\times३६ - १६\times६ =$
$३२ - २४ + २८८ - ९६ = ८ + २८८ - ९६ =$
$२९६ - ९६ = २००$ ।

(४) ३य$-$२क$+$न, $-$५प$+$६प$-$न, इन दोनों का योग फल बताओ,
जब कि य$=$२, क$=$७, न$=$३, प$=$१ ।

$(३य - २क + न) + (५प + ६प - न) =$
$(३\times२ - २\times७ + ३) + (५\times१ + ६\times१ - ३ =$
$६ - १४ + ३ + ५ + ६ - ३ =$
$(६ + ३ + ५ + ६) + (-१४ - ३) = २० - १७ = ३$ ।

अभ्यास के लिये उदाहरण—

(१) $-$१४, $-$२५ और $-$१० को जोड़ो ।

(२) $-य + (क^२ + न)$, का मान निकालो,
जब कि य$=$२, क$=$१५ और न$=$३० ।

(३) $३य^{३}\cdot क^{३}$, प, ल, $३न^{२}$ और (प + न) का योग फल बताओ,
जब कि य = १५, क = ३, प = २, ल = ११ ।

(४) ३य, − ५क·य, न, प और २०प का योग फल बताओ,
जब कि य = १५, क = १६, न = १२०, प = २५ ।

(५) ६य + ७क + ८न + ६प + ६ल, इस का मान निकालो,
जबकि य = १, क = २, न = ३, प = ४, ल = ६ ।

(६) $६य^{२}\cdot क + २क^{२}\cdot न - ११प^{२}\cdot न - य^{२}\cdot क^{२} + प^{२}\cdot न^{२}$,
इस का मान निकालो,
जब कि य = ३, क = २, न = १०, प = ८ ।

(७) $६य^{३}\cdot क^{३} + १२प^{२}\cdot न^{२} - १०क^{३}\cdot न^{३} + ११ल^{२}\cdot क^{३} - क^{३}\cdot न^{३}\cdot प^{३}$,
इस का मान बताओ ।
जब कि य = १२, क = ५, न = १५, प = १८, ल = ८ ।

(८) $१६ प^{३} न^{४} + २० य^{३}न^{२} + १०क^{४}\cdot ल^{२} - २२प^{४}\cdot न^{२} - य^{४}\cdot क^{४}$,
इस का मान बताओ,
जब कि य = २, क = ४, न = ६, प = ८, ल = १० ॥

धनर्णव्यवकलने करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेति स्वत्वं क्षयस्तद्युतिरुक्तवच्च ॥१॥

सु०—अथ धनर्णव्यवकलनमुपजातिकोत्तरार्द्धेनाह—

संशोध्येति । संशोध्यते अपनीयते तत्संशोध्यमानं रूपं वर्णः करणी वेति त्रिलिङ्गीसामान्यान्नपुंसकत्वं तच्चदिधनं तर्हि ऋणत्वमेति यदि क्षयस्तर्हि धनत्वमेति पश्चादुक्तवद्युतिश्च,
एतदुक्तं भवति ययोरन्तरं विधेयमस्ति तयोर्मध्ये संशोध्यमानस्य धनर्णताव्यत्यासं कृत्वा योगे युतिः स्यादित्यादिना तयोर्युतिः कर्त्तव्या तदेव व्यवकलनफलं भवतीत्यर्थः, संकलनं योगः, व्यवकलनं वियोग इति ।

अत्रोपपत्तिः—

ऋणत्वमिह त्रिधा देशतः कालतो वस्तुतश्चेति तच्च वैपरीत्यमेव यथा पूर्वविपरीता पश्चिमा दिक्, यथोत्तरदिग्विपरीता दक्षिणा दिगित्यादि, तथा च पूर्वापरदेशयोर्मध्ये एकतरस्य धनत्वे कल्पिते तं प्रतीतरस्य ऋणत्वं, यथा पूर्वगतेर्द्धनत्वकल्पने यदा ग्रहः पश्चिमगतिर्भवति तदा ग्रहे गतितुल्यकला ऋणं भवति यथा वा पश्चिमभ्रमस्य धनत्वे यावद् ग्रहः पूर्वतो गच्छति तावत्पश्चिमभ्रमे ऋणमिति दक्षिणोत्तरदेशादिष्वप्येवमेवर्णत्वं बोध्यम् ।

एवं पूर्वोत्तरकालयोरप्यन्योन्यमृणत्वं चारप्रवृत्त्यादिषु प्रसिद्धम् ।

अथ प्रकृते पूर्वदेशस्य धनत्वं पश्चिमदेशस्य ऋणत्वं प्रकल्प्योपपत्तिर्यथा-

वाराणसीतः पंचदशक्रोशान्तरे पूर्वदिशि किलैकं नगरमस्ति, तथा काशीतः पश्चिमदिशि सप्तक्रोशान्तरे द्वितीयं नगरं, तयोन्तरं द्वाविंशतिक्रोशात्मकं तच्च योगं विना

नोपपद्यते, अतो धनर्णयोर्योग एवान्तरं सिद्धं, परं स योगः पश्चिमः पूर्वो वेति जिज्ञासायां सप्तक्रोशस्यर्णत्वे तस्य वैपरीत्येन धनत्वात्पञ्चदशयोजनाज्जातं द्वाविंशतिमितक्रोशान्तरे द्वितीयनगरात्पूर्वनगरम् ।

एवं यदि पूर्वभागे सप्ततः पंचदशमितः शोध्यते तदास्य १५ऋणत्वकरणे १५ सप्तर्णं ७योजनाज्जातमृणं द्वाविंशतिक्रोशान्तरे प्रथमनगरात्पश्चिमदिशि द्वितीयं नगरमेवमन्यत्रापि ।

अथ काशीत एकदिक्स्थयोर्द्वयोर्नगरयोरन्तरमेव भवति ।

अत्रोपपत्तिः प्रकारान्तरेण नवीनैः कृता सा च लिख्यते । यथा देवदत्तस्य मुद्रासप्तकधनान्मुद्रात्रयं धनं शोध्यमस्ति तत्र सप्तमुद्रास्वरूपमिदं रू४रू३ अस्मात्त्रयं शोधितं शेषं रू४,

एवमृणान्मुद्रासप्तकान्मुद्रात्रयमृणं रु३ संशोध्यमस्ति तत्र मुद्रासप्तकर्णस्वरूपे रू४ रू३ मुद्रात्रययोजनेन शेषं रू४,

अत्र संशोध्यमानस्य वैपरीत्यादेव सिद्धिः, एवं मुद्रासप्तकधनान्मुद्रात्रयमृणं रू३ संशोध्यमस्ति तत्र धनमुद्रासप्तकस्य रूपे रू१०रू३ मुद्रात्रययोजनेनान्तरसिद्धिः रू१०,

अत्रापि संशोध्यमानस्य३ वैपरीत्यं जातम् ।

एवं ऋणमुद्रासप्तकान्मुद्रात्रयं धनं संशोध्यमस्ति रू३ तत्रर्णसप्तमुद्रास्वरूपे रू१०रू३ मुद्रात्रयं संशोध्यते तदाऽन्तरं रू१० सम्पद्यते,

अत्रापि संशोध्यमानस्य रू३ वैपरीध्यं सिद्धं रू३ ।

अस्य सप्तर्णयोगे जातं१० एवं सर्वत्र ॥

विमला—संशोध्यमान (घटने वाली = जो घटाई जाती है वह) धन राशि ऋण और संशोध्यमान ऋण राशि धन हो जाती है ।

नवीनोपपत्तिः—

यथात्र कल्प्यते कस्यचिद्दीनाननस्य वैश्यसन्ततिसमुद्भवस्य निकटे रूपचतुष्टयं धनमस्ति तस्माद्रूपद्वयं धनं विशोधयितुमभिलपत्यर्थादन्यस्मै दातु मिच्छति, तस्मात्तत्पार्श्वे रूपद्वयमात्रमेवावशिष्टं धनं तिष्ठेत् ।

एवं यदि पूर्वत एव तत्सविधे रूपचतुष्टयमृणं भवेत् , पुनः कालान्तरेण कुतश्चिद्रूपद्वयं धनं प्राप्तमर्थात्कश्चित्तस्मायृणं दत्वोक्तवान् भवता स्वीयमृणं विशोध्यतामहं पुनर्नो ग्रहिष्यामीदमतस्तथा विधानेन तत्पार्श्वे साम्प्रतं रूपद्वयमेवर्णं जातम् ।

तथा कस्यचिद्रूपचतुष्टयमृणमासीत् , पुनः कस्माच्चिद्रूपद्वयं धनं गृहीत्वा व्ययीकृतमतस्तत्पार्श्वे रूपषट्कमृणमेव जातम् ।

यदि च तस्यैव पार्श्वे रूपचतुष्टयं धनमासीत् पुनः कश्चिद्रूपद्वयमृणं दत्त्वोक्तवान् नाहं भवतः ग्रहिष्यामीत्यतस्तद्गृहीत्वैकत्रीक्रियते चेत्तत्पार्श्वे रूपषट्कं धनमेव जातमित्युपपन्नं सर्वम् ।

उदाहरणम् ।

त्रयाद्द्वयं स्वात् स्वमृणादृणं च व्यस्तं च संशोध्य वदाशु शेषम् ।

न्यासः—रू ३ रू २ अन्तरे जातम् रू १ ।

,, रू ३̇ रू २̇ ,, रू १̇ ।

,, रू ३̇ रू २ ,, रू ५̇ ।

,, रू ३ रू २̇ ,, रू ५ ।

इति धनर्णसंकलनव्यवकलने ॥

सु०—अत्रोदाहरणचतुष्टयमुपजातिकापूर्वार्द्धेनाह—

त्रयाद्वयमिति । स्वात्त्रयात्स्वं द्वयमित्येकम् , ऋणात्त्रयादृणद्वयमिति द्वितीयं, व्यस्तत्वे स्वात्त्रयादृणं द्वयमिति तृतीयं, ऋणात्त्रयात्स्वं द्वयमिति चतुर्थं, एवं चत्वार्युदाहरणानि,

तत्र प्रथमे न्यासः ३,२ संशोध्यमानं द्वयं ऋणमित्यन्तरे जातं१,

द्वितीये न्यासः ३̇,२̇ संशोध्यमानं द्वयमृणं धनं स्यादित्यन्तरे जातं १̇,

तृतीये न्यासः ३̇,२ संशोध्यमानमृणं स्वं स्यादितियोगे जातं ५̇,

चतुर्थे न्यासः ३,२̇ संशोध्यमानं स्वमृणं स्यादिति योगे जातं ५, एवं सर्वत्र ।

इति धनर्णव्यवकलनम् ॥

विमला—तीन धन संख्या में से दो धन संख्या को, तीन ऋण संख्या में से दो ऋण संख्या को, तीन धन संख्या में से दो ऋण संख्या को और तीन ऋण संख्या में से दो धन संख्या को घटा कर शेष क्या रहेगा यह शीघ्र कहो ।

उदाहरण—

रू. ३, रू. २ इन दोनों का अन्तर = (३) − (२) = १,

रू. ३̇, रू. २̇ इन दोनों का अन्तर = (− ३) − (− २) = − १,

रू. ३̇, रू. २ इन दोनों का अन्तर = (− ३) − (२) = − ५,

रू. ३, रू २̇ इन दोनों का अन्तर = (३) − (− २) = ५,

इति धनर्णव्यवकलनं समाप्तम् ॥

घटाने में नवीन तरह के उदाहरण—

(१) य, को क + न में घटाना है,

जब कि य = ४, क = ६, न = ८ ।

∴ क + न − य = ६ + ८ − ४ = १४ − ४ = १० ।

(२) २य^{२} + ३ य क − ५ क^{२}, को − ३य^{२} + २य. क − ४ क^{२} में से घटाओ,

अन्तर फल = − ३ य^{२} + २य·क − ४ क^{२} − २य^{२} − ३ य·क + ५ क^{२} =

(− ३ य^{२} − २ य^{२}) + (२ य·क − ३ य·क) + (− ४ क^{२} + ५क^{२}) =

− ५ य^{२} − य·क + क^{२} ।

(३) य^{२} − ३ य·क + ५न^{२} − प^{२}, को ३ न^{२} + २ प^{२} − ७ य^{२} में घटाओ,

वियोज्य $= ३ न^{२} + २ प^{२} - ७ य^{२}$

वियोजक $= ५ न^{२} - प^{२} + य^{२} - ३ यक$

वियोग फल $= - २ न^{२} + ३ प^{२} - ८ य^{२} + ३ य·क,$

(४) $२य - [३य + \{ ४क - (२य - क) + ५य \} - ७क]$ को सरल करो ।

उदाहरण में दिये हुए पद =

$२य - [३य + \{ ४क + २य - क - ५य \} - ७क] =$

$२य - [३य + \{ ५क + ३य \} - ७क] =$

$२य - [३य + ५क + ३य - ७क] =$

$२य - (६य - २क) = २य - ६य + २क = - ४य + २क$ ॥

अभ्यास के लिये उदाहरण—

(१) $- य + क - न + प,$

$य + २क - ४ न + १६ प + ल,$

$८ य + ६न - २क - २प + २ल + ह,$ इन तीनों का मान बताओ ।

जब कि $य = २, क = ३, न = ८, प = ३, ल = ५, ह = १$ ।

(२) $य - क - (- न) + प,$

$- (- य) - क - न - (- ल),$

$- य - (- क - न) + प - (- न + ह),$ इन तीनों का मान बताओ,

जब कि $य = ३, क = २, न = ४, प = ७, ल = १२, ह = १०$ ।

(३) $- य + क - न,$ को $२य + ३क - ४न$ में से घटाओ ।

(४) $- ३ य^{२} + २य·क - ७क^{२},$ को $य^{२} - ५ य·क - ८क^{२}$ में से घटाओ ।

(५) $य^{४} - ७य^{२} + ६,$ को $३य^{४} - २य^{३} - ८य^{२} + ७$ में से घटाओ ।

(६) $- ५य^{५} + २य^{४} + य^{३} + ६य^{२} + ६य + ८,$ को

$य^{५} - ६य^{४} - ४य^{२} + ५$ में से घटाओ ।

(७) $८य^{४} - ७य^{३}·क + १०य^{२}·क^{२} - १३य·क^{२} + ५क^{२},$ को $५य^{४} - १२य^{३}·क + ४य^{२}·क^{२} - २३ य·क^{३} + ३ क^{४}$ में से घटाओ ।

(८) $३७ य^{६} - २८ य^{५}·क + ४३य^{४}·क^{२} - ५४ य^{३}·क^{३} - ६७ य^{२}·क^{४} + ८४ य·क^{५} - ६३क^{६},$ को $४८य^{६} - ३१ य^{५}·क - ७ य^{४}·क^{२} - ३६य^{३}·क^{३} - ४१ य^{२}·क^{४} + ६५ य·क^{५} - ४३ क^{६}$ में से घटाओ ॥

गुणने करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

स्वयोरस्वयोः स्वं वधः स्वर्णघाते

क्षयो भागहारेऽपि चैवं निरुक्तम् ।

सु०—अथ गुणनं भुजङ्गप्रयातपूर्वार्द्धेनाह--

स्वयोरस्वयोरिति । स्वयोर्द्धनयोर्वाऽस्वयोर्ऋणयोर्वधो गुणनं एकस्यापरतुल्यावृत्तिरिति यावत् धनं भवति, स्वर्णघाते तु क्षयो भवति,

एतदुक्तं भवति यदा गुण्यगुणकयोश्चेति द्वे अपि धने ऋणे वा भवतस्तदा तदुत्थं फलं गुणनफलं धनं संभवति यदा त्वेकतरं धनमृणमितरत्तदा तदुत्थं गुणनफलमृणं भवतीति,

अत्र गुणनफलस्य धनर्णत्वमात्रं प्रतिपादितं अङ्कतस्तु व्यक्तोक्ताः सर्वेऽपि गुणनप्रकारा द्रष्टव्या इति ।

अत्रोपपत्तिः—

गुण्यस्य गुणकतुल्या आवृत्तिर्हि गुणनफलं तत्र गुणकगुण्ययोर्द्धनयोर्घाते धनमेव फलं, तथा धनर्णयोर्घाते फलमृणमेव गुणकतुल्यस्थानगानांगुण्यानामृणानां योगस्य ऋणत्वात् ।

अथवा द्वयोर्धनर्णयो रू २,रु२̇, योगः शून्यमेव भवति धनर्णयोरन्तरमेवयोग इत्युक्तत्वात् ।

अनयोस्समेन केनाप्यङ्केन गुणितयो रपि योगः शून्यमित एव भवितुमर्हति अत एतौ २,२̇ धनत्रयेण गुणितौ तत्र प्रथमस्थाने धनयोर्घातो धनमेव ६,

द्वितीयस्थाने धनर्णयोर्घातस्य यदि ऋणत्वं न स्वीक्रियते, तदा तयो६,६ योगे कथं शून्यं स्यादिति धनर्णघाते क्षयो भवतीति युक्तम् ।

एवं राशी २,२̇ ऋणरूपत्रयेण ३̇ गुणितौ तत्र प्रथमस्थाने धनर्णघाते क्षय इति जातं ६̇,

द्वितीयस्थाने ऋणयोर्घातस्य यदि धनत्वं नाङ्गीक्रियते तदा गुणितयो ६̇,६̇, योगस्य कथं शून्यमितत्वमत ऋणयोर्घाते धनमेव फलमित्युपपन्नम् ।

एवमिष्टोनयुक्तेन गुणेन निघ्नो ऽभीष्टघ्नगुण्यान्वितवर्जितो वेति पाट्युक्तप्रकारेणापि प्रोक्तसूत्रमुपपन्नं भवति,

तथाहि गुण्यः १५ गुणकः ८ इष्टेन ३ हीनो गुणकः ११ अनेन गुण्यो गुणितः १६५ इदमृणं कल्पितं स्वर्णघातत्वात् १६५̇ ।

अथेष्टघ्नगुण्येन धनेन ४५ युक्तः कार्यस्तत्र धनर्णयोरन्तरमेव योग इति जातं फलं १२०̇,

अत्र स्वर्णघातस्य १६५ ऋणत्वानङ्गीकारे गुणनफलमिदं संभवति २१०, तन्न युक्तं पंचदशाष्टघातस्यविंशत्युत्तरशतमितत्वात् ,

एवं गुण्यः १५ गुणकः ८̇ अत्र गुणक इष्टेन ३ युतः ५̇ अनेन गुण्यो गुणितः ७५ अयमिष्ट ३ गुणितगुण्येन ४५̇ हीनः कार्यस्तत्रसंशोध्यमानमिदं धनं जातं ४५ अस्य पूर्वगुणितस्य ७५ योगे फलं १२० तत्तु पूर्वगुणितस्य धनत्वस्वीकार एव ७५ संभवति अत ऋणयोर्घातो धनमिति सिद्धम् ,

विमला—गुणन विधि में दो राशियां होती है, जिन में एक का नाम गुण्य और दूसरे का गुणक है । जिस को गुणते हैं उस को गुण्य और जिस से गुणते हैं उस को गुणक कहते हैं ।

यदि गुण्य गुणक दोनों राशियां धनात्मक या ऋणात्मक हों तो गुणन फल धनात्मक होता है ।

उन दोनों में से कोई एक धनात्मक और दूसरा ऋणात्मक हो तो गुणन फल ऋणात्मक होता है ।

नवीनोपपत्तिः—

गुण्यगुणकयोरेकतरस्यापरतुल्यावृत्तीनां योगो गुणनफलं भवतीति स्फुटमेव गणितविदाम् ।

अतः कल्प्यते गुण्यः = या ६, गुणकः = ३, गुणकाङ्कतुल्यावृत्तिकृतानां गुण्याङ्कानां योगं कृत्वा गुणनफलम् = या १८, एतेन स्वयोर्वधः स्वमित्युत्पद्यते ।

अथ यद्यत्र गुण्यगुणकयोरेकतराधनात्मकस्तदा गुणकाङ्कतुल्यावृत्तिविहितानां गुण्याङ्कानां योगो गुणनफलमृणात्मकमेव भवेदतः स्वर्णघाते क्षय इत्युपपन्नम् ।

"धनर्णयोरन्तरमेव योगः" इति नियमात्तुल्यसंख्ययोर्धनर्णयोर्योगः शून्यसमो भवतीति सुप्रसिद्धमेव गणितविदामतः कल्प्यते राशी = या ८,-या ८,

अनयोर्योगः = या ८ - या ८ = ० ।

केनापि समाङ्केन गुणितयोरपि राश्योर्योगः शून्यसमोऽत ऋणरूपचतुर्भी राशी संगुण्यान्तरे कृते =

(-४) (या ८) - (या ८) (-४) = ० ।

अत्र विचार्य्यते—

प्रथमपक्षीयप्रथमखण्डस्य स्वर्णघातात्मकस्य पूर्वप्रतिपादितयुक्त्या क्षयत्वमदातमेव । यद्यत्र द्वितीयखण्डे धनात्मकत्वं भवेत्तदैवानयोर्योगः शून्यसमोऽतो योगस्य शून्यसमानत्वात्तदन्यथाऽनुपपत्त्याऽनयो—या ८, –४ घातोधनमेवात उपपन्नमस्वयोर्वधः स्वमिति ॥

उदाहरणम्—

धनं धनेनर्णमृणेन निघ्नं द्वयं त्रयेण स्वमृणेन किं स्यात् ॥ २ ॥

न्यासः—रू २ रू ३ धनं धनघ्नं धनं स्यादिति जातम् रू ६ ।

,, रू २̇ रू ३̇ ऋणमृणघ्नं धनं ,, रू ६ ।

,, रू २ रू ३̇ धनमृणगुणमृणं ,, रू ६̇ ।

,, रू २̇ रू ३ ऋणं धनगुणमृणं ,, रू ६̇ ।

इति धनर्णगुणनम् ।

सु०—अथ गुणनोदाहरणत्रयमुपजातिकोत्तरार्द्धेनाह—

धनं धनेनेति। स्पष्टोऽर्थः ।

न्यासः २,३ धनं धनघ्नं धनंस्यादिति जातं ६,

न्यासः २̇,३̇ ऋणमृणघ्नं धनं स्यादिति जातम् ६,

न्यासः २,३̇ धनमृणघ्नमृणं स्यादिति जातं ६̇ ।

गुण्येन हते गुणके च तदेवेति चूर्णिकया गुण्यगुणकयोः कामचारः प्रदर्शितः ।

विमला—धन दो को धन तीन से, ऋण दो को ऋण तीन से, ऋण दो को धन तीन से या धन दो को ऋण तीन से गुणा करने से गुणन फल क्या होगा ?

उदाहरण—

रू २, रू ३ इन दोनों का गुणन फल = २ × ३ = ६,

रू २̇, रू ३̇ इन दोनों का गुणन फल = − २ × − ३ = ६,

रू २̇, रू ३ इन दोनों का गुणन फल = − २ × ३ = − ६,

रू २, रू ३̇ इन दोनों का गुणन फल = २ × − ३ = − ६ ।

इति धनर्णगुणनं समाप्तम् ।

भागहारेऽपि चैवं निरुक्तमिति—

सु०—एवं भागहारेऽपीति भागहारेऽपि गुणनवदेव निरुक्तमित्यर्थः ।

धनं धनभक्तं धनं स्यात् धनयोर्घातस्य धनत्वात् ,

एवमृणयोर्घातस्यापि धनत्वादस्मिन् भाज्ये धनगते ऋणभाजकभक्ते फलमृणमेव, अथवा स्वर्णघातस्यक्षयत्वाद्भाज्ये ऋणगते धनभाजकभक्ते फलमृणमेव,

एवमृणभाज्ये ऋणभाजकभक्तेऽपि तत्फलं धनं, हरलब्धिघातस्य सर्वत्र भाज्यसमत्वादिति सर्वमुपपन्नम् ॥

विमला—भागहार विधि में दो राशियाँ होती हैं, जिन में एक का नाम भाज्य और दूसरे का भाजक है । जिस में भाग देते हैं उस का नाम भाज्य और जिस से भाग देते हैं उस का नाम भाजक है।

इस में भी गुणन के समान धन ऋण का व्यवस्था है ।

जैसे भाज्य भाजक दोनों राशियाँ धनात्मक या ऋणात्मक हों तो लब्धि धनात्मक होती हैं ।

उन दोनों में से कोई एक धनात्मक और दूसरा ऋणात्मक हो तो लब्धि ऋणात्मक होती है ।

नवोनोपपत्तिः—

यथात्र कल्प्येते राशी या ८, या २ अनयोर्घातः = या ८ × या२ = या^{२} १६,

अतः या $८ = \frac{या^{२}\ १६}{या\ २}$ ।

यदि राशी या ८, —या २ तदा या ८ × − या२ = − या^{२} १६,

अतः या८ $= \frac{-\text{या}^{२}१६}{-\text{या}२}$ ।

एवं च राशी–या ८,–या२ तदा या ८ × —या २ = – या^{२}१६,

अतः –८या $= \frac{\text{या}^{२}१६}{-\text{या}२}$ ।

वा राशी–या८, या २, अतः–या ८ × या२ = – या^{२}१६,

अतः —या ८ $= \frac{-\text{या}^{२}१६}{\text{या}२}$, एतेनोपपन्नं सर्वम् ॥

उदाहरणम्—

रूपाष्टकं रूपचतुष्टयेन धनं धनेनर्णमृणेन भक्तम् ।
ऋणं धनेन स्वमृणेन किं स्याद्द्रुतं वदेदं यदि बोबुधोषि ॥ ३ ॥

न्यासः—रू ८ रू ४ धनं धनहृतं धनं स्यादिति जातम् रू २ ।
,, रू ८̇ रू ४̇ ऋणमृणहृतं ,, रू २ ।
,, रू ८̇ रू ४ ऋणं धनहृतमृणं स्यादिति जातम् रू २̇ ।
,, रू ८ रू ४̇ धनमृणहृतमृणं ,, रू २̇ ।

इति धनर्णभागहारः ॥

सु०—रूपाष्टकमिति । रूपाष्टकं धनं रूपचतुष्टयेन धनेन भक्तं किं स्यात्,
रूपाष्टकमृणं रूपचतुष्टयेन ऋणेनभक्तं किं स्यात् ।
रूपाष्टकं धनं रूपचतुष्टयेन ऋणेन भक्तं सत् किं स्यात्.
रूपाष्टकमृणं रूपचतुष्टयेन धनेन भक्तं किं स्यात्;
यदीदं भागहारस्वरूपं बोबुधीषि अतिशयेन जानासि तर्हि वद कथयेत्यर्थः ।
न्यासः ८,४ धनं धनहृतं धनं स्यादिति जातं २,
न्यासः ८̇,४̇ ऋणमृणहृतं धनं स्यादिति जातं २,
न्यासः ८̇,४ ऋणं धनहृतमृणमेव २̇,
न्यासः ८।४̇ पूर्ववत्फलं २̇,
अत्र भाज्यहारयोरेकतरस्य धनत्वे तदितरस्य ऋणत्वे फलमृणमिति ज्ञेयम् ।

इति धनर्णभागहारः ॥

विमला–धन आठ में धन चार का, ऋण आठ में ऋण चार का, धन आठ में ऋण चार का, ऋण आठ में धन चार का भाग देने से लब्धि क्या होगी बताओ ।

उदाहरण—

रू ८ में रू ४ का भाग देने से लब्धि $= \frac{८}{४} = २$ ।

रू ८̇ में रू ४̇ का भाग देने से लब्धि $= \frac{-८}{-४} = -२$,

रू ८ में रू ४ का भाग देने से लब्धि = $\frac{-८}{४}$ = − २,

रू ८ में रू ४ का भाग देने से लब्धि = $\frac{८}{-४}$ = − २ ।

इति धनर्णभागहारः समाप्तः ॥

वर्गे मूले च करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

कृतिः स्वर्णयोः स्वं स्वमूले धनर्णे
न मूलं क्षयस्यास्ति तस्या कृतित्वात् ॥ ७ ॥

सु०—एवं सर्वं वर्गोपयुक्तमुक्त्वा वर्गप्रकारं तन्मूलं च भुजंगप्रयातोत्तरार्द्धेनाह—कृतिः स्वर्णयोरिति । स्वस्य धनस्य वर्गस्तथा ऋणस्य च वर्गः स्वं भवति, अङ्कतस्तु वर्गप्रकारा व्यक्तरीत्या द्रष्टव्याः ।

अथ मूलमाह—स्वमूले धनर्णे इति स्वस्य धनस्य मूले धनर्णे स्याताम् धनस्यैव-वर्गस्य ऋणमपि मूलं भवतीत्यर्थः ।

अथात्रविशेषमाह—

न मूलं क्षयस्यास्तीति । अत्र हेतुं दर्शयति तस्याकृतित्वादिति, वर्गस्य मूलं लभ्यते ऋणाङ्कस्तु न वर्गः कथमतस्तस्य मूलं स्यादिति ।

अत्रोपपत्तिः—

समयोर्द्वयोर्घातस्य वर्गत्वाभिधानाद्धनयोर्घातस्य ऋणयोर्घातस्य च धनत्वाद्वर्ग-स्य सर्वदा धनत्वमतस्तमूलं धनमृणं वा संभवति ।

एवं क्षयाङ्कस्य वर्गत्वमेव नास्ति स्वर्णघातस्य क्षयत्वात्समद्विघातः कृतिरिति लक्षणाप्रसक्तेः ॥

विमला—धनात्मक या ऋणात्मक राशि का वर्ग धनात्मक होता है ।

किन्तु धनात्मक राशि का वर्ग मूल धनात्मक या ऋणात्मक होता है । ऋण राशि का वर्ग मूल नहीं होता, क्योंकि वह ऋणात्मक राशि अवर्गात्मक है ।

नवीनोपपत्तिः—

समयोर्द्वयोः संख्ययोर्घातः कृतिर्भवतीति विदितमेव पाटीगणितविदाम् । अथ स्वयोरस्वयोर्घातफलस्य धनात्मकत्वात्स्वर्णयोः कृतिः स्वमिति युक्तमेव,

तस्माच्च धनात्मकवर्गराशेर्मूलमृणं धनं वा भवितुं युज्यते ।अतः स्वमूले धनर्णे भवत इत्युपपन्नम् ।

तथा क्षयात्मकस्य कस्यचिद्राशेर्मूलं न भवति, यतः स कस्यचिदङ्कस्य वर्ग एव नास्ति । तद्यथा क्षयात्मको राशिः = − या^{२}, अस्य मूलं ग्रहीतुमिष्टमस्ति, मूलमस्य तदैव यदा कयोश्चित्तुल्याङ्कयोर्घातो भवेत् , तदेव तु न पश्यामि ।

यतः − या^{२} = − या × या,

अतोऽतुल्यसंख्ययोर्घातत्वादवर्गात्मकत्वं सिद्धम् ।

अतो न मूलं क्षयस्यास्ति तस्याकृतित्वादित्युपपन्नम् ।

वर्गोदाहरणम्—

धनस्य रूपत्रितयस्य वर्गं क्षयस्य च ब्रूहि सखे ममाशु ।

न्यासः—रू ३ रू । ३̇ । जातौ वर्गौ रू ९ । रू ९ ।

सु०—अथ वर्गोदाहरणद्वयमुपजातिकापूर्वार्द्धेनाह—
धनस्येति । स्पष्टम् ।
न्यासः ३ अस्य वर्गः स्वं धनमिति ९ ।
न्यासः ३̇ अस्य वर्गो धनमेव ९ ।
कृतिः स्वर्णयोः स्वमित्युक्तत्वात् ।

विमला—हे सखे धन तीन और ऋण तीन का वर्ग शीघ्र बताओ ।

उदाहरण—

रू ३, इस का वर्ग = ३ × ३ = ३² = ९ ।
रू ३̇ इस का वर्ग = —३ × —३ = —३² = ९ ॥

मूलोदाहरणम्—

धनात्मकानामधनात्मकानां मूलं नवानां च पृथग्वदाशु ॥ ४ ॥

न्यासः—रू ९ मूलं रू ३ वा रू ३̇ ।

,, रू ९̇ एषामवर्गत्वान्मूलं नास्ति ।

इति वर्गमूले ।

इति धनर्णषड्विधम् ।

सु०—अथोत्तरार्द्धेन मूलस्योदाहरणद्वयमाह—
धनात्मकानामिति । स्पष्टम् ।
न्यासः ९ अस्य मूलं ३, वा ३̇ स्वमूले धनर्णे इत्युक्तत्वात् ।
द्वितीये न्यासः ९̇ एषामवर्गत्वान्मूलं नास्तीति धनर्णवर्गमूले ॥
त्रिस्कन्धसिन्धुपरपारगमैथिलार्यश्रीशम्भुनाथगणकात्मजनिर्मितेऽस्मिन् ।
बीजक्रियाविवरणे परिपूर्तिमागात्स्वर्णोत्थषड्विधविधिर्वरवासनाढ्यः ॥ १ ॥

इति धनर्णषड्विधम् ॥

विमला—धन नव, ऋण नव का अलग २ शीघ्र मूल बताओ

उदाहरण—

रू ९ इस का मूल = $\sqrt{९}$ = ३ ।
तथा रू ९ इस का मूल = $\sqrt{९}$ = —३ यह भी होता है ।
रू ९̇ इस का मूल नहीं निकल सकता, क्योंकि यह अवर्गात्मक राशि है ॥

इति धनर्णवर्गमूले समाप्ते ।

इति "विमला" टीकायां धनर्णषड्विधं समाप्तम् ॥

खसंकलनव्यवकलने करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

खयोगे वियोगे धनर्णं तथैव च्युतं शून्यतस्तद्विपर्यासमेति ।

सु०—अथ शून्यस्य सङ्कलनव्यवकलने भुजङ्गप्रयातार्द्धेनाह—

खयोगे वियोग इति। रूपस्य यावत्तावदादिवर्णस्य करण्या वा शून्येन सह योगे वियोगे वा कर्त्तव्ये रूपादिकं धनमृणं तथैव भवेत्, योगवियोगकृतः न कश्चिद्विशेष इत्यर्थः।

अत्र खयोगो द्विविधः खेन योगो रूपादेः खयोग इत्येकः, खस्य योगो रूपादिना खयोग इति द्वितीयः।

एवं वियोगोऽपि द्विविधः खेन वियोग इत्येकः, खाद्वियोग इति द्वितीयः,

तत्र द्विविधेऽपि खयोगे पूर्वस्मिन्खवियोगे च रूपादिकं धनमृणं वा यथास्थितमेव।

खाद्वियोगे विशेषमाह—

च्युतमिति। धनमृणं वा रूपादिकं शून्यतः शोधितं सत् विपर्यासं वैपरीत्यं प्राप्नोति, धनं शून्यतश्च्युतमृणं मृणं चेद्धनं भवतीत्यर्थः।

अत्रोपपत्तिः—

योज्ययोजकयोर्मध्ये योजकसंख्यायां यावानपचयस्तावानेव योगजफले ह्रास इति योजकतुल्ये योजकापचये योगजफलेऽपि योजकतुल्यह्रासः, तथा सति योज्यतुल्यमेव योगजफलं स्यादिति खेन योगेऽविकृतो राशिः,

एवं योज्यापचयवशादपि संकलनफलापचयाद्योज्यतुल्ये योज्यापचये संकलनफलेऽपि तावन्मितो ह्रास इति योजकसंख्यातुल्यमेव योगफलं स्यादिति खस्य योगेऽप्य विकृतो राशिः।

एवमुपचयापचयवशेन शून्ययोस्संकलनफलं शून्यमेव, अथ वियोज्यसंख्यायां वियोजकसंख्यातुल्येऽपचये व्यवकलनफलं भवति, तत्र वियोजकसंख्ययां यावान् ह्रासस्तावत्येव वृद्धिर्व्यवकलनफले भवति इति वियोजकतुल्ये वियोजकापचये सति व्यवकलनफले वियोजकतुल्यवृद्धिरिति वियोज्यसंख्यातुल्यं व्यवकलनफलं स्यात्।

अतः खेन वियोगेऽविकृतो राशिः, अथ वियोज्ये यथा यथाऽपचयो भवति तथा तथा व्यवकलनफलेऽपि ह्रासोऽस्तीति प्रसिद्धम्।

यथा वियोज्यः ५ वियोजकः ३, अन्तरफलं २,

अथ वियोज्यः ४ अन्तरफलं १, वियोज्यः ३ अन्तरफलं ०,

अथ वियोज्यः २ उक्तवदन्तरफलं १̇,

अथ वियोज्यः १ अन्तरफलं २̇,

अथ वियोज्यः ० अन्तरफलं ३̇।

अत उक्तं च्युतं शून्यतस्तद्विपर्यासमेतीति। एवंयोज्ययोजकयोस्तथा वियोज्यवियोजकयोश्च धनत्वकल्पने या युक्तिस्सैव द्वयोर्ऋणत्वेपि द्रष्टव्या।

एकस्य धनत्वे चान्यस्य ऋणत्वेऽप्युपचयापचययोरन्यथात्वेनोपपत्तिर्द्रष्टव्येति।

विमला०—शून्य को किसी राशि में जोड़ने से, शून्य में किसी राशि को

जोड़ने से या शून्यको किसी राशि में घटाने से धन ऋण का वैपरीत्य नहीं होता, किन्तु यथा स्थित रहता है।

अगर शून्य में कोई राशि घटाया जाय तो धन ऋण का वैपरीत्य हो जाता है। अर्थात् घटाने वाली राशि धन रहे तो ऋण, ऋण रहे तो धन हो जाती है।

नवीनोपपत्तिः—

राश्योः संकलने योज्ययोजकसंज्ञकौ द्वौ राशी भवत इति सुप्रसिद्धमेव। तयोरेकस्य कस्यचिद्यथा यथा मानमल्पत्वमेति तथा तथा योगजफलस्याप्यल्पत्वं मानं गच्छेत्। तस्मात्तयोरेकस्य शून्यसमेऽन्यराशिसमानमेव योगजफलमित्यति स्फुटम्।

तत्र (योगजफले) धनर्णस्थितिरप्यन्यराश्यनुसारिण्येवात उपपन्नं "खयोगे वियोगे धनर्णं तथैवेति"।

अथ शून्यतो विशोधनेन "संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेति स्वत्वं क्षय" इत्यनेन राशौ धनर्णवैपरीत्यं स्फुटमतः "च्युतं शून्यतस्तद्विपर्य्यासमेति" इत्युपपन्नम्।

उदाहरणम्—

रूपत्रयं स्वं क्षयगं च खं च किं स्यात् खयुक्तं वद खाच्च्युतं च।

न्यासः—रू ३ रू ३̇ रू० एतानि खयुतान्यविकृतान्येव।

रू ३ रू ३̇ रू० एतानि खाच्च्युतानि रू ३̇ रू ३ रू०।

इति खसंकलनव्यवकलने॥

सु०—अत्रोदाहरणमिन्द्रवज्रापूर्वार्द्धेनाह—

रूपत्रयमिति। धनं रूपत्रयं ऋणं रूपत्रयं खं च एतत्त्रयमपि पृथक् पृथक् खयुक्तं स्यात् खेन युक्तं खयुक्तं खे युक्तं खयुक्तमित्युदाहरणद्वयमपिद्र ष्टव्यम्।

एवं खाच्च्युतमित्यत्रापि तृतीयापञ्चमीतत्पुरुषाभ्यामुदाहरणद्वयं द्रष्टव्यम्।

अत्र शून्यस्य धनत्वे ऋणत्वे वा न कश्चिद्विशेष इति धनर्णत्वं नोद्दिष्टम्।

न्यासः ३,३̇,० एतानि खेन युक्तानि हीनानि चाविकृतान्येव।

अथ पुनर्न्यासः ३,३̇,० एतानि खाच्छोधितानि ३̇,३,०।

शून्यस्य विपर्यासे न कश्चिद्विशेष इति स न कृतः, वस्तुतस्तु खस्य धनर्णत्वं नास्त्येव अभावत्वादिति।

विमला०—धन तीन, ऋण तीन, शून्य इन तीनों राशियों में शून्य को जोड़ ने से, इन्हीं को शून्य में जोड़ने से या शून्य में इन को घटाने से बताओ क्या फल होगा?

उदाहरण—

रू ३ को रू० में जोड़ने से योग फल = ३ + ० = ३,

रू ३̇ को रू० में जोड़ने से योग फल = −३ + ० = −३,

रू ० को रू० में जोड़ने से योग फल = ० + ० = ०,

रू ० को रू३ में जोड़ने से योग फल = ० + ३ = ३,
रू ० को रू३̇ में जोड़ने से योग फल = ० + (−३) = −३,
रू ३ में रू ० को घटाने से वियोग फल = ३ − ० = ३,
रू ३̇ में रू ० को घटाने से वियोग फल = −३ − ० = −३,
रू ० में रू ० को घटाने से वियोग फल = ० − ० = ०,
रू ० में रू ३ को घटाने से वियोग फल = ० − (३) = −३,
रू ० में रू ३̇ को घटाने से वियोग फल = ० − (−३) = ३,

इति शून्यसंकलनव्यवकलने समाप्ते ॥

खगुणादिषु करणसूत्रं वृत्तार्धम्--
वधादौ वियत् खस्य खं खेन घाते
खहारो भवेत् खेन भक्तश्च राशिः ॥ ३ ॥

सु०—अथ खगुणनादिकं भुजङ्गप्रयातोत्तरार्द्धेनाह--

वधादाविति । यथा पूर्वं खयोगवियोगयोर्द्वैविध्यमुक्तं तथा खगुणनभजनयोरपि द्वैविध्यम् ।
खस्येति खेनेति च वर्गादिषु तु खस्येत्येक एव प्रकारः संभवति वर्गादिकरणे द्वितीय संख्यानपेक्षणात् , तत्र खस्येति प्रकारेणाहवधादौ वियत्खस्येति । खस्य शून्यस्य वधादौ गुणनभजनवर्गतन्मूलादिकर्त्तव्येषु वियत्स्यात् , गुणनफलादिकं शून्यं स्यादित्यर्थः ।

खेनेति गुणनप्रकारे फलमाह--

खं खेन घात इति खेन शून्येन घाते कस्यचिदङ्कस्य गुणनफलं खं स्यात् अत्र शून्याभ्यासवशात्खतामुपगतो राशिः पुनः खोद्धृतोप्यावृत्ति पुनरेव तन्मयतया न प्राक्तनीं गच्छति ।

आत्माभ्यासवशादनन्यममलं चिद्रूपमानन्ददं प्राप्यब्रह्मपदं न संसृतिपथं योगी गरीयानिवेति नारायणोऽपि स्वकृतवीजे निरूपयाञ्चक्रे, अत्र खगुणश्चिन्त्यश्चशेषविधावित्यादिपाटीस्थो विशेषो द्रष्टव्यः, अन्यथा "त्रिभज्यकोन्मण्डलशङ्कुघातात्चरज्यया-याप्तं खलु यष्टिसंज्ञ"मित्यानयने गोलसन्धौ यष्ट्यभावापत्तिर्वा त्रिज्यातुल्यत्वशंका प्रसज्येत् , तत्र तु गोलरीत्या लम्बज्यातुल्ययष्टिदर्शनादेवमन्यानयनेऽपि ।

खेनेति भजनप्रकारे फलमाह--

खहारो भवेत्खेनभक्तश्चराशिरिति-खेन भक्तो राशिः खहारो भवेत् खं हारो यस्येति खहारः अनन्त इत्यर्थः ।

अत्रोपपत्तिः—

अङ्कसंख्याया अभावे तत्स्थानपूरणार्थमभावद्योतकः शून्यसंज्ञको लिपिविशेषो निवेश्यते प्रकृते गुणको ह्यावर्त्तको गुण्यस्य गुणकतुल्यावर्त्तनाद् गुणनफलं भवतीति,

गुण्यस्यापवर्त्तनीयस्याभावाद्गुणनफलस्याप्यभाव इति गुणकस्थानगतानां शून्यानां योगो वा गुणनफलं शून्यमेवसिद्धम् ।

एवंभागहारे त्रयं शून्यभक्तं $= \frac{3}{0}$, तत्र हारस्यात्यन्तमल्पत्वाल्लब्धेराधिक्यं तेन लब्धेरनन्तत्वं कथ्यते इति सर्वमुपपन्नम् ।

एवं शून्ययोर्घातस्य सुतरां शून्यत्वाच्छून्यवर्गः शून्यमितस्तन्मूलमपिशून्यमिति-सुगम् ॥ ३ ॥

विमला०--शून्य का योग अन्तर पहले कह चुके है, अब गुणन, भजन, वर्ग, वर्गमूल, घन और घनमूल जानने का प्रकार–

शून्य को किसी राशि से गुणने से या शून्य से किसी राशि को गुणने से गुणन फल शून्य होता है ।

शून्य में किसी राशि का भाग देने से लब्धि शून्य मिलती है । किन्तु शून्य से किसी राशि में भाग देने से खहर (शून्य छेद वाली) राशि हो जाती है । उस का मान अनन्त के बराबर होता है ।

नवीनोपपत्तिः—

गुण्यगुणकयोरेकतरस्य यथा यथा ह्रासस्तथा तथा गुणनफलस्यापि ह्रासो भवतीति प्रत्यक्षमेव गणितविदाम् । तत्र गुण्यगुणकयोरेकतरस्य परमाल्पत्वे (शून्य समत्वे) गुणनफलस्यापि परमाल्पत्वं (शून्यसमत्वं) स्यादेवेत्युपपन्नं "खं खेन घाते" इति ।

अथ चेत्तत्र गुण्यगुणकयोर्द्वयोरत्यल्पत्वे (शून्यसमत्वे) गुणनफलमत्यल्पं नियतमेव स्यादतः "वधादौ वियत्खस्य" इत्युपपन्नम् ।

भाज्यभाजकयोर्मध्ये यथा यथा भाजकस्याल्पत्वं तथा तथा फले आधिक्यमिति स्फुटम् । चेत्तत्र परमाल्पं (शून्यसमं) भाजकं कल्प्यते तदा फलस्यानन्त्यं स्यादेव । अनन्तोऽयं राशिः खहर इत्याचार्य्येण कल्पित इत्युपपन्नं "खहारो भवेत्खेन भक्तश्चराशिः" इति ॥ ३ ॥

उदाहरणम्—

द्विघ्नं त्रिहृत् खं खहृतं त्रयं च शून्यस्य वर्गं वद मे पदं च ॥ ४ ॥

न्यास—गुण्यः रू०, गुणकः रू२, गुणिते जातम् रू० ।

,, भाज्यः रू०, भाजकः रू३, भक्ते ,, रू० ।

,, ,, रू३, भाजकः रू०, ,, ,, रू $\frac{3}{0}$ ।

अयमनन्तो $\frac{3}{0}$ राशिः खहर इत्युच्यते ।

सु०—द्विघ्नमिति । अत्र द्वाभ्यां हन्यते तद्विघ्नमिति व्युत्पत्या शून्ये गुण्ये द्वौ हन्तीति व्युत्पत्या शून्ये गुणके च पृथगुदाहरणं द्रष्टव्यम् ।

खं त्रिहृत् किं स्यात्, त्रयमपि खहृतं किं स्यादिति, शून्यस्य वर्गं पदञ्चेति वदेति

उदाहरणम्—

न्यासः गुणकः२ गुण्यः० गुणनफलं वधादौ वियत् खस्येति जातं०,

द्वितीयस्य न्यासः गुणकः० गुण्यः२ खं खेन घात इति जातं०,

अथ भागहारे प्रथमोदाहरणे--

न्यासः भाजकः ३भाज्यः० भजनफलं०,

द्वितीये न्यासः भाजकः० भाज्यः३ खहारो भवेत्खेन भक्तश्च राशिरिति जातः खहारः $\frac{3}{0}$

ननु यो राशिर्येन ह्रियते स तद्धारो भवतीति राशेः खेन हरणे खहारो भवेदिति स्पष्टमेवास्ति, किंतु खेन राशौ हृते का लब्धिरिति प्रश्नस्य किमुत्तरमित्यत आह,

अयमनन्तो राशिः खहार उच्यते इति लब्धिरनन्तेत्युत्तरमिति भावः ॥ ५ ॥

विमला०--शून्य को दो से या दो को शून्य से गुणने से गुणन फल क्या होगा? एवं शून्य में तीन का भाग देने से या तीन में शून्य का भाग देने से लब्धि क्या मिलेगी?

तथा शून्य का वर्ग वर्गमूल, घन, और घनमूल क्या होगा?

उदाहरण—

रू ० को रू२ से गुणने से गुणन फल $= 0 \times 2 = 0$,

रू २ को रू० से गुणने से गुणन फल $= 2 \times 0 = 0$,

रू ० में रू३ का भाग देने से फल $= \frac{0}{3} = 0$,

रू ३ में रू० का भाग देने से फल $= \frac{3}{0}$,

यही अनन्त राशि खहर राशि कहलाती है ॥ ५ ॥

इति शून्यगुणनादिः समाप्तः ॥

अस्मिन् विकारः खहरे न राशावपि प्रविष्टेष्वपि निःसृतेषु।
बहुष्वपि स्याल्लयसृष्टिकालेऽनन्तेऽच्युते भूतगणेषु यद्वत् ॥ ५ ॥

न्यासः—रू० अस्य वर्गः रू०, मूलम् रू०। एवं खघनादि।

इति खषड्विधम् ॥

सु०—अथात्र खहरराशेरविकारिताहृष्टान्तप्रसङ्गेन श्रीभगवन्तमनन्तं स्तौति--

अस्मिनिति। उपजातिकेयम्, प्रलयकाले श्रीभगवत्यनन्तेऽच्युति बहुष्वपि भूतगणेषु प्रविष्टेषु लीनेषु अपि वा निःसृतेषु पृथग्भूतेषु सत्सु यद्वद्विकारो नास्ति स्थूलत्वं लघुत्वञ्च नेत्यर्थः, तथाऽस्मिन् खहरे राशावपि बहुष्वपि राशिषु प्रविष्टेषु निःसृतेषु वा विकारो नास्तीति,

यथा राशिः खहरः $\frac{3}{0}$ अस्य पञ्च मितस्य समच्छेदौ $\frac{\cdot}{\cdot}$, $\frac{15}{0}$, योगः $\frac{15}{0}$ अन्तरं वा $\frac{15}{0}$; अत्रोभयत्र लब्धेरनन्ततैव खहरत्वात् स्वरूपतो विकारेऽपि फले विकाराभा-

वात् यथा भगवतो नृसिंहरामाद्यवतारभेदेऽपि सर्वेषां मोक्षदातृत्वात्फलेविकारो नेति वर्णयन्ति ।

अथ शून्यस्य वर्गः वर्गमूलं एवं घनादिष्वपि शून्यतैव ॥ ४ ॥

त्रिस्कन्धसिन्धुपरपारगमैथिलार्यश्रीशम्भुनाथगणकात्मजनिर्म्मितेऽस्मिन् ।
बीजक्रियाविवरणे परिपूर्त्तिमागाच्छून्योत्थषड्विधविधिर्वरवासनाढ्यः ।

इति खषड्विधम् ॥

विमला०—पूर्वानीत इस खहर राशि में किसी राशि को जोड़ने से या घटाने से कुछ विकार नहीं होता है। जिस तरह प्रलय काल में भगवान् परमेश्वर के शरीर में अनेक जीव प्रविष्ट होते हैं, और सृष्टि काल में उन के शरीर से अनेक जीव निकलते हैं, तथापि उस परब्रह्म परमेश्वर के शरीर में कुछ भी विकार नहीं होता, अर्थात् ज्यों के त्यों रहते हैं। उसी तरह यह खहर राशि भी है।

शङ्का—

इस खहर राशि में कोई भिन्नाङ्क या अन्य खहर राशि को जोड़ देने से खहरत्व नष्ट नहीं होता, किन्तु अंश में तो कुछ विकार आही जाता है,

जैसे कल्पना किया कि $\frac{४}{०}$ यह एक राशि है। इस में $\frac{१}{२}$ जोड़ना है तो "अन्योन्यहाराभिहतौ हरांशौ राश्योः समच्छेदविधानमेवम्" इस सूत्र से समच्छेद कर के $\frac{८}{०}$, $\frac{०}{०}$ योग कियातो $\frac{८}{०}$ हुआ। एवं $\frac{४}{०}$ में अन्य खहर राशि $\frac{३}{०}$ को जोड़ा तो योग फल $= \frac{४}{०} + \frac{३}{०} = \frac{७}{०}$, यह हुआ। दोनों योग फल के अंश में विकार आगया। इसी तरह अन्तर करने से भी विकार आवेगा।

इस का समाधान यह है कि जिस तरह भगवान् परमेश्वर के अवतारों के भेद होने से चर्म चक्षु के द्वारा अनेकत्व भान होते हैं, किन्तु जगन्नियतत्त्व अभीष्टदातृत्व शक्ति के बराबर रहने से एक ही होते हैं। उसी तरह इस खहर राशि के अंश में विकार होने पर भी अनन्तत्व सब में बराबर होने के कारण अविकृत ही समझना चाहिए।

इस विषय पर "पाटी सार" में मुनीश्वर का वचन—

ननु यो येन भक्तोऽसौ तद्धरः स्यादतो न सत् ।
खभक्त इति पृच्छाया उत्तरं खहरात्मकम् ॥
तस्मात्खभक्तराशेः किं फलं प्रश्नार्थगोचरम् ।
अस्योत्तरं खहारोऽयमनन्तफल उच्यते ॥

भाज्याद्धरापचयकेन फलस्य वृद्धिरस्मात्परापचितखात्महरेण भक्तात् ।
लब्धं परोपचय एतदनन्तसंख्यामारोहतीति नियमे परता न चास्ति ॥
श्रीभास्करार्येण कृतेऽत्र बीजे खहारराशौ परमेशसाम्यात् ।
उक्तं यतोऽङ्केन वियोजितोऽयं संयोजितश्चाविकृतोऽस्ति नित्यम् ॥
अस्मिन्विकारः खहरोऽस्ति राशौ भिन्नाङ्कयोगे त्वथ भिन्नहीने ।

योगोन्तरं तुल्यहरत्वपूर्वं कार्यं ततः केचिदिदं वदन्ति ॥
तन्नैव युक्तं गुणनेन जातो विकारको नैव युतेर्वियोगात् ।
यतः समच्छेदतया वियोगयोगाङ्गता तद् गुणनस्य सिद्धा ॥
विकारेऽपि नानन्तलब्धेर्विकारो यतस्तुल्यलब्धं द्वयोर्नाधिकोनम् ।
यतश्चोदयेऽनेकराशित्रयज्या वशाच्छून्यहारप्रभेदेऽपि भैक्यम् ॥
एवं पितृव्याः प्रवदन्ति बीज-नवाङ्कुरे ते खहराः समानाः ।
फलेन सिद्धान्तजवासनाभिर्युक्ता यतस्तत्खलु युक्तियुक्तम् ॥
एवं त्वभिन्नत्रयमौर्विकोत्था अनेकशङ्कुप्रविकल्पितेन ।
तत्रोदयास्ते खहराः प्रभिन्नास्तल्लब्धिसाम्यं गणकैरमान्यम ॥
शङ्कुप्रभेदोद्भवभाः प्रभिन्नाः सिद्धान्तयुक्ता कथमन्यथा भाः ।
तद्भिन्नकालेऽपि समाः कुतो न त्वन्ते खहारास्तु फलैर्न तुल्याः ॥
तस्मात्फलोनाधिकशून्यहारे-ष्वानन्त्यरूपेण फलप्रसाम्यम् ।
युक्तं समाभाति सुवासनाढ्य संख्यागतं नैव फलं यतोऽत्र ॥ ४ ॥

इति "विमला" टीकायां खषड्विधं समाप्तम् ॥

अथाव्यक्तकल्पना--

यावत्तावत् कालको नीलकोऽन्यो
वर्णः पीतो लोहितश्चैतदाद्याः ।
अव्यक्तानां कल्पिता मानसंज्ञा—
स्तत्संख्यानं कर्तुमाचार्यवर्यैः ॥५॥

सु०—अथाव्यक्तषड्विधत्वं निरुपयति । तत्र द्वित्र्यादिकानां राशीनामव्यक्तत्वे संजाते भेदमन्तरेणतत्सङ्करः स्यादतस्तन्निरासार्थमव्यक्तसंज्ञाशालिन्याह--

यावत्तावदिति । यावत्तावदित्येकन्नाम१, कालकः२, नीलकः३, पीतकः४, लोहितकः५, हरितकश्वेतकचित्रकादयोऽनेकवर्णसमीकरणपठिता वर्णा अव्यक्ता-नामज्ञातराशीनां मानसंज्ञा आचार्यवर्यैः कल्पिताः ।

नामकल्पने प्रयोजनमाह—तत्संख्यानं कर्तुमिति तेषामज्ञातराशिनां संख्यानं गणनां कर्तुं साधयित्तुं ज्ञातुमिति यावत् ॥ ५ ॥

विमला०—प्राचीन आचार्योंने अज्ञात राशियों के मानों का अलग २ बोध तथा गणना के लिये संज्ञा की है । यावत्तावत् , कालक, नीलक, पीतक, लोहितक आदि यहां इन के स्थानों में "नामैकदेशेन नाम ग्रहणं" इस न्याय से लाघव के लिये या, का, नी, पी, लो आदि से गणित करते हैं ॥ ५ ॥

यहां नारायण अपने बीज में—

यावत्तावत्कालकनीलकपीताश्च लोहितो हरितः ।
श्वेतकचित्रककपिलकपाटलकाः पाण्डुधूम्रशवलाश्च ॥
श्यामलकमेचकधवलकपिशङ्गशारङ्गबभ्रगौराद्याः ॥ इति ॥

अव्यक्तसंकलनव्यवकलने करणसूत्रं वृत्तार्धम्—

योगोऽन्तरं तेषु समानजात्योर्विभिन्नजात्योश्च पृथक् स्थितिश्च।

सु०—अव्यक्तसंज्ञामभिधाय तत्संकलनव्यवकलने उपजातिकापूर्वार्द्धेनाह—

तेषु वर्णेषु मध्ये रूपेष्वित्यपि द्रष्टव्यं, समानजात्योः समाना एका जातिर्ययोस्तौ तथा तयोः समानजात्योः पूर्वोक्तो योगोऽन्तरं वा स्यात्।

अत्र स्यादिति पदमुत्तरदलस्थमन्वेति देहलीदीपन्यायेन पृथक् स्थितिः स्यादिति वा पाठः, समानजात्योरित्युपलक्षणं समानजातीनामित्यपि द्रष्टव्यं, विभिन्नजातिर्ययोस्तयोर्योगान्तरे क्रियमाणे पृथक् स्थितिरेव स्यात्।

एतदुक्तं भवति रूपस्य रूपेण यावत्तावतो यावत्तावता कालकस्य कालकेन यावद्वर्गेण यावद्वर्गस्य यावद्घनेन यावद्घनस्य एवं कालकवर्गस्य कालकवर्गेण कालकघनस्य कालकघनेन कालकनीलकभावितस्य तद्भावितेन एवं समानजात्योर्योगेऽन्तरे वा कर्तव्ये योगोऽन्तरं वा उक्तवद्भवति रूपस्य यावत्तावता कालकादिभिर्वा, एवं विभिन्नजात्योर्योगेऽन्तरे वा कर्तव्ये पृथक् स्थितिरेव, अत्रैकपंक्ताविति द्रष्टव्यं अन्यथा योगान्तरज्ञापकाभावादिति।

अत्रोपपत्तिः—

व्यक्ते प्रसिद्धैव अन्यथा समच्छेदविधानपूर्वकं योगान्तरकथनं न स्यात् किञ्च विभिन्नजात्योर्योगान्तरे किमात्मको राशिरित्यादि द्रष्टव्यम्॥

विमला—यावत्तावत् आदि अव्यक्त राशियों के जोड़ने और घटाने का प्रकार—

अज्ञात राशियों के योग करने के लिये जो यावत्तावत् आदि वर्ण कल्पना किये हैं, उन में सजातीय वर्णों का योग और अन्तर होता है, विजातीय वर्णों का नहीं,

अर्थात् यावत्तावत् के साथ यावत्तावत् का, कालक के साथ कालक का, नीलक के साथ नीलक का इत्यादि का योग और अन्तर होता है,

किन्तु यावत्तावत् के साथ कालक, नीलक आदि का, कालक के साथ यावत्तावत् नीलक आदि का, नीलक के साथ यावत्तावत्, कालक, पीतक आदि का योग और अन्तर नहीं होता एवं वर्ग, घन आदि का भी योग और अन्तर करना चाहिए।

जैसे वर्ग के साथ वर्ग का, घन के साथ घन इत्यादि का योग और अन्तर करना चाहिए। यतः इन्हीं राशियों में परस्पर सजातीयता है।

अर्थात् यावत्तावत् के साथ यावत्तावत् की, कालक के साथ कालक की, नीलक के साथ नीलक इत्यादि की तथा वर्ग के साथ वर्ग की घन के साथ घन इत्यादि की सजातीयता होती है। एवं रूप के साथ रूप की सजातीयता होती है।

राशियों के द्योतक विजातीय वर्ण हो तो उस को अलग अलग रखना चाहिए। अर्थात् यावत्तावत् के साथ कालक, कालक वर्ग, घन आदि का योग अन्तर करना हो तो अलग २ रखना चाहिये जैसे या + का, इत्यादि।

नवीनोपपत्तिः—

प्राचीनोपपत्तिरेवात्र विलोकनीया ॥

उदाहरणम्—

स्वमव्यक्तमेकं सखे सैकरूपं धनाव्यक्तयुग्मं विरूपाष्टकं च ।
युतौ पक्षयोरेतयोः किं धनर्णे विपर्यस्य चैक्ये भवेत् किं वदाशु॥८॥

न्यासः—या १ रू १ । या २ रू ८̇ । अनयोर्योगे जातम् या ३ रू ७̇।

आद्यपक्षस्य धनर्णव्यत्यासे—

न्यासः—या १̇ रू १̇ । या २ रू ८̇ । योगेऽनयोर्जातम् या १ रू ९̇ ।

द्वितीयस्य व्यत्यासे—

न्यासः । या १ रू १ । या २̇ रू ८ । योगे जातम् या १̇ रू ९ ।

उभयोर्व्यत्यासे—

न्यासः—या १̇ रू १̇ । या २̇ रू ८ । योगे जातम् या ३̇ रू७ ।

सु०—अत्रोदाहरणानि भुजङ्गप्रयातेनाह--

स्वमव्यक्तमेकं सखे सैकरूपमिति । एकरूपसहितमेकं धनमव्यक्तमित्येकः पक्षः, रूपाष्टकरहितं धनमव्यक्तयुग्ममिति द्वितीयः, एतयोः पक्षयोर्युतौ किं फलं स्यात् ।

अथ च पक्षयोर्द्धनर्णे विपर्यस्य ऐक्ये किं फलं स्यादिति वद ।

उदाहरणम्—

न्यासः या१ रू१, या२ रू ८̇,
अनयोर्योगे जातं या ३रू ७̇,
आद्यपक्षस्य धनर्णव्यत्यासे न्यासः--
या१̇ रू१̇, या २ रू ८̇,
अनयोर्योगे जातं या १ रू ९̇,
द्वितीयपक्षस्य व्यत्यासे न्यासः--
या १ रू १, या २̇ रू ८,
अनयोर्योगे जातं या १̇रू ९,
उभयपक्षस्य व्यत्यासे न्यासः--
या १̇रू१̇, या २̇ रू ८, योगे जातं या ३̇ रू ७,
एवं द्वयोर्भिन्नजातित्वे सत्युदाहरणान्युक्तानि ॥६॥

विमला—यावत्तावत् एक रूप एक (१) और यावत्तावत् दो रूप आठ ऋण (२) इन दोनों पक्षों का योग क्या होगा ?

तथा पहिले दूसरे पक्षों में धन ऋण चिन्ह बदल दिये जायँ तो योग क्या होगा ?

उदाहरण—

या १ रू १, या २ रू ८̇ यहां प्रथम पक्ष में यावत्तावत् १ और रूप १ है

इन दोनों को विभिन्न जातीय होने के कारण योग = या १ रू १, ऐसा ही होगा ।

एवं धन यावत्तावत् दो में रूप आठ को घटाना है तो "संसोध्यमानं स्वमृण-त्वमेति" इस पूर्व प्रतिपादित सूत्र के अनुसार आठ ऋण हो गया । तथा "धनर्ण-योरन्तरमेव योगः" इस सूत्र से विभिन्नजाति होने के कारण दूसरा पक्ष = या २ रू ८̇ यह हुआ ।

अब इन दोनों पक्षों का योग करना है तो प्रथम पक्ष में यावत्तावत् १ और दूसरे पक्ष में यावत्तावत् २ है इन दोनों को एक जातीय होने के कारण यावत्ता-वत् ३ योग फल हुआ । तथा धन रूप १ और ऋण रूप ८ इन दोनों को एक जातीय होने के कारण पूर्वोक्त सूत्र से अन्तर ही योग रूप ७ ऋण हुआ,

अतः योगफल { या १ रू १
या २ रू ८̇,
या ३ रू ७̇ } वा { या १ + १
या २ — ८
या ३ — ७ } हुआ ।

प्रथम पक्ष के धन चिह्न को बदल कर दोनों पक्षों का--

योगफल { या १̇ रू १̇
या २ रू ८̇,
या १ रू ९̇ } वा { — या १ — १
या २ — ८
या १ — ९ } हुआ

द्वितीय पक्ष के धन ऋण चिह्न को बदल कर दोनों पक्षों का--

योगफल { या १ रू १
या २̇ रू ८,
या १ रू ९ } वा { या १ + १
— या २ + ८
— या १ + ९ } हुआ

दोनों पक्षों का धन ऋण चिह्न बदल देने से ।

योग फल — { या १̇ रू १̇
या २̇ रू ८,
या ३̇ रू ७ } अथवा { — या १ — १
— या २ + ८
— या ३ + ७ } हुआ ॥ ६ ॥

अन्यदुदाहरणम्—

धनाव्यक्तवर्गत्रयं सत्रिरूपं क्षयाव्यक्तयुग्मेन युक्तं च किं स्यात् ।

न्यासः—याव ३ रू ३ । या २̇, योगे जातम् याव ३ या २̇ रू ३ ॥

सु०—अथ त्रयाणां वैजात्ये सत्युदाहरणं भुजङ्गप्रयातपूर्वार्द्धेनाह--

त्रिभी रूपैः सहितं धनमव्यक्तवर्गत्रयं क्षयाव्यक्तयुग्मेन युक्तं च किं स्यात् तच्चाशु वदेति पूर्वेणान्वयः ।

उदाहरणम्—

अत्रोक्तवजातं धनाव्यक्तवर्गत्रयं सत्रिरूपं याव ३ रू ३, अयं पक्षः,

ऋणाव्यक्तयुग्मेनानेन या २̇ योज्यः ।

एषापृथकस्थितिरेकपंक्तावेव भिन्नजातित्वात् ,

याव ३ या २̇ रू ३,

एवं कालकादिषु बोध्यम् ॥

विमला—रूप तीन से युत धन यावत्तावत् वर्ग तीन और ऋण यावत्तावत् दो इन का योग फल क्या होगा ।

उदाहरण—

इस उदाहरण में प्रथम पक्ष = याव ३ रू ३, और द्वितीय पक्ष = या२̇ है, इन दोनों पक्षों का योग करना है किन्तु यावत्तावद्वर्ग ३ और रूप ३ को यावत्तावत् ३ से विभिन्न जातीय होने के कारण योग नहीं हो सकता, अतः याव ३ या २̇ रू३ वा या२—या२ + ३ यही योग फल हुआ ॥

अन्यदुदाहरणम्—

धनाव्यक्तयुग्माद्दृणाव्यक्तषट्कं सरूपाष्टकं प्रोज्झ्य शेषं वदाशु ॥७॥

न्यासः—या २। या ६̇ रू ८̇ शोधिते जातं या ८ रू ८ ।

इत्यव्यक्तसङ्कलनव्यवकलने ॥

सु०—अथोत्तरार्द्धेन व्यवकलनोदाहरणमाह—

धनाव्यक्तयुग्मादिति । स्पष्टोर्थः ।

उदाहरणम्—

न्यासः या २, या ६̇ रू ८̇ शोधितेजातं या ८ रू ८ ॥ ७ ॥

इत्यव्यक्तसकलनव्यवकलने ॥

विमला—धन यावत्तावत् दो में से धन रूप आठ से युत ऋण यावत्तावत् छै को घटाने से शेष शीघ्र बताओ ।

उदाहरण—

इस उदाहरण में प्रथम पक्ष = या २, में द्वितीय पक्ष = या ६̇ रू८̇, को घटाना है "संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेति" इस सूत्र से यावत्तावत् ६ धन और रूप ८ ऋण हो गया तो अन्तर फल = या ८ रू ८̇,

अथवा या २—(-या ६ + ८) = या ८—८ हुआ ॥ ७ ॥

इत्यव्यक्तसंकलनव्यवकलने समाप्ते ॥

अव्यक्तादिगुणने करणसूत्रं सार्धवृत्तद्वयम्—

स्याद्रूपवर्णाभिहतौ तु वर्णो द्वित्र्यादिकानां समजातिकानाम् ॥८॥

वधे तु तद्वर्गघनादयः स्युस्तद्भावितं चासमजातिघाते ।

भागादिकं रूपवदेव शेषं व्यक्ते यदुक्तं गणिते तदत्र ॥ ९ ॥

सु०—अथ वर्णगुणनमुपजातिकोत्तरार्द्धेन उपजातिकयाचाह—

वर्णगुणनं द्विविधं संभवति रूपेण सजातीयवर्णेन वा विजातीयवर्णेन च तत्र रूपेण गुणने "स्याद्रूपवर्णाभिहतौ तु वर्णः" इति रूपवर्णाभिहतौ तु वर्णः स्यात्।

अयमर्थः रूपेण वर्णे गुणनीये वर्णेन वा रूपे गुणनीये अङ्कतस्तुगुणनफलं भवति नाम तु वर्णस्यैव,

अथ सजातीयवर्णेन गुणने समजातिकानां द्वित्र्यादिकानां वर्णानां वधे तु तद्वर्गघनादयः स्युः,

एतदुक्तं भवति यावत्तावता यावत्तावति गुणिते समजात्योर्द्वयोर्घात इति यावत्तावद्वर्गःस्यात्, स चेत्पुनर्यावत्तावता गुण्यते तदा समत्रिघातत्वाद्यावत्तावद्घनः स्यात्, अयमपि चेत्तेन गुण्यते तदा समचतुर्घातत्वाद्यावत्तावद्वर्गवर्गो भवति, असावपि तेन गुणितश्चेत् पंचघातत्वाद्यावद्वर्गघनयोर्घातः, एवं षड्घाते यावद्वर्गघनो यावद्घनवर्गो वा भवेत् ।

इत्यादिकालकादीनामपि समद्वित्र्यादिवधे कालकादिवर्गघनादयो ज्ञेयाः,

अथ विजातीयवर्णेन गुणने असमजातिघाते तद्भावितं स्यादिति विजातीयवर्णयोर्घातः तयोर्वर्णयोर्भावितं स्यात्, यथा यावत्तावता कालके गुणिते यावत्कालकभावितं भवति, कालकेन नीलके गुणिते कालकनीलकभावितं भवति, यावत्कालकभावितं यदि कालकेन गुण्यते तदा यावत्कालकवर्गभावितम्भवति इदमपि यावता गुण्यते तदा यावद्वर्गकालकवर्गभावितम्भवतीत्यादिसुधीभिरूहनीयम् ।

अत्रोपपत्तिः—

रूपतुल्यस्थानगतानां वर्णानां योगो रूपगुणितवर्णतुल्य एवेति स्याद्रूपवर्णाभिहतौ तु वर्ण इति युक्तमेव, अथवा सप्ताढकमानेनैकमानं आ१, इदं सप्तगुणितं आ७, तदेव जातं सप्ताढकमितमेवं द्वित्र्यादिकादीनां समजातिकानां वधे तु तद्वर्गघनादयः स्युरिति तु सुगममेवमसमजात्योर्घाते घातशब्दप्रथमाक्षर-लेखने सङ्करादिदोषो न स्यात् ।

यथा यावत्कालकयोर्घातः याकाघा १, एवं लेखनेऽपि न क्षतिस्तथापि पूर्वाचार्यानुरोधाद्भास्कराचार्येणापि भावितसंज्ञा कृता फलाविशेषादित्युपपन्नमुक्तम् ।

एवं गुणनमभिधायेदानीं भागादिकमाह—

भागादिकमिति । शेषं भागादिकं भाग-वर्ग-वर्गमूल-घन-घनमूलादिकं यद्व्यक्ते गणिते उक्तं तदत्र रूपवदेव ज्ञेयं, भाज्याद्धरः शुद्ध्यतीत्यादिना भजनफलं ज्ञेयं, समद्विघातः कृतिरित्यादिना वर्गो ज्ञेयः, इत्यादिभागादिकानां गुणकपूर्वकत्वाद्गुणकसंज्ञाविशेषस्य चोक्तत्वात्तत्र तु कोऽपि विशेषो वक्तव्यो नास्तीति भावः, इदमुपलक्षणम् ।

अत्रासंकरार्थं गुणनफलसंज्ञामात्रमुक्तं, अङ्कतस्तुगुणनादिकं व्यक्ते गणिते यदुक्तं तद्वदत्रापि ज्ञेयम् ॥ ७ ॥

विमला—रूप वर्ण इन दोनों का घात वर्ण होता है । इस का मतलब यह है कि रूप से वर्ण को या वर्ण से रूप को गुणने से रूप नहीं रहता किन्तु केवल वर्ण ही रहता है ।

जैसे रूप ५ से यावत्तावत् को या यावत्तावत् से रूप ५ को गुणना है तो गुणन फल = ५ × या = ५या यह हुआ ।

यावत्तावत् आदि किसी वर्ण से अपने सजातीय दो, तीन आदि वर्णों को गुणने से उस वर्ण का वर्ग, घन, चतुर्घात आदि होता है। अर्थात् यावत्तावत् से यावत्तावत् को गुणने से यावत्तावत् का वर्ग, उस को फिर यावत्तावत् से गुणने से यावत्तावत् का घन आदि होता है। विजातीय दो वर्णों का घात करने से उन का भावित होता है। अर्थात् यावत्तावत्, कालक इन दोनों विजातीय वर्णों का घात करने से यावत्तावत्कालकभावित अथवा याकाभा ऐसा स्वरूप होगा। फिर इस को यावत्तावत् से गुणा करने से यावत्तावद्वर्गकालकभावित = या२काभा ऐसा रूप होगा। पुनः कालक से गुणने से यावत्तावद्वर्गकालकवर्गभावित = या२का२भा ऐसा होगा।

अवशिष्ट विधि (भागहार, वर्ग, वर्गमूल, घन, घनमूल ये सब विधि) पाटी गणित में जिस तरह कहे गये हैं उसी तरह यहां पर भी जानना चाहिए ॥

नवीनोपपत्तिः—

गुणकाङ्कसमानपदस्थापितानां गुण्याङ्कानां संकलनमेव गुणनफलं भवतीति पूर्वत एव सिद्धम्।

अतोऽत्र यदि गुण्यः = १०य, गुणकः = ८, तदा—

१० य
१० य
१० य
१० य
१० य
१० य
१० य
१० य

गुणन फलम् = ८० य,

अत उपपन्नं स्याद्रूपवर्गाभिहतौ तु वर्ण इति।

"समद्विघातः कृतिरुच्यते" इत्यनेन "समत्रिघातश्च घनः प्रदिष्टः" इत्यनेन च "द्वित्र्यादिकानां समजातिकानां घाते तु तद्वर्गघनादयः स्युः" इति सम्यगुत्पद्यते।

यथाऽऽशयशब्दः "क्लेशकर्मविपाकाशयैरपरामृष्टः पुरुषविशेष ईश्वरः" इति सूत्रेण योगशास्त्रे वसनार्थ एव प्रसिद्धस्तथा भावितशब्दो द्वयोर्विजातीयवर्णयोर्घात-बोधकः प्राचीनैः कल्पित इत्यस्माद्भिन्ना वासना भवितुं न शक्यते काचिदिति ॥७॥

गुण्यः पृथग्गुणकखण्डसमो निवेश्य-
स्तैः खण्डकैः क्रमहतः सहितो यथोक्त्या।
अव्यक्तवर्गकरणीगुणनासु चिन्त्यो
व्यक्तोक्तखण्डगुणनाविधिरेवमत्र ॥ ८ ॥

सु०—अथ खण्डगुणनं वसन्ततिलकयाह

गुणकस्य यावन्ति खण्डानि तावत्सु स्थानेषु पृथग्गुण्यो निवेश्यः, अत्र खण्डानि संज्ञाभेदेनावगन्तव्यानि।

यथा गुणकः या३रू२,

अत्र संज्ञाद्वयाद्गुणकस्य खण्डद्वयं,

यथा वा गुणकः याव २ या ३ का ३,

अत्र संज्ञात्रयाद्गुणकस्य खण्डत्रयमित्यादि।

अथ पृथङ्निवेशिता गुणास्तैर्गुणकखण्डैः प्रथमस्थाने प्रथमखण्डेन द्वितीयस्थाने द्वितीयखण्डेन तृतीयस्थाने तृतीयखण्डेन इत्येवं क्रमेण स्याद्रूपवर्णाभिहतौ तु वर्ण इत्यादिना गुणितः सन् यथोक्त्या पूर्वोक्तप्रकारेण योगोन्तरं तेषु समानजात्योरित्यादिना योगे युतिः स्यात् क्षययोः स्वयोर्वेत्यादिना च सहितः, अत्राव्यक्तगणितेऽव्यक्तवर्गकरणीगुणनासु यथा तथा अव्यक्तगुणनासु वर्गार्थे गुणनासु करणीगुणनासु च व्यक्तोक्तखण्डगुणनाविधिरेव चिन्त्यः, एवमन्येपि गुणनप्रकारा द्रष्टव्याः॥ ८॥

विमला—अत्र "गुण्यस्त्वधोधो गुणखण्डतुल्यस्तैः खण्डकैः संगुणितो युतो वा" इस पाटीगणितोक्त खण्डगुणन विधि को स्फुट करते हैं,

जैसे—गुणक के जितने खण्ड किये जायँ उतने स्थानों में अलग २ गुण्य को स्थापन करके प्रथम स्थान में स्थापित गुण्य को प्रथम खण्ड से, द्वितीय स्थान में स्थापित गुण्य को द्वितीय खण्ड से, तृतीय स्थान में स्थापित गुण्य को तृतीय खण्ड से इत्यादि "स्याद्रूपवर्णाभिहतौ तु वर्णः" इस पूर्व कथित प्रकार से गुणा कर "योगे युतिः स्यात्क्षययोः स्वयोर्वा धनर्णयोरन्तरमेव योगः" इस तरह सबों का योग करने से गुणन फल हो जायगा।

तथा अव्यक्त, वर्ग, करणी इन सबों के गुणन में पाटीगणितोक्त खण्डगुणन विधि करना चाहिए।

नवीनोपपत्तिः—

यथात्र कल्प्यते

गुण्यः = य + क + न, गुणकः = प + ल,

गुणनफलम् = (प + ल) (य + क + न)

= प (य + क + न) + ल (य + क + न), अत उपपन्नम्॥ ८॥

उदाहरणम्—

यावत्तावत्पञ्चकं व्येकरूपं यावत्तावद्भिस्त्रिभिः सद्विरूपैः।
संगुण्य द्रागब्रूहि गुण्यं गुणं वा व्यस्तं स्वर्णं कल्पयित्वा तु विद्वन्॥८॥

न्यासः—गुण्यः या ५ रू १̇। गुणकः या̇ ३ रू २।

गुणनाज्जातं फलम् याव १५ या ७ रू २̇।

गुण्यस्य धनर्णत्वव्यत्यासे—

न्यासः—गुण्यः या̇ ५ रू १। गुणकः या ३ रू २।

गुणनाज्जातम् याव̇ १५ या̇ ७ रू २।

गुणकस्य धनर्णत्वव्यत्यासे—

न्यासः—गुण्यः या ५ रू १ । गुणकः या ३ रू २ ।

गुणनाज्जातम् याव १५ या ७ रू २ ।

द्वयोर्धनर्णत्वव्यत्यासे—

न्यासः—गुण्यः या ५ रू १ । गुणकः या ३ रू २ ।

गुणनाज्जातम् याव १५ या ७ रू २ ॥ ८ ॥

सु०—अत्रोदाहरणानि शालिन्याह—

व्येकरूपं, ऋणरूपरहितं यावत्तावत्पञ्चकं सद्विरूपैः द्विरूपसहितैर्यावत्तावद्भि-स्त्रिभिः संगुण्य गुणनफलं द्राग ब्रूहीति,

गुण्यं गुणं वा व्यस्तं स्वर्णं विपरीतधनर्णं कृत्वा तदुपरि गुणने किं स्यात् तदपि वदेत्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्र यथास्थितगुण्यगुणकयोरेकमुदाहरणं गुण्यमात्रव्यत्यासे द्वितीयं गुणकमात्र-व्यत्यासे तृतीयं च कारादुभयत्र व्यत्यासे चतुर्थमिति,

अत्र रूपोनं यावत्तावत्पञ्चकं गुण्यः = या ५ रू १,

रूपद्वययुतं यावत्तावत्त्रयं गुणकः = या ३ रू २,

गुण्यः पृथग्गुणकखण्डसमो निवेश्य इत्यादिना गुणनार्थं न्यासः

या ३ (या ५ रू १)

रू २ (या ५ रू १)

अत्र यावत्तावत्त्रयेण यावत्तावत्पञ्चके गुणितेऽङ्कतः पञ्चदश १५, अक्षरतस्तु द्वित्र्यादिकानां समजातिकानां वधे तु तद्वर्गघनादयः स्युरित्यादिना यावत्तावद्वर्गः तत्र यावत्तावतो वर्गस्य त्वाद्याक्षरोपलक्षणपूर्वकं लेखनेन सम्पन्नम् याव १५,

अथ यावत्तावत्त्रयेण क्षये रूपे गुणिते स्वर्णघाते क्षय इत्यङ्कतः ३, अक्षरतस्तु रूपवर्णाभिहतौ वर्णः स्यादिति जातो वर्ण एव या ३,

एवं प्रथमपंक्ताविति जातम्—

याव १५ या ३

अथ द्वितीयस्थाने जाताः या १० रू २

एवमुभयपंक्त्योर्न्यास—

याव १५ या ३

या १० रू २

अत्र यथोक्त्यासहित इति योगान्तरं तेषु समानजात्योरित्यादिना प्रथमपंक्तौ यावत्तावत्त्रयम् ऋणं द्वितीयपंक्तौ यावत्तावद्दशकं धनं अनयोः सजातीययोर्योगे धनर्ण-योरन्तरमेवयोग इति जातं या ७,

इतरयोर्भिन्नजातित्वात्पृथकस्थितिरेव तथाकृते जातं गुणनफलं याव १५ या ७ रू २,

अथ गुण्ये धनर्णव्यत्यासं कृत्वा द्वितीयोदाहरणे न्यासः—

या ३ (या ५ं रू १)
रू २ (या ५ं रू १)

गुणकखण्डाभ्यां गुणने जातं

याव १५ं या ३
य १०ं रु २

यथोक्त्या योगे जातं = याव १५ं या ७ं रू २।

अथ गुणके धनर्णव्यत्यासं कृत्वा तृतीयोदाहरणे न्यासः—

या ३ं (या ५ रु १ं)
रु २ं (या रू १ं),

गुणनाज्जातम्—

याव १५ं या ३
या १ं० रू २

यथोक्त्या योगे जातं = याव १५ं या ७ं रू २,

अथोभयोर्व्यत्यासे चतुर्थोदाहरणे न्यासः—

या ३ं (या ५ं रू १)
रू २ं (या ५ं रू १)

गुणिते जातम्—

याव १५ या ३ं
या १० रू २ं

योगे जातं = १५ या ७ रू ५ं ॥ ८ ॥

विमला—रूप एक से हीन यावत्तावत् पांच को रूप दो से युत यावत्तावत् तीन से गुणा कर गुणन फल क्या होगा, अथवा धन ऋण को विपरीत कल्पना कर के गुणनफल क्या होगा शीघ्र कहो।

उदाहरण—

(१) गुण्य = या ५ रू १ं = ५ या — १ ।
गुणकः = या ३ रू २ = ३ या + २
गुणनफल = (या ५ रू १ं) × (या ३ रू २) =
(५ या — १) (३या + २) =
३ या (५ या — १) + २ (५या — १) =
१५ या^{२} — ३या + १० या — २ =
१५ या^{२} + ७ या — २ ।

(२) गुण्य के धन ऋण चिह्न उलट देने से
गुण्य = या ५ं रू १ = —५या + १,

गुणक = या ३ रू २ = ३या + २,
गुणन फल = (या ३ रू २) (या ५̇ रू १) =
(३ या + २) (−५ या + १)
= ३या (−५ या + १) + २ (−५या + १) =
−१५ या² + ३ या − १० या + २ =
−१५ या² − ७ या + २ ।

(३) गुणक के धन ऋण चिह्न उलट देने से
गुण्य = या ५ रू १̇ = ५य − १,
गुणक = या ३̇ रू २̇ = −३या − २,
गुणन फल = (या ३̇ रू २̇) (या ५ रू १̇) =
(−३या − २) (५ या − १)
= −३या (५ या − १) − २ (५या − १) =
−१५ या² + ३ या − १० या + २ =
−१५ या² − ७ या + २ ।

(४) गुण्य गुणक दोनों में धन ऋण चिह्न को व्यत्यास करने से
गुण्य = या ५̇ रू १ = −५ या + १,
गुणक = या ३̇ रू २̇ = − ३या − २,
गुणन फल = (या ३̇ रू २̇) (या ५̇ रू १) =
(−३ या − २) (−५ या + १) =
−३ या (−५ या + १) − २ (−५ या + १) =
१५ या² − ३ या + १० या − २ =
१५ या² + ७ या − २ ॥ ८ ॥

भागहारे करणसूत्रं वृत्तम्—

भाज्याच्छेदः शुद्धयति प्रच्युतः सन् स्वेषु स्वेषु स्थानकेषु क्रमेण ।
यैर्यैर्वर्णैः संगुणो यैश्च रूपैर्भागाहारे लब्धयस्ताः स्युरत्र ॥ ६ ॥

सु०—अथ भागहारे करणसूत्रं शालिन्याह—

छेदो हारः स यैर्यैर्वर्णैः यैर्यैरूपैश्च गुणितः सन् भाज्यात्स्वेषु स्वेषु स्थानेषु यथास्थं समानजातिषु प्रच्युतः सन् शुद्धयति न शिष्यते ताः अत्र लब्धयः स्युः, ते वर्णास्तानि रूपाणि च लब्धयः स्युरित्यर्थः ।

अथात्र यैर्गुणितो हारो भाज्याच्छुद्धयतीतिद्रष्टव्यः ॥ ६ ॥

विमला०—यद्यपि पाटी गणित में कथित "भाज्याद्धरः शुद्धयति" इत्यादि प्रकार से यहाँ पर भी भजन विधि चल सकता है, तथापि वर्णों के भजन में कुछ अन्तर होने के कारण फिर उक्त प्रकार से भाग हार का प्रकार लिखते हैं ।

जैसे जिन २ वर्ण और रूपों से गुणित भाजक, भाज्य में घटाने से शुद्ध हो जाय वही भजन विधि में लब्धि होती हैं ।

नवीनोपपत्तिः—

भाज्यः = य, भाजकः = क, भजनाल्लब्धिः = न,

$\because$ $\frac{\text{भाज्य}}{\text{भाजक}} = \frac{\text{य}}{\text{क}} = $ न, $\therefore$ य = क·न

$\therefore$ य — क·न = ० एतेन येन गुणितो भाजको भाज्याच्छुद्ध्यति स भागहारे फलमित्युपपन्नम् ॥ ६ ॥

पूर्वंगुणन फलस्य स्वगुणच्छेदस्य प्रथमपक्षस्य भागहारार्थं—

न्यासः—भाज्यः याव १५ या ७ रू २ । भाजकः या ३ रू २ । भजनादाप्तो गुण्यः या ५ रू १ ।

द्वितीयस्य—

न्यासः—भाज्यः याव १५ या ७ रू २ । भाजकः या ३ रू २ ।

भजनेन लब्धो गुण्यः या ५ रू १ ।

तृतीयस्य—

न्यासः—भाज्यः याव १५ या ७ रू २ । हरः या ३ रू २ ।

हरणादाप्तो गुण्यः या ५ रू १ ।

चतुर्थस्य—

न्यासः—भाज्यः याव १५ या ७ रू २ । हरः या ३ रू २ ।

हृते लब्धो गुण्यः या ५ रू १ ।

इत्यव्यक्तगुणनभजने ।

उदाहरणम्—

अत्रोदाहरणार्थे पूर्वगुणनफलस्य स्वगुणच्छेदस्य न्यासः—

तत्र भाज्यः याव १५ या ७ रू २,

भाजकः या ३ रू २

अत्र भाज्ये यावद्वर्गाः सन्ति तेभ्यो यावद्वर्गाणामेव शोधनं युक्तं समानजातित्वात् , अत्र हरे तु प्रथमतो यावत्त्रयमस्ति तस्य रूपेण गुणने स्याद्रूपवर्णाभिहतौ तु वर्ण इति एष वर्ण एव स्यान्न तद्वर्गः यावता गुणनेपि समानजातिघातत्वात्,

यद्यपि यावद्वर्गो भवेत्तथाप्येकतत्त्रयमेवेति तच्छोधनेऽपि भाज्ये यावद्वर्गाणां न शुद्धिः अतो यावत्पञ्चकेन भाजके गुणिते पञ्चदश यावद्वर्गा भवेयुः,

तथा सति शुद्धिर्भवेदिति यावत्पञ्चकेन या ५ छेदोऽयं या ३ रू २, गुणितः याव १५ या १० अस्मिन्भाज्यादस्मा (याव १५ या ७ रू २) द्यथास्थानमेवापनीते जातं या ३ रू २,

यावत्पञ्चकेन गुणितच्छेदः शुद्ध इति यावत्पञ्चकं कल्पितं लब्धिः = या ५,

अथ भाज्यशेषे यावतावत्त्रयमस्ति अतो हरे रूपगुणिने तस्माच्छोधिते तस्य शुद्धिः स्यात्

परं धनरूपेण गुणने संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेतीतिद्वयोर्ऋणत्वाद्योगः स्यान्न-शुद्धिस्तस्माद्दणरूपेण गुणने शुद्धिः स्यादिति ऋणरूपेण १̇ हरोयं या ३ रू २ गुणितः या ३̇ रू २̇ भाज्यशेषादस्मात् या ३̇ रू २̇ च्युतः शुद्धयति रूपमृणं लब्धिः १̇, एवं जाता लब्धिः या ५ रू १̇,

द्वितीये न्यासः—
भाज्यः याव १५̇ या ७ रू २
भाजकः या ३ रू २,
उक्तवल्लब्धो गुण्यः या ५̇ रू १,
तृतीयस्य न्यासः —
भाज्यः याव १५̇ या ७̇ रू २,
भाजकः या ३̇ रू २̇,
उक्तवल्लब्धो गुण्यः = या ५ रू १̇
चतुर्थोदाहरणे न्यासः—
भाज्यः याव १५ या ७ रू २̇,
भाजकः = या ३̇ रू २̇,
उक्तवल्लब्धो गुण्यः = या ५̇ रू १ ॥ ६ ॥

इत्यव्यक्तगुणनभजने ।

उदाहरण—

(१) भाज्य = याव १५ या ७ रू २̇ = १५ या² + ७ या — २,

भाजक = या ३ रू २ = ३ या + २ ।

अब यहाँ पर विचार करना चाहिए कि भाज्य में पहले १५ या² है,

अतः किस संख्या से गुणने से भाजक की पहली संख्या १५ या² के समान होगा तो निश्चय हुआ कि अगर ५ या, से भाजक को गुण देने हैं तो १५ या² + १० या, इतना होता है ।

इस को भाज्य में यथा स्थान में घटाने से शेष = —या ३ — २ बचा ।

यावत्तावत् पाँच से गुणा हुआ भाजक, भाज्य में घटाया गया है, इस लिए प्रथम लब्धि = ५ या, हुई ।

पुनः शेष के प्रथम स्थान में यावत्तावत् तीन ऋण है, अतः भाजक को रूप ऋण एक से गुणने से प्रथम स्थान में यावत्तावत् तीन ऋण होगा अतः ऋण रूप एक से भाजक को गुण दिये तो — ३ या — २ हुआ,

इस को शेष में घटाने से शेष शून्य और द्वितीय लब्धि = −१,
अतः लब्धि = ५ या − १ ।

(२) दूसरा उदाहरण—

भाजक	भाज्य	लब्धि
३ या + २	− १५ या^{२} − ७ या + २	− ५ या + १
	− १५ या^{२} − १० या	
	३ या + २	
	३ या + २	
	शेष = ०	

(३) तीसरा उदाहरण—

भाजक	भाज्य	लब्धि
− या ३ + २	− १५ या^{२} + ७ या + २	५ या + १
	− १५ या^{२} + १० या	
	− ३ या + २	
	− ३ या + २	
	शेष = ०	

(४) चौथा उदाहरणम्—

भाजक	भाज्य	लब्धि
− ३ या − १	१५ या^{२} + ७ या − २	− ५ या + १
	१५ या^{२} + १० या	
	− ३ या − २	
	− ३ या − २	
	शेष = ०,	

॥ ६ ॥

इत्यव्यक्तगुणनभजने समाप्ते ।

वर्गोदाहरणम्—

रूपैः षड्भिर्वर्जितानां चतुर्णामव्यक्तानां ब्रूहि वर्गं सखे मे ।

न्यासः—या ४ रू ६, जातो वर्गः याव १६ या ४८ रू ३६ ।

सु०—अथ वर्गकरणोदाहरणं शालिन्यर्द्धेनाह—

स्पष्टोऽर्थः

उदाहरणम्—

रूपषट्कोनमव्यक्तचतुष्टयमिदं या ४ रू ६,
वर्गार्थमयमेव गुण्यो गुणकश्चेति न्यासः—

या ४ (या ४ रू ६)
रू ६ (या ४ रू ६)

स्थानद्वयेऽपि गुणने जातम्—
याव १६ या २४
या २४ रू ३६

अनयोरुक्तवद्योगो वर्ग एव याव १६, या ४८ रू ३६,

अथवा स्थाप्योन्त्यवर्गो द्विगुणान्त्यनिघ्ना इत्यादिनापि स एव वर्ग इति ॥

विमला—हे सखे ऋण रूप छै से वर्जित यावत्तावत् चार का वर्ग क्या होगा कहो ॥

उदाहरण—

या ४ रू ६̇ = ४ या — ६ इस का वर्ग करना है तो "समद्विघातः कृतिरुच्यते" इस नियम से इस को इतने ही से गुणने के लिये न्यास—

(४ या — ६) (४ या — ६) =

४य (४ या — ६) — ६ (४ या — ६) =

१६ या^{२} — २४ या — २४या + ३६ =

१६ या^{२} — ४८ या + ३६,

यही वर्ग हुआ ।

वर्गमूले करणसूत्रं वृत्तम्—

कृतिभ्य आदाय पदानि तेषां द्वयोर्द्वयोश्चाभिहतिं द्विनिघ्नीम् ।
शेषात् त्यजेद्रुपपदं गृहीत्वा चेत् सन्ति रूपाणि तथैव शेषम् ॥१०॥

सु०—अथ वर्गे दृश्ये कस्यायं वर्ग इति मूलाङ्कज्ञानार्थमुपायमुपजातिकयाह—

तेषां वर्गराशिगतानामव्यक्तानां मध्ये कृतिभ्यो वर्गेभ्यः पदानि मूलान्यादाय तेषां पदानां परस्परं द्वयोरभिहतिं द्विनिघ्नीं शेषात्त्यजेच्छोधयेत् ,

यदि शुद्धिर्भवेत्तदा तानि तस्य पदानि स्युः ।

अथ यदि वर्गराशौ रूपाणि सन्ति तर्हि रूपपदं गृहीत्वा शेषं तथैव द्वयोर्द्वयो श्चाभिहतिं द्विनिघ्नीं शेषाच्छोधयेदिति, रूपेषु सत्सु यदि रूपपदं न लभ्यते तदा स वर्गराशिर्न्नेत्यर्थः ॥ १० ॥

विमला०—अब अव्यक्त राशि के वर्गमूल निकालने का प्रकार को कहते हैं, वर्ग राशि में जितने अव्यक्त वर्गराशि हों उन सबों का पहले मूल लेकर अलग रक्खे । उन मूलराशियों में से दो दो राशियों के घात को द्विगुणित कर के शेष में घटाने से मूल होता है ।

इसी तरह वर्गराशि में वर्गात्मक रूप हों तो उन का भी मूल लेकर उक्तवत् क्रिया करनी चाहिए ।

जिस राशि में रूपात्मक खण्ड का मूल न मिले तो उस राशि को अवर्गात्मक समझना चाहिए ।

तवीनोपपत्तिः—

यथात्र कल्प्यते खण्डद्वयात्मको राशिः = (य + क),

अस्य वर्गः = य^{२} + २ यक + क^{२},

वर्गराशावस्मिन् खण्डत्रयं सम्पन्नम्। तत्र प्रथमतृतीयखण्डयोर्मूले य, क, इति गृहीत्वाऽनयोर्द्विघातः शेषादस्मात् (२ यक) विशोधनेन निःशेषो वर्गराशिर्भवत्यतो मूलमानम् = (य + क)

यदि खण्डत्रयात्मको राशिः = (य + क + न), इति कल्प्यते।

तदाऽस्य वर्गः = ($य^2$ + २ यक + २ यन + $क^2$ + २ कन + $न^2$), वर्गराशावस्मिन् षट् खण्डानि सन्ति तत्र प्रथमचतुर्थषष्ठखण्डानां मूलानि = य, क, न'

अथ द्वयोर्द्वयोरभिहतिं द्विनिघ्नीं (२ यक + २ यन × २ कन) शेषात् त्यजेदिति कृते निःशेषं भवत्यतो मूलम् =

(य + क + न), इति।

एवं खण्डचतुष्टयात्मकानां राशिनाम्पि मूलं ग्राह्यम्।

प्रागेव मूलग्रहणादेकमवश्यमवगन्तव्यं यत्कृतिभ्यः पदानि तथा ग्रहेतव्यानि यथा शेषाद् द्वयोर्द्वयोरभिहतिं शोधनेन निःशेषत्वमधिगच्छेत्। यद्येवं निःशेषत्वं वर्गराशेर्नचेत्तदा वर्गात्मकोऽयं नेति विज्ञेयो राशिः ॥ १० ॥

पूर्वसिद्धवर्गस्य मूलार्थं न्यासः—

याव १६ या ४८ रू ३६ लब्धं मूलम् या ४ रू ६।

इत्यव्यक्तवर्गमूले।

इत्यव्यक्तषड्विधम्।

उदाहरणम्—

सु०—पूर्वसिद्धवर्गस्य मूलार्थं न्यासः—

याव १६ या ४८ रू ३६,

अत्र वर्गराशौ षोडश यावद्वर्गाः षट्त्रिंशद्रूपाणि चेति वर्गद्वयम्,

अनयोर्गृहीते मूले या ४ रू ६

अनयोरभिहतिं या २४, द्विनिघ्नीं या ४८, संशोध्यमानमृणं धनं भवतीति धनत्वे धनर्णयोरन्तरमेव योग इति शुद्धिःस्यादतोऽस्यमूलम्

या ४ रू ६,

इतिवर्गमूलम् ॥

विमला—पूर्वोक्त वर्ग के उदाहरण में सम्पन्न वर्ग राशि =

याव १६ या ४८ रू ३६ =

१६ $या^2$−या४८ + ३६, यह है।

इस का मूल ग्रहण करना अभीष्ट है,

इस वर्ग राशि में तीन खण्ड हैं जिन में प्रथम तृतीय खण्ड का वर्ग मूल लिए तो ४ या, ६ रूप हुआ,

इन दोनों का घात को दूना कर के शेष में घटाने से "संशोध्यमान स्वमृण-

त्वमेति" इस सूत्र से द्विगुणित घात ऋण हो जायगा, अब शेष और द्विगुणित घात को ऋण होने के कारण दोनों का योग हो कर

शेष = -९६ या, इतना हो जायगा।

अतः इस तरह क्रिया ठीक नहीं हुई।

अब दूसरी तरह से विचार करते हैं। यह तो निश्चित है कि ऋण, धन दोनों राशियों का वर्ग धन ही होता है। अतः रूप ३६ का मूल ऋण, धन दोनों हो सकता है। उन में धन कल्पना करने से मूल नहीं मिला ऋण कल्पना करने से "द्वयोर्द्वयोरभिहतिं द्विनिघ्नीं" करने से ऋण यावत्तावत् अड़तालिस हो जायगा, इस को शेष में घटाने से वर्ग राशि निः शेष हो जाती है, इस लिए (४ या—६) यही उस राशि का वर्ग मूल हुआ॥

इत्यव्यक्तवर्गवर्गमूले समाप्ते।

इत्यव्यक्तषड्विधम्॥

अथानेकवर्णषड्विधम्।

तत्र संकलनव्यवकलनोदाहरणम्—

यावत्तावत्कालकनीलकवर्णास्त्रिपञ्चसप्तधनम्।
द्वित्र्येकमितैः क्षयगैः सहिता रहिताः कति स्युस्तैः॥ १०½॥

न्यासः—या ३ का ५ नी ७। या २̇ का ३̇ नी १̇।

योगे जातम् या १ का २ नी ६।

वियोगे जातम् या ५ का ८ नी ८।

इत्यनेकवर्णसंकलनव्यवकलने।

सु०—अथार्यया ऽनेकवर्णसङ्कलनव्यवकलनयोरुदाहरणमाह—

यावत्तावत्कालकनीलकवर्णा इति धनं त्रिपञ्चसप्त एते यावत्तावत्कालकनीलकवर्णाः क्षयगैर्द्वित्र्येकमितैस्तैर्यावत्तावत्कालकनीलकवर्णैः सहिताः कति स्युः, इत्युदाहरणद्वयम्।

उदाहरणम्—

अत्र यावत्तावत्कालकनीलकवर्णानां भिन्नजातित्वात्पृथक्स्थितिरेव या ३ का ५ नी ७, एते क्षयगैर्द्वित्र्येकमितैरेतैः या २̇ का ३̇ नी १̇ सहिताः, धनर्णयोरन्तरमेव योग इति योगोन्तरं तेषु समानजात्योरित्यादिना च जाताः या १ का २ नी ६, रहिताश्चेत्तदा संशोध्यमानमृणं धनं भवतीति धनत्वे सजातीययोर्योगे जाताः = या ५ का ८ नी ८॥ १०½॥

विमला—अनेक वर्ण संकलन व्यवकलन का उदाहरण—

धन यावत्तावत् तीन, कालक पांच और नीलक सात, इनको ऋण यावत्तावत् दो कालक तीन और नीलक एक, इन में जोड़ने और घटाने से शेष क्या होगा॥

उदाहरण—

योज्य = या ३ का ५ नी ७ = ३ या + ५ का + ७नी,

योजक = या २̇ का ३̇ नी १̇ = —२ या - ३ का— नी ।

योग फल = (३ या + ५ का + ७नी) + (—२ या — ३ का— नी) = या + २ का + ६ नी ।

व्यवकलन के उदाहरण—

वियोज्य = ३ या + ५ का + ७ नी, ।

वियोजक = —२ या — ३ का — नी, ।

वियोग फल = (३ या + ५ का × ७ नी) — (—२ या — ३ का — नी)

= ५ या + ८ का + ८ नी ॥ १०½ ॥

इत्यनेकवर्णसंकलनव्यवकलने समाप्ते ।

गुणनादेरुदाहरणम्—

यावत्तावत्त्रयमृणमृणं कालकौ नीलकः स्वं
रूपेणाढ्या द्विगुणितमितैस्ते तु तैरेव निघ्नाः ।
किं स्यात् तेषां गुणनजफलं गुण्यभक्तं च किं स्याद्-
गुण्यस्याथ प्रकथय कृतिं मूलमस्याः कृतेश्च ॥ ११ ॥

न्यासः—गुण्यः या ३̇ का २̇ नी १ रू १ ।

गुणकः या ६̇ का ४̇ नी २ रू २ ।

गुणिते जातम् याव १८ काव ८ नीव २ याकाभा २४

यानीभा १२̇ कानीभा ८̇ या १२̇ का ८̇ नी ४ रू २ ।

अस्मादेव गुणनफलाद्गुण्येनानेन

या ३̇ का २̇ नी १ रू १

भक्ताल्लब्धो गुणकः या ६̇ का ४̇ नी २ रू २ ।

इत्यनेकवर्णगुणनभजने ॥

पूर्वगुण्यस्य वर्गार्थं न्यासः—

या ३̇ का २̇ नी १ रू १ । जातो वर्गः

याव ९ काव ४ नीव १ याकाभा १२ यानीभा ६̇ कानीभा ४̇

या ६̇ का ४ नी २ रू १ ।

वर्गादस्मान्मूलम् या ३̇ का २̇ नी १ रू १ ।

इत्यनेकवर्णषड्विधम् ॥

सु०—अथानेकवर्णगुणनादिचतुष्टयोदाहरणानि मन्दाक्रान्तयाह—यावत्तावत्त्रयमृणमृणकालकद्वयं नीलकमेकं धनं, एते रूपयुक्ताः तैरेव द्विगु-

णितमितैर्यावत्तावत्कालकनीलकरूपैर्निघ्ना गुणितास्सन्तः तेषां गुणनफलं किं स्यात् तच्च फलं गुण्यभक्तं च किं स्यात्। अथ गुण्यस्य कृतिं वर्गं कथय।

अस्याः कृतेः पदं मूलं कथयेत्यर्थः

उदाहरणम्—

गुण्यः = या ३ का २ नी १ रू १।

एत एव द्विगुणा जाता गुणकाः =

या ६ का ४ नी २ रू २।

गुणनार्थं न्यासः स्याद्रूपवर्णाभिहतौ तु वर्णं इत्यादिना गुणने जातं पंक्तिचतुष्टये गुणनफलमक्षरतोऽङ्कतश्च—

या ६ (या ३ का २ नी १ रू १)
का ४ (या ३ का २ नी १ रू १)
नी २ (या ३ का २ नी १ रू १)
रू २ (या ३ का २ नी १ रू १)

अथवा—

याव १८ याकाभा १२ यानीभा ६ या ६
याकाभा १२ काव ८ कानीभा ४ का ४
यानीभा ६ कानीभा ४ नीव २ नी २
या ६ का४ नी२ रू २

अत्र प्रथमपंक्तौ अष्टादश यावद्वर्गाः सन्ति तेषां साजात्याभावद्यथास्थितित्वं याव १८,

द्वितीयपंक्तौ कालकवर्गाणामपि यथा स्थितित्वं काव ८,

एवं तृतीयपंक्तावपि नीलकवर्गाणां यथास्थितित्वं नीव २,

ततः प्रथमपंक्तौ याकाभा १२,
द्वितीयपंक्तावपि याकाभा १२,
साजात्यादनयोर्योग एव याकाभा २४।
एवं प्रथमपंक्तौ यानीभा ६,
तृतीयपंक्तौ च यानीभा ६,
साजात्यादनयोर्योगः यानीभा १२।
द्वितीयपंक्तौ कानीभा ४,
तृतीयपंक्तौ च कानीभा ४,
साजात्याद्योगः कानीभा ८।
प्रथमपंक्तौ या ६,

चतुर्थपंक्तौ या ६,
साजात्याद्योगः या १२ ।
द्वितीयपंक्तौ कालकः ४,
चतुर्थपंक्तौ च कालकः ४,
अनयोस्साजात्याद्योगः का ८,
तृतीयपंक्तौ नीलकः नी २,
चतुर्थपंक्तौ च नीलकः नी २,
साजात्याद्योगः नी ४ ।
रूपं २ विजातीयत्वात्पृथक्स्थितित्वं रू २ ।

अथैषां क्रमेण न्यासः—

याव १८ काव ८ नीव २ याकाभा २४ यानीभा १२
कानीभा ८ या १२ का ८ नी ४ रू २

इदमेवगुणनफलम्—

गुण्यभक्तं च किं स्यादितिभागहारार्थं न्यासः —

भाज्यः=याव १८ काव ८ नीव २ याकाभा २४ यानीभा १२
कानीभा ८ या १२ नी ८ नी ४ रू २
भाजकः = या ३ का २ नी १ रू १ ।
अत्र भाज्याच्छेदः शुद्ध्यतीत्यादिना लब्धिर्ग्राह्या
अत्र च्छेदः = या ३ का २ नी १ रू १
अस्मिन्नृणात्मकैर्यावद्भिः षड्भिर्गुणिते
याव १८ याकाभा १२ यानीभा ६ या ६

संशोध्यमानमित्यादिना भाज्ये यथास्थानकमपनीते शेषम् =
काव ८ नीव २ याकाभा १२ यानीभा ६ कानीभा ८ या ० का ० नी ४ रू २
लब्धिर्यावत्तावत् या ६,

अथ पुनश्छेदेऽ(या ३ का २ नी १ रू १) स्मिन् ऋणात्मकैश्चतुर्भिः कालकैर्गुणिते काव ८ याकाभा १२ कानीभा ४ का ४

संशोध्यमानमित्यादिना भाज्यशेषं यथास्थानमपनीते शेषं =
नीव २ यानीभा ६ कानीभा ४ या ६ का ४ नी ४ रू २,
लब्धिः = कालकः ४,
अथ पुनश्छेदेऽस्मिन् धननीलकद्वयेन गुणिते
नीव २ नी २ यानीभा ६ कानीभा ४
संशोध्यमानमित्यादिना भाज्यशेषे यथास्थानमपनीते शेषं
या ६ का ४ नी २ रू २ लब्धिर्नीलकः नी २,

पुनश्छेदे धनरूपद्वयेन गुणिते
या ६ का ४ नी २ रू २
संशोध्यमानमित्यादिना भाज्यशेषे यथास्थानमपनीते सर्वशुद्धिः
लब्धिः रुपं २,
एवं जाता लब्धिः = या ६ का ४ नी २ रू २
अथ भाजकानां यथाक्रमेण न्यासः—
या ६ का ४ नी २ रू २
अथ गुण्यस्य कृतिं कथयेत्यतो गुण्यस्य स्वगुणनार्थे न्यासः--

या ३ (या ३ का २ नी १ रू १)
का २ (या ३ का २ नी १ रू १)
नी १ (या ३ का २ नी १ रू १)
रू १ (या ३ का २ नी १ रू १)

उक्तरीत्या गुणिते योगे च कृते जातो वर्गः =
याव ९ काव ४ नीव १ याकाभा १२ यानीभा ६
कानीभा ४ या ६ का ४ नी २ रू २,
अस्याः कृतेर्मूलार्थं कृतिभ्य आदाय पदानि तेषामित्यादिना गृहीतानि पदानीति या ३ का २ नी १ रू १,
अत्र द्वयोर्द्वयोरभिहतिं द्विनिघ्नां शेषात्त्यजेदिति यावत्कालकयोरभिहतिर्द्विनिघ्नी याकाभा १२,
यावन्नलकयोरभिहतिर्द्विनिघ्नी यानीभा ६,
कालकनीलकयोरभिहतिर्द्विनिघ्नी कानीभा ४,
वर्गशेषाच्छोध्यते संशोध्यमनमित्यादिना शेषं =
या ६ का ४ नी २
यावद्रूपयोः कालकरूपयोर्नीलकरूपयोश्चाभिहतिर्द्विघ्नी या ६ का ४ नी २
संशोध्यमानमित्यादिना शोध्यते तदा सर्वशुद्धिरिति ॥ ११ ॥
त्रिस्कन्धसिन्धुपरपारगमैथिलार्यश्रीशम्भुनाथगणकात्मजनिर्मितेऽस्मिन् ।
बीजक्रियाविवरणे परिपूर्तिमागादनेकवर्णषड्विधविधिर्वरवासनाढ्यः ॥

इत्यनेकवर्णषड्विधम् ।

विमला—अनेक वर्ण के गुणन का प्रकार—

धन रूप एक से युत ऋण यावत्तावत् तीन, ऋण कालक दो और धन नीलक इन को धन रूप दो से युत ऋण यावत्तावत् छै, ऋण कालक चार और धन नीलक दो इन से गुणा करने से गुणन फल क्या होगा कहो।

तथा इसी गुणन फल में गुण्य का भाग देने से लब्धि क्या मिलेगी।
एवं गुण्य का वर्ग और उस वर्ग का मूल क्या होगा बताओ।

उदाहरण—

गुण्य = (या ३̇ का २̇ नी १ रू १) =

(— ३ या — २ का + नी + १)

गुणकः = (६̇ या का ४̇ नी २ रू २) =

(— ६ या — ४ का + २ नी + २)

गुणन फल = (— ३ या — २ का + नी + १) (— ६ या — ४ का + २नी + २)=

— ६ या (— ३ या — २ का + नी + १) +

— ४ का (— ३ या — २ का + नी + १) +

२ नी (— ३ या — २ का + नी + १) +

२ (— ३ या — २का + नी + १) =

(१८ या^{२} + १२ या·का — ६ या·नी — ६ या) +

(१२ या·का + ८ का^{२} — ४का·नी + — ४ का) +

(— ६ या·नी — ४ का नी + २नी^{२} + २नी) +

(— ६ या — ४ का + २नी + २) =

१८ या^{२} + २४ या·का — १२ या नी — १२ या +

८ का^{२} — ८का·नी — ८ का + २ नी^{२} + ४ नी + २

अब अनेक वर्ण सम्बन्धी भजन प्रकार को कहते हैं—

भाज्य = १८ या^{२} + २४ या·का — १२या·नी — १२या + ८का^{२} — ८का·नी — ८का + २नी^{२} + ४ नी + २,

भाजक = — ३ या — २ का + नी + १ ।

यहां भाज्य के प्रथम खण्ड में यावत्तावत् वर्ग अठारह धन है, अतः यावत्तावत् ऋण छै से भाजक को गुणा कर

(१८ या^{२} + १२ या·का — ६ या·नी — ६ या)

घटाने से शेष =

१२या·का — ६या·नी — ६या + ८का^{२} — ८का·नी — ८का + २नी^{२} + ४नी + २,

अब शेष के प्रथम खण्ड में १२ या·का, है ।

अतः भाजक को कालक ऋण चार से गुणा कर

(१२ या·का + ८का^{२} − ४का·नी − ४ का)

शेष में घटाने से शेष =

− ६या·नी − ६ या − ४का·नी − ४का + २नी^{२} + ४नी + २,

फिर इस शेष के प्रथम खण्ड में − ६या·नी, है।

अतः भाजक को धन नीलक दो से गुणा कर

(− ६ या·नी − ४ का·नी, + २ नी^{२} + २नी)

शेष में घटाने से फिर शेष =

− ६ या − ४ का + २नी + २,

इस शेष के प्रथम खण्ड में ऋण यावत्तावत् छै है।

अतः भाजक को धन रूप दो से गुणा कर

− ६ या − ४ का + २ नी + २,

शेष में घटाने से निःशेष हो जाता है।

यहां पर जिस जिस अङ्क से भाजक को गुणा कर भाज्य में घटाया है वही लब्धि का प्रथम द्वितीय आदि खण्ड होंगे।

जैसे लब्धि का प्रथम खण्ड = − ६या, द्वितीय खण्ड = − ४ का,

तृतीय खण्ड = २नी, चतुर्थ खण्ड = २,

अतः लब्धि = − ६या − ४ का + २नी + २, यह हुई।

नवीनरीति से भाग देने का प्रकार—

भाजक: -३या - २का+नी१+१

भाज्य: १८या^{२}+२४या·का - १२या·नी - १२या+८का^{२} - ८का·नी - ८का+२ नी^{२}+४नी+२

लब्धि: -६या - ४का+२नी+२

१८या^{२}+१२या·का - ६ या·नी - ६ या

---

१२ या·का — ६ या·नी — ६ या + ८का^{२} — ८ का·नी — ८ का

१२ या·का + ८ का^{२} — ४ का·नी — ४ का

— ६ या·नी — ६ या — ४ का·नी — ४ का + २नी^{२} + ४नी

— ६ या·नी — ४ का·नी + २ नी^{२} + २नी

— ६ या — ४ का + २ नी + २

— ६ या — ४ का + २ नी + २

शेष = ०

इत्यनेकवर्णगुणनभजने समाप्ते ।

अनेकवर्ण सम्बन्धी वर्ग के उदाहरण—

जैसे – ३ या – २ का + नी + १ इस का वर्ग करना है तो
वर्ग = (– ३ या – २ का + नी + १) (– ३या – २ का + नी + १) =
– ३ या (– ३ या – २ का + नी + १) –
–२ का (– ३ या – २ का + नी + १) +
नी (– ३ या – २ का + नी + १) +
१ (३ या – २ का + नी १) =
(६ या^{२} + ६ या·का – ३ या·नी – ३या) –
(– ६ या का – ४ का^{२} + २का·नी + २का)
+ (—३या·नी — २ का·नी + नी^{२} + नी) +
(—३ या — २ का + ना + १) =
६या^{२} + ६ या·का — ३ या·नी – ३ या +
६ या·का + ४ का^{२} — २का नी — २का
—३ या·नी — २ का·नी + नी^{२} + नी
—३ या — २ का + नी + १ =
६ या^{२} + १२ या·का — ६ या·नी — ६ या +
४ का^{२} —४ का·नी — ४ का + नी^{२} + २नी + १
यह वर्ग सिद्ध हुआ।

अनेक वर्ण सम्बन्धी मूल के उदाहरण—

वर्ग = ९ या^{२} + १२ या·का — ६ या·नी—
–६ या + ४ का^{२} –४ का·नी — ४ का + नी^{२} + २नी + १, पूर्व कथित "कृतिभ्य आदाय पदानि तेषां" इस सूत्र से प्रथम पञ्चम अष्टम और दशम खण्डों का मूल = (३ या, २ का, नी, १)
ग्रहण करके दो दो का घात दूना किया तो—
१२ या·का + ६ या·नी + ६ या + ४ कानी + ४ का + २नी
इतना हुआ। इस को वर्ग शेष—
(१२ या·का — ६ या·नी — ६ या — ४ का·नी — ४ का + २ नी)
में घटाना है किन्तु "संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेति" तथा "धनर्णयोरन्तरमेव योगः" इन सूत्रों से वर्ग शेष—
(—१२ या·नी — १२या — ८ का·नी — ८का)
इतना हो जायगा।
यदि यावत्तावत् तीन को ऋण कल्पना करें तो दो दो का घात दूना
(—१२ या·का — ६ या·नी — ६ या + ४कानी + ४का + २नी)
कर के शेष में घटाने से शुद्ध नहीं होगा, अतः मूल में स्थित कालक दो को भी ऋणात्मक कल्पना कर के दो दो का घात दूना किया तो
(१२ या·का — ६ या·नी — ६ या — ४ का·नी – ४ का + २ नी)
इतना हुआ, इस को वर्ग शेष में घटाने से निःशेष हो जायगा
अतः मूल राशि =
(– ३ या – २का + नी + १) यह हुआ।

नवीन रीति से मूलानयन का प्रकार—

९ या^{2} + १२या·का − ६ या·नी − ६ या + ४ का^{2} − ४ का·नी − ४ का + नी^{2} + २ नी + १ (− ३ या − २ का + नी + १
९ या^{2}
―――――――――――――――――――――――――――――――
− ६ या − २ का) १२ या·का − ६ या नी − ६ या + ४ का^{2} − ४ का·नी −४ का + नी^{2} + २नी + १
१२ या·का + ४का^{2}
―――――――――――――――――――――――――――――――
− ६ या − ४ का + नी) − ६ या·नी − ६ या − ४ का·नी − ४ का + नी^{2} + २नी + १
− ६ या·नी − ४ का·नी + नी^{2}
―――――――――――――――――――――――
− ६ या − ४ का + २ नी + १) − ६ या − ४ का + २ नी + १
− ६ या − ४ का + २ नी + १
――――――――――――――
शेष = ०,

अतः मूल = − ३ या −− २का + नी + १,

नवीन तरह के दूसरा उदाहरण—

$क^2 य^4 + २ क ख य^3 + (ख^2 + २कग) य^2$

$+ २ ख ग य + ग^2$,

इस का मूल निकालना हैं तो $क^2 य^4$ का जो कि वर्ग राशि का पहला पदांश है वर्ग मूल निकाल कर अभीष्ट मूल के प्रथम पदांश में लिखा।

$क^2 य^4$ को दिये हुए वर्ग राशि में घटा कर

$२ क ख य^3 + (ख^2 + २क ग) य^2 + २ ख ग य \times ग^2$, इस को शेष स्थान में लिखा।

ऊपर के शेष की बाईं ओर $२ क य^2$ अर्थात् मूल के पहले पदांश का दो गुना एक भाजक का पहला पदांश लिखा।

इस शेष के पहले पदांश को $२ क य^2$ से भाग देकर भाग फल ख य को मूल का दूसरा पदांश और भाजक का भी दूसरा पदांश लिखा।

इस तरह प्राप्त भाजक को मूल के दूसरे पदांश से गुणा कर गुणन फल को प्रथम शेष में घटाया।

फिर द्वितीय शेष ($२ कग य^2 + २ ख ग य + ग^2$) को लिख कर मूल के अभी तक आये हुए दोनों पदांशो के योग का दो गुना

($२ क य^2 + २ ख य$) को शेष के एक भाजक के पहले दो पदांशों के रूप में लिखा।

नूतन शेष के पहले पदांश को नूतन भाजक के पहले पदांश से भाग देकर फल ग को मूल का तृतीय पदांश और भाजक का भी तृतीय पदांश लिखा।

इस तरह प्राप्त पूर्ण भाजक को मूल के तृतीय पदांश से गुणा कर गुणन फल को द्वितीय शेष में से घटाया।

इसके बाद विलकुल निःशेष वर्ग राशि हो जाता है।

और वर्ग मूल =

($क य^2 + ख य + ग$) निकल आता है।

नवीन रीति से लिखने का तरीका—

```
क² य⁴ + २ क ख य³ + (ख² + २ क ग) य² + २ ख ग य + ग² (   मूल
                                                    क य² + ख य + ग
क² य⁴
-----------------------------------------------
२ क य² + ख य ) २ क ख य³ + (ख² + २ क ग) य² + २ ख ग य × ग²
               २ क ख य³ + ख² य²
               -------------------------------------------
        २ क य² + २ ख य + ग ) २ क ग य² + २ ख ग य + ग²
                             २ क ग य² + २ ख ग य + ग²
                             -----------------------
                                       × ×
```

इत्यनेकवर्णषड्विधं समाप्तम् ॥

अथ करणीषड्विधम् ।

तत्र संकलनव्यवकलनयोः करणसूत्रं वृत्तद्वयम —

योगं करण्योर्महतीं प्रकल्प्य वधस्य मूलं द्विगुणं लघु च ।
योगान्तरे रूपवदेतयोः स्तो वर्गेण वर्गं गुणयेद्भजेच्च ॥ ११ ॥
लघ्व्या हृतायास्तु पदं महत्याः सैकं निरेकं स्वहतं लघुघ्नम् ।
योगान्तरे स्तः क्रमशस्तयोर्वा पृथक् स्थितिःस्याद्यदि नास्ति मूलम् ॥१२॥

सु०—अथ करणीषड्विधम् ।

तत्र तावदिन्द्रवज्रोपजातिकाभ्यां प्रकारद्वयेन करणीसंकलनव्यवकलने गुणन-भजनयोर्विशेषं च प्रतिपादयति—

अथ यस्य राशेर्निरग्रमूलं न लभ्यते स करणीति करण्योर्योगे वान्तरे कर्त्तव्ये रूपवत्कृतो यः करणीयोगः सा महती संज्ञेति कल्पयेत्, करण्योर्घातस्य मूलं द्विगुणं सा लघुसंज्ञेति कल्पयेत् ।

तयोर्लघुमहत्योःकल्पितयो रूपवत्कृते योगान्तरे ते प्रथमकरण्योर्योगान्तरे स्तः ।

अथाव्यक्तवर्गकरणीगुणनासु चिन्त्य इत्यादिना, भाज्याद्धरः शुद्ध्यतीत्यादिना च करणीगुणनभजनयोः सिद्धावपि तत्र विशेषमाह—

वर्गेण वर्गं गुणयेद्भजेच्चेति । एतदुक्तं भवति करणीगुणने कर्त्तव्ये यदि रूपाणां भाज्यत्वं भाजकत्वं वा स्यात्, करणीभजने वा कर्त्तव्ये यदि रूपाणां भाज्यत्वं भाजकत्वं स्यात्तदा रुपाणां वर्गं कृत्वा गुणनभजने कार्य्ये करण्या वर्गरूपत्वादिति, वर्गस्यापि समद्विघाततया गुणनविशेषतयोक्तवत्सिद्धिः । स्थाप्योन्त्यवर्गो द्विगुणान्त्य-निघ्ना इत्यादिना व्यक्तप्रकारेण वापि करणीवर्गसिद्धिः, किन्तु वर्गेण वर्गं गुणयेदि-त्युक्त्या द्विगुणान्त्यनिघ्ना इत्यत्र चतुर्गुणान्त्यनिघ्ना इति द्रष्टव्यम् ।

अथ प्रकारान्तरेण लघ्व्या हृतायास्तुपदमित्यादिना निरूपयति । अत्र करण्यो-र्मध्ये या अङ्कतो लघुः स लघुः याऽधिका सा महती तत्र लघ्व्या हृताया महत्याः करण्या यत्पदं तदेकत्र सैकमपरत्र निरेकं उभयमपिवर्गितं लघुकरणीगुणितं च क्रमेण करण्योर्योगान्तरे स्तः, अत्र लघ्व्या महत्या भागे यदि भिन्नता स्यात्तदा मूला-भावे यथासंभवमपवर्त्तो द्रष्टव्यः अत्र लघ्व्या हृताया महत्या यदि मूलं न लभ्यते तर्हि योगान्तरे कथं कर्त्तव्ये इत्यत आह—

पृथक् स्थितिःस्याद्यदि नास्ति मूलमिति ॥ ११-१२ ॥

अत्रोपपत्तिः—

करण्यौ स्वमूलवर्गरूपौ तयोर्योगस्तु मूलवर्गयोगः,

एवं करण्योर्घातमूलं करणीमूलघातसमं यथा प्रमू १, द्विमू १, अनयोर्घातवर्गः प्रमू·द्विमूघाव १, अथवा वर्गघातः प्रमूव·द्विमूव १, एतौ तुल्यावेव। तेन करणीघात-

मूलं द्विगुणं करणीमूलघातो द्विगुणो लघुसंज्ञः,

मूलवर्गयोगे महतीसंज्ञे लघुसंज्ञशोधनादवशिष्टं मूलान्तरवर्ग एव वर्गयोगस्य द्विघ्नघातहीनस्यान्तरवर्गसमत्वात् एवं वर्गयोगस्य द्विघ्नघातयुतस्य युतिवर्गसमत्वात्प्रकृते लघुमहत्योर्योग एव मूलयोगवर्गः सिद्धः ।

एतेन मूलान्तरयुतिवर्गौ करण्यन्तरयुतिसंज्ञाविति सिद्धम् ।

एतेन प्रथमसूत्रमुपपन्नम् ।

अथ यदि करण्यौ न मूलदौ ताविष्टांकेनापवर्त्यौ तथा यथा मूलदौ स्यातां तयोर्योगान्तरवर्गौ इष्टांकगुणितौ करणीयोगान्तरे स्यातां, यथा करण्यौ ८।७२, द्वाभ्यामपवर्तितौ ४।३६ मूले २।६ योगः ८ अन्तरं ४ अनयोर्वर्गौ ६४।१६ द्वाभ्यां गुणितौ १२८।३२ एतौ करण्यो ८।७२, योगान्तरे जाते ।

तथाहि करण्योर्योगो महती ८०, घात ५७६ मूलं २४ द्विगुणं ४८ लघुः, द्वयोर्योगान्तरे त एव १२८।३२

अत्र पद्यम्—

आदौ करण्यावपवर्तनीये तन्मूलयोरन्तरयोगवर्गौ ।
इष्टापवर्ताङ्कहतौ मतौ तौ क्रमेण विश्लेषयुती करण्योः ॥

अत्र युक्तिः—

यथा करणी ३६ इष्टेना ४ पवर्तिता ९ अस्य मूल ३ मपवर्तितकरण्या मूलं ३ इदं करणीमूलेन ६ अपवर्ताङ्क ४ मूला २ पवर्तितेन ३ तुल्यम् ।

एवं द्वितीयकरण्या अपि तयोर्मूलयोर्युतिरप्यपवर्तमूलेनैवापवर्तिता स्यात्,

युतेर्वर्गस्तु अपवर्तमूलवर्गेणापवर्तितः स्यात्, अपवर्तमूलवर्गस्त्वपवर्ताङ्क एव तेनापवर्तितकरण्योर्मूलयुतिवर्गोऽपवर्ताङ्कगुणितः करणीयोग इति सिद्धम् ।

एवं करण्योरन्तरेऽपि युक्तिर्ज्ञेया, अत्र यदि प्रथमं लघुकरणीतुल्योऽपवर्ताङ्कः कल्प्यते तदा लघुकरणीस्थाने रूपं १, तन्मूलमपि रूपं १,

द्वितीयस्थाने लघ्व्या हृतायास्तु पदं तयोर्योगान्तरे तु पदमेव सैकं निरेकमिति जाते, तद्वर्गावपवर्ताङ्कगुणितौ योगान्तरस्वरूपौ सिद्धौ आदौ करण्यावपवर्तनीयाविति-पद्येनैव,

एतेन द्वितीयसूत्रमुपपन्नम् ।

अथवा पूर्वलिखितकरण्यौ ८।७२, योगः करण्योर्महती ८०, लघुश्च ४८,

अथेष्टा २ पवर्तितकरण्यौ ४।३६ अत्र महती ४० लघुः २४ एतौ पूर्वसिद्धयो-८०।४८ रिष्टा २ पवर्तितयो ४०।२४। स्तुल्यौ, तद्योगारन्तरमितौ चापवर्तितौ जातौ ६४।१६ अतोपवर्ताङ्क २ गुणौ, स्वाभिमतकरण्योर्योगान्तमितौ सिद्धौ

विमला—करणी के योग और अन्तर का प्रकार—

जिस राशि का पूरा पूरा मूल न मिले। उस मूल के जानने के लिये प्राचीनाचार्य उस का नाम करणी रक्खा है।

जिन दो करणीयों के योगान्तर करना हो उन का योग कर के उस योग फल को महती संज्ञा कल्पना करो। फिर उन्हीं करणीयों के घात को द्विगुणित कर के लघु संज्ञा कल्पना करो। इस तरह आई हुई महती, लघु दोनों करणीयों का रूप के समान योग और अन्तर करना। करणीयों के गुणन में जो गुण्य, गुणक हों और भजन में जो भाज्य, भाजक हों, उन को रूप के वर्ग से गुणन भजन, करना चाहिए।

द्वितीय प्रकार—

योज्य, योजक और वियोज्य, वियोजक रूप दो करणीयों में जो बड़ी हो उस को महती और जो छोटी हो उस को लघु कल्पना करो। फिर महती में लघु का भाग देने से जो लब्धि मिले उस के मूल को दो स्थानों में रखना। प्रथम स्थान में एक जोड़ कर, दूसरे स्थान में एक घटा कर जो फल मिले उन के वर्ग को लघु करणी से गुण देना फिर उन दोनों का रूपवत् योगान्तर करना।

अगर महती करणी में लघु करणी का भाग देने से जो फल मिलता हो उस का मूल न मिले तो उन को एक पंक्ति में अलग २ लिख देना चाहिए।

नवीनोपपत्तिः—

अवर्गराशेर्मूलालाभाद्गणिते पृथगवगमाय करणीति तत्संज्ञा कृताऽऽचार्यैः।

यथा अवर्गराशिः = ५, अस्य मूलम् = क५, नवीनगणितज्ञानकुशलैस्तु $\sqrt{५}$, एवमेव लिख्यते।

अथ योगान्तरकरणाय $\sqrt{य}, \sqrt{क}$, इति करणीद्वयं कल्प्यते।

अतः $\sqrt{य} \pm \sqrt{क} = \sqrt{(\sqrt{य} \pm \sqrt{क})^२} =$

$\sqrt{य \pm २\sqrt{य} \times \sqrt{क} + क} =$

$\sqrt{य + क \pm २\sqrt{यक}}$।

अत्र महती = य $\pm$ क, लघुः = $२\sqrt{यक}$।

यतः $(\sqrt{य} - \sqrt{क})^२ = य + क - २\sqrt{य} \times \sqrt{क} > ०$।

अतः $य + क > २\sqrt{य} \times \sqrt{क}$।

रूपवदेतयोः स्त इत्यन्तमुपपन्नम्।

$४\sqrt{य} = \sqrt{१६य}$, एतेन वर्गेण वर्गं गुणयेदित्युपपन्नम्।

$\frac{\sqrt{य}}{४} = \sqrt{\frac{य}{१६}}$, एतेन वर्गेण वर्गं भजेदित्युपपन्नम्।

अथ लब्ध्या हृतायास्तु पदं महत्येत्यादिना द्वितीयप्रकारेण करणीयोगान्तरे साध्येते।

यथा $\sqrt{य} \pm \sqrt{क} = \frac{\sqrt{क}(\sqrt{य} \pm \sqrt{क})}{\sqrt{क}} =$

$$\sqrt{क}\left(\frac{\sqrt{य}}{\sqrt{क}} \pm \frac{\sqrt{क}}{\sqrt{क}}\right) =$$

$$\sqrt{क}\left(\frac{\sqrt{य}}{\sqrt{क}} \pm 1\right) =$$

$$\sqrt{क}\left(\sqrt{\frac{य}{क}} \pm 1\right) =$$

$$\sqrt{क\left(\sqrt{\frac{य}{क}} \pm 1\right)^2}$$, अत उपपन्नम्।

अत्र कस्यचित्सूत्रम्—

आदौ करण्यावयवर्तनीये तन्मूलयोरन्तरयोगवर्गौ।
इष्टापवर्ताङ्कहतौ गतौ तौ क्रमेण विश्लेषयुती करण्योः॥

नवीनोपपत्तिः—

यथात्र कल्प्येते राशी $=\sqrt{य}, \sqrt{क}$, यद्यत्र $\frac{य}{न} = प^2, \frac{क}{न} = ल^2$,

तदा $य = न \cdot प^2$, $क = न \cdot ल^2$

अतः $\sqrt{य} \pm \sqrt{क} = \sqrt{न \cdot प^2} \pm \sqrt{न \cdot ल^2} =$

$प\sqrt{न} \pm ल\sqrt{न} = \sqrt{न}(प \pm ल) =$

$\sqrt{न(प \pm ल)^2}$, इत्युपपन्नम्।

उदाहरणम्—

द्विकाष्टमित्योस्त्रिभसंख्ययोश्च योगान्तरे ब्रूहि पृथक् करण्योः।
त्रिसप्तमित्योश्च चिरं विचिन्त्य चेत् षड्विधं वेत्सि सखे करण्याः॥१२॥

न्यासः—क २ क ८ योगे जातम् क १८। अन्तरे च क २।

द्वितोयोदाहरणे—

न्यासः—क ३ क २७ योगे जातम् क ४८। अन्तरे च क १२।

तृतीयोदाहृतौ—

न्यासः—क ३ क ७ अनयोर्घाते मूलाभावात् पृथक् स्थितिरेव योगे जातम् क ३ क ७। अन्तरे च क ३ क ७।

इति करणीसंकलनव्यवकलने।

सु०—अत्रोदाहरणमुपजातिकयाह—

स्पष्टम्।

उदाहरणम्—

प्रथमोदाहरणे न्यासः क २ क ८,

अनयोर्योगो महती क १०, करण्योर्घातस्य क १६ मूलं ४ द्विगुणं ८ लघुः क८,

क्रमेण लघुमहत्योर्न्यासः लघ्वी करणी ८, महती करणी १०, अनयोर्योगान्तरे रूपवत्कृते १८।२, द्विकाष्टमित्यो (क २ क ८) र्योगोऽष्टादश (क १८) अन्तरं तु द्वयमिति (क २)।

यो हि द्विकाष्टमित्योर्मूलयोर्योगस्स एवाष्टादशानां मूलम्।

तथा द्विकाष्टमित्योर्मूलान्तरं तदेव द्विकमूलमित्यर्थः।

अथ द्वितीयसूत्रेण योगान्तरे—तत्र लघ्व्या २ हृताया महत्याः ८ लब्धं ४, अस्य पदं २ सैकं ३ निरेकं १ द्वयोरपिवर्गौ ९।१ लघु २ गुणितौ १८।२ क्रमेण योगान्तरे जाते त एव।

अथ द्वितीयोदाहरणे न्यासः क ३ क २७,

अनयोर्योगो महती ३०, करण्योर्घातस्य ८१ मूलं ९ द्विगुणं लघुः १८,

अनयोर्योगान्तरे रूपवदेव क ४८ क १२,

अथवा महती करणी २७, लघु ३ करणी भाजिता ९ तन्मूलं ३ सैकं निरेकं ४।२ स्वहतं १६।४ लघुकरणी ३ गुणितं ४८।१२ त एव योगान्तरे जाते।

अथ तृतीयोदाहरणे न्यासः क ३ क ७,

अनयोर्घाते मूलाभावात्पृथक्स्थितिरेव योगं जातं क ३ क ७,

अन्तरे च क ३ क ७ एवं सर्वत्र॥ १२॥

इति करणीसंकलनव्यवकलने॥

विमला—करणी दो करणी आठ का, करणी तीन करणी सत्ताईस का और करणी तीन करणी सात का योग तथा अन्तर अलग २ क्या होगा, देर तक विचार कर बताओ, अगर करणी षड्विध को जानते हो।

उदाहरण—

उस में प्रथम उदाहरण—

क २ क ८ इन दोनों का योग क १० को महती संज्ञा कल्पना किया। फिर दोनों का घात क १६ का मूल चार को दूना कर (क ८) लघु कल्पना किया। रूप के तरह इन दोनों का योग किया तो क १८ और अन्तर किया क २ हुआ, यही उक्त दोनों करणीयों का योगान्तर है।

दूसरा उदाहरण—

क ३ क २७, इन दोनों का योग क ३० को महती संज्ञा कल्पना किया। फिर दोनों का घात (क ८१) का मूल नव को दूना कर (क १८) लघु कल्पना किया। रूप के तरह इन दोनों का योग किया तो क ४८ अन्तर किया तो क १२ हुआ।

तीसरा उदाहरण—

क ३ क ७ इन दोनों का योग क १० को महती संज्ञा कल्पना किया । अब दोनों करणीयों का घात क २१ का मूल नहीं मिलता इस लिए क ३ क ७ यह अलग रखना ही इन दोनों का योग और अन्तर क ७ क ३ हुआ ।

लघ्व्या हृतायास्तु पदं इत्यादि द्वितीय प्रकार से करणीयों का योग और अन्तर—

प्रथम उदाहरण—

क ८ क २ का योग और अन्तर करना है तो महती क ८ में लघु क २ का भाग देने से लब्धि चार आई । इस का मूल दो में एक जोड़ा तो तीन और घटाया तो एक हुआ । इन दोनों का वर्ग ९ और १ हुआ, इन को लघु करणी (२) से गुणा किया तो क्रम से योग करणी १८ और अन्तर करणी २ हुआ ।

दूसरा उदाहरण—

क २७ क ३ का योग और अन्तर करना है तो महती क२७ में लघु क ३ का भाग देने से लब्धि नव मिली । इस का मूल तीन में एक जोड़ा तो चार और घटाया तो दो हुआ । इन का वर्ग किया १६ और ४ हुआ । इन को लघु करणी तीन से गुणा किया तो क ४८ योग और क १२ अन्तर हुआ ।

तीसरा उदाहरण—

क ३ क ७ इन दोनों का योगान्तर करना है तो क ७ में करणी ३ का भाग देने से मूल नहीं मिलता, अतः अलग २ रखना ही करणीयों का योग (क ७ क ३) और अन्तर (क ७ का ३) हुआ ॥ १२ ॥

इति करणीसंकलनव्यवकलने समाप्ते ।

गुणनोदाहरणम्—

द्वित्र्यष्टसंख्या गुणकः करण्यो गुण्यस्त्रिसंख्या च सपञ्चरूपा ।
वधं प्रचक्ष्वाशु विपञ्चरूपे गुणेऽथवा त्र्यर्कमिते करण्यौ ॥१३॥

न्यासः—गुणकः क २ क ३ क ८।

गुण्यः क ३ रू ५ ।

अत्र गुण्ये गुणके वा भाज्ये भाजके वा करणीनां करण्योर्वा यथा संभवं लाघवार्थं योगं कृत्वा गुणनभजने कार्ये ।

तथा कृते जातो गुणकः क १८ क ३ ।
गुण्यः क २५ क ३ ।
गुणिते जातम् रू ३ क ४५० क ७५ क ५४ ।

सु०—अथ गुणने उदाहरणद्वयमुपजातिकयाह—

अत्र पञ्चरूपसहिता त्रिसंख्या करणी गुण्यः, गुणकस्तु द्वित्र्यष्टसंख्याः करण्यः पञ्चरूपोने त्र्यर्कमिते करण्यौ वा, अत्र वधं गुणनं प्रचक्ष्व शीघ्रमिति ।

अत्र गुणकद्वयादुदाहरणद्वयम् ।

उदाहरणम्—

अथ प्रथमोदाहरणे न्यासः—

गुणकः क२ क३ क८, गुण्यः रू५क३,

वर्गेण वर्गं गुणयेदिति करण्या वर्गरूपत्वाद्रूपाणां वर्गस्य करणीत्वं तथा कृते जातो गुण्यः क२५ क३,

यथा खण्डद्वययोगेनापि गुणितो भवत्येवेति प्रसिद्धं अतो गुणके द्विकाष्टमित्योः करण्योर्योगे कृते जातो गुणकः क १८ क ३,

गुण्यः पृथग्गुणकखण्डसमो निवेश्य इति गुणनार्थं न्यासो यथा

क १८ (क २५ क ३)
क ३ (क २५ क ३)

गुणने जातं क ४५० क ७५ क ५४ क ९,

अत्र नवानां करणीनां मूलं लभ्यते तेन मूले गृहीते जातम्—

रू ३ क ४५० क ७५ क ५४

अथ द्वितीयोदाहरणे न्यासः—

गुणकः क २५ क ३ क १२, गुण्यः क २५ क ३, ।

अत्र गुणके त्र्यर्कमितयोः करण्योः क ३ क १२ योगे जातं क २७, वर्गेण वर्गं गुणयेदिति रूपवर्गे कर्तव्ये कृतिः स्वर्णयोः स्वमिति करण्या धनत्वे प्राप्ते ॥१३॥

विमला—रूप पाँच युत करणी तीन को करणी दो, करणी तीन, करणी आठ से और रूप पाँच युक्त करणी तीन को रूप पाँच रहित करणी तीन, करणी बारह से गुणा करने से गुणन फल क्या होगा शीघ्र बताओ।

विशेष—करणी गुणन, भजन विधि में गुण्य गुणक और भाज्य भाजक में लाघव के लिए जिन जिन करणीयों का पूर्वोक्तानुसार योग हो सके उन का योग कर के गुणन, भजन करना चाहिए। यदि उदाहरण में रूप आया हो तो उस को करणी बना लेना चाहिए।

उदाहरण—

गुण्य = क ३ रू ५, गुणक = क २ क ३ क ८, गुणक में स्थित क ८ क २ का योग क १८ होगा। अतः क १८ क ३, गुणक हुआ।

गुण्य में रूप पाँच है, अतः उस को करणी बना कर रखने से।

गुण्य क ३ क २५ हुआ।

गुणा करने से गुणन फल =

(क २५ क ३) × (क १८ क ३) =

(क २५ क ३) क १८ + (क २५ क ३) क ३ =

क ४५० क ५४ क ७५ क ९ =

क ४५० क ७५ क ५४ रू ३ ॥१३॥

विशेषसूत्रं वृत्तम्—

क्षयो भवेच्च क्षयरूपवर्गश्चेत् साध्यतेऽसौ करणीत्वहेतोः ।
ऋणात्मिकायाश्च तथा करण्या मूलं क्षयो रूपविधानहेतोः ॥ १३ ॥

द्वितीयोदाहरणे न्यासः—

गुणकः क २५ क ३ क १२ । गुण्यः क २५ क ३ ।
अत्र गुणके करण्योर्योगे कृते गुणकः क २५ क २७ ।
गुणिते जातम् क ६२५ क ६७५ क ७५ क ८१ ।
एतास्वनयोः क ६२५ क ८१ मूले रू २५ रू ९ ।

अनयोर्योगे जातम् रू १६, अनयोः क ६७५ क ७५ । अन्तरे योग-इतिं जातो योगः क ३०० । यथाक्रमं न्यासः—रू १६ क ३०० ।

इति करणीगुणनम् ।

सु०—विशेषमुपजातिकयाह—

क्षयरूपाणां वर्गस्तर्हि क्षयो भवेत् असौ क्षयरूपवर्गश्चेत्करणीत्वनिमित्तं साध्यते तदेति ।

न मूलं क्षयस्यास्तीति तस्यापवादमाह—

ऋणात्मिकायाः करण्याः मूलं तर्हि क्षयो भवेच्चेन्मूलं रूपविधाननिमित्तं साध्यते ।

अत्रोपपत्तिः—

अत्र किल रूपवर्गः करणीगुणनार्थं च क्रियते स यद्यपि धनमेव तथापि तस्य रूपवर्गस्य मूलमृणमेव स्वमूले धनर्णे इत्युक्तत्वात् ।

करणीयोगेन च मूलयुतिवर्गः साध्यते तत्र क्षयरुपवर्गकरण्या यदि धनत्वं प्रकल्प्यते तदाऽनया करण्या सह योगः स्यात् , ततो मूलयोगोऽपि तस्य च मूलान्तरमेवोचितं धनर्णयोरन्तरमेव योग इत्युक्तत्वात् ।

तस्मात्करण्या ऋणसंज्ञा च मूलस्यर्णत्वबोधार्थमेव कृता ॥१३॥

उदाहरणम—

यथोदाहरणं रू ३ रू ७ अनयोर्युति ४ वर्गः १६,

करणी तथा रूपवर्गौ करणीरूपौ क ९ क ४९ अनयोराद्यस्य ऋणत्वकल्पनं विना योगं करण्योरित्यादिना महती ५८ लघु ४२ संज्ञकयोरन्तरं १६ कथं संभवति एवं मृणरूपवर्गस्यर्णकरणीत्वात्तन्मूलमपि ऋणं युक्तमेवेति ।

अथ प्रकृतोदाहरणे गुणकः = रू ५ क ३ क १२ करणीयोगः २७, रूपवर्गः क २५ एवं जातो गुणकः = क २५ क २७, गुण्यः = क २५ क ३,

गुणनार्थंन्यासः—

क २५ (क २५ क ३)
क २७ (क २५ क ३)

गुणनाज्जातं—

क ६२५ क ६७५ क ७५ क ८१,

अत्र प्रथमचतुर्थ्योः करण्योर्मूले रू २५ रू ९ अनयोर्योगः रू १६

अथ द्वितीयतृतीययोः करण्योः क ६७५ क ७५ लघ्व्या हृताया महत्याः लब्धं ९ अस्य पदं ३ निरेकं २ अस्य वर्गः ४ लघुकरणी ७५ गुणितः ३०० अयमेव योगः एवं जातं गुणनफलं रू १६ क ३०० ॥ १३ ॥

इतिकरणीगुणनम् ॥

विमला—ऋण रूप का वर्ग करणी रूप में ऋण होता है और ऋण करणी का मूल रूपात्मक ऋण होता है।

नवोनोपपत्तिः—

यथात्र कल्प्येते राशी $=\sqrt{८}, -३$,

अनयोर्घातः $=\sqrt{८} \times -३ = \sqrt{८} \times \sqrt{९} = \sqrt{७२}$ ।

वस्तुतो गुणनफलात्मको राशिरयं ($\sqrt{७२}$) ऋणात्मको धनात्मकत्वेन परिणतोऽस्तद्वारणाय करणी विधावृणरूपत्रयवर्ग ऋणात्मक एव कल्पनीयः, तथा कृते गुणनफलं वास्तवमृणात्मकं समागच्छेत् । अत उपपन्नं क्षयो भवेच्च क्षयरूपवर्ग इति

$-\sqrt{९} = -$क ९, एतदृणात्मकनवकरण्याः "नमूलं क्षयस्यास्ति तस्याकृतित्वात्" इति पूर्वोक्तनियमान्मूलग्रहणं सर्वथानुचित्तम् । किन्तु वस्तुतस्त्वत्र धनात्मकनवकरणीपदमृणात्मकमस्ति, न त्वधनात्मकनवकरणीमूलमतो रूपार्थमपेक्षितमृणं ज्ञेयमिति सिद्धमित्युपपन्नम् ॥ १३ ॥

उदाहरण—

पूर्वोक्त उदाहरण में गुण्य = क २५ क ३ और गुणक = रू ५ क ३ क १२ है।

यहां गुणक में स्थित क १२ क ३ इन दोनों करणीयों का योग किया तो क २७ हुआ।

और रू ५ का "क्षयो भवेच्च क्षयरूपवर्गश्चेत्साध्यतेऽसौ करणीत्वहेतोः" इस नियम से वर्ग करने से क २५ हुआ। अतः गुणक = क २५ क २७ हुआ।

गुणनफल = (क २५ क २७) (क २५ क ३) =

क २५ (क २५ क ३) + क२७ (क २५ क ३) =

क ६२५ क ७५ क ६७५ क ८१ ।

अब यहां क ६२५ का मूल "ऋणात्मिकायाश्च तथा करण्या मूलं क्षयो रूपविधान हेतोः" इस नियम से रूप २५ ऋण हुआ।

और क ८१ का मूल रूप ९ नव हुआ। इन दोनों का अन्तर किया तो रूप १६ ऋण हुआ।

तथा क ६७५, क ७५ इन दोनों का "योगं करण्योर्महतीं प्रकल्प्य" इत्यादिना

योग क ७५० महती हुई।

उन दोनों के घात ५०६२५ का मूल २२५ हुआ, इस को दूना करने से क ४५० लघु हुआ।

अब महती, लघु दोनों करणीयों का अन्तर किया तो क ३०० हुआ।

अतः गुणनफल = रू १६ क ३०० ॥१३॥

इति करणीगुणनं समाप्तम् ॥

पूर्वगुणनफलस्य स्वगुणच्छेदस्य भागहारार्थं न्यासः—

भाज्यः क ६ क ४५० क ७५ क ५४।

भाजकः क २ क ३ क ८।

अत्र क २ क ८ एतयोः करण्योर्योगे कृते जातम् क १८ क ३।

"भाज्याच्छेदः शुद्ध्यति प्रच्युतः सन्" इत्यादिकरणेन लब्धो गुण्यः रू५ क३।

द्वितीयोदाहरणे—

न्यासः—भाज्यः क २५६ क ३००। भाजकः क २५ क ३ क १२। करण्योर्योगे कृते जातम् क २५ क २७।

अत्रादौ त्रिभिर्गुणयित्वा धनकरण्योः ऋणकरण्योश्च योगं विधाय पश्चात् पञ्चविंशत्या गुणयित्वा शोधिते लब्धम् रू ५ क ३। अत्रापि पूर्ववल्लब्धो गुण्यः रू ५ क ३।

अथ भजनोदाहरणम्—

सु०—पूर्वगुणनफलस्य स्वगुणच्छेदस्य न्यासः—

भाज्यः=क ६ क ४५० क ७५ क ५४,

भाजकः=क २ क ३ क ८,

करण्योर्योगे कृते क १८, भाजकः = क ३ क १८,

अत्र भाज्ये प्रथमतः करणीनवकमस्ति भाजके त्रिगुणिते तच्छुध्येदिति भाजकः क ३ क १८ त्रिगुणितः क९ क५४ अस्य शोधनेन प्रथमचतुर्थ्योर्भाज्यकरण्योः शुद्धिरतो लब्धिः क ३, शेषे क ४५० क ७५ भाजके पञ्चविंशतिगुणिते द्वितीयतृतीययोः शुद्धिरतो लब्धिः २५ अस्य मूलं रू ५,

अतो लब्धिः रू५ क३।

अथ द्वितीयोदाहरणे—

भाज्यः = क २५६ क ३००,

भाजकः = क २५ क३ क १२,

अत्र करण्योर्योगे जातं क २७, अतो भाजकः = क २५ का २७,

अत्र पूर्वगुण्येनानेन क ३ क २५ तुल्या लब्धिरपेक्षिताऽस्ति,

अतस्त्रिगुणो भाजकः क ७५ क ८१ संशोध्यमानमिति जातं क ७५ क८१

अत्र भाज्यभाजकगतयोर्धनर्णकरण्योरन्तरं न भवति तेनात्र—

{ क २५६ क ३०० }
{ क ७५ क ८१ }

भाज्यभाजकयोर्द्धनकरण्योः क ३०० क ७५,

ऋणकरण्योश्च क २५६ क ८१ योग एव,

तत्र प्रथमचतुर्थ्योर्मूले १६।९ अनयोर्योगः २५ अस्यवर्गः क ६२५,

द्वितीयतृतीययोः क ३०० क ७५ लघ्व्या हृतायाः पदमित्यादिना योगः ३७५,

न्यासः क ६७५ क ६२५, भाज्यशेषमिदं,

अस्मात्पञ्चविंशतिगुणे भाजके क ६२५ क ६७५ अपनीते शुद्धिरतो लब्धिः क २५, मूले गृहीते जाता लब्धिः त्रिसंख्या च सपञ्चरूपेति रू ५ क ३ ।

करणीयों का भागहार—

प्रथम उदाहरण—

विमला—भाज्य = क ६ क ४५० क ७५ क ५४,

भाजक = क २ क ३ क ८, है ।

यहां भाजक में आये हुए क २ क ८ इन दोनों करणीयों का योग करने से क १८ हुआ, अतः भाजक = क १८ क ३, हुआ ।

भजन के लिए न्यास—

भाजक	भाज्य	लब्धि
क १८ क ३)	क ४५० क ७५ क ५४ क ६	(क २५ क ३
	क ४५० क ७५	
	क ५४ क६	
	क ५४ क६	
	× ×	

द्वितीय उदाहरण—

भाज्य = क २५६ क ३००,

भाजक = क २५ क ३ क १२,

यहाँ भाजक में क ३ क १२ है; इन दोनों का योग करने से करणी २७ हुई, अतः भाजक = क २५ क २७, हुआ ।

इस उदाहरण में क २५ और क ३ के बराबर लब्धि अपेक्षित है ।

अतः पहले तीन से गुणा हुआ भाजक (क ७५ क ८१) को घटाया तो "संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेति" इस पूर्वोक्त प्रकार से क ७५ धन और क ८१ ऋण हो जायगा तो—

शेष = क २५६ क ३०० क ७५ क ८१, हुआ ।

इस शेष में क ३०० क ७५ दोनों का योग किया तो क ६७५, और क २५६ क ८१ का योग किया तो क ६२५ हुआ,

अतः शेष = क ६७५ क ६२५,

इस शेष में क २५ गुणित भाजक (क ६७५ क ६२५) को घटाया तो भाज्य निःशेष हो जाता है अतः लब्धि = क २५ क ३ = रू ५ क ३ हुई ।

नवीन तरह से न्यास—

भाजक	भाज्य	लब्धि
क २५ क २७	क २५६ क ३००	क ३ क २५
	क ७५ क ८१	
	क ६७५ क ६२५	
	क ६७५ क ६२५	
	× ×	

अथवाऽन्यथोच्यते—

धनर्णताव्यत्ययमीप्सितायाश्छेदे करण्या असकृद्विधाय ।
तादृक्छिदा भाज्यहरौ निहन्यादेकैव यावत् करणी हरे स्यात् ॥१४॥
भाज्यास्तया भाज्यगताः करण्यो लब्धाः करण्या यदि योगजाः स्युः ।
विश्लेषसूत्रेण पृथक् च कार्यास्तथा यथा प्रष्टुरभीप्सिताः स्युः ॥१५॥

तथा च विश्लेषसूत्रं वृत्तम्—

वर्गेण योगकरणी विहृता विशुद्ध्येत्
खण्डानि तत्कृतिपदस्य यथेप्सितानि ।
कृत्वा तदीयकृतयः खलु पूर्वलब्ध्या
क्षुण्णा भवन्ति पृथगेवमिमाः करण्यः ॥ १६ ॥

सु०—अथ द्वितीयोदाहरणे भाजकः कियद्गुणो भाज्याच्छुद्ध्यतीति दुरवबोधमत आचार्यैःशिष्यबोधार्थमुपायान्तरमुपजातिकाद्वयेन निरूप्यते—

छेदे ईप्सिताया एकस्याः करण्या धनर्णताविपर्यासं कृत्वा तादृशभाजकेन छिदा पूर्वगुणानसम्पन्नौ भाज्यहरौ निहन्याद् गुणयेत्,

तत्रापि यथासंभवं करणीयोगे कृते तौ भाज्यभाजकौ स्तः, एवमसकृत्तावद्विधेयं यावद्भाजके एकैव करणी भवेत्, अथ सम्पन्नया भाजककरण्या सम्पन्नभाज्यकरण्यो रूपवदेव भाज्या यल्लभ्यन्ते ता लब्धिकरण्यो भवन्ति ।

अथ यदि लब्धाः करण्यो योगजाः स्युर्न पुनः प्रष्टुरभीप्सितास्तदावक्ष्यमाणविश्लेषसूत्रेण तथा पृथक् कार्या यथा प्रष्टुरभीप्सिताः स्युरिति ॥ १४-१५ ॥

अत्रोपपत्तिः—

भाज्यहरौ केनापीष्टांकेनापवर्तितौ वा गुणितौ तथापि फलं तुल्यमेवेति प्रसिद्धं अत्र भाजकतुल्येनेष्टाङ्केन भाजकस्य गुणनाद्भाजकखण्डानां वर्ग एव तत्रापि पूर्वं

भाजकखण्डे धनर्णताव्यत्यासकरणात्ताहशेष्टेन भाजकस्य गुणनाद्भाजकखण्डेषु धन-र्णयोस्तुल्यता संभवति तदन्तरे शून्यत्वं धनर्णयोरन्तरमेव योग इति न्यायात्।

अतो भाजके एकैव करणी शिष्टा स्यात्तया भागग्रहणे लाघवमेव, एवं त्र्यादि-खण्डेष्वूह्यं तत्र खण्डबाहुल्याद्युगपत्तन्नाशो न भवत्यतोऽसकृदित्युक्तम्। अत्र ताह-शेष्टेन भाज्योऽपि गुणनीय इत्युक्तं युक्तमेव ॥ १४-१५ ॥

अथ विश्लेषसूत्रार्थः—

अत्र पृथक्करणसूत्रं वसन्ततिलकया निरूपयति—

योगकरणी येन वर्गेण विहृता सती विशुद्ध्येत् तत्कृतिपदस्य यथेप्सितानि खण्डानि कृत्वा तदीयकृतयः पूर्वलब्ध्या क्षुणाः पृथक्करण्यो भवन्ति सा चासौ कृतिश्चेति कर्म्मधारयो द्रष्टव्यः,

एतदुक्तं भवति योगकरणी येन वर्गेण विहृता सती विशुद्ध्येन्निःशेषा भवति तस्य वर्गस्य मूलं ग्राह्यं तस्य खण्डानि प्रष्टुर्यावन्त्यभीष्टानि तावन्ति कृत्वा तेषां खण्डानां वर्गाः कर्तव्याः ते वर्गा पूर्वलब्ध्या क्षुणाः वर्गेण हृतायां योगकरण्यां या लब्धिस्तया गुणितास्ते वर्गाः पृथक्करण्यो भवन्तीति ॥ १६ ॥

अत्रोपपत्तिः—

सात्र करणीयोगसूत्रे आदौ करण्यावपवर्तनीयावितिपद्येन करण्यौ केनापीष्टे-नापवर्त्यौ तन्मूलयोगवर्गोऽपवर्ताङ्कगुणितो योगकरणी स्यादेतेन या या योगकरणी सा सा मूलयोगवर्गापवर्ताङ्कयोर्गुणनरूपा भवितुमर्हति,

अतो योगकरणी मूलयोगवर्गेण कल्पितवर्गरूपेण भक्ता लब्धमपवर्ताङ्क एव स्यात्, मूलयोगवर्गस्य पदं मूलयोग एव, तस्य खण्डानि मूलरूपाण्येव, तद्वर्गाः कर-णीरूपा, अपवर्ताङ्कतुल्यलब्ध्या गुणिता अभीष्टाः करण्य एव जाता इत्युक्तमुपपन्नम्।

यथा करण्यौ ८,१८ इष्टेना २ पवर्तितौ ४,६ तन्मूल २,३ योग ५ वर्गः २५ इष्ट २ गुणो जाता योगकरणी ५०,

इयं वर्गेण २५ विहृता विशुद्ध्यतीत्यत्र लब्धमपवर्ताङ्क एव २,
वर्गे २५ मूलं ५ तु अपवर्तितकरणीमूल (२,३) योगमितं ५।
तत्खण्डे (२,३) मूलरूपे, तद्वर्गौ ४,९।

अपवर्त्तितकरणीरूपौ ४,६ तावपवर्ताङ्कगुणौ तावेव पूर्वकरण्यौ ८,१८ सि-द्धावितिकरणीयोगप्रकारवैपरीत्येनैवेति ॥ १६ ॥

विमला— द्वितीय उदाहरण में कितने से गुणित भाजक भाज्य में घट सकता है, यह जानना कठिन है अतः "धनर्णता व्यत्ययं" इत्यादि दूसरा प्रकार कहते हैं।

भाजक में स्थित करणीयों में से किसी एक करणी के धन ऋण चिह्न को बदल कर उस छेद से भाजक और भाज्य को गुण देना चाहिए। इस गुणन

क्रिया को तब तक करते रहना चाहिए जब तक छेद में एक ही करणी न हो जाय। जब एक करणी आजाय उस करणी का भाज्य में स्थित करणीयों में भाग देने से जो लब्धि मिले वह इष्ट करणी होगी।

अगर लब्ध करणी करणीयों के योग आवे तो आगे कहा हुआ विश्लेष सूत्र से प्रश्नकर्ता के इच्छानुसार अलग कर लेना चाहिए ॥ १४-१५ ॥

विश्लेष सूत्र का अर्थ—

योगज करणी को अलग करने का प्रकार—

जिस वर्गात्मक संख्या के भाग देने से योग करणी निःशेष हो उस के मूल को प्रश्नाकर्ता के इच्छानुसार खण्ड कर उन खण्डों के वर्ग को, योग करणी में वर्ग संख्या का भाग देने से जो लब्धि मिली थी उस से गुण देने से योग करणी के अलग २ खण्ड निकल जायँगे ॥ १६ ॥

नवोनोपपत्तिः—

भाजकेन विभाजिते भाज्ये या लब्धिः सैव समेन केनाप्यङ्केनापवर्तितभाज्यभाजकाल्लब्धिरिति सुप्रसिद्धमेव गणितविदाम्।

इत्थं करण्यात्मकहरभाज्ययोरपवर्तनेऽतिशयगौरवमालोच्याचार्यचरणैरन्यथा युक्तिरभिहिता।

सा चैकखण्डात्मकभाजकेन भजनं सुलभं भवतीति निश्चित्यानेकखण्डात्मकभाजकस्यैकखण्डात्मकत्वसम्पादनायैवास्ति।

तद्यथा समेन केनाप्यङ्केन हरभाज्ययोर्भजने यथा विकाराभावस्तथैव तेन हरभाज्ययोर्गुणनेऽपि विकाराभावदर्शनात् सौलभ्यायापवर्तनस्थाने गुणना विधिरेवाभिहिता।

यथात्र कल्प्यते कुत्रचित्करण्यात्मकभाजके धनकरणीद्वयमस्तीति, तयोरन्तरसमभिष्टं कृत्वा यदि भाज्यभाजकौ गुण्येते तदा भाजके "योगान्तरघातस्य वर्गान्तरसमत्वात्तद्वर्गयोर्मूले गृहीत्वा तदन्तरसम्पादनाद्भाजके एकैव करणी स्यादवशिष्टा।

यदि च भाजके ऋणकरण्येका भवेत्तदा तद्योगसमेनेष्टेन भाज्यभाजकौ गुणने पुनर्भाजके योगान्तरघातस्यैवावस्थानं स्यादतस्तत्रापि पूर्ववदेकैव करणी भाजके स्यात्।

अथ यथा करणीद्वयात्मकभाजके व्यस्तधनर्णभाजकेन गुणनादेका करणी भवति तथैव करणीत्रयात्मकभाजके वारद्वयं करणीचतुष्टयात्मकभाजके वारत्रयं व्यस्त धनर्णभाजकेन गुणनादेका करणी स्यादतोऽसकृत्पदमुपन्यस्तमाचार्येण।

एतेन "भाज्यास्तया भाज्यगताः करण्य" इत्यन्तमुपपन्नम् ॥ १४-१५ ॥

अथ विश्लेषसूत्रोपपत्तिः—

यथात्र करणीमानम् $=$ अ$\sqrt{क}$ ।

अत्र यदि अ $=$ य $+$ न $+$ प, तदा अ$\sqrt{क}$ $=$

$($य$+$न$+$प$)\sqrt{क} =$ य$\sqrt{क}$ $+$ न$\sqrt{क}$ $+$ प$\sqrt{क}$ $=$

$\sqrt{य^2 क} + \sqrt{न^2 क} + \sqrt{प^2 क}$ । इत्युपपन्नम् ॥ १६ ॥

न्यासः—भाज्यः क ६ क ४५० क ७५ क ५४ ।

भाजकः क १८ क ३ ।

अत्र भाजके त्रिमितकरण्या ऋणत्वं प्रकल्प्य क १८ क ३ं । अनेन भाज्ये गुणिते योगे च कृते जातम् क ५६२५ क ६७५ । भाजके च क २२५ अनया भाज्ये हृते लब्धम् क २५ क ३ ।

द्वितीयोदाहरणे—

न्यासः—भाज्यः क २५६ क ३०० ।

भाजकः क २ं५ क २७ ।

अत्र भाजके पञ्चविंशतिकरण्या धनत्वं प्रकल्प्य

क २५ क २७ भाज्ये गुणिते धनर्णकरणीनामन्तरे च कृते जातम् क१०० क १२,-भाजके च क ४ अनया भाज्ये हृते लब्धम् क २५ क ३ ।

इदानीं पूर्वोदाहरणे गुण्ये भाजके कृते—

न्यासः—भाज्यः क ६ क ४५० क ७५ क ५४ ।

भाजकः क २५ क ३ ।

अत्रापि त्रिमितकरण्या ऋणत्वं प्रकल्प्य भाज्ये गुणिते युते च जातम् क ८७१२ क १४५२ । भाजके च क ४८४ अनया हृते भाज्ये लब्धो गुणकः क १८ क ३ ।

पूर्वं गुणके खण्डत्रयमासीदिति योगकरणीयम् क १८ विश्लेष्या । तत्र "वर्गेण योगकरणी विहृता विशुद्धयेत" इति नवात्मकवर्गेण ६ विहृता सती शुद्धयतीति लब्धं २, नवानां मूलम् ३ अस्य खण्डे १ । २ अनयोः कृती १ । ४ पूर्वलब्ध्या २ गुणिते २ । ८ एवं जातो गुणकः क २ क ३ क ८ ।

इति करणीभजनम् ।

उदाहरणम्—

सु०—प्रथमोदाहरणे—

भाज्यः क६ क४५० क७५ क५४

भाजकः=क१८ क३,

अत्र भाजके त्रिमितकरण्या ऋणत्वं प्रकल्प्य भाज्यभाजकयोर्गुणनार्थं न्यासः

क१८ (क६ क४५० क७५ क५४)
क ३ं (क६ क४५० क७५ क५४)

क१८ (क१८ क३)
क३ं (क१८ क३)

भाज्ये गुणिते जातं—

{ क१६२ क८१०० क१३५० क९७२
{ क२७ क१३५० क२२५ क१६२

अत्र तुल्ययोर्द्धनर्णकरण्योर्योगे नाशो जातः,

शेषं=क८१०० क६७२ क२७ क२२५,

प्रथमचतुर्थ्योर्मूले९०।१५ अनयोरन्तरमेव योगः७५, अस्य वर्गःक५६०५,

द्वितीयतृतीययोस्तु लघ्व्या हृतायास्तु पदं महत्या लब्धं ३६ अस्य पदं ६ निरेकं ५ स्वहतं २५ लघु२७ गुणितं६७५ एवं जातं भाज्यकरणीद्वयं (क५६२५ क६७५)

एवं भाजके च गुणिते जातं क ३२४ क ५४ क५४ क ९,

अत्रानयो ५४, ५४ स्तुल्यत्वादन्तरे जाता शुद्धिः, इतरयो ३२४, ९ मूले १८,३ अनयोरन्तरं १५ करणी २२५ एकैव,

अनया भाज्यकरण्यौ क ५६२५ क ६२५ भक्ते लब्धिः क २५ क ३,

अथ द्वितीयोदाहरणे—

भाज्यः=क२५६ क३००,

भाजकः=क२५ क२७,

अत्र भाजके पञ्चविंशतिकरण्या ऋणत्वव्यत्यासं कृत्वा जातो हरः क २५ क२७, अनेन हरेण यथास्थितभाज्यहारयोर्गुणनार्थं न्यासः—

क२५ (क२५६ क ३००)
क२७ (क२५६ क ३००)

भाज्ये गुणिते जातं क ६४०० क७५०० क६९१२ क ८१००

प्रथमचतुर्थ्योर्मूले ८०,९०, अनयोरन्तरं १० करणी १००,

द्वितीयतृतीयकरण्यौ त्रिभिरपवर्त्य जातं क २५०० क २३०४ अनयोर्मूले ५०,४८, अन्तरं २, अस्यवर्गः क ४ अपवर्ताङ्कगुणितो वास्तवकरणी १२,

एवं भाज्ये जातं करणीद्वयं क १००क१२

एवं भाजके गुणिते जातं क ६२५ क ६७५ क ६७५ क ७२९,

अत्रापि द्वितीयतृतीययोर्नाशे शेषयोः६२५,७२९ मूले २५,२७ अन्तरं२करणी४,

अनया भाज्यकरण्यौ क १०० क १२ हृते जाता लब्धिः क २५ क३,

अथ यदि पूर्वोदाहरणे—

भाज्यःक९ क४५० क७५ क५४,

भाजकः क २५ क ३,

अत्र त्रिमितकरण्या ऋणत्वं प्रकल्प्य तादृशहरेण भाज्यहारयोर्गुणनार्थं न्यासः—

क २५ (क ९ क ४५० क ७५ क ५४)

क ३ (क ९ क ४५० क ७५ क ५४)

गुणिते जाताः—

क २२५ क ११२५० क १८७५ क १३५०
क २७ क १३५० क २२५ क १६२

अत्र धनर्णकरणीनां साम्यान्नाशे कृते शेषकरण्यः—

क ११२५० क १८७५ क २७ क १६२,

अत्रानयोः क११२५० क १६२ योगार्थं द्वाभ्यामपवर्त्तितयोः क ५६२५ क ८१ मूले ७५,९, अनयोरन्तरं ६६, अस्य वर्गः ४३५६ अपवर्ताङ्क २ गुणो जाता करणी ८७१२, एवमेतौ क १८७५ क २७ त्रिभिरपवर्त्य लब्धयो ६२५,९ मूले २५,३ अन्तरं २२ अस्यवर्गः ४८४ अपवर्ताङ्क ३ गुणः १४५२ जाता योगकरणी क१४५२

अतो गुणनाज्जातम् = क ८७१२ क १४ ५२,

एवं भाजके गुणिते जातं क ६२५ क ७५, क७५ क६,

अत्रापि धनर्णयोर्नाशे शेषयोर्मूले

२५,३ अन्तरं २२ तद्वर्गः करणी ४८४ अनया भाज्ये हृते लब्धिःक १८ क ३,

अत्र किल द्वित्र्यष्टसंख्या गुणकः करण्यो गुण्यः त्रिसंख्या च सपञ्चरूपा अनयोर्वधो भाज्यत्वेनोदाहृतः तयोरेकतरेणास्य भजनेनान्यतरो लब्धि स्यात्।

प्रकृते तु सपञ्चरूपया त्रिसंख्यया ह्रियते अतो लब्धं त्र्यष्टकरणीभिः फलेन भाव्यम्,

अत्रोक्तरीत्या त्वियं लब्धिः क १८ क ३,

एतन्मध्ये इयमभीष्टा क ३, इतरकरणीद्वयमपेक्षितं अतोऽयं योगकरणी विश्लेषसूत्रेण पृथक्कार्या ॥

तत्रोदाहरणम्—

प्रकृतोदाहरणे योगकरणी १८ इयमनेन वर्गेण ६ विहृता सती शुद्ध्यति लब्धिश्च २, वर्गस्य ६ पदं ३ अस्य खण्डे १, २ अनयोर्वर्गौ १, ४, पूर्वलब्ध्या २ गुणितौ जाते करणीखण्डे (क २ क ८) पूर्वकरण्या सह जाता द्वित्र्यष्टसंख्या लब्धिकरण्यः।

एवं यदि प्रष्टुरभीष्टं खण्डत्रयं स्यात्तर्हि वर्गपदस्यास्य ३ खण्डत्रयं १, १,१ पूर्ववदेभ्यो जातानि करणीखण्डानि क२,क२,क२ एतासामपि करणीनां योगे सैव करणी भवति।

एवं प्रष्टुरिच्छावशादन्यान्यपि करणीखण्डानि कार्याणि, एवमन्यत्रापि द्रष्टव्यम्।

प्रथम उदाहरण—

विमला—इस उदाहरण में भाज्य = क ६ क ४५० क ७५ क ५४, और भाजक = क १८ क ३ है।

यहाँ भाजक गत करणी तीन को ऋण कल्पना किया तो भाजक = क १८ क ३ हुआ। अब इस भाजक से भाज्य को गुणा किया तो

गुणन फल =

(क १८ क ३) (क ६ क ४५० क ७५ क ५४) =

क १८ (क ६ क ४५० क ७५ क ५४) +

क ३ (क ६ क ४५० क ७५ क ५४) =

क १६२ क८१०० क १३५० क ६७२ क २७ क १३५० क २२५ क १६२

यहाँ धन और ऋण करणीयों का योग करने से योग फल = क ८१०० क २२५ क ६७२ क २७।

इन करणीयों में क ८१०० क २२५ का और क ६७२ क २७ का योग करने से योग फल =

क ५६२५ क ६७५ हुआ, यही नूतन भाज्य हुआ।

अब भाजक गत करणी को भी उक्त गुणक से गुणा किया तो गुणन फल =

(क १८ क ३) (क १८ क ३) =

क १८ (क १८ क ३) + क ३ (क १८ क ३) =

क ३२४ क ५४ क ५४ क ९ = क ३२४ क ९ = क २२५,

यही भाजक सिद्ध हुआ।

भजन के लिये न्यास—

भाजक	भाज्य	लब्धि
क २२५	क ५६२५ क ६७५ क ५६२५ क६७५ क६७५ × ×	क २५ क ३

द्वितीय उदाहरण—

इस उदाहरण में भाज्य = क २५६ क ३००, और भाजक=क २५ क २७, है।

यहाँ पर भाजक गत ऋण करणी २५ को धन मान कर भाज्य को गुणने से नवीन भाज्य = (क २५ क २७) (क २५६ क ३००) =

क २५ (क २५६ क ३००) + क २७ (क २५६ क ३००) =

क ६४०० क ७५०० क ६९१२ क ८१०० ।

यहां क ६४०० और क ८१०० इन दोनों के मूल का अन्तर धन दश हुआ, इस का वर्ग किया तो क १०० हुआ।

तथा क ७५०० क ६९१२ इन दोनों का मूल नहीं मिलता अतः तीन का अपवर्तन देकर (क २५०० क २३०४) मूल निकाला तो क्रम से ५० और ४८ हुआ।

इन का अन्तर किया तो धनात्मक दो हुआ। इस के वर्ग ४ को अपवर्तनाङ्क से गुणने से करणी बारह हुआ।

अतः नूतन भाज्य = क १०० क १२ हुआ ॥

इसी गुणक से भाजक को भी गुणा किया तो

नूतन भाजक = (क२५ क२७) (क२५ क२७) =

क२५ (क२५ क २७) + क २७ (क२५ क२७) =

क ६२५ं क ६७५ं क ६७५ क ७२६ =
क ६१५ क ७२६ = क ४ ।

भजन के लिए न्यास—

भाजक	भाज्य	लब्धि
क ४)	क १०० क १२ क १०० क १२ क १२ × ×	(क २५ क ३

तृतीय उदाहरण—

इस उदाहरण में भाज्य=क ६क ४५० क ७५ क ५४, और भाजक=क २५ क३ है।
अब भाजक गत करणी तीन धन को ऋण कल्पना कर भाज्य को गुणा या तो नूतन भाज्य=
(क २५ क ३) (क ६ क ४५० क ७५ क ५४) =
क २५ (क ६ क ४५० क ७५ क ५४) + क ३ (क ६ क ४५० क७५क५४)=
(क २२५ क ११२५० क १८७५ क १३५०) + (क २७ क१३५० २५ क १६२ =
क ११२५० क १८७५ क २७ क १६२ ।
यहां क ११२५० क १६२ का और क १८७५ क २७ का योग करने से नूतन भाज्य = क ८७१२ क १४५२ इतना हुआ ।
इसी तरह पूर्वोक्त गुणक (क २५ क ३) से भाजक को गुणा किया तो न भाजक =
(क २५ क ३) (क २५ क ३) =
क २५ (क २५ क ३) + क३(क २५ क ३) =
क ६२५ क ७५ क ७५ क ९ =
क ६२५ क ९ = क ४८४ हुआ ।

भजन के लिए न्यास—

भाजक	भाज्य	लब्धि
क ४८४)	क ८७१२ क १४५२ क ८७१२ क १४५२ क १४५२ ××	(क १८ क ३

यहां क १८ क ३ लब्धि स्थान में आया है। परन्तु करणी १८ दो करणीयों

का योग है। इस को "वर्गेण योग करणी" इत्यादि विश्लेष सूत्र से अलग करना आवश्यक है। अतः क१८ में वर्गात्मक नव का भाग देने से लब्धि २ आई। नव का मूल ग्रहण करने से तीन आया, इस को दो खण्डों में विभक्त किया तो १,२ हुआ, इन का वर्ग किया तो १,४ हुआ। इन को पूर्वागत लब्धि २ से गुणा किया तो २,८ हुआ। इन्हीं दो करणीयों (क२ क८) का योग क१८ है।

अतः लब्धि = क २ क ३ क ८।

इति करणीभागहारः समाप्तः।

करणीवर्गादेरुदाहरणम्—

द्विकत्रिपञ्चप्रमिताः करण्यस्तासां कृतिं त्रिद्विकसंख्ययोश्च।
षट्पञ्चकत्रिद्विकसंमितानां पृथक् पृथङ्मे कथयाशु विद्वन्॥ १४॥
अष्टादशाष्टद्विकसंमितानां कृतीकृतानां च सखे पदानि॥ १४½॥

न्यासः। प्रथमः क२ क ३ क ५।
द्वितीयः क ३ क २।
तृतीयः क ६ क ५ क ३ क २।
चतुर्थः क १८ क ८ क २।

"स्थाप्योऽन्त्यवर्गश्च चतुर्गुणान्त्यनिघ्ना" इत्यनेन "गुण्यः पृथग्गुणकखण्डसम" इत्यनेन वा जाताः क्रमेण वर्गाः।

प्रथमः रू १० क २४ क ४० क ६०।
द्वितीयः रू ५ क २४।
तृतीयः रू १६ क १२० क ७२ क ६० क ४८ क० २४।

अत्रापि करणीनां यथासम्भवं योगं कृत्वा वर्गवर्गमूले कार्ये तद्यथा क १८ क ८ क २। आसां योगः क ७२। अस्या वर्गः क ५१८४। अस्या मूलम् रू ७२।

इति करणीवर्गः।

सु०—स्पष्टमेतत्।

प्रथमोदाहरणे करण्यः क २ क ३ क ५ वर्गस्य समद्विघातरूपत्वादयमेव गुण्यो गुणकश्चेति गुणनार्थं न्यासः।

क २ (क २ क ३ क ५)
क ३ (क २ क ३ क ५)
क ५ (क २ क ३ क ५)

गुणिते जातं

क ४ क ६ क १०
क ६ क ९ क १५
क १० क १५ क २५

अत्र क ४ क ९ क २५ मूलानि २,३,५ एषां योगः रू १०,

अन्यासां करणीनां मध्ये द्वयोर्योगे जाताश्चतुर्गुणाः करण्यः क २४क ४० क ६०

एवं जातो वर्गः रू १० क २४ क ४० क ६०,

अथवा स्थाप्योन्त्यवर्गो द्विगुणान्त्यनिघ्ना–इत्यादिना वर्गो विधेयः तत्र करणी-वर्गे चतुर्गुणान्त्यनिघ्ना इति बोध्यं वर्गेण वर्गं गुणयेदित्युक्तत्वात् ।

न्यासः क २ क ३ क ५ स्थाप्योन्त्यवर्ग इत्यादिना जातानि वर्गखण्डानि = क ४ क २४ क ४० क ९ क ६० क २५,

अत्र वर्गाणां मूलानि २,३,५ तदैक्यं रू १० च कृत्वा जातो वर्गः = रू १० क २४ क ४० क ६०

द्वितीयोदाहरणे न्यासः—

क २ क ३ स्थाप्योन्त्यवर्ग इत्यादिना जातानि वर्गखण्डानि=क ४ क २४ क ९,

आद्यन्तयोर्मूलैक्यं रू ५ क २४, अयमेव जातो वर्गः ।

अथ तृतीयोदाहरणे न्यासः—

क ६ क ५ क २ क ३,

उक्तरीत्या जातानि वर्गखण्डानि = क३६ क १२० क ४८ क ७२ क २५ क ४० क ६० क ४ क २४ क ९,

अत्रासां ३६,२५,४,९ मूलानि गृहीत्वा ६,५,२,३ योगं च कृत्वा रू १६,

जातो वर्गः रू १६ क १२० क ४८ क ७२ क ४० क ६० क २४,

अथ चतुर्थोदाहरणे न्यासः क १८ क ८ क २,

उक्तवज्जातानि वर्गखण्डानि=क ३२४ क ५७६ क १४४ क ६४ क ६४ क ४,

अत्र सर्वेषां वर्गरूपत्वाज्जातानि मूलानि १८,२४,१२,८,८,२

एषां योगो जातो वर्गः = ७२,

यद्वा प्रथमत एव लाघवार्थं योगं कृत्वा वर्गः कार्य इति

यथा क १८ क ८ क २, द्विकाष्टमित्योर्योगः क १८ पुनरस्याः पूर्वकरण्या क १८ योगे जाता करणी ७२,

अस्या वर्गे जाता करणी ५१८४, तन्मूलं जातो वर्गः रू ७२,

एवमुदाहृतकरणीनां खण्डगुणनेनापि वर्गाः साध्याः ।

विमला—करणी दो करणी तीन करणी पांच का, करणी तीन करणी दो का, करणी छै करणी पांच करणी तीन करणी दो का, करणी अठारह करणी आठ करणी दो का अलग २ वर्ग और वर्ग मूल क्या होगा शीघ्र बताओ ।

विशेष—

करणी का वर्ग व्यक्त गणितोक्त "स्थाप्योन्त्यवर्गो द्विगुणान्त्यनिघ्ना" इत्यादि कार से ही किया जाता है । लेकिन् "अपरे अङ्का द्विगुणान्त्यनिघ्नाः" के स्थान

में "अपरे अङ्काश्चतुर्गुणान्त्यनिघ्नाः" समझना चाहिए। अतः कहा भी है "वर्गेण वर्गं गुणयेद्भजेच्च" इति।

वर्ग के लिये न्यास—

क २ क ३ क ५ = राशि।
क४ क२४ क४०
क ९ क ६०
क २५
क ४ क २४ क ४० क ९ क ६० क २५ = वर्ग।

इस वर्ग में क ४ क ९ क २५ इन तीनों करणीयों का मूल मिलता है।

अतः सब का मूल ग्रहण किया तो (२, ३, ५) हुआ। इन का योग करके (रू १०) वर्ग राशि में लिखा तो वर्ग राशि = रू १० क २४ क ४० क ६०।

द्वितीय उदाहरण—

क ३ क २ = राशि।
क ९ क २४
क ४
रू ५ क २४ = वर्ग।

तृतीय उदाहरण—

क ६ क ५ क २ क ३ = राशि।
क ३६ क १२० क ४८ क ७२
क २५ क ४० क ६०
क ४ क २४
क ९
रू १६ क १२० क ७२ क ६० क ४८ क ४० क २४ = वर्ग

चतुर्थ उदाहरण—

क १८ क ८ क २ का वर्ग करना है। यहां उक्त तीनों करणीयों का योग हो सकता है। अतः पूर्वोक्त प्रकार से योग किया तो क ७२ हुआ।

इस का वर्ग किया तो क ५१८४ हुआ।

इस का मूल ग्रहण करने से रू ७२ हुआ।

इति करणीवर्गः समाप्तः।

करणीमूले सूत्रं वृत्तद्वयम्—

वर्गेकरण्या यदि वा करण्योस्तुल्यानि रूपाण्यथवा बहूनाम्।
विशोधयेद्रूपकृतेः पदेन शेषस्य रूपाणि युतोनितानि॥ १७॥
पृथक् तदर्धे करणीद्वयं स्यान्मूलेऽथ बह्वी करणी तयोर्या।
रूपाणि तान्येव कृतानि भूयः शेषाः करण्यो यदि सन्ति वर्गे॥१८॥

सु०—अथ वर्गे दृष्टे कस्यायं वर्ग इति मूलज्ञानार्थमुपजातिकाद्वयेनाह—

वर्गे करण्यास्तुल्यानि करण्योर्वा तुल्यानि बहूनां करणीनां वा तुल्यानि रूपाणि रूपकृतेः शोधयेत् ।

अत्र रूपग्रहणं योगवियोगयोर्योगं करण्योर्महतीं प्रकल्प्येत्यादिप्रकारस्य व्यावृत्त्यर्थं शेषस्य पदेन रूपाणि पृथक् युतोनितानि कृत्वा तदर्द्धे कार्ये, मूले तत्करणीद्वयं भवति, यदि पुनर्वर्गे शेषाः करण्यः सन्ति तर्हि तयोर्मूले, करण्योर्मध्ये अल्पा मूलकरणी, या महती तानि रूपाणि रूपकृतेर्विशोधयेदित्यादिना पुनरपि मूलकरणीद्वयं स्यात्, पुनरपि शेषाः करण्यो भवेयुस्तदा एवमेव पुनः कुर्यात् अत्र महती रूपाणीत्युपलक्षणं क्वचिन्महती मूलकरणी अल्पारूपाणीत्यपिद्रष्टव्यम् ।

अत्रोपपत्तिः—

यथा करणीद्वयं क २ क ३ एतद्वर्गे करणीयुतितुल्यं रूपं तथा करण्योर्घातश्चतुर्गुणः रू ५ क २४,

अत्र रूपकृतिः २५ करणीयुतिवर्गस्तस्मात्करणी २४ शोधनेनावशेषं करण्योरन्तरवर्ग एव,

चतुर्गुणस्य घातस्य युतिवर्गस्य चान्तरम् ।
राश्यन्तरकृतेस्तुल्यमित्युक्तत्वात ।

अथ शेषपदं करण्योरन्तरं युतिस्तु करण्यो रूपरूपा ५, ततोन्तरयोगाभ्यां संक्रमणसूत्रेण पृथक्करण्योर्ज्ञानं सुगममेव ।

एवं यथा करण्यः क २ क ३ क ५ एतद्वर्गः रू १० क २४ क ४० क ६०

अत्र मूलग्रहणे प्रथमं करणीद्वयं क २ द्वितीयं शेषयोगमितं क ८ कल्पितं अनयोर्योग मितं रूपं १०, तथानयोर्घातश्चतुर्गुणः ६४ स च वर्गेकरणीद्वितय (२४,४०) योग एव,

अत्र रूपकृतेः १०० करणीद्वितय (६४) मपास्य शेषस्य (३६) पदेन (६) रूपाणि १० युतोनितानि १६,४ तदर्द्धे ८,२ जाते मूलकरण्यौ क २ क ८

अत्र प्रथमं सिद्धं क २ द्वितीयं तु योगकरणी ८ पृथक्कार्या,

अत एतत्कृतिः ६४ शेषकरणीयुतिवर्गः ६४ शेषघातश्चतुर्गुण ६० एतत्र वर्गे शिष्टा करण्यस्ति, अनयोरन्तरं

४ तत्पदं २ करण्योरनयो ३,५ रन्तरं ज्ञातं युतिस्तु ८ ज्ञातैव ततस्संक्रमगणितेन जाते करण्यौ ५,३ ।

एवं जाताः करण्यः क २ क ३ क ५, एवं सर्वत्र ।

अत उपपन्नं वर्गे करण्या यदि वा करण्योरित्यादि ।

एवं करण्योश्चतुर्गुणो घातःशोध्योऽस्ति तत एव मूलकरण्याल्पया चतुर्गुणया यासामपवर्तः स्याद्रूपकृतेस्ता विशोध्याः स्युरित्यपि सिद्धमेव, वर्गे बहूनां करणीनां सत्वे प्रथमं रूपकृतेः काः काः विशोध्या इति संशयापनोदाय मूलकरण्या सिद्धया

चतुर्गुणया या अपवर्त्तनलब्धयस्तास्ता एव मूलकरण्यो भवन्ति तयोरेव चतुर्गुण-घातस्य वर्गे करणीत्वसम्भवात्।

विमला—करणीमूलानयन के प्रकार—

वर्ग राशि में स्थित रूप के वर्ग में एक, दो वा अनेक करणी खण्डों को घटा कर शेष का वर्ग मूल को रूप में जोड़ना और घटाना चाहिए। उस का आधा करने से मूल के दो करणी हो जायगी।

अगर करणी वर्ग राशि में अवशिष्ट करणी रह गये हों तो पूर्वानीत दो करणीयों में से जो बड़ी करणी हो उस को रूप मान कर उक्तवत् क्रिया करें।

यहां पर रूपवर्ग में करणी खण्डों को घटाना जो कहा है; वह लघु करणी से आरम्भ कर के घटाना चाहिए।

क्योंकि इस तरह नहीं घटाने से बड़ी करणी रूप और छोटी मूलकरणी यह नियम न रहेगा। पर कहीं कहीं पर छोटी करणी रूप और बड़ी मूलकरणी भी होती है।

नवीनोपपत्तिः—

$(\sqrt{य}+\sqrt{क})^2 = य+क+2\sqrt{य}\times\sqrt{क} =$

$य+क+\sqrt{4यक}$।

एवं $(\sqrt{य}+\sqrt{क}+\sqrt{न})^2 =$

$य+क+न+2\sqrt{य}\times\sqrt{क}+2\sqrt{य}\times\sqrt{न}+$
$2\sqrt{क}\times\sqrt{न} =$

$य+क+न+\sqrt{4यक}+\sqrt{4यन}+\sqrt{4कन}$। एवमग्रेऽपि।

मूलकरण्योर्मूलकरणीनां वा योगसमं रूपं, मूलकरण्योर्मूलकरणीनां वा चतुर्घातसमाः करण्यश्चात्र सन्तीति स्फुटं दृश्यते।

अथात्र—

चतुर्गुणस्य घातस्य युतिवर्गस्य चान्तरम्।
राश्यन्तरकृतेस्तुल्यं द्वयोरव्यक्तयोर्यथा॥ इत्युक्तरीत्या

रूपवर्गात्करणीयोगसमरूपाणि विशोधनादन्तरवर्गोऽवशिष्टः स्यादस्य पदमन्तरमतः सङ्क्रमणगणितेनोपपत्तिः सुलभा। अत उक्तं "पदेन शेषस्य रूपाणि युतोनितानि। पृथक् तदर्धे करणीद्वयं स्यात्" इति।

एवं यत्र मूले करण्यावेव तत्र प्रथमवारमेव मूलकरण्यौ पृथक् स्याताम्।

यत्र बह्व्यः करण्यस्तत्र पूर्वोक्तरीत्या यत्करणीद्वयमागतं तयोरल्पा करणी मूलगतैव। शेषा तु मूलगतशेषकरणीनां योगरूपाऽतो महतीस्यादेवातो मूलगतशेषकरणीज्ञानाय महतीकरणी एव रूपं कल्पनीयम्।

अथ यत्र पूर्वकरणीमानाच्छेषकरणीयोगोऽल्पस्तत्र मूलगतावशिष्टकरणीज्ञा-

नाय लघुरेव रूपं कल्पयित्वाऽग्रे क्रिया कार्या। अतः क्वचिदल्पापीत्याचार्येणोक्तम्।

अथात्र प्रसङ्गादन्तेवसतामुपकाराय च पूज्यचरणमहामहोपाध्याय पं० श्रीसुधाकरीयोपपत्तिर्लिख्यते।

$अ \pm \sqrt{क} = ग \pm \sqrt{घ}$, इत्येकं समीकरणम्।

यत्र अ, ग, इति संख्याद्वयं सम्भवं, क, घ, इति संख्याद्वयं चावर्गाङ्करूपं,

तदात्र $अ = ग$, $क = घ$, इति भविष्यति।

यद्येवं तर्हि कल्प्यते $अ = ग + इ$,

अतः $ग + इ \pm \sqrt{क} = ग \pm \sqrt{घ}$,

समशोधनेन $इ \pm \sqrt{क} = \pm \sqrt{घ}$।

वर्गीकरणेन $इ^2 \pm २इ \sqrt{क} + क = घ$, समशोधनादिना

$$\frac{इ^2 \backsim (घ \backsim क)}{२ इ} = \sqrt{क}$$।

अत्र 'क' मूलं भिन्नं वाऽभिन्नं सम्भवसंख्यासमं जातं,

परन्तु कमानमवर्गात्मकं पूर्वं कल्पितमवर्गाङ्कस्य मूलं न सावयवं, न निरवयवं च, भिन्नवर्गे भिन्नत्वान्निरवयवाङ्कवर्गे वर्गाङ्कत्वादतः पूर्वकल्पना न तथ्या। ततोऽवश्यं

$अ = ग$, तेन $क = घ$ इति सिद्ध्यति।

अथ कल्प्यते $अ + \sqrt{क}$, अस्य मूलम् $= \sqrt{या} + \sqrt{का}$।

ततो वर्गेण $या + का + \sqrt{४याका} = अ + \sqrt{क}$।

पूर्व समीकरणयुक्त्या $या + का = अ$, $\sqrt{४याका} = \sqrt{क}$

ततो वर्गेण $या^2 + २ \, या \, का + का^2 = अ^2$।

अतः $४ \, या \, का = क$।

पक्षयोः शोधनेन $या^2 - २ \, या \, का + का^2 = अ^2 - क$,

पदेन $या - का = \sqrt{अ^2 - क}$। ततः सङ्क्रमणेन या, का, अनयोर्मानं सुगममित्युपपन्नं मूलानयनम्।

अवर्गमूलस्य प्रशंसा चेयम्—

न यो विभिन्नो न यतोऽप्यभिन्नो यद्यात्महा तर्हि ददाति तूर्णम्।
सम्पूर्णसंख्या गणितार्णवान्तः प्रविश्य मे ब्रूहि तदीय नाम॥ इति।

मत्कृता (विशेषकृता) युक्तियुक्तैव।

उदाहरणम्—

द्वितीयवर्गस्य मूलार्थं न्यासः—रू ५ क २४। रूपकृतेः २५ करणीतुल्यानि रूपाणि २४ अपास्य शेषम् १। अस्य मूलेन १ ऊनाधिकरूपाणामर्धे जाते मूलकरण्यौ क २ क ३।

प्रथमवर्गस्य

न्यासः—रू १० क २४ क ४० क ६०। रूपकृतेः १०० चतुर्विंशतिचत्वारिंशत्करण्योस्तुल्यानि रूपाण्यपास्य शेषम् ३६। अस्य मूलेनोनाधिकरूपाणामर्धे जाते २। ८ तत्रापीयं २ मूलकरणी। द्वितीयां रूपाण्येव प्रकल्प्य पुनः शेषकरणीभिः स एव विधिः कार्यस्तत्रेयं रूपकृतिः ६४। अस्याः षष्टिरूपाण्यपास्य शेषम् ४। अस्य मूलम् २। अनेनोनाधिकरूपाणामर्धे ३। ५ जाते मूलकरणी क ३ क ५। मूलकरणीनां यथाक्रमं न्यासः क २ क ३ क ५।

तृतीयवर्गस्य

न्यासः—रू १६ क १२० क ७२ क ६० क ४८ क ४० क २४। रूपकृतेः २५६। करणीत्रितयस्यास्य क ४८ क ४० क २४ तुल्यानि रूपाण्यपास्योक्तवज्जाते खण्डे २। १४। महती रूपाणीत्यस्याः १४ कृतिः १९६। अस्य करणीद्वयस्यास्य क ७२ क १२०। तुल्यरूपाण्यपास्योक्तवज्जाते खण्डे ६। ८। पुना रूपकृतेः ६४। षष्टिरूपाण्यपास्योक्तवत् खण्डे ३। ५। एवं मूलकरणीनां यथाक्रमं न्यासः क ६ क ५ क ३ क २।

चतुर्थस्य

न्यासः—रू ७२। इयमेव लब्धा मूलकरणी क ७२। पूर्वं खण्डत्रयमासीदिति "वर्गेण योगकरणी विहृता विशुद्ध्येत्" दिति षट्त्रिंशता विहृता शुद्ध्यतीति षट्त्रिंशतो मूलम् ६। एतस्य खण्डानां १। २। ३। कृतयः १। ४। ९ पूर्वलब्ध्याऽनया २ क्षुण्णाः २। ८। १८। एवं पृथक् करण्यो जाताः क २ क ८ क १८।

अथ पूर्वसिद्धवर्गस्य मूलार्थं न्यासः—

सु० रू १० क २४ क ४० क ६०,

अत्र रूपकृतेः १०० एककरणीतुल्यरूपशोधने शेषस्य पदाभावः करणीत्रितयतुल्यरूपाणि तु न शुद्ध्यन्ति अतः करणीद्वयतुल्यरूपाणि शोध्यानि करणीद्वयं त्वभीष्टमिदं क २४ क ४०, इदं वा क २४ क ६० इदं वा क ४० क ६०,

तत्र प्रथमं करणीद्वयं विशोध्य मूलं साध्यते रूपकृतेः १०० करणीद्वय क ४० क २४ तुल्यरूपाणि विशोध्य शेषं ३६, अस्य पदं ६ अनेन रूपाणि १० युतोनितानि १६,४ अर्द्धे ८,२ वर्गेऽन्यापि करण्यस्ति अतो महती मूलकरणी रूपाणि-८, एषां वर्गः ६४ अस्माच्छेषकरणी ६० तुल्यरूपाणि विशोध्य शेषस्य ४ पदेन २ रूपाणि ८ युतोनितानि १०,६ अर्द्धे ५,३।

एवं जाता मूलकरण्यः क २ क ३ क ५,

अथ द्वितीयोदाहरणे न्यासः—

रू ५ क २४,

रूपकृतेः २५ करणी २४ तुल्यरूपाणि विशोध्य शेषस्य १ पदेन १ रूपाणि ५ युतोनितानि ६,४ तदर्द्धे ३,२ जाते मूलकरण्यौ क २ क ३

अथ तृतीये न्यासः—

रू १६ क १२० क ७२ क ६० क ४८ क ४० क २४,

रूपकृतेः २५६ करणीत्रितयस्यास्य तुल्यानि रूपाणि १२०,७२,४८ विशोध्य शेषस्य १६ पदेन ४ रूपाणि १६ युतोनितानि २०,१२ तदर्द्धे १०,६ अनयोरल्पा मूलकरणी, महती रूपाणि १० रूपकृतेः १०० करणीद्वय २४,६० मपास्य शेषस्य १६ पदेन ४ रूपाणि १० युतोनितानि १४,६ तदर्द्धे ७,३ अनयोरल्पा ३ मूलकरणी, महती रूपाणि ७ तत्कृतेः ४९ करणी ४० मपास्य शेषस्य ९ पदेन ३ रूपाणि ७ युतोनितानि १०,४ तदर्द्धे ५,२ जाते मूलकरण्यौ,

एवं जाता सर्वमूलकरण्यः = क ६ क ५ क ३ क २।

अथ चतुर्थोदाहरणे न्यासः—

रू ७२ क०

रूपकृतेः ५१८४ करणीं क० विशोध्य शेषस्य ५१८४ पदेन ७२ रूपाणि ७२ युतोनितानि १४४,० तदर्द्धे ७२,० एवं जाता मूलकरणी ७२,

नन्वियं कृतिः ७२ अष्टादशाष्टद्विकसम्मितानां तत्कथमस्या मूलं द्विममनिकरण्य इति चेदुच्यते इयं तासामेव युतिकरणी रू ७२, अतः प्रतीत्यर्थं विश्लेषसूत्रेण पृथक् क्रियते।

यथेयं योगकरणी ७२ वर्गेणानेन ३६ विहृता लब्धिः २, कृतिपदं ६ पूर्वन्तु खण्डत्रयमासीदिति खण्डत्रयं कृतं ३,२,१ एषां कृतयः ९,४,१ पूर्वलब्ध्या २ गुणिताः पृथक्करण्यः १८,८,२,

एवं करणीविश्लेषः॥

प्रथम उदाहरण—

विमला०—यहां रू १० क २४ क ४० क ६० इस का मूलग्रहण करना है।

रूप १० का वर्ग किया तो १०० हुआ, इस में एक करणी के बराबर रूप घटाने से शेष का मूल नहीं मिलता।

तथा तीनों कारणीयों के योग तुल्य घट नहीं सकता, अतः दो दो करणीयों के समान रूप घटा कर मूल लाते हैं।

जैसे रूप १० के वर्ग १०० में क २४ क ४० के तुल्य रूप घटाने से शेष = ३६ रहा, इस का मूल ६ हुआ।

इस को दो जगह स्थित रूप में एक जगह जोड़ कर और दूसरे जगह घटा कर आधा किया तो एक ८ और दूसरा २ हुआ।

एवं मूल में दो करणी हुई।

यहाँ वर्ग राशि में एक करणी और है, अतः मूलकरणीयों में से बड़ी करणी आठ को रूप कल्पना किया।

अब उस का वर्ग ६४ में शेष करणी ६० के समान रूप घटा कर शेष चार का मूल २ को रूप में एक जगह जोड़ने से और दूसरे जगह घटाने से ६ हुआ।

इस का आधा किया तो ५, ३ हुआ। यह मूल के करणी है।

अतः मूलकरणी=क २ क ३ क ५ हुआ।

इसी तरह क २४ क ६० या क ४० क ६० को पहले घटा कर मूलग्रहण करने से पूर्व तुल्य करणी आती हैं।

द्वितीय उदाहरण—

जैसे रू ५ क २४ का मूल ग्रहण करना है।

यहाँ रूप ५ के वर्ग २५ में करणी तुल्य रूप को घटाया तो एक शेष रहा इस का मूल एक ही हुआ, इस को रूप में युत, ऊन, कर के आधा किया तो तीन और दो हुआ।

अतः मूलकरणी = क २ क ३।

तृतीय उदाहरण—

इस उदाहरण में रू १६ क १२० क ७२ क ६० क ४८ क ४० क २४, का मूल ग्रहण करना है।

यहाँ रूप १६ का वर्ग २५६ में क १२० क ७२ क ४८ के योग समान रूप २४० को घटाया तो शेष १६ रहा।

इस का मूल ४ चार को रूप में युत ऊन कर के आधा किया तो १०,६ हुआ।

वर्ग राशि में शेष करणी होने के कारण छोटी करणी ६ को मूल स्थान में और बड़ी करणी १० को रूप स्थान में लिखा।

पुनः रूप १० के वर्ग १०० में क ६० क २४ के योग तुल्य रूप ८४ को घटाने से शेष १६ रहा, इस का मूल ग्रहण किया तो ४ हुए। इस को रूप में युत ऊन किया तो १४, ६ हुआ। इन का आधा किया तो ७, ३ हुए।

फिर वर्गराशि में शेष करणी होने के कारण करणी तीन मूल स्थान में लिखा और क ७ को रूप कल्पना किया।

अब रूप के वर्ग ४९ में शेष करणी ४० के तुल्य रूप को घटाया तो शेष ९ बचा, इस का मूल लिया तो तीन हुआ। इस को रूप में जोड़ने और घटाने से १०, ४ हुए इन का आधा किया तो ५, २ हुआ। अब वर्ग राशि में शेष-करणी नहीं है। अतः मूल करणी = क ६ क ३ क ५ क २, हुई।

चतुर्थ उदाहरण—

रू ७२ क० का मूल ग्रहण करना है। अतः रूप ७२ के वर्ग ५१८४ में करणी शून्य सम रूप को घटाने से शेष ५१८४, ही रहा। इस का मूल लिया तो ७२ ही हुआ। इस को रू ७२ में जोड़ने और घटाने से १४४, ० हुए, इस का आधा किया तो ७२ और ० हुआ।

इस प्रकार यहाँ मूलकरणी ७२ ही सिद्ध हुई।

अब यह क ७२ योग करणी है, क्यों कि इस के पहले क १८ क ८ क २ ये तीन खण्ड थे। अतः "वर्गेण योग करणी विहृता विशुद्धयेत्" इस निश्लेष सूत्र से इस का मान अलग निकालना चाहिए।

अतः करणी ७२ में वर्गात्मक राशि ३६ का भाग देने में दो लब्धी मिली, और भाजक ३६ का मूल ६ मिला। इस का तीन खण्ड बनाया तो ३। २। १ हुए। इन के वर्ग को पूर्वागत लब्धि दो से गुणा किया तो १८। ८। २ हुए।

अतः मूलकरणी = क १८ क ८ क २ हुई।

अथ वर्गगतर्णकरण्या मूलानयनार्थं सूत्रं वृत्तम्—

ऋणात्मिका चेत् करणी कृतौ स्याद्धनात्मिकां तां परिकल्प्य साध्ये।
मूले करण्यावनयोरभीष्टा क्षयात्मिकैका सुधियाऽवगम्या॥ १९॥

सु०—अथ यत्र राशौ ऋणकरणी भवति तत्र मूलग्रहणे विशेषमुपजातिकयाह—यदि वर्गे करणी ऋणात्मिका स्यात्तर्हि तां धनात्मिकां प्रकल्प्य मूलकरण्यौ साध्ये अनयोर्मूलकरण्योर्मध्येऽभीष्टैका करणी सुधिया क्षयात्मिका ज्ञेया, तेन वर्गे यद्येकैव क्षयकरणी भवति तदैवैकस्या मूलकरण्याः क्षयत्वं यदि द्व्यादयो भवन्ति तदा एकस्य द्वयोर्बहूनां वा मूलकरणीनां युक्त्या यथा संभवन्ति तथा क्षयत्वं,

यत्र वर्गे सर्वा अपि धनकरण्यः तत्रापि सर्वासामपि मूलकरणीनां पक्षे क्षयत्वमवगन्तव्यम्।

अत्रोपपत्तिः—

यथा मूलकरण्यौ क ३ क ५ वर्गः रू ८ क ६० अत्र ऋणकरण्या धनत्वकल्पनेनैव रूपकृतेः ६४ करणी ६० शोधिता ४ शेषस्य पदेन २ रूपाणि ८ युतोनितानि १०, ६ तदर्द्धे ५, ३ जाते मूलकरण्यौ।

अत्र करण्या ६० ऋणत्वकल्पने सशोध्यमानमृणं धनं स्यादिति रूपकृतेः करणीयोगान्तरसिद्धिः अतो धनात्मिकां तां परिकल्प्येति सम्यगुक्तम्।

यद्यपि वर्गे मूलकरणीयोगो रूपाणि परं धनर्णयोरन्तरमेव योग इति युक्त्या करण्यन्तरं २ रूपाणि न भवन्ति किन्तु ऋणकरण्या वर्गस्यापि धनत्वात्तन्मूलस्य धनत्वात्करणीयोग एव रूपाणि तत्कृतिः करणीयुतिवर्गः।

अथ चतुर्गुणघातस्यात्र ऋणत्वेऽ६० पि विश्लेषादेव करण्यन्तरवर्गसिद्धिः,

तन्मूलं ऋरण्यन्तरं तस्य करणीयोगेन सह संक्रमगणितान्मूलकरण्यौ भवतस्तत्रैकाऽभीष्टा त्तयात्मिका भवितुमर्हति वर्गेस्वर्णघातेत्त्वयत्वदर्शनान्मूले तदेकस्य ऋणत्वकल्पनं युक्तमेव धनर्णाङ्कयो ५, ३ योगवर्ग ४ चतुर्गुणघात ६० स्य संशोधनेन योगा ६४ त्तन्मूलं ८ अन्तरमेव पंचतस्त्रिमितर्णस्य शोधनात् इदं सिद्धं परमेवं न कृत माचार्य्यैः करणीयोगस्यैव रूपत्वेनादृतत्वात् ।

विमला०—वर्ग गत ऋण करणी के मूलानयन का प्रकार—

अगर करणी के वर्ग राशि में कोई ऋण करणी पड़ा हो तो उस को धन कल्पना करके "वर्गे करण्या यदि वा करण्योस्तुल्यानि रूपाणि" इत्यादि पूर्वसूत्रोक्त प्रकार से दो मूल करणी लाना चाहिये। इस तरह आनीत उन दो करणीयों में से एक को ऋण कल्पना करे।

अगर वर्ग राशि में एक से अधिक करणी ऋणात्मक हों तो मूल करणीयों में से जिस करणी का ऋणात्मक होना सम्भव हो उस को ऋण कल्पना करना चाहिए।

एवं जिस वर्गराशि में सब करणीयाँ धन हों वहां पर भी एक पक्ष में मूल करणीयों को ऋणात्मक जानना चाहिए।

नवीनोपपत्तिः—

$$(\sqrt{\text{य}} + \sqrt{\text{क}})^2 = \text{य} + \text{क} + \sqrt{४\text{यक}},$$

$$(\sqrt{\text{य}} - \sqrt{\text{क}})^2 = \text{य} + \text{क} - \sqrt{४\text{यक}},$$

अत्र वर्गद्वयेऽपि धनर्णस्वरूपं विहाय रूपकरण्योर्माने समाने।

तत्र द्वितीयपक्षीयमूलानयने "वर्गे करण्या यदि वा करण्योस्तुल्यानि रूपाणि" इत्यादि प्रकारेण करणीयोगसमरूपस्य (य + क) कृतेः करण्योश्चतुर्गुणितघातस्य विशोधनात् "संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेति" इत्यनेन तदृणत्वमेत्यर्णर्णयोर्योगो वर्गराशावागच्छेत्, अतो नेत्थं मूललाभः। यद्यत्र करण्योश्चतुर्गुणितघातं धनात्मकं परिकल्प्य मूलमानीयते तदा धनात्मकस्यैवास्य ($\sqrt{\text{य}} + \sqrt{\text{क}}$) मूलस्य लाभस्तत्र यथासम्भवमेकार्णात्मिका कल्प्या। अतः "धनात्मिकां तां परिकल्प्य साध्ये" "त्तयात्मिकैका सुधियावगम्या" इति चोपपन्नं सर्वम्।

उदाहरणम्—

त्रिसप्तमित्योर्वद मे करण्योर्विश्लेषवर्गं कृतितः पदं च ॥१५॥

न्यासः क ३ क ७। यद्वा क ३ क ७̇।

अनयोर्वर्गः सम एव रू १० क ८४̇।

अत्र वर्गे ऋणकरण्या धनत्वं प्रकल्प्य प्राग्वल्लब्धकरण्योरेकाऽभीष्टा ऋणगता स्यादिति जातम्

क ३̇ क ७। वा क ३ क ७̇।

सु०—अत्रोदाहरणानि सार्द्धोपजातिकयाह—

त्रिसप्तमित्योः करण्योर्विश्लेष वर्गं वर्गमूलञ्च वदेत्यर्थः।

उदाहरणम्—

न्यासः क ३̇ क ७, वा क ३ क ७̇

अनयोर्वर्गः सम एव यथा अन्त्यस्य ३ वर्गः ९ अपरे "चतुर्गुणान्त्यनिघ्ना" इति ८४̇ पुना राशिमुत्थार्यान्त्यवर्गः क ४९, अत्र मूलयोर्योगः रूः १० क ८४̇

अत्र वर्गे ऋणकरण्या यथास्थितत्वादुक्तवद्वर्गपदाभावः, तथाहि रूपकृतेः १००। करणी ८४̇ मपास्य १८४ शेषस्य पदाभावान्नोक्तवन्मूलसिद्धिः, अतः क्षयकरणीं धनात्मिकां परिकल्प्य मूलं ग्राह्यं तथा सति रूपकृतेः १०० करणी ८४ मपास्य शेषं १६ अस्य पदेन रूपाणि १० युतोनितानि १४। ६ तदर्द्धे जाते मूलकरण्यौ ७। ३ अनयोरेकाऽभीष्टात्क्षयात्मिकेति क ३̇ क ७ वा क ३ क ७̇

इति "क्षयात्मिकैका सुधियावगम्या" इति चोपपन्नं सर्वम्।

विमला—करणी तीन, करणी सात के अन्तर का वर्ग और उस वर्ग का मूल क्या होगा?

उदाहरण—

क ३̇ क ७, या क ३ क ७̇ का वर्ग (रू १० क ८४̇) समान ही हुआ। इस वर्ग का मूल साधन करना है।

जैसे रूप १० के वर्ग १०० में करणी तुल्य रूप को घटाना है तो "क्षयः स्व-स्वमेति" इस सूत्र से ऋण ८४ धन हो कर रूप वर्ग में युक्त होगया तो १८४ हुआ, इस का मूल नहीं मिलता, अतः ८४ को धन मान कर रूप वर्ग में घटाया तो शेष = १६ रहा।

इस का मूल ४ को रूप में जोड़ने घटाने से १४, ६ हुए, इस का आधा किया तो ७, ३ हुए।

इस प्रकार मूल करणी = क ३ क ७ हुए।

इनमें से यथासम्भव किसी एक को ऋण कल्पना करने से पूर्वोक्त मूल करणी=क ३̇ क ७, या क ३ क ७̇ हुई।

उदाहरणम्—

द्विकत्रिपञ्चप्रमिताः करण्यः स्वस्वर्णगा व्यस्तधनर्णगा वा।
तासां कृतिं ब्रूहि कृतेः पदं च चेत् षड्विधं वेत्सि सखे करण्याः॥२६॥

न्यासः। क २ क ३ क ५̇। वा क २̇ क ३̇ क ५।

आसां वर्गः सम एव जातः रू १० क २४ क ४०̇ क ६०̇।

अत्र ऋणकरण्योस्तुल्यानि धनरूपाणि १००, रूपकृतेः १००, अपास्य शेषस्य मूलम्०। अनेनोनाधिकरूपाणामर्धे क ५। क ५। अत्रैका ऋणम् क ५̇। अन्या रूपाणीति।

न्यासः रू ५ क २४। पूर्ववज्जाते करण्यौ धन एव क ३ क २। यथाक्रमं न्यासः क २ क ३ क ५̇।

अथ वाऽनयोः क २४ क ६० तुल्यानि धनरूपाणि ८४। रूपकृतेः १००। अपास्योक्तवज्जाते मूलकरण्यौ क ७ क ३। अनयोर्महतो ऋणं क ७̇। तान्येव रूपाणि प्रकल्प्य रू ७̇ क ४०। अतः प्राग्वत् करण्यौ क ५ क २। अनयोरपि महती ऋणमिति यथाक्रमं न्यासः क ३ क २ क ५̇।

अथ द्वितीयोदाहरणे—

प्राग्वत् प्रथमपक्षे मूलकरण्यौ क ५ क ५। अनयोरेका ऋणं क ५̇ तान्येव रूपाणीति ऋणोत्पन्ने करणीखण्डे ऋणे एवेति यथाक्रमं न्यासः क ३̇ क २̇ क ५।

द्वितीयपक्षेणापि यथोक्ता एव मूलकरण्यः क २ क ३̇ क ५। एवं बुद्धिमताऽनुक्तमपि ज्ञायत इति।

सु०—अथ द्वितीयोदाहरणमुपजातिकयाह—

भो सखे त्वं चेत्करण्याः षड्विधं सङ्कलनव्यवकलनगुणनभजनवर्गवर्गमूलात्मकं वेत्सि जानासि तर्हि द्विकत्रिपञ्चप्रमिताः करण्यः किं लक्षणाः स्वस्वर्णगाः स्वं च स्वं च ऋणं च कृत्वा स्वस्वर्णानि गच्छन्ति ताः अर्थात् प्रथमं करणीद्वयं धनं अपरा करणी ऋणम्,

अथवा ता व्यस्तधनर्णगाः विपरीतधनर्णगा वा याः करण्यस्तासां कृतिं वर्गं कृतितः पदं च कथयेत्यर्थः इति प्रश्नद्वयम्।

उदाहरणम्—

तत्र प्रथमप्रश्ने पक्षद्वयमतः प्रथमद्वितीयपक्षयोर्न्यासः

क २ क ३ क ५̇, वा क २̇ क ३̇ क ५

आसां वर्गः सम एव रू १० क २४ क ४̇० क ६̇० अत्र ऋणकरण्योः ४̇०। ६̇० तुल्यानि रूपाणि १००̇ यदि रूपकृतेः १०० शोध्यन्ते तदा मूलाभाव एवातः ऋणात्मिका चेत्करणीकृतौ स्याद्धनात्मिकां तां परिकल्प्येति करण्योः क ४० क ६० तुल्यानि रूपाणि १०० रूपकृतेर्विशोध्य शेषं० अस्य पदेन० रूपाणि १० युतोनितानि १०।१० तदर्द्धे क ५ क ५ अनयोरेकस्या ऋणत्वमवश्यं कल्प्यं अन्यथा वर्गे क्षयकरणीति न स्यात्।

अत्र मूलकरण्याः क्षयत्वमितरस्य च धनत्वं प्रकल्प्य तावदुदाहरणम्—

क ५̇ इयं मूलकरणी शेषकरणीरूपाणि ५ एषां कृतेः २५ करणी २४ मपास्य शेषस्य १ पदेन १ रूपाणि ५ युतोनितानि ६,४ तदर्द्धे ३,२ जाते मूलकरण्यौ क ३ क २,

अत्रोभयोर्द्धनत्वमेव युक्तं एकस्या ऋणत्वे वर्गे शेषकरण्या २४ धनत्वं न स्यात्

तयोश्चतुर्गुणघातात्मकत्वादस्याः उभयक्षयत्वे यद्यपि शेषकरण्याः क्षयत्वं न स्यात्तथापि पूर्वं मूलकरण्या क ५ चतुर्गुणया २० गुणितयोरनयोर्मूलकरण्योः क ३ क २ क्षयत्वं न स्यात् क ६० क ४० एवं जातं पदं क ५ क ३ क २

अथ मूलकरण्या धनत्वं प्रकल्प्योदाहरणम्—

तद्यथा मूलकरणी ५ शेषाणि ५ रूपाण्येव रूपकृतेः २५ शेषकरणीमपास्य पूर्ववज्जाते करण्यौ क ३ क २, अत्रोभयोः क्षयत्वमेवोपयुक्तं एकस्या एव क्षयत्वे उक्तयुक्त्या शेषकरण्याः धनत्वं न स्यात् उभयोर्धनत्वे उक्तयुक्त्या पूर्वकरण्योः ४०,६० क्षयत्वं न स्यात् ।

एवं जातं पदं क ५ क ३ क २ तस्मादुक्तं सुधियेति ।

एवमनयोः क २४ क ४० अनयोर्वा क २४ क ६० प्रथमतः शोधनेनापि पदद्वयं द्रष्टव्यम् ॥

विमला०–करणी दो, करणी तीन, ऋणकरणी पाँच या ऋण करणी दो, ऋणकरणी तीन, धन करणी पाँच का वर्ग और उस का वर्गमूल क्या होगा बताओ, अगर करणी के षड्विध जानते हो ।

उदाहरण—

क २ क ३ क ५ या क २ क ३ क ५ इन का वर्ग करने से यह रू १० क २४ क ४० क ६० तुल्य ही हुआ ।

इस का मूल ग्रहण करना है । रूप १० का वर्ग १०० में धन करणी ४० करणी ६० का योग के समान रूप घटाने से शेष=० बचा । इस को रूप में जोड़ने घटाने से १०,१० हुए इनका आधा ५,५, मूल करणी हुए इन में किसी एक को ऋण मानना चाहिए, अन्यथा वर्गराशि में ऋण करणी होना असम्भव हो जायगा । इन में मूलकरणी को ऋण और शेष को धन कल्पना कर के आगे क्रिया करना ।

जैसे करणी धन ५ को रूप कल्पना कर उस के वर्ग २५ में करणी २४ तुल्य रूप घटाने से शेष एक रहा । इस को रूप में जोड़ने घटाने से ६,४ हुए । इन का आधा किया तो ३,२ हुए ।

अतः मूलकरणी=क ३ क २, ये दोनों करणी धन ही होगा । अन्यथा वर्ग राशि में क २४ धन न होगी । किन्तु वर्ग करने से मूल करणी ५ के चतुर्गुणित करणी से क ३ क २ को गुण देने से ऋणत्व नष्ट हो जायगा । अतः दोनों करणीयों को धन मानना योग्य है ।

अतः मूल करणी क ५ क ३ क २ हुई ।

मूल करणी को धन मान कर यहां गणित करते हैं । जैसे पूर्वोक्त उदाहरण में पहले क ५ क ५ ये दो करणी आये थे । इन में ऋण मूल करणी और धन रूपात्मक करणी को माना था ।

किन्तु अब उलटा मान कर क्रिया करते हैं । अर्थात् मूल करणी ५ को धन

और रूपात्मक करणी ५ को ऋण कल्पना कर के रूप ५ का वर्ग २५ में शेष करणी २४ को घटाने से शेष=१ रहा ।

अतः पूर्ववत् क ३ क २ आईं । परन्तु यहां दोनों करणी ऋण ही होनी चाहिए । क्यों कि एक को ऋण मानने से पूर्वोक्तानुसार क २४ धन न होगी । अगर दोनों करणीयों को धन ही मान लें तो पूर्वोक्तानुसार क ४० और क ६० ऋण न होंगी ।

अतः मूलकरणी=क ५ क ३ क २ सिद्ध हुई ।

अन्य प्रकार से मूलानयन—

रूपवर्ग १०० में क २४ और क ६० का योग तुल्य करणी घटाने से शेष=१६ बचा । इस का मूल ४ चार को रूप में जोड़ने घटाने से १४,६ हुए । इन का आधा किया तो क ७,क ३ हुए । इन में से मूलकरणी तीन और रूपात्मक करणी ऋण सात को माना तो रूप के वर्ग ४९ में धन करणी ४० के तुल्य रूप घटाने से शेष ९ रहा । इस का मूल ३ को रूप में जोड़ने घटाने से १०,४ हुए । इस का आधा ५,२ हुए । इनमें से करणी ५ को ऋण मानने से मूलकरणी=क ३ क २ क ५ हुईं ।

एवं रूप १० के वर्ग १०० में क २४ क ४० इन दोनों का योग तुल्य रूप मान कर घटाने से शेष=३६ का मूल=६ को रूप में युत ऊन कर के आधा किया तो ८,२ हुए । इनमें से करणी ८ को रूप मान कर उस के वर्ग ६४ में शेषकरणी साठ को घटाया तो शेष = ४ बचा । इस का मूल २ को रूप में युत ऊन करके आधा किया तो ५,३ हुए, इन में यथायोग्य तीन को ऋण कल्पना किया तो मूलकरणी=क २ क ३ क ५ हुईं ।

पूर्वैर्नायमर्थो विस्तीर्योक्तो बालावबोधार्थं तु मयोच्यते ।
एकादिसंकलितमितकरणीखण्डानि वर्गराशौ स्युः ।
वर्गे करणीत्रितये करणीद्वितयस्य तुल्यरूपाणि ॥ २० ॥
करणीषट्के तिसृणां दशसु चतसृणां तिथिषु च पञ्चानाम् ।
रूपकृतेः प्रोह्य पदं ग्राह्यं चेदन्यथा न सत् क्वापि ॥ २१ ॥
उत्पत्स्यमानयैवं मूलकरण्याऽल्पया चतुर्गुणया ।
यासामपवर्त्तः स्याद्रूपकृतेस्ता विशोध्याः स्युः ॥ २२ ॥
अपवर्त्ताद्पि लब्धा मूलकरण्यो भवन्ति ताश्चापि ।
शेषविधिना न यदि ता भवन्ति मूलं तदा तदसत् ॥ २३ ॥

करणीवर्गराशौ रूपैरवश्यं भवितव्यम् । एककरण्या वर्गे रूपाण्येव, द्वयोः सरूपैका करणी, तिसृणां तिस्रः, चतसृणां षट् । पञ्चानां दश । षण्णां पञ्चदश इत्यादि ।

अतो द्व्यादीनां करणीनां वर्गेषु एकादिसंकलितमितानि करणीनां

खण्डानि रूपाणि च यथाक्रमं स्युः। अथ यदि उदाहरणे तावन्ति न भवन्ति तदाऽसौ योगकरणी विश्लेष्या वा भवतीति कृत्वा मूलं ग्राह्यमित्यर्थः। वर्गे करणीत्रितये करणीद्वितयस्य तुल्यरूपाणीति स्पष्टार्थम्।

सु०—अथात्रवर्गे करणीसंख्यानियमपूर्वकं शोध्यकरणीनियमं गीतिद्वयेनार्या द्वितयेन च निरूपयति।

अथादितो व्याख्या—करणीवर्गराशौ रूपैरवश्यं भवितव्यम्। एककरण्या वर्गे रूपाण्येव द्वयोः सरूपैका करणी तिसृणां तिस्रः। चतसृणां करणीनां षट् पञ्चानां दश षण्णां पञ्चदश,

एवं द्व्यादीनां करणीनां वर्गेषु एकादिसंकलितमितानि करणीखण्डानि सरूपाणि यथाक्रमं स्युः।

अथ यद्युदाहरणे तावन्ति न भवन्ति तदा संयोज्य वा योगकरणीं विश्लेष्य तावन्ति कृत्वा मूलं ग्राह्यं वर्गे करणीतृतये करणीद्वितयस्य तुल्यरूपाणि शोध्यानि, करणीषट्के वर्गे सति करणीतिसृणां तुल्यानि रूपाणि शोध्यानि, करणीदशके करणीचतुष्टयतुल्यानि रूपाणि शोध्यानि, पञ्चदशकरण्यात्मके वर्गे करणीपञ्चकतुल्यानि रूपाणि शोध्यानि रूपकृतेरितिसर्वत्र ज्ञेयम्। शेषस्य पदं ग्राह्यं यद्यनया रीत्या शोधने कृते पदं न लभ्यते तर्हि तदुदाहरणं क्वापि सन्नभवति।

एवं सति उत्पत्स्यमानया उत्पन्नया अल्पया मूलकरण्या चतुर्गुणया यासामपवर्तः स्यात् ताः रूपकृतेर्विशोध्याः स्युः, अत्रापवर्ते कृते या मूलकरण्यो लब्धास्ताः शेषविधिना रूपकृतेरुक्तकरणीतुल्यानि रूपाण्यपास्य शेषस्य पदेन रूपाणि युतोनितानि तदर्द्धमूलकरणीद्वयं स्यादिति

इत्यनेनापि यदि नायाति तदा तन्मूलमसत्,

करणीवर्गराशौ रूपैरवश्यं भवितव्यमितिनियमात्।

अत्रोपपत्तिः—

एका करणी चेत्तदा तद्वर्गे कृते पश्चान्मूले गृहीते रूपाण्येव स्युः, यत्र तु करणीद्वयं तत्र स्थाप्योन्त्यवर्ग इति रीत्या करण्योर्घातश्चतुर्गुणः करणी, तथा करणीयोगो रूपाणि भवन्ति।

एवं यत्र करणीत्रयं तत्र वर्गे चतुर्गुणान्त्यनिघ्ना इति रीत्या करणीत्रयं सम्भवति, प्रथमया द्वितीयतृतीययोर्गुणनात्खण्डद्वयं तथा द्वितीयया तृतीयाया गुणनात्खण्डमेकं एवं खण्डत्रयमेव, करणीयोगो रूपाणि, एवमेकोनपदसंकलितमितकरणीखण्डानि स्युः,

यथा करणीद्वयवर्गे खण्डमेकमेव १, करणीत्रयवर्गे एकोनपद २ संकलित ३ मितानि, करणीचतुष्टयवर्गे रूपोनपद ३ संकलितानि ६ एवमग्रेऽपि।

अतो वर्गस्थाने करणीत्रयं रूपाणि च तदा मूलकरणीत्रयमस्तीति ज्ञातं तत्र रूपवर्गस्तु करणीयुतिवर्गस्तत्र प्रथममूलकरणी तु खण्डमेकं, द्वितीयतृतीयकरणीयोगो

द्वितीयखण्डं अनयोर्योगवर्गो रूपकृतितुल्यः सिद्धस्तस्मात्करणीद्वययोगतुल्यरूपशोधनात्खण्डयोरन्तरवर्ग एव शिष्टः स्यात्,

यथा मूलकरणी क २ क ३ क ५ वर्गः रू १० क २४ क ४० क ६० अत्र कल्पितं प्रथमं खण्डं २ शेषयोगो द्वितीयं ८ अनयोश्चतुर्गुणो घातः ६४ स तु वर्गस्थानीयकरण्यो २४,४० योंगएव ६४, यतो वर्गकरणे द्वितीयतृतीययोः प्रथमया गुणनं पुनश्चतुर्गुणनं कृतं तद्योगो वा द्वितीयतृतीय ३,५ योग एव ८, प्रथमया २ गुणितश्चतुर्गुणितः कृतः ६४ फलाविशेषात्।

अथ खण्ड २, ८ द्वययुतिवर्गाद्रूपकृते १०० श्चतुर्गुणघातो ६४ विशोधितः, शेषमूलं ६ खण्डान्तरमितं, ततः संक्रमणेन जाते खण्डे ८, २।

अत्र लघुखण्डप्रथमकरणी २ महती तु ८, शेष करणी ३, ५ योग रूपा, ततः पुनः क्रिया कृता एवं वर्गे करणीतृतये करणीद्वितयस्य तुल्यरूपाणीत्युपपन्नम्।

एवमग्रेऽपि ज्ञेयम्।

अथात्र प्रथमकरणीघातश्चतुर्गुणः शोध्यतेऽतो याः शोधितास्तासां प्रथमया चतुर्गुणयाऽपवर्तः स्यादेव यद्यपवर्तो न स्यात्तदोहाहरणं दुष्टमेव।

यथा प्रकृते मूलकरण्याऽल्पया चतुर्गुणया ८ वर्गस्थानीयकरण्यो २४।४० रपवर्तितयोर्लब्धे ३।५ एते एव पश्चात्संसिद्धे यतः सिद्धे खण्डे ८।२ अथ रूपकृतेः ६४ शेषकरणी ६० शोधिता ४ तन्मूलेन २ रूपाणि ८ युतोनितानि १०।६ तदर्द्धे जाते मूलकरण्यौ ५।३,

एवं मूलकरण्यः क २ क ३ क ५ अत्र शेषविधिना मूलकरण्यौ ५।३ जाते तथा पूर्वमववर्त्तनेनापि ते एव सिद्धे ततः समीचीनमेव।

अन्यथा तदुदाहरणस्य खिलत्वमर्थात्सिद्धमिति।

विमला—करणी वर्ग में करणी खण्ड के शोधन का प्रकार—

करणी के वर्ग में एक आदि किसी संख्या के संकलित के समान करणी खण्ड होते हैं, अतः करणी वर्ग में यदि तीन करणी खण्ड हों तो मूलानयन के समय रूप वर्ग में दो करणी खण्ड को घटा कर मूल लेना चाहिए। यतः दो का संकलित तीन होता है।

यदि वर्ग राशि में छै करणी खण्ड हों तो तीन करणी खण्डों को घटा कर मूल लेना चाहिए।

एवं वर्गराशि में दश करणी खण्ड हों तो रूप वर्ग में चार करणी खण्डों को घटा कर मूल लेना चाहिए।

इसी तरह वर्ग राशि में पन्द्रह करणी हों तो रूप वर्ग में पांच करणी खण्डों को घटा कर मूल ग्रहण करना चाहिए।

इस नियम के बिना मूल ग्रहण करने से मूलानयन अशुद्ध होगा।

इस तरह जो छोटी मूल करणी उत्पन्न होगी उस को चतुर्गुणित कर के उस से जिन करणी खण्डों में अपवर्तन लगे उन को रूप के वर्ग में घटाना चाहिए।

इस से यह सिद्ध होता है कि पूर्वोक्त नियमानुसार रूप वर्ग में करणी खण्डों को घटाने से जो मूल करणी मिलेगी उस से घटाये हुए करणी खण्ड अवश्य निःशेष होंगे। अगर निःशेष न हो तो मूल अशुद्ध है ऐसा जानना चाहिए। तथा घटाये हुए करणी के खण्डों में चतुर्गुणित मूल करणी का अपवर्तन देने से जो मूल करणी होंगी। यदि वे शेषविधि से न आवें तो वह मूल अशुद्ध जानना चाहिए।

अर्थात् रूप के वर्ग में एकादिसंकलितसमान जितने करणी खण्डों का योग घट जाय उन को घटा कर शेष के मूल को रूप में युत ऊन कर के आधा करने से जो दो करणियां उत्पन्न हों उन में छोटी करणी के चतुर्गुणित सम संख्या से उन घटी हुई करणीयों में भाग देने से जो जो लब्धि मिले वे ही शेषविधि से (वर्गे करण्या यदि करण्योस्तुल्यानि रूपाणि) इत्यादि प्रकार से आजाय तो शुद्ध अन्यथा अशुद्ध जानना चाहिए।

नवीनोपपत्तिः—

अत्र कल्प्यते करणीखण्डानि—

$\sqrt{य}+\sqrt{क}+\sqrt{न}+\sqrt{प}+\sqrt{ल}.$

अस्य वर्गः—

$य+\sqrt{४ य क}+\sqrt{४ य न}+\sqrt{४ य प}+\sqrt{४ य ल}$

$क+\sqrt{४ क न}+\sqrt{४ क प}+\sqrt{४ क ल}$

$न+\sqrt{४ न प}+\sqrt{४ न ल}$

$प+\sqrt{४ प ल}$

$ल$

अत्रानीतवर्गराशौ प्रथमं प्रथमायाः करण्या वर्गः, ततश्चतुर्गुणितप्रथमकरण्यभिहताः प्रथमेतराः (रूपोनकरणीसंख्यासमाः) करण्यः।

ततो द्वितीयकरण्या वर्गः, चतुर्गुणितद्वितीयकरणीगुणिता द्व्यूनकरणीसंख्यासमाः करण्यश्च। ततश्च तृतीयकरणीवर्गः, चतुर्गुणिततृतीयकरणीगुणिता त्र्यूनकरणीसंख्यासमाः करण्यश्च ततश्चतुर्थकरणीवर्गः, चतुर्गुणितचतुर्थकरणीगुणिताश्चतुरूनकरणीसंख्यासमाः करण्यश्चेति स्फुटं दृश्यते।

अतो वर्गराशौ करणीसंख्याः—

प्रथमपंक्तौ रूपोनपदतुल्याः, द्वितीयपंक्तौ द्व्यूनपदतुल्याः, तृतीयपंक्तौ त्र्यूनपदतुल्या इत्यादि।

एतासां योगः $= प-१+प-२+प-३+प-४\cdots\cdots$

अत्राद्यखण्डानां रूपोनपदस्थानस्थितपदानां सङ्कलनम् = प (प — १),
द्वितीयखण्डानां व्यक्तानामधनात्मकानां सङ्कलनं रूपोनपदस्य सङ्कलितसममतोऽत्र

करणीमानानि $= प \, (प - १) - \frac{प \, (प - १)}{२} =$

$\frac{२ \, प \, (प - १) - प \, (प - १)}{२} = \frac{प (प - १)}{२} =$

$\frac{(प - १ + १) \, (प - १)}{२}$ = रूपोनपदस्य संकलितसमानम् ।

अत उपपन्नं द्व्यादिकरणीवर्गे एकादिसङ्कलितमितकरणीखण्डानि भवन्तीति ।

अथैककरणीवर्गे रूपाण्येव, करणीद्वयवर्गे करण्यैका, करणीत्रयवर्गे तिस्रः करण्यः, चतसृणां करणीनां वर्गे षट् करण्यः, पञ्चानां करणीनां वर्गे दश करण्यः . . . . सम्भवन्ति ।

तत्र करणीवर्गराशौ चेदेकैव करणी तदा रूपवर्गात्तामेवापास्य पदग्रहणं सुखेन स्यात् ।

यदि वर्गराशौ करणीत्रयं भवेत्तदा प्रथममेकामपास्य करण्योर्योगसमानं रूपं विशोधनीयम् ।

यदि वर्गे करणीषट्कं स्यात्तदा तन्मूले करणीचतुष्टयं तस्मादेकां विहाय करणीत्रयाणां योगमितं रूपं विशोधनीयम् ।

चेद्वर्गे करणीदशकं स्यात्तदा तन्मूले करणीपञ्चकं स्यात्तत्रैकां विहाय रूपवर्गात् चतुःकरणीयोगमितं रूपं विशोधनीयम् ।

यदि च वर्गे करणीपञ्चदशकं स्यात्तदा तन्मूले करणीषट्कं तत्रैकां विहाय करणीपञ्चयोगमितं रूपं रूपकृतेः विशोधनीयम् ।

एतेन "वर्गे करणीत्रितये" इत्यादि "नसत्कापि" इत्यन्तमुपपन्नम् ।

अथ कल्प्यते राशिः $= \sqrt{य} + \sqrt{क} + \sqrt{न} + \sqrt{प}$,

अस्य $\sqrt{य}$, $\sqrt{न}$ $\sqrt{क} + \sqrt{प}$, इति खण्डद्वयं विधाय वर्गे कृते

वर्गराशिः $= य + \sqrt{४ \, य \, क} + \sqrt{४ \, य \, न} + \sqrt{४ \, य \, प} + (\sqrt{क} + \sqrt{न} + \sqrt{प})^२$

अत्र य, इति लघुः, शेषकरणीयोगस्याधिकत्वसम्भवान्महती ।

अत्र यदि प्रथमकरणीमानादधिकं शेषकरणीयोगमानं तदा "मूलेऽथ बह्वी करणी तयोर्या तान्येव रूपाणि" इति संगच्छते ।

यदि तत्र प्रथमकरणीमानादल्पं शेषकरणीयोगमानं तदा बह्वीस्थाने लघ्वीति युक्त्या स्पष्टीभवति ।

अतोऽल्पया चतुर्गुणयेति दृढनियमो न किन्तु क्वचिन्महत्यापीत्याचार्येणोक्तम् ।

अथ करणीवर्गराशौ या याः करण्यः $\sqrt{४}$ य अनयाऽपवर्तितास्तास्ता एव शोध्या भवेयुः।

तत्रापवर्तनीयेषु तास्वपवर्तितासु लब्धयः= $\sqrt{क}, \sqrt{न}, \sqrt{प}$ एताः स्युः,

एतन्मिता एव शेषमूलकरण्यश्च स्युः, तथा तावत्य एव "विशोधयेद्रूपकृतेः पदेन" इत्यादिनापि मूलकरण्य आगच्छेयुर्नोचेत्तदा तत्खिलमुदाहरणं ज्ञेयमित्युपपन्नमखिलम्।

उदाहरणम्—

वर्गे यत्र करण्यो दन्तैः सिद्धैर्गजैर्मिता विद्वन्।
रूपैर्दशभिरुपेताः किं मूलं ब्रूहि तस्य स्यात्॥ १७॥

न्यासः। रू १० क ३२ क २४ क ८।

अत्र वर्गे करणीत्रितये करणीद्वितस्येव तुल्यानि रूपाणि प्रथमं रूपकृतेरपास्य मूलं ग्राह्यं पुनरेकस्या एवं क्रियमाणेऽत्र पदं नास्तीत्यतोऽस्य करणीगतमूलाभावः। अथानियमेन सर्वकरणीतुल्यानि रूपाण्यपास्य मूलमानीयते तदिदम् क २ क ८ समागच्छति, इदमसद्यतोऽस्य वर्गोऽयम् रू १८।

अथ वा दन्तगजमितयोर्योगं कृत्वा रू १० क ७२ क २४। आनीयते तदिदमप्यसत् रू २ क ६।

सु०—अथ खिलोदाहरणान्यार्य्ययाह—

यत्र वर्गे दशभी रूपैरुपेता युक्ताः दन्तैः ३२ सिद्धैः २४ गजैः ८ मिताः करण्यः, तस्य वर्गस्य मूलं किं स्यादिति ब्रूहि।

उदाहरणम्—

न्यासः रू १० क ३२ क २४ क ८, अत्र वर्गे करणीतृतये करणीद्वितयस्य तुल्यानि रूपाणि प्रथमं रूपकृतेरपास्य शेषस्य मूलं ग्राह्यं, पुनरेकस्याः एवं क्रियमाणे मूलं न लभ्यते।

तद्यथा रूपाणि १० तत्कृतेः १०० करणीद्वय २४।८ तुल्यानि रूपाणि ३२ विशोध्य शेषं ६८ अस्य पदाभावः।

अथानियमेन करणीत्रयतुल्यानि रूपाणि ६४ अपास्य शेषस्य ३६ पदेन रूपाणि १० युतोनितानि १६।४ अर्द्धे ८।२ जातं करणीद्वयं क ८ क २ इदमप्यसत्,
यतोस्य वर्गोयं रू १८,
अत्र द्विकाष्टमितकरण्योर्योगं कृत्वा वर्गः रू १८ पूर्वकरणी।

अथवा दन्तगज (क ३२ क ८) मितकरण्योरुक्तप्रकारेण योगं कृत्वा जातो वर्गः रू १० क ७२ क २४, अस्य यदि मूलं समानीयते तर्हि मूलमिदं क २ क ६,

यथा रूपकृतेः १०० करणीद्वय (क ७२ क २४) तुल्यानि रूपा (९६) ण्यपास्य शेषं ४ अस्य पदेन २ रूपाणि युतोनितानि १२।८ तदर्द्धे ६।४ अत्राल्पा करणी ४, अस्या मूलं रू २ महती ६,

अतो मूलमिदं रू २ क ६ असदिति यतोस्य वर्गोयं रू १० क ९६,

यथा मूलं क ४ क ६ अन्त्यस्य वर्गः क १६ अपरे चतुर्गुणान्त्य १६ निघ्ना इति कृते जातं ९६ पुनरन्त्यस्य ६ वर्गः ३६ अत्र षोडशानां मूलं ४ षट्त्रिंशन्मूलं ६ द्वयोरैक्यं रू १० क ९६,

विमला — जिस करणी वर्ग में रूप दश के सहित करणी बत्तीस, करणी चौबीस और करणी आठ हैं। उस का क्या मूल होगा बताओ।

उदाहरण—

यहां करणी वर्ग में तीन खण्ड हैं, इस लिये रूप के वर्ग में पहले दो करणी खण्डों के योग तुल्य रूप को घटा कर मूल ग्रहण करना चाहिए। बाद में शेष करणी खण्ड के समान रूप को घटा कर मूल निकालना चाहिये। किन्तु इस युक्ति से मूल नहीं मिलता।

जैसे रूप १० वर्ग १०० में करणी २४ करणी ८ के योग तुल्य रूप ३२ को घटाने से शेष=६८ का मूल नहीं मिलता। अतः यहां पर इस नियम को न मान कर रूप वर्ग १०० में तीनों करणीयों के योगतुल्य रूप ६४ को घटाने से शेष=३६ का मूल ६ मिला।

इस को रूप १० में जोड़ने घटाने से १६,४ हुए। इन का आधा ८,२ यह दो मूल करणी हुई।

परन्तु क ८ क २ यह उद्दिष्ट वर्ग राशि के वास्तव मूल नहीं है, क्योंकि क ८ क २ का वर्ग=रू १८ होता है।

अथवा पूर्वोक्त प्रकार से क ३२ क ८ का योग किया तो क ७२ हुआ। अतः वर्ग राशि=रू १० क ७२ क २४ हुआ।

अब रूप वर्ग १०० में क ७२ क २४ के योग तुल्य रूप ९६ घटाने से शेष=४ हुआ, इस का मूल दो को रूप में जोड़ने और घटाने से १२,८ हुए, इन का आधा ६,४ हुए। अतः मूल करणी=क ४ क ६ = रू २ क ६।

यह मूल भी ठीक नहीं है क्यों कि इस का वर्ग = रू १० क ९६ होता है। अतः यह उदाहरण दुष्ट है ऐसा समझना चाहिए।

उदाहरणम्—

वर्गे यत्र करण्यस्तिथिविश्वहुताशनैश्चतुर्गुणितैः ।
तुल्या दशरूपाढ्याः किं मूलं ब्रूहि तस्य स्यात् ॥ १८ ॥

न्यासः । रू १० क ६० क ५२ क १२ ।

अत्र किल वर्गे करणीत्रयमस्तीति तत्करणीद्वयस्य द्विपञ्चाशद्द्वादशमितस्य क ५२ क १२ तुल्यरूपाण्यपास्य ये मूलकरण्यावुत्पद्येते क ८ क २। तयोरल्पयाऽनया २ चतुर्गुणया ८ द्विपञ्चाशद्द्वादशमितयोरपवर्त्तो न स्यादतस्ते न शोध्ये यत उक्तमुत्पस्यमानयैवमित्यादि ।

अत्राल्पयेत्युपलक्षणं तेन क्वचिन्महत्याऽपि तदा मूलकरणीं रूपाणि प्रकल्प्यान्ये करणीखण्डे साध्ये सा महती प्रकल्प्येत्यर्थः। तथा कृते मूलम् क २ क ३ क ५। इदमप्यसद्यतोऽस्य वर्गोऽयम् रू १० क २४ क ४० क ६०।

सु०— अथान्यदुदाहरणमार्ययाह—

स्पष्टम्।

उदाहरणम्—

न्यासः रू १० क ६० क ५२ क १२,

अत्र किल वर्गे करणीत्रयमस्तीति, अत उक्तनियमेन रूपकृतेः १०० करणीद्वयं क ५२ क १२ अपास्य शेषस्य ३६ पदेन ६ रूपाणि युतोनितानि १६।४ तदर्द्धे करणीद्वयं ८।२,

अनयोरल्पा मूलकरणी २ महती रूपाणि ८ तत्कृतेः ६४ शेषकरणीं ६० मपास्य शेषस्य ४ पदेन २ रूपाणि ८ युतोनितानि १०।६ तदर्द्धे ५।३ एवं जातं मूलं क २ क ३ क ५ तदिदमप्यसत् यतोस्य वर्गोऽयं रू १० क २४ क ४० क ६०,

अत उक्तमल्पया चतुर्गुणया यासामपवर्तः स्यात् अत्राल्पया चतुर्गुणया ८ शोधितकरण्यो ५२।१२ रपवर्तो न स्यादतः पद्यमिदमशुद्धम्।

अत्राल्पयेत्युपलक्षणं तेन क्वचिन्महत्यापि यां मूलकरणीं रूपाणि प्रकल्प्य अन्ये करणी खण्डे साध्ये सा महती प्रकल्प्येत्यर्थः।

विमला—जिस करणी वर्ग में रूप दश के सहित करणी साठ, करणी बावन, और करणी बारह है। उस का मूल क्या होगा बताओ।

उदाहरण—

यहां रू १० क ६० क ५२ क १२ का वर्ग मूल निकालने के लिये "वर्गे करणीत्रितये करणीद्वितयस्य तुल्यरूपाणि" इस नियम के अनुसार मूल ग्रहण करने पर भी "उत्पत्स्यमानयाऽल्पया चतुर्गुणया" इत्यादि अगले नियम बिना मूल अशुद्ध होगा इस को स्पष्ट करते हैं।

जैसे यहां करणी खण्ड तीन हैं। अतः रूप १० के वर्ग १०० में क ५२ और क १२ का योग के तुल्य रूप को घटाने से शेष = ३६ का मूल लिया तो ६ हुआ।

इस को रूप में जोड़ने घटाने से १६,४ हुए। इन का आधा किया तो ८,२ हुए। इन में मूलकरणी दो और आठ को रूप कल्पना किया। अब रूप ८ के वर्ग ६४ में शेष करणी ६० को घटाने से शेष = ४ हुआ, इस का वर्ग मूल दो को रूप में जोड़ने और घटाने से १०, ६ हुए। इन का आधा किया तो ५,३ हुए। अतः मूल करणी = क २ क ३ क ५।

परन्तु यह मूल वास्तव नहीं है। क्यों कि इस का वर्ग = रू १० क २४ क क४० क ६० है। इसी तरह के उदाहरण के लिये "अल्पया चतुर्गुणया यासामप-

वर्तः स्याद्रूपकृतेस्ता विशोध्याः स्युः''

यह विशेष सूत्र को कहा है । इस नियम से यहां छोटी करणी दो को चतुर्गुणित करने से करणी आठ हुई । इस से शोधित करणी ५२ और करणी १२ में अपवर्तन नहीं लगता । अतः यह उदाहरण अशुद्ध है ।

विशेष—यहां पर चतुर्गुणित लघु करणी से शोधित करणी खण्डों में अपवर्तन देना उपलक्षण मात्र है । यतः कहीं चतुर्गुणित महती करणी से भी शोधित करणी खण्डों में अपवर्तन देना योग्य होता है, महती करणी वही है जिस को रूप मान कर अन्य मूलकरणीद्वय का साधन करते हैं ।

उदाहरणम्—

अष्टौ षट्पञ्चाशत् षष्टिः करणीत्रयं कृतौ यत्र ।
रूपैर्दशभिरुपेतं किं मूलं ब्रूहि तस्य स्यात् ॥ १६ ॥

न्यासः । रू १० क ८ क ५६ क ६० ।

अत्राद्यखण्डद्वये क ८ क ५६ । शोधिते उत्पन्नयाऽल्पया चतुर्गुणया ८ तयोः खण्डयोरपवर्त्तनलब्धे खण्डे १।७ परं शेषविधिना मूलकरण्यौ नोत्पद्येते अतस्ते खण्डे न शोध्ये अन्यथा तु शोधने कृते मूलं नायातीत्यतस्तदसत् ।

सु०—अथान्यदुदाहरणमार्ययाह—

यत्र कृतौ वर्गे दशभी रूपैरुपेतं युक्तं अष्टौ षट् पञ्चाशत्षष्टिरिदं करणीत्रयं वर्तते तत्र कृतौ पदं किं स्यादिति ब्रूहीति ।

उदाहरणम्—

न्यासः रू १० क ८ क ५६ क ६०,

अत्रोक्तनियमेन करणीद्वयस्य क ८ क ५६ शोधनेन जाते मूलकरण्यौ ८।२,

अत्र महती रूपाणि ८ तत्कृतेः ६४ शेषकरणी ६० समास्य शेषस्य ४ पदेन २ रूपाणि ८ युतोनितानि १०।६ तदर्द्धे ५।३ मूलकरण्यौ ।

एवं जातं मूलं क २ क ३ क ५ इदमप्यसत् ।

यत उत्पत्स्यमानयाऽल्पया २ चतुर्गुणया ८ तयोः खण्डयोः ८।५६ अपवर्तनेन लब्धे खण्डे १।७, परन्तु शेषविधिना मूलकरण्यौ ५।३ सिद्धौ अतस्ते खण्डे ८।५६ न शोध्ये तस्मादसदिदम् ।

विमला—जिस करणी वर्ग राशि में रूप दश के साथ करणी आठ, करणी छप्पन और करणी साठ हैं, बताओ उस का मूल क्या होगा ।

उदाहरण—

इस उदाहरण में ''उत्पत्स्यमानयैवं मूलकरण्याऽल्पया चतुर्गुणया'' इस नियम के अनुसार मूल लाने से अगले नियम के बिना अशुद्ध होता है, उस को दिखाते हैं ।

जैसे वर्गराशि रू १० क ८ क ५६ क ६० ।

यहां पर तीन करणी खण्ड हैं। अतः रूप १० वर्ग १०० में दो करणी खण्डों के (क ५६ क ८) योग तुल्य रूप ६४ घटाने से शेष=३६ हुआ। इस का मूल ६ को रूप १० में जोड़ने घटाने से १६,४ हुए। इन का आधा किया तो मूल करणी=२ और रूप करणी ८ हुई।

अब रूप ८ के वर्ग ६४ में शेष करणी साठ को घटाने से शेष=४ हुआ। इस का मूल दो को रूप में जोड़ने और घटाने से १०,६ हुए। इन का आधा किया तो मूल करणी ५,३ हुईं।

अतः मूल करणी=क २ क ३ क ५।

परन्तु यह मूल ठीक नहीं है, क्यों कि यहां अल्प करणी दो का चौगुना आठ से करणी ८, करणी ५६ में अपवर्तन देने से १।७ लब्धि आई। यही मूल करणी होनी चाहिए। परन्तु शेषविधि से मूल करणी (क ३ क ५) ये आती हैं। अतः यहां मूलानयन में पहले क ८, क ५६, इन दोनों के योग तुल्य रूप को रूप वर्ग में घटाना ठीक नहीं है। अतः "शेषविधिना यदि न ता भवन्ति मूलं तदा तदसत्" इस नियम को बताया।

उदाहरणम्—

चतुर्गुणाः सूर्यतिथीषुरुद्रनागर्त्तवो यत्र कृतौ करण्यः।
सविश्वरूपा वद तत्पदं ते यद्यस्ति बीजे पटुताभिमानः॥ २०॥

न्यासः। रू १३ क ४८ क ६० क २० क ४४ क ३२ क २४।

अत्र करणीषट्के तिसृणां करणीनां तुल्यानि रूपाणि प्रथमं रूपकृतेरपास्य मूलं ग्राह्यं पश्चाद्द्वयोस्तत एकस्या एवं कृतेऽत्र मूलाभावः। अथान्यथा तु प्रथममाद्यकरण्योस्तुल्यानि रूपाण्यपास्य पश्चाद्द्वितीयतृतीययोस्ततः शेषाणां रूपकृतेर्विशोध्यानीति तन्मूलम् क १ क २ क ५ क ५। तदिदमप्यसत् यतोऽस्य वर्गोऽयम् रू २३ क ८ क ८० क १६०। यैरस्य मूलानयनस्य नियमो न कृतस्तेषामिदं दूषणम्। एवंविधवर्गे करणीनामासन्नमूलकरणेन मूलान्यानीय रूपेषु प्रक्षिप्य मूलं वाच्यम्। अथ महती रूपाणीत्युपलक्षणम्। यतः क्वचिदल्पाऽपि।

सु०—अथान्यदुपजातिकयाह—

भो गणक ते तव बीजे पटुताभिमानश्चेदस्ति बीजं सम्यग्जानासि तर्हि यत्र कृतौ सूर्य १२ तिथी १५ षु ५ रुद्र ११ नाग ८ र्तवश्च ६ चतुर्गुणाः करण्यः सविश्वरूपाः त्रयोदशसंख्याकै रूपैः सहिताः स्युः तत्पदं वर्गमूलं वदेत्यर्थः।

उदाहरणम्—

न्यासः रू १३ क ४८ क ६० क २० क ४४ क ३२ क २४।

अत्र करणीषट्के तिसृणां करणीनां तुल्यानि रूपाणि प्रथमं रूपकृतेरपास्य मूलं गृहीत्वा पश्चाद्द्वयोस्तत एकस्या एवं कृते मूलाभावः।

अथान्यथा तु प्रथममाद्यकरण्योस्तुल्यानि रूपाणि ४८ रूपकृते १६९ रपास्य

पूर्ववज्जाते मूलकरण्यौ १।१२ महती रूपाणि १२ एषां कृतेः १४४ करणीद्वय ६०। २० तुल्यानि रूपाण्य ८० पास्य शेषस्य ६४ पदेन ८ रूपाणि १२ युतोनितानि २०।४ तदर्द्धे १०।२,

अत्रापि महती रूपाणि १० तत्कृतेः १०० शेषकरणीत्रय ४४।३२।२४ मपास्य शेषं० अस्य पदेन० रूपाणि १० युतोनितानि १०।१० तदर्द्धे ५।५ मूलकरण्यौ,

एवं जातं मूलं क १ क २ क ५ क ५ तदिदमप्यसत्।

यतोस्य वर्गोयं रू २३ क ८ क ८० क १६०,

यथात्र पञ्चमितकरण्योर्योगं कृत्वा वर्गः कार्यः, क १ क २ क २० एषां वर्गः १ क ८ क ८० क ४ क १६० क ४००। अत्र मूलानि १।२।२० एषां योगे रूपाणि रू २३ क ८ क ८० क १६० वर्गोयम्।

विमला—जिस करणी वर्ग राशि में रूप तेरह से युक्त करणी अड़तालीस, करणी साठ, करणी बीस, करणी चौवालीस, करणी बत्तीस और करणी चौबीस है उस का वर्ग मूल क्या होगा बताओ, अगर बीजगणित में पाण्डित्य का अभिमान है।

उदाहरण—

यहां वर्ग राशि (रू १३ क ४८ क ६० क २० क ४४ क ३२ क २४) में करणी छै है। अतः "करणीषट्के तिसृणां" इस नियम से रूप वर्ग में पहले तीन करणीयों के योग समान रूप घटाकर मूल ग्रहण करना चाहिए। बाद दो करणी के समान रूप फिर एक करणी के समान रूप घटा कर मूल ग्रहण करना चाहिए। परन्तु इस प्रकार से वास्तव मूल नहीं मिलता। अतः अनियम (मनमानी) से रूप १३ वर्ग १६६ में पहली करणी ४८ के तुल्य रूप को घटाने से शेष = १२१ रहा, इस का मूल = ११ को रूप १३ में जोड़ने घटाने से २४,२ हुए। इन का आधा किया तो १२,१ हुए। इन में छोटी १ को मूल करणी और बड़ी संख्या १२ को रूप माना।

अब रूप १२ का वर्ग १४४ में करणी ६० करणी २० के तुल्य रूप घटा कर शेष = ६४ का वर्ग मूल ८ को रूप में जोड़ने और घटाने से २०,४ हुए। इन का आधा १०,२ हुए, इन में से २ को मूल करणी और दश को रूप माना।

फिर रूप १० के वर्ग १०० में करणी ४४ करणी ३२ और करणी २४ के तुल्य १०० को घटाने से शेष = ० बचा। इस को रूप में जोड़ने और घटाने से १०,१० हुए। इन का आधा ५,५ हुए।

अतः मूल करणी = क १ क २ क ५ क ५।

किन्तु यह ठीक नहीं हैं, क्यों कि इस का वर्ग =

रू १३ क ८ क २० क २० क ४० क ४० क १००, यह है।

इस में क २० क २० और क ४० क ४० इन दोनों युगलों का योग किया तो क्रम से क ८०, क १६० हुआ।

अतः करणी वर्ग = रू १३ क ८ क ८० क १६० क १०० =

रू २३ क ८ क ८० क १६० ।

विशेष—जिन आचार्यों ने करणी मूलानयन के लिए नियम नहीं बताया है उन का यह दोष है। इस तरह के वर्ग राशि का मूलानयन में करणी खण्डों का आसन्न मूल निकाल कर उस को रूप में जोड़ कर मूल समझना चाहिए। दूसरा कोई उपाय नहीं है।

तत्रोदाहरणम्—

चत्वारिंशदशीतिद्विशतीतुल्याः करण्यश्चेत् ।

सप्तदशरूपयुक्तास्तत्र कृतौ किं पदं ब्रूहि ॥ २१ ॥

न्यासः। रू १७ क ४० क ८० क २०० । शोधिते जाते खण्डे क १० क ७। पुनर्लब्धां करणीं रूपाणि कृत्वा लब्धे करण्यौ क ५ क २। **एवं मूलकरणीनां न्यासः क १० क ५ क २।**

इति करणीषड्विधम् ।

इति षट्त्रिंशत्परिकर्माणि ।

सु०—अथ शुद्धोदाहरणमुद्दीत्याह—

भो गणक यत्र कृतौ वर्गे सप्तदशरूपयुक्ताः चत्वारिंशदशीतिद्विशतीतुल्याः करण्यश्चेत्सन्ति तत्र कृतौ मूलं किं स्यादिति ब्रूहीत्यर्थः।

उदाहरणम्—

न्यासः रू १७ क ४० क ८० क २०० ।

अत्र रूपकृतेः २८९ खण्डद्वय ८०।२०० मपास्य शेषस्य ९ पदेन ३ रूपाणि १७ युतोनितानि २०।१४ तदर्द्धे १०।७,

अत्र लघुकरण्येव रूपाणि ७ तत्कृतेः ४९ शेषकरणी ४० मपास्य शेषस्य पदेन ३ रूपाणि ७ युतोनितानि १०।४ तदर्द्धे ५।२ जाते मूलकरण्यौ,

एवं मूलं क १० क ५ क २,

अस्य वर्गोयं रू १७ क ४० क ८० क २००,

अत्र स्थाप्योन्त्यवर्ग इत्यादिना वर्गं कृत्वा मूलयोगं च कृत्वा स एव वर्गो जातः

अत्र प्रथमं सिद्धे मूलकरण्यौ १०।७ अत्र बृहत्या १० चतुर्गुणया ४० शोध्यकरण्यो ८०।२०० रपवर्तनेन लब्धे २।५,

शेषविधिना च ते एव जाते ५।२ अतो मूलमिदं समीचीनम्।

तथाल्पया चतुर्गुणयेत्युपलक्षणं क्वचिन्महत्यापि चतुर्गुणयाऽपवर्तो विधेय इति।

त्रिस्कन्धसिन्धुपरपारगमैथिलार्यश्रीशम्भुनाथगणकात्मजनिर्म्मितेऽस्मिन्।

बीजक्रियाविवरणे परिपूर्तिमागाद्युक्त्यैव षड्विधविधिः करणीप्रभूतः॥

इति श्रीमन्मैथिलद्विजगणकवरशम्भुनाथात्मजश्रीजियानाथदैवज्ञविरचिते

सोपपत्तिबीजोदाहरणे करणीषड्विधविवरणम्।

विमला—जिस करणी वर्ग में रूप सत्तरह से युक्त करणी चालीस, करणी अस्सी और करणी दो सौ है, बताओ इस का मूल क्या होगा।

उदाहरण—

यहां करणी वर्ग राशि = रू १७ क ४० क ८० क २०० है। अब रूप १७ का वर्ग २८९ में क ८० क २०० के तुल्य रूप २८० को घटा कर शेष = ९ का मूल ३ को रूप में जोड़ने और घटाने से २०,१४ हुए। इन का आधा १०,७ हुए। इन में छोटी करणी ७ को रूप मान कर मूल लाते हैं। जैसे रूप ७ का वर्ग ४९ में करणी ४० को घटाकर शेष = ९ का मूल = ३ को रूप ७ में जोड़ने घटाने से १०,४ हुए। इन का आधा किया तो ५,२ हुए।

अतः मूल करणी=क २ क ५ क १०। यह मूल शुद्ध है, क्यों कि इस का वर्ग उक्त वर्ग राशि के समान होता है।

यहां पहली मूल करणी १० और ७ आया। इन में बड़ी करणी १० का चतुर्गुण ४० कर के घटाये हुए इन करणीयों (क ८० क २००) में अपवर्तन दिया तो २।५ करणी खण्ड मिला।

तथा शेष विधि से भी यही करणी खण्ड आते हैं अतः मूल शुद्ध है।

एवं इस सूत्र से "क्वचिदल्पापि" यह भाष्योक्त भी स्पष्ट होता है।

अब नवीन ढङ्ग से संशोधकोक्त करणीयों के संकलन, व्यवकलन—

(१) $\sqrt{१४७}$ और $\sqrt{७५}$ का योग और अन्तर क्या होगा।

$\sqrt{१४७} = \sqrt{४९ \times ३} = ७\sqrt{३}$, और $\sqrt{७५} = \sqrt{२५ \times ३} = ५\sqrt{३}$।

अतः $\sqrt{१४७} + \sqrt{७५} = ७\sqrt{३} + ५\sqrt{३} = १२\sqrt{३}$, यह योग है।

$\sqrt{१४७} - \sqrt{७५} = ७\sqrt{३} - ५\sqrt{३} = (७ - ५)\sqrt{३} = २\sqrt{३}$, यह अन्तर है।

(२) $३\sqrt[३]{१३५}$ और $२\sqrt[३]{४०}$ का योग अन्तर क्या होगा?

$३\sqrt[३]{१३५} = ३\sqrt[३]{२७ \times ५} = ३ \times ३\sqrt[३]{५} = ९\sqrt[३]{५}$।

$२\sqrt[३]{४०} = २\sqrt[३]{८ \times ५} = २ \times २\sqrt[३]{५} = ४\sqrt[३]{५}$।

अतः योग=$९\sqrt[३]{५} + ४\sqrt[३]{५} = (९ + ४)\sqrt[३]{५} = १३\sqrt[३]{५}$।

अन्तर=$९\sqrt[३]{५} - ४\sqrt[३]{५} = (९ - ४)\sqrt[३]{५} = ५\sqrt[३]{५}$।

(३) $५ अ\sqrt{२क^३ग}$, और $२क\sqrt{२अ^२कग}$, का योग और अन्तर क्या होगा?

यहां $५अ\sqrt{२क^३ग} = ५ अ\sqrt{क^२ \times २ क ग} = ५ अ क\sqrt{२ क ग}$। और $२ क\sqrt{२ अ^२कग} = २ क अ \sqrt{२ कग}$।

अतः $५\,अ\sqrt{२क^{३}ग}+२क\sqrt{२अ^{२}कग}=$

$५\,अक\sqrt{२कग}+२\,अक\sqrt{२कग}=$

$(५\,अक+२\,अक)\sqrt{२कग}=७\,अक\sqrt{२कग}$ ।

एवं $५\,अ\sqrt{२क^{३}ग}-२क\sqrt{२अ^{२}कग}=$

$५\,अक\sqrt{२कग}-२\,अक\sqrt{२कग}=$

$(५\,अक-२\,अक)\sqrt{२कग}=३\,अक\sqrt{२कग}$ ।

अभ्यासार्थ उदाहरण--

(१) $\sqrt[३]{८१}+\sqrt[३]{२४}=५\sqrt[३]{३}$ ।

$\sqrt[३]{१२८}-\sqrt[३]{५४}=\sqrt[३]{२}$ ।

(२) $२\,अ\sqrt{८\,अय^{२}}-३य\sqrt{२अ^{३}}+७\,अय\sqrt{२अ}=$

$८\,अय\sqrt{२अ}$ ।

(३) $२\sqrt{५अ^{२}+१०\,अ+५}-\sqrt{२०\,अ^{२}-२०\,अ+५}=३\sqrt{५}$ ।

(४) $\sqrt[३]{अ^{४}-६\,अ^{२}क^{२}+८\,अक^{३}-३\,क^{४}}+$

$\sqrt[३]{अ^{४}-२\,अ^{३}क+२\,अक^{३}-क^{४}}=$

$(अ-क)\,(\sqrt[३]{अ+३क}+अ+क)$ ।

करणीयों के गुण और भागहार का उदाहरण -

(१) $६\sqrt{२}$ इस को $३\sqrt[३]{२}$ इस से गुणना या भाग देना है ।

यहां $६\sqrt{२}=६\times२^{\frac{१}{२}}=६\times२^{\frac{३}{६}}=६\sqrt[६]{२^{३}}=६\sqrt[६]{८}$ तथा $३\sqrt[३]{२}$ $=३\times२^{\frac{१}{३}}=३\times२^{\frac{२}{६}}=३\sqrt[६]{२^{२}}=३\sqrt[६]{४}$, अतः $(६\sqrt{२})(३\sqrt[३]{२})=$ $(६\sqrt[६]{८})\,(३\sqrt[६]{४})=(६\times३\sqrt[६]{८\times४}=$

$१८\sqrt[६]{३२}$ ।

भजन फल $=(६\sqrt{२})\div(३\sqrt[३]{२})=(६\sqrt[६]{८})\div(३\sqrt[६]{४})=$

$(६\div३)\sqrt[६]{८\div४}=२\sqrt[६]{२}$ ।

(२) $५\,अ\sqrt{यर}$ इस को $३\,क\sqrt[३]{यर}$ इस से गुणने और भाग देने से क्या होगा ?

यहां $५अ\sqrt{यर}=५अ\,(यर)^{\frac{१}{२}}=५अ\,(यर)^{\frac{३}{६}}=५अ\sqrt[६]{य^{३}र^{३}}$ ।

और $३क\sqrt[३]{यर}=३क\,(यर)^{\frac{१}{३}}=३क\,(यर)^{\frac{२}{६}}=३क\sqrt[६]{य^{२}र^{२}}$

अतः गुणन फल = (५ अ $\sqrt{यर}$) (३ क $\sqrt[3]{यर}$) = (५ अ $\sqrt[6]{य^3र^3}$) (३क $\sqrt[6]{य^2र^2}$) = (५अ × ३क) ($\sqrt[6]{य^3र^3}$ × $\sqrt[6]{य^2र^2}$) = १५ अक $\sqrt[6]{य^5र^5}$ ।

भजन फल = ५अ$\sqrt{यर}$ ÷ ३क $\sqrt[6]{यर}$ =

५अ $\sqrt[6]{य^3र^3}$ ÷ ३क $\sqrt[6]{य^2र^2}$ = $\frac{५अ}{३क}\sqrt[6]{यर}$ ।

अथवा गुणनफल = ५अ $\sqrt{यर}$ × ३क$\sqrt[3]{यर}$ =

५अ$(यर)^{\frac{1}{2}}$ × ३क$(यर)^{\frac{1}{3}}$ = १५अक $(यर)^{\frac{1}{2}}$ $(यर)^{\frac{1}{3}}$ =

१५ अक $(यर)^{\frac{5}{6}}$ = १५ अक $\sqrt[6]{य^5र^5}$ ।

अथवा भजन फल = ५अ $\sqrt{यर}$ ÷ ३ क $\sqrt[3]{यर}$ =

५ अ $(यर)^{\frac{1}{2}}$ ÷ ३क$(यर)^{\frac{1}{3}}$ = $\frac{५अ}{३क}$ $(यर)^{\frac{1}{6}}$ =

$\frac{५अ}{३क}\sqrt[6]{यर}$ ।

(३) $य^{\frac{3}{2}} + य^{\frac{1}{2}}र^{\frac{1}{2}} + र^{\frac{3}{2}}$ और $य^{\frac{3}{2}} - य^{\frac{1}{2}}र^{\frac{1}{2}} + र^{\frac{3}{2}}$ इन का गुणन फल क्या होगा ?

न्यास

$$\begin{array}{r} य^{\frac{3}{2}} + य^{\frac{1}{2}}र^{\frac{1}{2}} + र^{\frac{3}{2}} \\ य^{\frac{3}{2}} - य^{\frac{1}{2}}र^{\frac{1}{2}} + र^{\frac{3}{2}} \\ \hline य^3 + य^2र^{\frac{1}{2}} + य^{\frac{3}{2}}र^{\frac{3}{2}} \\ - य^2र^{\frac{1}{2}} - यर - य^{\frac{1}{2}}र^2 \\ य^{\frac{3}{2}}र^{\frac{3}{2}} + य^{\frac{1}{2}}र^2 + र^3 \\ \hline य^3 + २य^{\frac{3}{2}}र^{\frac{3}{2}} - यर + र^3 \end{array}$$

(४) २ $य^2$ + ३ $य^{\frac{3}{2}}$ − २य + ७$य^{\frac{1}{2}}$ + १५ इस में २$य^{\frac{1}{2}}$ + ३ इस का भाग देना है ।

न्यास—

भाजक	भाज्य	लब्धि
$२ य^{\frac{१}{२}} + ३$	$२य^{२} + ३ य^{\frac{३}{२}} - २ य + ७य^{\frac{१}{२}} + १५$	$य^{\frac{३}{२}} - य^{\frac{१}{२}} + ५$ ।

$$२य^{२} + ३य^{\frac{३}{२}}$$
$$-२ य + ७ य^{\frac{१}{२}} + १५$$
$$-२ य - ३ य^{\frac{१}{२}}$$
$$१० य^{\frac{१}{२}} + १५$$
$$१० य^{\frac{१}{२}} + १५$$
. . .

अभ्यास के लिए उदाहरण—

(१) $३\sqrt{२} \times २\sqrt[३]{५} = ६ \sqrt[६]{२००}$ ।

(२) $५ य\sqrt{३ र} \times २य\sqrt{५ र} = १०य^{२}र \sqrt{१५}$ ।

(३) $२४ य^{\frac{१}{२}}र^{\frac{१}{३}} \times १३य^{\frac{१}{३}}र^{\frac{१}{४}} = ३१२य^{\frac{५}{६}}र^{\frac{७}{१२}}$, वा $३१२ \sqrt[१२]{य^{१०}र^{७}}$ ।

(४) $(\sqrt{५} + \sqrt{२}) \times (\sqrt{५} - \sqrt{२}) = ३$ ।

(५) $(३य - ५ य^{\frac{१}{२}} + ७)(य^{\frac{१}{२}} + ५) = ३य^{\frac{३}{२}} + १०य - १८य^{\frac{१}{२}} + ३५$ ।

(६) $(य^{\frac{१}{२}} + २य^{\frac{१}{४}}र^{\frac{१}{४}} + २र^{\frac{१}{२}})(य^{\frac{१}{२}} - २य^{\frac{१}{४}}र^{\frac{१}{४}} + २र^{\frac{१}{२}}) = य + ४ र$ ।

(७) $२४ \sqrt{१४} \div ८ \sqrt[३]{७} = ३ \sqrt[६]{५६}$ ।

(८) $१२य \sqrt{र} \div ३ \sqrt[३]{यर} = ४ \sqrt[६]{य^{४} र}$, वा $४य^{\frac{२}{३}}र^{\frac{१}{६}}$ ।

(९) $(६य + य^{\frac{१}{२}}र^{\frac{१}{२}} - १५ र) \div (२य^{\frac{१}{२}} - ३र^{\frac{१}{२}}) = ३ य^{\frac{१}{२}} + ५र^{\frac{१}{२}}$ ।

(१०) $(१५अ^{\frac{२}{३}} + अ^{\frac{१}{३}}क^{\frac{१}{३}} - २८क^{\frac{२}{३}}) \div (५अ^{\frac{१}{३}} + ७क^{\frac{१}{३}}) =$
$३अ^{\frac{१}{३}} - ४क^{\frac{१}{३}}$ ।

(११) $(अ^{२} - क^{\frac{४}{३}}) \div (अ^{\frac{१}{२}} - क^{\frac{१}{३}}) = अ^{\frac{३}{२}} + अक^{\frac{१}{३}} + अ^{\frac{१}{२}}क^{\frac{२}{३}} + क$ ।

(१२) $१ - २८अ - ४८अ^{\frac{७}{६}} - २१अ^{\frac{४}{३}}) \div$
$(१ + ३अ^{\frac{१}{६}} + ३अ^{\frac{१}{३}} + अ^{\frac{१}{२}}) =$
$१ - ३अ^{\frac{१}{६}} + ६अ^{\frac{१}{३}} - १० अ^{\frac{१}{२}} + १५ अ^{\frac{२}{३}} + २१ अ^{\frac{५}{६}}$ ।

उदाहरण (१)—

$५\sqrt{३}$ और $२\sqrt[३]{५}$ इन का वर्ग, घन और चतुर्घात क्या होगा ?

न्यास—$५\sqrt{३}$ इस का वर्ग $= (५\sqrt{३})^२ = ५^२\sqrt{३^२} = २५ \times ३ = ७५$ ।

घन $= (५\sqrt{३})^३ = ५^३\sqrt{३^३} = १२५\sqrt{२७} = ३७५\sqrt{३}$ ।

चतुर्घात $= (५\sqrt{३})^४ = ५^४\sqrt{३^४} = ६२५ \times ९ = ५६२५$ ।

$(२\sqrt[३]{५})$ इस का वर्ग $= (२\sqrt[३]{५})^२ = २^२\sqrt[३]{५^२} = ४\sqrt[३]{२५}$ ।

$(२\sqrt[३]{५})^३ = २^३\sqrt[३]{५^३} = ८ \times ५ = ४०$ ।

चतुर्घात $= (२\sqrt[३]{५})^४ = २^४\sqrt[३]{५^४} = १६ \times ५\sqrt[३]{५} = ८०\sqrt[३]{५}$ ।

उदाहरण (२)—

$३ अ^{\frac{१}{२}} य^{\frac{२}{३}} ल^{\frac{३}{४}}$, इस का वर्ग, घन और चतुर्घात क्या होगा ?

न्यास $(३ अ^{\frac{१}{२}} य^{\frac{२}{३}} ल^{\frac{३}{४}})^२ = (३\sqrt{अ}\,\sqrt[३]{य^२}\,\sqrt[४]{ल^३})^२ =$

$९\sqrt{अ^२}\,\sqrt[३]{य^४}\,\sqrt[४]{ल^६} = ९अ \times य\sqrt[३]{य} \times ल\sqrt[३]{ल^२} =$

$९ अयल\sqrt[३]{य}\,\sqrt{ल} = ९ अयल\sqrt[६]{य^२ल^३}$ ।

अथवा $(३अ^{\frac{१}{२}}य^{\frac{२}{३}}ल^{\frac{३}{४}})^२ = ३^२ \times अ^{\frac{१}{२}\times २} य^{\frac{२}{३}\times २} ल^{\frac{३}{४}\times २} =$

$९य अ^{\frac{४}{३}}ल^{\frac{३}{२}}$, वा ९ अयलय$\sqrt[३]{य^२ल^३}$ ।

इसी तरह $(३अ^{\frac{१}{२}}य^{\frac{२}{३}}ल^{\frac{३}{४}})^३ = ३^३ \times अ^{\frac{१}{२}\times ३} य^{\frac{२}{३}\times ३} ल^{\frac{३}{४}\times ३} =$

$२७ अ^{\frac{३}{२}}य^२ ल^{\frac{९}{४}}$, वा २७ अ $य^२ल^२\sqrt[४]{अ^२ल}$ ।

$(३अ^{\frac{१}{२}}य^{\frac{२}{३}}ल^{\frac{३}{४}})^४ = ३^४ \times अ^{\frac{१}{२}\times ४} य^{\frac{२}{३}\times ४} ल^{\frac{३}{४}\times ४} =$

$८१ अ^२ य^{\frac{८}{३}} ल^३$, वा ८१ $अ^२य^२ल^३\sqrt[३]{य^२}$ ।

उदाहरण (३)—

$३+\sqrt{५}$, $\sqrt{२}+\sqrt{३}+\sqrt{७}$ और $य - ३य^{\frac{१}{२}} + २$ इन का अलग २ वर्ग क्या होगा ?

न्यास $(३+\sqrt{५})^२ = ९+६\sqrt{५}+५ = १४+६\sqrt{५} = २(७+३\sqrt{५})$ ।

द्वितीय राशि का वर्ग $= (\sqrt{२}+\sqrt{३}+\sqrt{७})^२ = २+२\sqrt{६}+२\sqrt{१४}+३+२\sqrt{२१}+७ =$

$१२+२(\sqrt{६}+\sqrt{१४}+\sqrt{२१})$ ।

तृतीय का वर्ग $= (य - ३य^{\frac{१}{२}} + २)^{२} = य^{२} - ६य^{\frac{३}{२}} + ४य +$ $९य - १२य^{\frac{१}{२}} + ४ = य^{२} - ६य^{\frac{३}{२}} + १३य - १२य^{\frac{१}{२}} + ४$ ।

उदाहरण (४)—

$४\sqrt{५}$ और $९\sqrt[३]{२५}$ इस का वर्गमूल कहो ?

न्यास $४\sqrt{५}$ इस का वर्गमूल $= \sqrt{४\sqrt{५}} = \sqrt{४}\sqrt{\sqrt{५}} =$ $२\left((५)^{\frac{१}{२}}\right)^{\frac{१}{२}} = २(५)^{\frac{१}{४}} = २\sqrt[४]{५}$ ।

अथवा—

$४\sqrt{५}$ इस का वर्गमूल $= (४ \times ५^{\frac{१}{२}})^{\frac{१}{२}} =$ $४^{\frac{१}{२}} \times ५^{\frac{१}{२} \times \frac{१}{२}} = २ \times ५^{\frac{१}{४}} = २\sqrt[४]{५}$ ।

इसी तरह $९\sqrt[३]{२५}$ इस का वर्गमूल $= \sqrt{९\sqrt[३]{२५}} = ३\sqrt[३]{५}$ ।

अथवा—

$(९\sqrt[३]{२५})^{\frac{१}{२}} = (३^{२} \times ५^{\frac{२}{३}})^{\frac{१}{२}} = ३^{२ \times \frac{१}{२}} \times ५^{\frac{२}{३} \times \frac{१}{२}} = ३\sqrt[३]{५}$ ।

उदाहरण (५)—

$४अ - १२अ^{\frac{१}{२}} + ९$, इस का मूल क्या है ?

न्यास $४अ - १२अ^{\frac{१}{२}} + ९ \;\big(\; २अ^{\frac{१}{२}} - ३$

$४अ$

$४अ^{\frac{१}{२}} - ३\big) - १२अ^{\frac{१}{२}} + ९$

$- १२अ^{\frac{१}{२}} + ९$

. . .

अतः $२अ^{\frac{१}{२}} - ३$, यह वर्गमूल है ।

उदाहरण (६)—

(६) $य^{२} + ३य^{\frac{५}{३}}र^{\frac{१}{२}} - ५यर^{\frac{३}{२}} + ३य^{\frac{१}{३}}र^{\frac{५}{२}} - र^{३}$, इस का घन-मूल क्या है ।

न्यास—

$य^{६} + ३ य^{\frac{५}{३}} र^{\frac{१}{२}} - ५ य र^{\frac{३}{२}} + ३ य^{\frac{१}{३}} र^{\frac{५}{२}} - र^{३} \left(य^{\frac{२}{३}} + य^{\frac{१}{३}} र^{\frac{१}{२}} - र \right.$

$य^{२}$

$३ य^{\frac{४}{३}} \,) \, ३ य^{\frac{५}{३}} र^{\frac{१}{२}}$

$य^{२} + ३ य^{\frac{५}{३}} र^{\frac{१}{२}} + ३ य^{\frac{४}{३}} र + य र^{\frac{३}{२}} = (य^{\frac{२}{३}} + य^{\frac{१}{३}} र^{\frac{१}{२}} - र)^{३}$

$३ य^{\frac{४}{३}} \,) - ३ य^{\frac{४}{३}} र$

$य^{२} + ३ य^{\frac{५}{३}} र^{\frac{१}{२}} - ५ य र^{\frac{३}{२}} + ३ य^{\frac{१}{३}} र^{\frac{५}{२}} - र^{३} = (य^{\frac{२}{३}} + य^{\frac{१}{३}} र^{\frac{१}{२}} - र)^{३}$

अतः $य^{\frac{२}{३}} + य^{\frac{१}{३}} र^{\frac{१}{२}} - र$, यह घनमूल है।

अभ्यास के लिये उदाहरण—

(१) $(२ \sqrt{५})^{२} = २०$, $(३ \sqrt{२})^{३} = ५४ \sqrt{२}$ ।

(२) $(२ \, अ^{\frac{१}{२}} क^{\frac{१}{३}})^{२} = ४ अ क^{\frac{२}{३}}$ । $(५ अ^{\frac{२}{३}} य^{\frac{३}{४}})^{६} =$ $१५६५५ \, अ^{४} य^{\frac{९}{२}}$ ।

(३) $(\sqrt{५} - २ \sqrt{३} + ३ \sqrt{२})^{२} = ३५ - ४ \sqrt{१५} + ६ \sqrt{१०} - १२ \sqrt{६}$ ।

(४) $(\sqrt{२} + \sqrt[३]{२})^{३} = २ + २ \sqrt{२} + ६ \sqrt[३]{२} + ६ \sqrt[६]{२}$ ।

(५) $(अ \sqrt{क} - क \sqrt{ग})^{२} = अ^{२} क + क^{२} ग - २ अक \sqrt{कग}$ ।

(६) $(४ \sqrt[३]{९})^{\frac{१}{२}} = २ \sqrt[३]{३}$ । $(३ \sqrt{३})^{\frac{१}{३}} = \sqrt{३}$ ।

(७) $(य^{२} - ४ य^{\frac{३}{२}} + १ य - १२ य^{\frac{१}{२}} + ९)^{\frac{१}{२}} = य - २ य^{\frac{१}{२}} + ३$ ।

(८) $(२५ अ^{\frac{२}{३}} - २० अ^{\frac{१}{३}} + ४)^{\frac{१}{२}} = ५ अ^{\frac{१}{३}} - २$ ।

(९) $(अ - ६ अ^{\frac{२}{३}} क^{\frac{१}{३}} + १२ अ^{\frac{१}{३}} क^{\frac{२}{३}} - ८ क)^{\frac{१}{३}} = अ^{\frac{१}{३}} - २ क^{\frac{१}{३}}$ ।

(१०) $(१ + ४ य^{\frac{१}{६}})^{\frac{१}{२}} = १ + २ य^{\frac{१}{६}} - २ य^{\frac{१}{३}} + ४ य^{\frac{१}{२}} - १० य^{\frac{२}{३}} + \cdots\cdots$ ।

बुधनिवहवरेण्येणाच्युतानन्दनाम्ना विरचितविमलाख्या बीजगा चारुटीका।
नवगणितसुयुक्त्योद्देशकैः संस्कृताऽयाद्युतिमुखरसकर्मावर्गसंख्याप्रसूतम् ॥

इति करणीषड्विधं समाप्तम्।

अथ कुट्टकः—

भाज्यो हारः क्षेपकश्चापवर्त्यः केनाप्यादौ सम्भवे कुट्टकार्थम् ।
येनच्छिन्नौ भाज्यहारौ न तेन क्षेपश्चैतद्दुष्टमुद्दिष्टमेव ॥ १ ॥

सु०—एवं सामान्यतो व्यक्तक्रियोपयुक्तं षड्विधचतुष्टयमुक्त्वाऽनेकवर्णसमीकरणोपयुक्तं कुट्टकमाह—

कुट्ट एव कुट्टकः कुट्टको नामगुणकः योगरूढ्यागुणकविशेषश्चायं कश्चिद्राशिर्येन गुणित उद्दिष्टक्षेपयुतोन उद्दिष्टहरेण भक्तःसन्निःशेषो भवेत् स गुणकः कुट्टक इति पूर्वेषामुपदेशात्,

तत्र कुट्टकज्ञानार्थं प्रथमं विशेषमुद्देशाखिलत्वं शालिन्या निरूपयति ।

कश्चिद्राशिर्येन गुणितः उद्दिष्टक्षेपयुतोन उद्दिष्टहरेण भक्तः सन्निःशेषो भवति तस्य गुणकस्य कुट्टकसंज्ञेत्युक्तं प्राक् ।

अत्रागता लब्धिर्लब्धिसंज्ञैव हरो हरसंज्ञ एव क्षेपोऽपि क्षेपसंज्ञ एव अन्वर्थसंज्ञाश्चैताः ।

यो राशिर्गुण्यते तस्य भाज्य इति संज्ञा भजनयोगात्, अस्य कुट्टकस्य ज्ञानार्थं भाज्यो हारः क्षेपकश्च केनापि तुल्येनाङ्केनापवर्त्यः भाज्यहारक्षेपा एकेनैवं केनाप्यपवर्त्या इत्यर्थः, कस्मिन्सति अपवर्तनसंभवे सति अपवर्तनं नाम निःशेषभजनम् ।

उद्देशस्य खिलत्वज्ञापनार्थमाह—

येनेति । येनाङ्केन भाज्यहारौ छिन्नावपवर्तितौ तेनैवाङ्केन क्षेपश्चेन्नच्छिन्नः अपवर्तितो न स्यात्तदैतदुद्दिष्टपृच्छकेनापि गुणितस्तेन क्षेपेण युतोनस्तेन हरेण भक्तः सन् निःशेषो न भवेदित्यर्थः ।

विमला—अब करणी षड्विध कहने के अनन्तर अनेकवर्णसमीकरण के उपयोगी कुट्टकनाम के गणित को कहते हैं ।

जिस अङ्क से उद्दिष्ट राशि गुणित, इष्ट क्षेप से रहित या सहित और भाजक से भाजित होने पर निःशेष हो जाय उस गुण की कुट्टक संज्ञा मानी गयी है ।

इस गणित में जो राशि गुणी जाती है उस को भाज्य, जो जोड़ी या घटाई जाय उस को क्षेप, जिस में भाग दिया जाय उस को हार कहते हैं । तथा वहां पर जो लब्धि आती है उस को लब्धि कहते हैं ।

कुट्टक के ज्ञान के लिये पहले भाज्य, हार और क्षेप में किसी एक समान संख्या से अपवर्तन देना चाहिए ।

यदि अपवर्तन देने से भाज्य और हार अपवर्तित हो जाय किन्तु क्षेप उस अङ्क से अपवर्तित न हो तो उस उदाहरण को दुष्ट (अशुद्ध) समझना चाहिये ॥

नवीनोपपत्तिः—

गुणलब्ध्योरानयनार्थमेवेदं मुख्यं कर्म । तत्रोदाहरणीयभाज्यहारक्षेपाणां वशे-

नैतद्विधिना ये गुणलब्धी त एव समेन केनाप्यङ्केनापवर्तितभाज्यहारक्षेपाणां वशेनेति स्फुटं गणितविदाम् ।

तथापि स्फुटतयावबोधाय वर्णन्यासेनोपपत्तिः स्फुटीक्रियते ।

तत्र प्रथमं लेखलाघवार्थं कल्प्यते—

गुणकः = गु, भाज्यः=भा, हारः = हा, क्षेपः=क्षे, लब्धिः=ल, इति ।

$$\text{अतो ऽत्रलब्धिः} = \text{ल} = \frac{\text{गु}\cdot\text{भा}\pm\text{क्षे}}{\text{हा}} = \frac{\frac{\text{गु}\cdot\text{भा}\pm\text{क्षे}}{\text{प}}}{\frac{\text{हा}}{\text{प}}} = \frac{\text{गु}\cdot\frac{\text{भा}}{\text{प}}\pm\frac{\text{क्षे}}{\text{प}}}{\frac{\text{हा}}{\text{प}}} =$$

$$\frac{\text{गु}\cdot\text{अपवर्तितभा}\pm\text{अपवर्तितक्षे}}{\text{अपवर्तितहा}} = \frac{\text{गु}\cdot\text{अभा}\pm\text{अक्षे}}{\text{अहा}} \text{ ।}$$

अत उपपन्नं भाज्यो हारः क्षेपकश्चापवर्त्यः केनाप्यादौ सम्भवे कुट्टकार्थमिति ।

$$\text{यतः ल} = \frac{\text{गु}\cdot\text{भा}\pm\text{क्षे}}{\text{हा}},$$

अतः हा·ल =गु·भा ± क्षे भाज्यहारयोरपवर्तनाङ्केनापवर्तितौ पक्षौ—

$$\text{ल}\cdot\frac{\text{हा}}{\text{क}} = \text{गु}\cdot\frac{\text{भा}}{\text{क}} \pm \frac{\text{क्षे}}{\text{क}} \text{ ।}$$

अनयोः पूर्वपक्षोऽभिन्नाङ्कसमः द्वितीयपक्षे खण्डद्वयं, तत्र प्रथमखण्डस्याभिनाङ्कसमत्वाद्द्वितीयखण्डमप्यभिन्नाङ्कसम एव ।

न चेत्तर्हि भिन्नाङ्कयोर्योगस्य भिन्नाङ्कसमस्याभिन्नाङ्कसमत्वदोषापत्तिस्तेन पक्षयोः समत्वाद् द्वितीयपक्षीयद्वितीयखण्डमप्यभिन्नाङ्क एवेत्युपपन्नं ''येन च्छिन्नौ भाज्यहारौ न' तेन क्षेपश्चैतदद्दुष्टमुद्दिष्टमेव'' इति ।

परस्परं भाजितयोर्ययोर्यः शेषस्तयोः स्यादपवर्त्तनं सः ।
तेनापवर्त्तन विभाजितौ यौ तौ भाज्यहारौ दृढसंज्ञितौ स्तः ॥ २ ॥
मिथो भजेत् तौ दृढभाज्यहारौ यावद्विभाज्ये भवतीह रूपम् ।
फलान्यधोऽधस्तदधो निवेश्यः क्षेपस्तथाऽन्ते खमुपान्तिमेन ॥ ३ ॥
स्वोर्ध्वे हतेऽन्त्येन युते तदन्त्यं त्यजेन्मुहुः स्यादिति राशियुग्मम् ।
ऊर्ध्वो विभाज्येन दृढेन तष्टः फलं गुणः स्यादधरो हरेण ॥ ४ ॥

सु०—अथापवर्ताङ्कं कुट्टकेति कर्त्तव्यतामुपजातिकात्रयेणाह—

ययो राश्योः परस्परं भाजितयोः सतोर्यःशेषाङ्कः स तयोरपवर्तनं स्यात् तेनापवर्ताङ्केन तौ निःशेषं भजेत एव,

एतदुक्तं भवति हरेण भाज्ये भक्ते सति यच्छेषं तेनापि स हरो भजनीयः तच्छेषेणापि भाज्यशेषं, एवं पुनः परस्परं भजने क्रियमाणे यद्यन्ते रूपं शेषं स्यात्

तदा तौ नापवर्त्येते, एवं रूपस्यैव शेषत्वात्तेनापवर्त्ते भाज्यहारक्षेपाणामविकार एव, यदा तु शून्यं शेषं स्यात्तदा हरीभूतं यत्प्राक्शेपमधः स्थापितं तदेव भाज्यहारयो-रपवर्तनं स्यात् ।

शेषो ह्यपवर्ताङ्कः तस्मादन्तिमशेषाङ्क एवापवर्तनाङ्कः शून्यं शेषाभावपरं, एवं ज्ञातेनापवर्ताङ्केन यौ भाज्यहारौ विभाजितौ तौ दृढसंज्ञकौ स्तः तेनैव क्षेपोऽप्यपवर्त्यः सोऽपि दृढसंज्ञः ।

अथ तौ दृढभाज्यहारौ मिथः परस्पं तावत् भजेत् यावत् विभाज्ये भाज्यस्थाने रूपमवशिष्यते एतेषु परस्परभजनेष्वागतानि फलान्यधोधः स्थाप्यानि तदधः स्थापितफलानामधोभागे क्षेपो निवेश्यः, तदधः क्षेपाधो भागे खं शून्यं निवेश्यं, एवं वल्ली जायते, तत उपान्तिमेनाङ्केन स्वोर्ध्वस्थितेऽङ्के हते अन्त्येनाङ्केन युते च सति तदन्त्यं त्यजेदिति मुहुः पुनः पुनरेवं कृते राशियुग्मं स्यात् ।

तत ऊर्ध्वराशिः दृढेन भाज्येन तष्टः सन् फलं भवेत् , फलं नाम लब्धिः, अपरः अधोराशिः दृढेन हरेण तष्टः सन् गुणः स्यात् अत्र तष्ट इत्यनेन भक्तावशेषितराशि-र्ग्राह्यो न तु लब्धिरित्यर्थः ।

तेन गुणेन दृढभाज्ये गुणिते दृढक्षेपयुते दृढहरेण भक्ते शेषं न स्यात् , शेषा भाव इत्यर्थः ।

विमला—इस के बाद अपवर्तनाङ्क, दृढभाज्य, दृढहार और दृढक्षेप बनाने के प्रकार को कहते हैं ।

आपस में दो उद्दिष्ट राशियों के भाग देने से जो शेष बचे वह उन का अपव-र्तनाङ्क होता है । अर्थात् उस शेष से उन दोनों राशियों में भाग देने से निःशेष हो जायँगी । अपवर्तनाङ्क से अपवर्तित भाज्य, हार और क्षेप दृढ संज्ञक कहलाते हैं । अब उन दृढ सज्ञक भाज्य, हार का आपस में परस्पर तब तक भाग देना जब तक भाज्य के स्थान में रूप न हो जाय ।

इस तरह जो लब्धि मिलें उन्हें एक के नीचे दूसरी, दूसरी के नीचे तीसरी इस क्रम से लिखना । इन के नीचे क्षेप और क्षेप के नीचे शून्य को लिखना ।

इस तरह अङ्कोंकी उर्ध्वाधर एक पंक्ति उत्पन्न होगी, इसी का नाम "वल्ली" है।

अब उपान्तिम (अन्त के समीप के अङ्क) से उस के ऊपर वाले अङ्क को गुण देना, उस गुणन फल में अन्त वाले अङ्क को जोड़ देना, बाद अन्त वाले अङ्क को मिटा देना, इस तरह बार बार करने से अन्त में दो राशियाँ आजायँगी । जब दो राशियाँ आजाँय तब इस क्रिया को छोड़ देना चाहिए ।

अब ऊपर वाली राशि को दृढभाज्य से तष्टित करने से फल लब्धि और नीचे वाली राशि को दृढ हार से तष्टित करने से फल गुण होगा ।

नवीनोपपत्तिः—

यथात्र कल्प्यते भाज्यः=अ, भाजकः=क, अ > क ।

अत्र अ, संख्या क, संख्यातो द्वित्र्यादिगुणा तदा अ, संख्यासममेवानयोर्महत्तमापवर्त्तनं स्यात्।

अन्यथा अ, संख्यातोऽल्पमेव, अधिकत्वे तद्विभाजितायां लघुसंख्यायां भिन्नत्वसम्भवापत्तिः।

अथाल्पसंख्यातोऽल्पमहत्तमापवर्तनविचारः—

यतः $\frac{\text{अ}}{\text{क}} = \text{ल} + \frac{\text{शे}}{\text{क}}$, अतः $\text{अ} = \text{क} \cdot \text{ल} + \text{शे}$।

एवं $\frac{\text{क}}{\text{शे}} = \text{ल}' + \frac{\text{शे}'}{\text{शे}}$, अतः $\text{क} = \text{शे} \cdot \text{ल}' + \text{शे}'$।

तथा $\frac{\text{शे}}{\text{शे}'} = \text{ल}'' + \frac{\text{शे}''}{\text{शे}'}$, अतः $\text{शे} = \text{शे}' \cdot \text{ल}'' + \text{शे}''$।

$\frac{\text{शे}'}{\text{शे}''} = \text{ल}''' + 0$, अतः $\text{शे}' = \text{शे}'' \cdot \text{ल}''' + 0$।

अत्र शे' इति संख्या शे'', अनेन निः शेषा स्यादेवेति स्फुटं दृश्यते। तस्मात् शे'', अनेन शे, अपि निःशेषं स्यात्। परन्तु शे अनेन अ, क अनयोः पृथङ् निःशेषभजनात् शे'' अनेनापि निःशेषे भवतस्तेन अ, क अनयोर्महत्तमापवर्तनं शे'' इति सिद्धम्।

अत उपपन्नं "परस्परं भाजितयोर्ययोर्यः शेषं तयोः स्यादपवर्त्तनं सः" इति।

एवमागतेनापवर्त्तनाङ्केनापवर्तितौ भाज्यहारौ दृढसंज्ञकौ भवतः, अन्याङ्केनापवर्त्तनासम्भवात्।

दृढाङ्कयोः परस्परभजनादवसाने रूपसमानमेव शेषमन्यथा केनापि पुनरपवर्त्तनसम्भवापत्तिः।

अथ गुणलब्ध्योरानयने विचारः—

यथात्र कल्प्यते भाज्यः=१००, हारः=६३, क्षेपः=क्षे,

गुणकः=या, लब्धिः का, तत उक्तवत् कृते

लब्धिः=का = $\frac{\text{१०० या} + \text{क्षे}}{\text{६३}}$ =

या + $\frac{\text{३७ या} + \text{क्षे}}{\text{६३}}$ =

या + नी।

यतः नी = $\frac{\text{३७ या} + \text{क्षे}}{\text{६३}}$,

अतः या = $\frac{\text{६३ नी} - \text{क्षे}}{\text{३७}}$ =

$$\text{नी} + \frac{२६\ \text{नी} - \text{चे}}{३७} = \text{नी} + \text{पी} ।$$

$$\text{यतः पी} = \frac{२६\ \text{नी} - \text{चे}}{३७},$$

$$\text{अतः नी} = \frac{३७\ \text{पी} + \text{चे}}{२६} = \text{पी} + \frac{११\ \text{पी} + \text{चे}}{२६} \text{पी} + \text{लो} ।$$

$$\text{यतः लो} = \frac{११\ \text{पी} + \text{चे}}{२६},$$

$$\text{अतः पी} = \frac{२६\ \text{लो} - \text{चे}}{११} = २\text{लो} + \frac{४\ \text{लो} - \text{चे}}{११} = २\ \text{लो} + \text{ह} ।$$

$$\text{यतः ह} = \frac{४\ \text{लो} - \text{चे}}{११},$$

$$\text{अतः लो} = \frac{११\ \text{ह} + \text{चे}}{४} = २\ \text{ह} + \frac{३\ \text{ह} + \text{चे}}{४} = २\ \text{ह} + \text{श्वे} ।$$

$$\text{यतः श्वे} = \frac{३\ \text{ह} + \text{चे}}{४},$$

$$\text{अतः ह} = \frac{४\ \text{श्वे} - \text{चे}}{३} = \text{श्वे} + \frac{\text{श्वे} - \text{चे}}{३} = \text{श्वे} + \text{चि} ।$$

$$\text{यतः चि} = \frac{\text{श्वे} - \text{चे}}{३}$$

अत्र यदि चि=०, तदा, क्रमेण यावत्तावतादिमानम्—

$$\text{या} = \text{नी} + \text{पी} = \frac{६३\ \text{नी} - \text{चे}}{३७} ।$$

$$\text{का} = \text{या} + \text{नी} = \frac{१००\ \text{पी} + \text{चे}}{६३} ।$$

$$\text{नी} = \text{पी} + \text{लो} = \frac{३७\ \text{पी} + \text{चे}}{२६} ।$$

$$\text{पी} = २\ \text{लो} + \text{ह} = \frac{२६\ \text{लो} - \text{चे}}{११} ।$$

$$\text{लो} = २\ \text{ह} + \text{श्वे} = \frac{११\ \text{ह} + \text{चे}}{४} ।$$

$$\text{ह} = \text{श्वे} + \text{चि} = \frac{४\ \text{श्वे} - \text{चे}}{३} ।$$

$श्वे=क्षे=\frac{३ चि + क्षे}{१}$ ।

चि=० ।

यावत्तावतादिवशेनैवं जाता वल्ली ।

अत्र "स्वोर्ध्वे हतेऽन्त्येन युते तदन्त्य" मित्यादि विधिनाऽवसाने यावत्तावत्कालकात्मकं राशिद्वयं गुणलब्धिमानं भवेत् । तथात्रैव समावल्ली धनक्षेपेऽन्यथा ऋणक्षेप इति स्फुटं दृश्यते ।

अत उपपन्नं "राशियुग्म" मित्यन्तम् ।

कुट्टकोक्तयुक्त्या लब्धिः=ल = $\frac{गु\cdot भा \pm क्षे}{हा}$,

अतः गु·भा ± क्षे = ल·हा ।

यदि $\frac{गु}{हा} = इ + \frac{गुशे}{हा}$,

तदा गु=हा·इ + गुशे, ∴ गुशे=गु − हा·इ ।

यतः गु·भा ± क्षे = ल·हा, अतः पक्षयोः (इ·भा·हा) इति विशोधनात्-

गु·भा ± क्षे − इ·भा·हा = ल·हा − इ·भा·हा,

वा भा (गु − इ·हा) ± क्षे = हा (ल − इ·भा) ।

अत्र गुणशेषः=गुशे=गु − हा·इ ।

हरशेषः=लशे=ल − इ·भा ।

यतः $\frac{ल}{भा} = इ + \frac{लशे}{भा}$, अतः ल = इ·भा + लशे,

अतः लशे = ल − इ·भा ।

अत्र गुणलब्धिशेषयोः "इ" समानं लब्धिमानमत उपपन्नं सर्वम् ।

एवं तदैवात्र यदा समास्ताः स्युर्लब्धयश्चेद्विषमास्तदानीम् ।
यदागतौ लब्धिगुणौ विशोध्यौ स्वतक्षणाच्छेषमितौ तु तौस्तः ॥५॥

सु०—अथागतफलेषु विषमेषु सत्सु विशेषमुपजातिकयाह—

एवं तदैव यदात्र परस्परभजने ता आगता लब्धयः समाः स्युः द्वि२श्चतुः ४ षड ६ ष्टा ८ दिसंख्यकाः स्युरिति, यदि तु लब्धयो विषमाः स्युः एक १ त्रि ३ पञ्चा ५ दिकास्तदानीमुक्तप्रकारेण यथागतौ लब्धिगुणौ स्वतक्षणाच्छोध्यौ शेषतुल्यौ तौ लब्धिगुणौ स्त इति ।

अत्रोपपत्तिः—

येन च्छिन्नौ भाज्यहारौ न तेनेति-गुणगुणितभाज्यतुल्यमेकं खण्डं क्षेपतुल्यं द्वितीयम् ।

एतयोर्हरभक्तयोर्योगस्य खण्डयोगेन हरभक्तेन तुल्यत्वं प्रसिद्धम् ।

यथा भाज्यः २२१ गुण ५ गुणितः ११०५ क्षेपः ६५ एतौ हरभक्तौ तयोर्योगः $= \frac{११०५}{१९५} + \frac{६५}{१९५} = \frac{११७०}{१९५}$ तुल्य एव ।

एवं भाज्यहारयोः केवलयोर्या लब्धिः सैवेष्टापवर्तितयोरपीति प्रसिद्धमतः खण्डे इष्टेना १३ पवर्तिते हरश्चापवर्तितः $\frac{८५}{१५} + \frac{५}{१५}$ योगः $\frac{९०}{१५}$ वा योग एवा $\frac{११७०}{१९५}$ पवर्तितः $\frac{९०}{१५}$ स एव जातः ।

अत्र भाज्ये गुणगुणिते इष्टापवर्तिते वा भाज्ये इष्टापवर्तिते गुणगुणिते फलाविशेषाद्यदि पूर्वलिखितखण्डयोगस्या $\frac{११७०}{१९५}$ पवर्तनं क्रियते $\frac{९५}{१५}$ तदा खण्डयोरपि $\frac{११०५}{१९५} + \frac{६५}{१९५} = \frac{११७०}{१९५}$ चेष्टापवर्तनमुचितं $\frac{८५}{१५}$, $\frac{५}{१५}$ कथमन्यथा फलसाम्यं तस्माद्भाज्यहारयोरपवर्तने क्षेपस्याप्यपवर्तनमावश्यकमिति सिद्धम् ।

अथ परस्परं भाजितयोरित्यत्रयुक्तिः ।

अत्र भाज्यहारयोरपवर्ताङ्केषु महानपवर्ताङ्को ज्ञातव्यो येनाङ्केनापवर्तितयोर्भाज्यभाजकयोः पुनर्नापवर्तः स्यात् अनेनापवर्तितयोर्भाज्यहारयोर्दृढत्वं कथ्यते ततस्तद्विचारो यथा ।

भाज्यभाजकौ $\frac{२२१}{१९५}$ अनयोरल्पोयं १९५, अस्मादधिकोऽपवर्ताङ्को नैव भवितुमर्हति ततोऽनेन भाज्ये भक्ते निःशेषता न दृश्यते तत्र भाज्यस्य खण्डद्वयम् ।

एकं हरलब्धिघाततुल्यं १९५ द्वितीयं शेषतुल्यं २६ येन भक्तौ निःशेषौ भवतस्तेन भाज्यस्यापि निःशेषता स्यादत्रापि खण्डयो १९५।२६ र्मध्ये लघोरपवर्ताङ्कत्वसंभवः, अस्मादधिकस्यापवर्तनत्वासंभवात् ।

परमनेना २६ नयोर्निःशेषता नास्तीत्यत्रापि लब्धि ७ हर २६ घाततुल्यमेव खण्डं १८२ शेषतुल्यं द्वितीयं १३, अनयोरपि लघुरेवापवर्ताङ्कः संभवति, १३ एतेन भजने खण्डद्वये १८२।१३ निःशेषता दृश्यते यतः प्रथमखण्डं १८२ प्रथमलब्धि ७ हर २६ घाततुल्यं तत्र हरस्य २६ द्वितीयखण्डेन १३ भजने निःशेषत्वात् प्रथमखण्ड १८२ द्वितीयखण्डेना १३ वश्यं निःशेषं स्यात् २ शेषं ततस्तद्योगोपि १९० तेनैव १३ भजने निःशेषता स्यादेव अत्रानेन द्वितीयशेषेण १३ प्रथमशेषं २६ यदि निःशेषं स्यात्तदाखण्डयो १९५।२६ र्योगोपि २२१ तेन १३ निःशेषः स्यात् ।

एतेन परस्परं भाजितयोर्भाज्यहारयोरन्त्यशेषेणापवर्तने दृढत्वं स्यादिति युक्तमुक्तम्

अथान्यथोपपत्तिः—

भाज्यः ८१ हारः १५ प्रथमलब्धिः ५ प्रथमशेषं ६ अनेन हारे १५ भक्ते

द्वितीयलब्धिः २, द्वितीयशेषं ३ अनेन प्रथमशेषे ६ भक्ते तृतीयलब्धिः २ तृतीयशेषं शून्यं ०, अत्र द्वितीयशेष ३ तृतीयलब्धि २ तः प्रथमशेषं हरलब्धिघातस्य भाज्यसमत्वात् ६ ।

एवं प्रथमशेष ६ द्वितीयलब्धि २ घातेन १२ हारो हीनः द्वितीयशेषं ३ अतः प्रथमशेषद्वितीयलब्धिघातस्य द्वितीयशेषयुतस्य हारसमत्वं, प्रथमशेष ६ द्वितीयलब्धि २ घातेन १२ हारो हीनः द्वितीयशेषं ३ अतः प्रथमशेषद्वितीयलब्धिघातस्य द्वितीयशेषयुतस्य हारसमत्वम् —

प्रशे × द्विल × द्विशे ।

अथ प्रथमखण्डे द्वितीयलब्धिः प्रथमशेषगुणा, तत्र द्वितीयशेषतृतीयलब्धिघात एव ६ प्रथमशेषमितः स एव द्वितीयलब्धिगुणितः द्विल·द्विशे. तृल ।

एवं हारस्वरूपं = द्विल· द्विशे· तृल + द्विशे, अथायं हरः प्रथमलब्ध्यागुणित; प्रल· द्विल० तृल· द्विशे + प्रल· द्विशे,

प्रथमशेषेण तृतीयलब्धिद्वितीयशेषघातमितेन (तृल· द्विशे) युतो जातो भाज्यः = प्रल· द्विल· तृल· द्विशे + प्रल· द्विशे + तृल· द्विशे, खण्डत्रयात्मकः ।

हारश्च खण्डद्वयात्मकः द्विल· तृल· द्विशे + द्विशे, एतौ भाज्यहारौ द्वितीयशेषेण द्विशे भक्तौ निःशेषौ भवतस्ततो भाज्य ८१ हारौ १५ द्वितीयशेषेण ३ भक्तौ जातौ दृढौ भा २७ हा ५ एवं सर्वत्र ।

अथ मिथो भजेत्तौ दृढभाज्यहारवित्यादिसूत्रे वासना यथा—

भाज्यहारक्षेपाः कुट्टकोपयुक्ताः सन्ति तत्र भाज्यः केन गुणेन गुणितः क्षेपेण युतो वा हीनः हारेण भक्तो निःशेषःस्यात्तत्र या लब्धिः सा लब्धिः पूर्वगुणक एव गुणास्तयोर्ज्ञानार्थमुपायः—भाज्ये हरेण भक्ते या लब्धिस्तद्गुणितहार एकं खण्डं शेषतुल्यं द्वितीयम् ।

यथा भाज्ये १७३ हार ७१ भक्ते लब्धिः २ शेषं ३१ अत्र खण्डे १४२।३१ अनयोर्योगो भाज्योस्ति अत्र प्रथमखण्डस्य हर ७१ लब्धि २ घातत्वादस्मिन् १४२ हरेण ७१ भक्ते निःशेषतास्यादेव तेन प्रथमखण्डं १४२ येन केनापि गुणितं हरभक्तं निःशेषं स्यादेव ।

अथोद्दिष्टः क्षेपो द्वितीयखण्डेन ३१ भक्तो यदि निःशेषःस्यात्तर्हि या लब्धिः स एव गुणकः स्यात् , यथा ऋणक्षेपः ६२, द्वितीयखण्ड ३१ भक्तो लब्धं २ अनेन गुणितस्य द्वितीयखण्डस्य क्षेप ६२ तुल्यत्वादयमेव गुणकः २। अनेन २ खण्डे १४२। ३१ गुणिते २८४।६२ ऋणक्षेपत्वात्तच्छोधने द्वितीयखण्डनाशात्प्रथमखण्डस्य २८४ हर ७१ भजनाच्छुद्धिर्जाता ।

अथ क्षेदे द्वितीयखण्डभक्ते निःशेषता नास्ति तर्हि गुणकावगमार्थमन्यथा यतितम् ।

अत्र भाज्यं खण्डद्वयात्मकं तत्र द्वितीयखण्डं रूप १ मितं यदि स्यात्तस्य क्षेप-मितगुणकेन गुणनात्क्षेपसमत्वं तत्र ऋणक्षेपश्चेत्तदा तच्छोधने द्वितीयखण्ड-नाशः स्यात् ।

यथा भाज्यः ९ भाजकः ४ अत्र भाज्यखण्डे ८।१ द्वितीयखण्डं १ क्षेप ६२ गुणितं ६२ क्षेप ६२ हीनं शून्यं जातम् ।

अत्र प्रथमखण्डं ८ क्षेप ६२ गुणितं ४९६ हारेण भक्तं १२४,

अथवा प्रथमखण्डं ८ हारेण ४ भक्तं २ क्षेपतुल्यगुणेन ६२ गुणितं १२४ तुल्यमेव ।

अत्र भाज्ये हारभक्ते यदि रूपशेषं न स्यात्तदा गुणकज्ञानं न स्यात्तस्माद्भा-ज्यहारयोः परस्परभजने यत्र रूपं शेषं तत्र यौ भाज्यहारावन्यौ तत्रैव क्षेपतुल्यो गुणः स्यात्परमृणक्षेपे ।

तद्यथा भाज्यहारक्षेपाः= भा १७३ क्षे ३ / हा ७१

अत्र दृढयोरनयोः परस्परभजने लब्धयस्तत्सम्बन्धिभाज्यहारौ च भिन्नौ जातौ ।

न्यासः भा १७३ / हा ७१ , भा ७१ / हा ३१ , भा ३१ / हा ९ , भा ९ / हा ४ ,

लब्धयः २
२
३
२

अत्रान्त्यभाज्ये ९ खण्डद्वयं ८।१,

उक्तरीत्या क्षेपसमो ३ गुणः ऋणक्षेपे जातः, अन्त्यलब्धिः २ क्षेप ३ गुणिता ६ द्वितीयखण्डलब्ध्या शून्यमितया युता जाता लब्धिः ६,

भाज्यापरखण्डस्य १ क्षेपगुणितस्य ३ क्षेप ३ हीनस्य० हर ४ भाजितस्य शून्य-लब्धित्वात्, अत उक्तं मिथो भजेत्तौ दृढभाज्यहारौ यावद्विभाज्ये भवतीह रूपम् ।

फलान्यधोधस्तदधो निवेश्यः क्षेपस्तथान्त्ये खमिति वल्ली २
[illegible]
०

उपान्तिमेन क्षेपमितेन ३ स्वोर्ध्वे २ हते ६ अन्त्येन० युते इति लब्धि ६ गुण-स्तुक्षेप ३ मितः ।

अथ भाज्ये ९ गुणगुणिते २७ क्षेप ३ हीने २४ हर ४ भक्ते जात निःशेषा लब्धिः ६ सैव ।

अथास्मिन्नेव क्षेपे तृतीयभाज्ये भा ३१ / हा ९ गुणो विचार्यते, अत्रापि लब्धिमेकं शेषमपरं एवं खण्डे २७।४, अत्र पूर्वं खण्डं २७ येन केनापि गुणितं हार ९ भक्तं

निःशेषं स्यादेव ततः परखण्डा ४ देव गुणनिर्णयः क्रियते, अत्र भाज्यभाजकौ $\frac{\text{भा } ४}{\text{हा } ६}$ एतौ चतुर्थभाज्य· हार $\frac{\text{भा } ६}{\text{हा } ४}$ व्यत्यासेन तिष्ठतः चतुर्थभाज्ये ६ स्वगुणेन ३ गुणिते २७ क्षेप ३ हीने २४ हरभक्ते लब्धिः ६,

अत्र विलोमरीत्या लब्ध्या ६ हारो ४ गुणितः २४ क्षेपेण ३ युतः २७ भाज्य ६ भक्तो ३ गुण एव स्यात्, तस्मादयं तृतीयभाज्यापरखण्डरूपः ४ लब्ध्या ६ गुणितः २४ क्षेपेण ३ युक्तो २७ हारभक्तो निःशेषः स्यात् लब्धं ३, तृतीयभाज्यप्रथम· खण्डं २७ हार ६ भक्तं लब्धि ३ रियं पूर्वलब्ध्या ६ गुणिता १८ द्वितीयखण्डजलब्ध्या ३ युता संपूर्णा लब्धिः २१,

गुणश्च पूर्वलब्धिरेव ६ एतौ धनक्षेपे सिद्धौ ।

एतेन उपान्तिमेन ६ स्वोर्ध्वे ३ हते १८ अन्त्येन ३ युते २१ तदन्त्यन्त्यजेदिति सिद्धम् ।

अत्र तृतीयभाज्यः ३१ स्वगुणेन ६ गुणितः १८६ क्षेप ३ युत १८९ हार ९ भक्तो जाता लब्धिस्सैव २१, अथैवं द्वितीयभाज्यः $\frac{७१}{३१}$, अत्राप्युक्तरीत्या खण्डे $\frac{६२}{३१}$, $\frac{९}{३१}$, द्वितीयखण्डेगुण श्चिन्त्यते सिद्धलब्धिः २१ हार९ गुणा १८९ क्षेप ३ हीना १८६ स्वगुणेन ६ भक्ता जातस्तृतीयभाज्यः ३१,

विलोमरीत्या तत्र भाज्यस्य हारत्वे ३१ हारस्य ९ भाज्यत्वे क्षेपस्य धनर्णताव्यत्यासे च लब्धेर्गुणत्वं गुणस्य लब्धित्वं सिद्ध्यति ।

अतो द्वितीयभाज्यापरखण्डे ९ सिद्धलब्ध्या २१ गुणिते १८९ क्षेप ३ हीने १८६ हार ३१ भक्ते निःशेषता जाता, लब्धं परखण्डजं ६ । पूर्वखण्डे ६२ हरभक्ते लब्धिः २ पूर्वसिद्धलब्ध्या २१ गुणिता ४२ परखण्डजलब्ध्या ६ युता संपूर्णा लब्धिः ४८ पूर्वलब्धिरेव गुणः सिद्धः २१, अनेन द्वितीयभाज्ये ७१ गुणिते १४९१ क्षेप ३ हीने १४८८ हार ३१ भक्ते लब्धिस्सैव ४८ शेषाभावः ।

अथैवं प्रथम भाज्यः $\frac{१७३}{७१}$, अत्रापि खण्डे $\frac{१४२}{७१}$, $\frac{३१}{७१}$ पूर्वखण्डं येन केनापि गुणितं हरभक्तं शुद्ध्यत्येव, परखण्डजगुणविचारः-विलोमरीत्या गुणः ४८ लब्धिः २१

यथा प्रथमभाज्यापरखण्डं ३१ गुणेन ४८ गुणितं १४८८ क्षेप ३ युतं १४९१ हार ७१ भक्तं लब्धिस्सैव परखण्डजा २१ प्रथमखण्डे १४२ हर ७१ भक्ते लब्धिः २ गुणेन ४८ गुणिता ९६ परखण्डजलब्ध्या २१ युता जाता संपूर्णा लब्धिः ११७ गुणस्तु सिद्ध एव ४८ ।

एतौ प्रथमभाज्यहारजौ सम्पन्नौ व्यस्तमार्गेणेति ।

भाज्यः १७३ गुणेन ४८ गुणितः ८३०४ क्षेप ३ युतः ८३०७ हारेण ७१ भक्तो जाता लब्धिस्सैव ११७ एवं सर्वत्र ।

अत्र प्रदर्शितमार्गे सवत्र उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते अन्त्येन युते तदन्त्यं त्यजेदिति सिद्धं मुहुरेवं कृते प्रथमभाज्यहारसम्बन्धिलब्धिगुणौ भवतः।

अथ प्रथममृणक्षेपे लब्धिगुणौ चतुर्थभाज्यहारजो जातौ तदनन्तरं धनक्षेपे तृतीयभाज्यहारजौ तत ऋणक्षेपे द्वितीयभाज्यहारजौ ततो धनक्षेपे प्रथमभाज्यहारजौ सिद्धौ तेन भाज्यहारयोर्मिथो भजने लब्धीनां विषमत्वे लब्धिगुणावृणक्षेपे भवतस्तथा लब्धीनां समत्वे धनक्षेपजावेव भवतः पूर्वं तथा दर्शनात्

अथ भाज्ये हरतुल्यगुणकगुणिते हरभक्ते भाज्यतुल्या लब्धिस्तेन हरतुल्ये गुणकोपचये भाज्यतुल्यो लब्ध्युपचयस्तथा द्व्यादिगुणितहरतुल्यगुणकवृद्धौ द्व्यादिगुणितभाज्यतुल्या लब्धौ वृद्धिः स्यादत एव इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते तेवा भवेतां बहुधा गुणाप्ती इत्युक्तम् ।

अथैतद्रीत्यैव हरतुल्ये गुणकापचये भाज्यतुल्यो लब्धेरपचयस्तथा द्व्यादिगुणितहरतुल्यगुणकह्रासे द्व्यादिगुणितभाज्यतुल्यो लब्धौ ह्रासः स्यात्तेन गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलमित्युक्तम् ।

अत एव ऊर्ध्वो विभाज्येन दृढेन तष्टः फलं गुणः स्यादपरो हरेणेत्युक्तं,

अत्रापि तक्षणे गुणलब्ध्योः फलं तुल्यमेवापेक्षितम् । अथ गुणोनहरेण गु।ह१ भाज्ये गुणिते क्षेपहीने खण्डत्रयं भा०ह १ भा०गु ।। क्षे ।।

प्रथमस्थाने हरभक्ते भाज्य एव लब्धः, द्वितीयतृतीयखण्डयोगे हरभक्ते लब्धिरेव लभ्यते ऋणात्मिका तस्माद्गुणोनहरतुल्ये गुणके लब्ध्यूनभाज्यतुल्या लब्धिरुचिता क्षेपस्य धनर्णव्यत्यासे, तस्मात् धनक्षेपजौ लब्धिगुणौ स्वहाराभ्यां शुद्धौ तावृणक्षेपजौ तथा ऋणक्षेपजौ लब्धिगुणौ स्वतक्षणशुद्धौ तौ धनक्षेपजौ भवतः अतः-

"एवं तदैवात्र यदा समस्ताःस्युर्लब्धयश्चेद्विषमास्तदानीम् ।
यथागतौ लब्धिगुणौ विशोध्यौ स्वतक्षणाच्छेषमितौ तु तौस्तः"

इति सिद्धम् ।

"तथा क्षेपजे तक्षणाच्छुद्धे गुणाप्ती स्तो वियोगजे" इत्यपि सिद्धमेव ।

अत्र प्रसङ्गदत्र कुट्टकोपपत्तिः

यथा भाज्यः १७३ हारः ७१ क्षेपः ३,

अत्रानेकवर्णसमीकरणक्रियया गुणलब्धिज्ञानं क्रियते तत्रगुणकमानं यावत्तावत्, लब्धिप्रमाणं कालकः,

गुणेन भाज्यो गुणितः क्षेपयुतो हारभक्तो जातः = $\frac{\text{या } १७३ \text{ क्षे } ३}{\text{हा } १७}$, इदं कालकमानम् ।

अत्र भाज्ये हरभक्ते प्रथमलब्धिः या २ शेषं $\left(\frac{\text{या ३१ क्षे ३}}{\text{७१}}\right)$ नीलकसमं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानं $\left(\frac{\text{नी ७१ क्षे ३}}{\text{या ३१}}\right)$ अत्रापि भाज्ये हरभक्ते द्वितीयलब्धिः नी २ शेषमिदं $\frac{\text{नी ६ क्षे ३}}{\text{३१}}$ पीतकसमं कृत्वा लब्धं नीलकमानं $= \frac{\text{पी ३१ क्षे ३}}{\text{६}}$ ।

अत्रापि भाज्ये हरभक्ते तृतीय लब्धिः पी ३, शेषं $\frac{\text{पी ४ क्षे ३}}{\text{६}}$ लोहितकसमं कृत्वा पीतकमानं $= \frac{\text{लो ६ क्षे ३}}{\text{४}}$,

भाज्ये हरभक्ते चतुर्थलब्धिः लो २, शेषं $\frac{\text{लो १ क्षे ३}}{\text{४}}$ हरितकसमं कृत्वा लब्धं लोहितकमानमभिन्नं (ह ४ क्षे ३)

अत्र हरितकमानं शून्यं व्यक्तं प्रकल्प्योत्थापनाल्लोहितकमानं क्षेपतुल्यं ३,

अथ पूर्वं पीतकमानं खण्डद्वयं कल्पितं (लो २ ह १) हरितकं तु शून्यमेव कल्पितं (लो २ ह०) एकस्य लोहितकस्य मानं क्षेपतुल्यं ३ तदा लोहितकद्वयस्य २ किमिति जातं इदं परखण्डेन० युतं पीतकमानं ६, लोहितकमानं त्विदं ३,

एतेन उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते ६ अन्त्येन०युते इति सिद्धम् ।

अथ पूर्वं नीलकमानं पी ३ लो १, यद्येकस्येदं मानं ६ तदा पीतकत्रयस्य ३ किमिति जातं १८ परखण्डेन लोहितमानेन ३ व्यक्तेन युतं जातं नीलकमानं २१ पीतकमानं त्विदं ६,

अथ पूर्वं यावत्तावन्मानं नी २ पी १ यद्येकनीलकस्येदं मानं २ तदास्यैकविंशतिमितस्य २१ नीलकस्य किमिति जातं ४२ इदं परखण्डेन पीतकमानेन ६ युतं जातं यावन्मानं ४८ नीलकमानं त्विदं २१,

अथ पूर्वं कालकमानं या २ नी १ यद्येकयावत्तावत इदं मानं ४८ तदा यावत्तावद्द्वयस्य २ किमिति जातं ९६ इदं परखण्डेन नीलकमानेन २१ युतं कालकमानं ११७, यावन्मानं तु सिद्धमेव ४८,

एते क्रमेणलब्धिगुणमाने सर्वत्र उपान्तिमेन स्वोर्ध्वेहते अन्त्येन युते तदन्त्यं त्यजेदिति सिद्धमेव,

अत्र पूर्वं लब्धय एव वल्लीसंज्ञास्तासां समत्वे क्षेपस्य धनत्वमन्त्ये यथा प्रकृतोदाहरणे ह ४ क्षे ३, सिद्धं एवं विषमवल्ल्युदाहरणे ऋणक्षेप एवान्त्ये तस्माद्दणक्षेपजौ लब्धिगुणावुत्थापनात्स्याताम् ।

अत्रान्त्ये हरितकमानं व्यक्तं यच्छून्यं कल्पितं तल्लब्धिगुणयोरल्पत्वार्थं किन्तु हरितकमानस्यैकद्व्यादिकल्पनेऽपि क्षतिर्नेति सुधीभिर्ज्ञेयम् ।

ऊर्ध्वोविभाज्येन दृढेन तष्ट इत्यत्रवासना यथा गुणगुणितभाज्यः क्षेपयुतः गु·भा१ क्षे १ एकः पक्षः, हारलब्धिघातो द्वितीयः पक्षः हा·ल १ एतौ तुल्यौ।

इष्टांकभाज्यहाराणां घातेन इ·भा हा १ हीनौ तदापि समावेव। गु·भा १ इ·भा·हा १ क्षे १=हाल १ इ· भा· हा १, अत्र प्रथमपक्षे प्रथमद्वितीयखण्डे भाज्यभक्ते फलमिदं गु १ इ·हा १ तेन इष्टगुणितहारहीनगुणो भाज्येन गुणनीयः तृतीयखण्डं क्षेपेण युक्तः अयं पक्षो हारलब्धिघातः कल्पितः अतो हरभक्तो लब्धिः कल्पिता

तेन इष्टगुणितहरेण गुणो यावदूनः क्रियते तावदपरो हरेण तष्ट इति सम्पद्यते अयं गुणोन्यः अनेन भाज्ये गुणिते क्षेपयुते हरभक्ते लब्धिरन्या सा कीदृशीति तदवगमार्थं द्वितीयपक्षः। हाल १ इ·भा·हा १

अत्र खण्डे हारभक्ते फलं (ल १ इभा १) इष्टगुणितभाज्येन हीना लब्धिर्हारगुणिता द्वितीयपक्षस्सोपि हारलब्धिघातः कल्पितस्तस्मिन् हारभक्ते लब्धिरन्या ल१३ भा १ इष्टगुणितभाज्येन हीना लब्धिरन्या लब्धिः।

एतेन ऊर्ध्वोविभाज्येन दृढेन तष्ट इति सिद्धम्।

तथा गुणलब्ध्योस्समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलमित्यपि सिद्धम्।

एवं पूर्वलिखितपक्षौ गुभा १ क्षे १, हाल १, एताभ्यां हारभाज्यघातो हा·भा १ हीनस्तदापि तुल्यावेव गुभा १ क्षे १ हाभा १=हाल १ हाभा १ प्रथमपक्षे प्रथमतृतीयखण्डे गुणोनहारो गु१ हा १ भाज्यगुणितस्तत्रद्वितीयखण्डं क्षेपमितं शोध्यं अयं हरलब्धिघातः कल्पितस्तदा हरभक्ते लब्धिः स्यात् तेन भाज्यो गुणोनहारेण गुणकेन गुणितःक्षेपहीनो हारभक्तो लब्धिः स्यात्, द्वितीयपक्षस्यापि हारलब्धिघातसाम्यकल्पनादस्मिन् हारभक्ते लब्धिः ल १ भा १ पूर्वलब्ध्यूनभाज्यरूपा सिद्धा

एतेन योगजेतक्षणाच्छुद्धे गुणाप्ती स्तो वियोगजे इत्याद्युपपन्नम्।

विमला-पूर्व कथित प्रकारसे आई हुई लब्धियाँ सम संख्यक (दो, चार, छै, आठ आदि) हों तो उक्त प्रकार से आया हुआ गुण और लब्धि यथार्थ होती है।

यदि लब्धियां विषम (एक, तीन पांच, सात आदि) हों तो गुण और लब्धि को अपने २ तक्षण (लब्धि को दृढ भाज्य और गुण को दृढ हार) में घटाने से वास्तव गुण और लब्धि होती है॥

नवीनोपपत्तिः—

अत्र "परस्परं भाजितयोर्यंयोय" रित्यादेर्वासनावलोकनेन स्फुटा।

भवति कुट्टविधेर्युतिभाज्ययोः समपवर्त्तितयोरथवा गुणः।
भवति यो युतिभाजकयोः पुनः स च भवेदपवर्त्तनसंगुणः॥६॥

सु०—अथ प्रकारान्तरेण द्रुतविलम्बितेन गुणकमुपदिशति—

युतिः क्षेपः युतिभाज्ययोः क्षेपभाज्ययोः समपवर्तितयोः सतोरपि मिथो भजेत्तौ दृढभाज्यहाराविति यथोक्तात्कुट्टकविधेर्वा गुणः स्यात्, अपि समुच्चये वा प्रकारान्तरेण क्षेपभाज्ययोरपवर्तनसंभवेप्यपवर्तनमकृत्वापि गुणः सिद्ध्यति।

यद्वा तयोरपवर्तितयोः सतोरपि यथोक्तकुट्टकविधिना स एव गुणः स्यादित्यर्थः । तेन गुणेन भाज्यं संगुण्य क्षेपेण संयोज्य हरेण विभज्य लब्धिरत्र ज्ञेयेति ।

भवति य इति पुनर्विशेषः युतिभाजकयोः अपवर्तनसंभवे सति अपवर्तितयोः सतोर्यथोक्तकुट्टकविधिना यो गुणो भवति स चापवर्तनसंगुणः सन् गुणो भवति युतिभाज्ययोः समपवर्तितयोर्लब्धिरपवर्तनाङ्केन गुणया गुणस्तु यथागत एव । युति-भाजकयोस्त्वपवर्तितयोर्गुणोपवर्तनांकगुणः सन् भवति, लब्धिर्यथागतैवेत्यर्थः ।

अत्रोपपत्तिः—

गुणगुणितभाज्यः क्षेपयुतो हारलब्धिघाततुल्य इति पक्षौ गु·भा १ क्षे १=हा ल १

एताविष्टेन गुणितावपि तुल्यौ गु·इ·भा १ इ·क्षे १ = इ·हा·ल १

अत्र यदि इष्टगुणितभाज्यो भाज्यः कल्प्यते इष्टगुणितक्षेपः क्षेपः कल्प्यते हार-स्तु द्वितीयपक्षे केवल एव तदा लब्धिरिष्टगुणा भवितुमर्हति

इ· हा· ल· १

हारभजनेनेष्टगुणितलब्धेरेवफलत्वात् इ· ल,

अथ कल्पितभाज्यो गुणेन गुणितः कल्पितक्षेपयुतः सन् प्रथमपक्षस्वरूपः स एव हारभक्तो लब्धिः स्यात् , पक्षयोः साम्यादियमपीष्टगुणैव जाता ।

अथ वा प्रथमपक्षे इष्टगुणितगुणो गुणकः कल्पितस्तदा केवलभाज्य एव भाज्यः कल्पितः इष्टगुणितक्षेपः क्षेपः कल्पितः इष्टगुणितहारो हारः कल्पितस्तदा लब्धिः पूर्वतुल्यैव ।

द्वितीयपक्षे इ· हा· ल १ कल्पितहारेण इ·हा १ भक्ते केवललब्धेरेव फलत्वात् ।

अत्र प्रथमपक्षे इष्टगुणितगुणस्य गुणत्वकल्पनात्स च भवेदपवर्तनसंगुण इत्या-द्युपपन्नम् । अपवर्तनाङ्कस्येष्टत्वकल्पनात् ।

अत्रोदाहरणं प्रदर्श्यते—

एकविंशतियुतं शतद्वयमिति ।

न्यासः $\frac{\text{भा } २२१ \text{ क्षे } ६५}{\text{हा } १९५}$, अत्रोक्तविधिना लब्धि ६ गुणो ५, अथवा भाज्यक्षेपौ त्रयोदशापवर्तितौ ।

न्यासः $\frac{\text{भा } १७ \text{ क्षे } ५}{\text{हा } १९५}$, अत्रोक्तविधिना लब्धि ७ गुणो ८० ।

अत्र भाज्ये १७ गुण ८० गुणिते १३६० क्षेप ५ युते १३६५ हार १९५ भक्ते लब्धिः ७ ।

इयमपवर्तनाङ्क १३ गुणिता ९१ प्रकृतभाज्ये २२१ लब्धिः ९१,

अत्र भाज्ये २२१ गुणेन ८० गुणिते १७६८० क्षेप ६५ युते १७७४५ हार १९५ भक्ते लब्धिः ९१ एतौ लब्धिगुणौ ९१।८० दृढभाज्यहाराभ्यां १७, १५ तष्टौ पूर्वतुल्यावेव ६।५,

अत्रकुट्टकविधिस्थभाज्योऽ १७ पर्वर्ताङ्क १३ गुणः सन् भाज्योऽस्ति २२१, तेन लब्धिरपि तद्गुणिता कृतेति ज्ञेयम् ।

अथवा हारक्षेपावेव त्रयोदशापवर्तितौ न्यासः $\frac{\text{भा } २२१ \text{ क्षे } ५}{\text{हा } १५}$, अत्रोक्तरीत्या लब्धि ७४ गुणौ ५, भाज्ये २२१ गुण ५, गुणिते ११०५ क्षेप ५ युते १११० हर १५ भक्ते लब्धिः ७४, अत्र गुणोऽपवर्ताङ्क १३ गुणितो जातो गुणः ६५, एवं लब्धि ७४, गुणौ ६५ दृढभाज्यहाराभ्यां १७।१५ तष्टौ पूर्वागतावेव ।

अत्र कुट्टकविधिस्थहारोऽ १५ पवर्ताङ्कगुणो वास्तवहार १९५ स्तेन गुणोऽपि तद्गुणितः कृतः ।

अथ पुनर्न्यासः $\frac{\text{भा } २२१ \text{ क्षे } ६५}{\text{हा } १९५}$, भाज्यक्षेपावपवर्तितौ $\frac{\text{भा } १७ \text{ क्षे } ५}{\text{हा } १९५}$ पुनर्हारक्षेपौ पंचापवर्तितौ

न्यासः $\frac{\text{भा } १७ \text{ क्षे } १}{\text{हा } ३९}$ अत्रोक्तविधिना लब्धि ७ गुणौ १६, भाज्ये १७ गुणेन १६ गुणिते २७२ क्षेपयुते २७३ हर ३९ भक्ते लब्धिः ७, अत्र लब्धिस्त्रयोदशगुणा ९१ गुणः १६ पञ्चगुणितः कृतः ८० एतौ ९१।८० दृढभाज्यहाराभ्यां १७।१५ तष्टौ प्रकृतभाज्यहारजावेव ६।५,

अथ $\frac{\text{भा } १७ \text{ क्षे } ५}{\text{हा } १५}$ पुनर्भाजकक्षेपौ पञ्चापवर्तितौ

न्यासः $\frac{\text{भा } १७ \text{ क्षे } १}{\text{हा } ३}$,

अत्रोक्तविधिना लब्धि ६ गुणौ १, भाज्यो गुणेन गुणितः १७ क्षेप १ युतः १८ हर ३ भक्तो लब्धिः ६ ।

अत्र गुणकोऽ १ वर्ताङ्क ५ गुणितो जातो गुणः ५ एतौ ६।५, दृढभाज्यहारजावेवसिद्धौ ।

एवमुदाहरणचतुष्टयं शिष्यदसन्देहनिरासार्थं बीजनवाङ्कुरकारेण दर्शितमस्ति ।

विमला—प्रकारान्तर से गुण लाने का उपाय ।। अपवर्तन दिये हुए भाज्य और क्षेप पर से "मिथो भजेत्तौ दृढभाज्यहारौ" इस कुट्टकोक्त नियम के अनुसार गुण का ज्ञान होता है, और लब्धि जो ऐसे उदाहरण में आवे उस को अपवर्तनाङ्क से गुणा करने से वास्तव होती हैं ।

अथवा अपवर्तन का सम्भव होने पर भी न दिया जाय तो भी भाज्य और क्षेप पर से वही गुण आता है,

अथवा भाज्य, क्षेप दोनों में अपवर्तन देकर कुट्टकोक्तविधि से गुण आता है, परन्तु लब्धि, भाज्य को गुण से गुण कर क्षेप जोड़ कर हार से भाग देने पर आती है ।

यदि अपवर्तन का सम्भव हो तो हार और क्षेप में अपवर्तन देकर कुट्टक विधि से जो गुण आवेगा उस को अपवर्तन से गुण देने से वास्तव गुण होगा। यहां लब्धि जो आवेगी वही वास्तव होगी।

नवीनोपपत्तिः—

कुट्टकोक्तविधिना—

$गु \cdot भा \pm क्षे = हा \cdot ल$ ।

चेद्भाज्यक्षेपयोरपवर्तनाङ्कः=प, इति कल्प्यते तदा—

$$\frac{गु \cdot भा \pm क्षे}{प} = \frac{हा \cdot ल}{प},$$

$$वा\ गु \cdot \frac{भा}{प} \pm \frac{क्षे}{प} = हा \cdot \frac{ल}{प},$$

$$वा\ गु \cdot भा' \pm क्षे' = हा \cdot \frac{ल}{प},$$

$$अतः\ \frac{गु \cdot भा' \pm क्षे'}{हा} = \frac{ल}{प} = (१)$$

अत्र (१)स्वरूपे स्फुटं दृश्यते यदपवर्तितभाज्यक्षेपाभ्यां येयं लब्धिरायाता साऽपवर्तनाङ्केन (प) अनेन संगुणिता $\frac{ल}{प} \times प = ल$ = वास्तवा स्यात्, गुणस्तु वास्तव एव।

$$यदि\ वा\ \frac{गु \cdot भा \pm क्षे}{प} = \frac{हा \cdot ल}{प},$$

$$वा\ \frac{गु}{प} \cdot भा \pm \frac{क्षे}{प} = \frac{हा}{प} \cdot ल,$$

$$वा\ \frac{गु}{प} \cdot भा \pm क्षे' = हा' \cdot ल,$$

$$अतः\ \frac{\frac{गु}{प} \cdot भा \pm क्षे'}{हा'} = ल = (२)$$

अत्र (२)स्वरूपे स्फुटं दृश्यते यदपवर्तितहारक्षेपाभ्यां योऽयं $\left(\frac{गु}{प}\right)$ गुणः समागतोऽसावपवर्तनांकेनानेन (प) गुणनाद्वास्तवः स्यात्, लब्धिस्तु वास्तवैवेत्युपपन्नं सर्वम्।

योगजे तद्गुणाच्छुद्धे गुणाप्ती स्तो वियोगजे।
धनभाज्योद्भवे तद्वद्भवेतामृणभाज्यजे ॥ ७ ॥

सु०—अत्र ऋणक्षेपे ऋणभाज्ये वा सति विशेषमनुष्टुभाह—

योगजे धनक्षेपजे ये गुणाप्ती ते स्वतक्षणाच्छुद्धे वियोगजे भवतः गुणो दृढह-राच्छुद्धः सन् भवति, लब्धिर्दृढभाज्याच्छुद्धा सती ऋणक्षेपे भवतीत्यर्थः ।

एवं धनभाज्योद्भवे ये गुणाप्ती ते तद्वत्स्वतक्षणाच्छुद्धे ऋणभाज्ये भवतः ।

विमला—धन क्षेप वश जो लब्धि, गुण आवे उस को अपने अपने तक्षण में (गुणको दृढ हार में और लब्धि को दृढ भाज्य में) शोधित करने से ऋण क्षेप में लब्धि, गुण होते हैं ।

एवं धन भाज्य वश जो लब्धि, गुण आवे उस को तक्षण में घटाने से ऋण भाज्य में लब्धि, गुण होते हैं ।

नवीनोपपत्तिः--

कुट्टकप्रश्नानुसारेण--

भा·गु + क्षे = हा·ल,

अतः हा·भा − (भा·गु + क्षे) = हा·भा − हा·ल,

वा हा·भा − भा·गु − क्षे = हा (भा − ल)

वा भा (हा − गु) − क्षे = हा (भा − ल),

अतः $\frac{\text{भा (हा − गु) − क्षे}}{\text{हा}}$ = भा − ल अत्रागतौ लब्धिगुणौ भा − ल, हा − गु, स्वस्वतक्षणाद्विशोध्येते तदा—

लब्धिः = भा − (भा − ल) = ल । गुणः = हा − (हा − गु) = गु, अत उपपन्नं सर्वम् ।

गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलम् ।

सु०–अथ क्षेपे हारमात्राद्भाज्यमात्राद्वा हारभाज्याभ्यां वा न्यूने क्वचिद्वि-शेषमनुष्टुबुत्तरार्द्धेनाह--

उर्ध्वो विभाज्येन दृढेन तष्टः फलं गुणः स्यादपरो हरेणेत्यत्र गुणलब्धिसंब-न्धिनि तक्षणे क्रियमाणे सत्युभयत्र तक्षणे क्रियमाणे यत्राल्पं तक्षणफलं लभ्यते तत्तुल्यमेवान्यत्रापि ग्राह्यं नत्वधिकं प्राप्तमपि ।

अत्रोपपत्तिः—

पूर्वं लिखिता एव गुणगुणितभाज्य एकं खण्डं, क्षेपोऽपरं तयोरेकतरस्य ऋणत्वे धनर्णयोरन्तरमेव भवति ।

अथ ऋणभाज्ये ऋणक्षेपे तु योगज एव विधिः कार्यः यत ऋणयोर्योग एव भवतीति सर्वं सुगमम् ।

विमला—अपर विशेष—पूर्वोक्त "उर्ध्वो विभाज्येन दृढेन तष्टः फलं गुणः स्यादधरो हरेण" इस प्रकार के अनुसार अपने २ तक्षण से जो लब्धि और गुण तष्टित किया जाता है, उस में समान फल लेना चाहिए ।

जैसे दोनों स्थानों में जहां थोड़ा तक्षण फल मिले उसी के समान दूसरे स्थान में भी फल लेना चाहिए। किन्तु न्यूनाधिक नहीं।

नवीनोपपत्तिः—

कुट्टकोक्त्या—

हा·ल=भा·गु+क्षे,

अतः हा·ल—इ· भा· हा = भा· गु· + क्षे—इ· भा· हा,

वा हा (ल—इ· भा)=भा (गु—इ· हा) + क्षे ।

$$\text{अतः ल—इ· भा} = \frac{\text{भा (गु—इ· हा) + क्षे}}{\text{हा}},$$

अत्रागतगुणलब्ध्योः "इ" इति शोधनीयहारभाज्यसम्बन्धिगुणकस्य समत्वात्सर्वमुपपद्यते ।

हरतष्टे धनक्षेपे गुणलब्धी तु पूर्ववत् ॥ ८ ॥
क्षेपतक्षणलाभाढ्या लब्धिः शुद्धौ तु वर्जिता ।

सु०—अथ गुणहरयोस्तक्षणेफलयोस्तुल्यता यथा न भवति तथा प्रकारान्तरमनुष्टुभाह—

यत्र क्षेपो हरादधिकस्तत्र हरेण तद्यः तष्टक्षेपमेव क्षेपं प्रकल्प्य पूर्ववद्गुणलब्धी साध्ये तत्र गुणो यथागत एव, क्षेपतक्षणे यो लाभः फलं तेन युक्ता लब्धिः कार्या एवं धनक्षेपे ।

अथ शुद्धावृणक्षेपे तु हरतष्टे कृते सति पूर्ववद्योगजे तक्षणाच्छुद्धे गुणाप्ती स्तो वियोगजे इत्युक्तप्रकारेण ये गुणाप्ती तत्र या लब्धिः सा क्षेपतक्षणलाभेन वर्जिता कार्या, यदा तु भाज्याद्न्यूने हरान्न्यूने क्षेपे गुणलब्ध्योः तक्षणे क्वचित्फलवैषम्यं स्यात् तत्रैतस्य सूत्रस्याप्रवृत्तेर्गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यमित्यादिनैव तक्षणफलं ग्राह्यम् ।

विमला-जहां पर हार से क्षेप ज्यादा हो वहां हार से तष्टित किये क्षेप को क्षेप कल्पना कर के पूर्व कथित नियमानुसार गुण और लब्धि का साधन करना चाहिए। इस में गुण जो आवे वह वास्तव ही होता है, किन्तु लब्धि को क्षेप से तष्टित करने पर जो फल आवे उस से युक्त करने पर वास्तव होती है।

ऋण क्षेप में क्षेप को हर से तष्टित करने के बाद "योगजे तक्षणाच्छुद्धे गुणाप्ती स्तो वियोगजे" इस के अनुसार गुण, लब्धि सिद्ध करना चाहिए।

इस तरह गुण तो वास्तव ही आवेगा, किन्तु लब्धि, क्षेप से तष्टित करने से जो फल आया हो उस को घटाने से वास्तव होगी।

जहाँ पर क्षेप, भाज्य, हार दोनों से न्यून हो वहाँ गुण, लब्धि के तष्टित करने में कहीं फल का वैषम्य (न्यूनाधिक्य) होगा तो इस विधि की प्रवृत्ति न होगी तब "गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलम्" इस के अनुसार फल ग्रहण करना चाहिए।

नवीनोपपत्तिः—

कुट्टकोक्त्या—

$गु \cdot भा \pm क्षे = हा \cdot ल$,

अत्र क्षेपाद्धारोऽल्पकस्तदा—

$\frac{क्षे}{हा} = ल' + \frac{क्षेशे}{हा}$,

अतः $क्षे = हा \cdot ल' + क्षेशे$ ।

उत्थापनेन $गु \cdot भा \pm हा\ ल' \pm क्षेशे = हा \cdot ल$,

अतः $\frac{गु \cdot भा \pm हा \cdot ल' \pm क्षेशे}{हा} = ल$,

वा $\frac{गु \cdot भा \pm क्षेशे}{हा} \pm ल' = ल$,

यतः $\frac{गु \cdot भा \pm क्षेशे}{हा} = ल$,

अतः वास्तवा लब्धिः $= ल \pm ल'$, अतः "क्षेपतक्षणलाभाढ्या लब्धिः शुद्धौ तु वर्जिता" इत्युपपन्नम् ।

अथ वा भागहारेण तष्टयोः क्षेपभाज्ययोः ॥ ६ ॥
गुणः प्राग्वत् ततो लब्धिर्भाज्याद्धतयुतोद्धृतात् ।

सु०—अथ भाज्येऽपि हरादधिके विशेषमनुष्टुभाह—

यत्र भाज्यक्षेपौ हरादधिकौ तत्र पूर्ववद्वा क्षेपमात्रतक्षणेन वा गुणाप्ती साध्ये ।

अथवा भाज्यक्षेपौ द्वावपि हरेण तक्ष्यौ तष्टयोः क्षेपभाज्ययोः पूर्ववदेव गुणाप्ती साध्ये, तत्र गुण एव ग्राह्यः न लब्धिः कथं तर्हि लब्धिर्ज्ञेयेति तदाह । भाज्याद्धतयुतोद्धृतादिति हतश्चासौ युतश्चेति हतयुतः स चासावुद्धृतश्चेति हतयुतोद्धृतस्तस्मात् गुणेन गुणितात् क्षेपयुताद्भाजकेन भक्तादुद्दिष्टाद्भाज्याद्या लब्धिर्भवति सा ज्ञेयेत्यर्थः ।

विमला-जिस उदाहरण में हार से भाज्य और क्षेप ज्यादा हो वहां कथित प्रकार से या क्षेप मात्र को तष्टित कर के गुण और लब्धि लानी चाहिए ।

अथवा भाज्य और क्षेप को तष्टित कर के कथित रीति से गुण और लब्धि लानी चाहिए । इन में गुण तो जो आवेगा वही वास्तव होगा, किन्तु लब्धि वास्तव न होगी, वहां पर भाज्य को गुण से गुण कर, गुणन फल में क्षेप जोड़ कर जो फल मिले उस में हार से भाग देने से आई हुई लब्धि के समान लब्धि होगी ।

नवीनोपपत्तिः—

कुट्टकप्रश्नानुसारेण—

$गु \cdot भा \pm क्षे = हा \cdot ल$ ।

अत्र यदि हाराद्भाज्यक्षेपावधिकौ

$$\text{तदा}\ \frac{\text{भा}}{\text{हा}} = \overset{|}{\text{ल}} + \frac{\text{भाशे}}{\text{हा}},$$

$$\text{अतः भा} = \text{हा}\cdot\overset{|}{\text{ल}} + \text{भाशे},$$

$$\text{तथा}\ \frac{\text{क्षे}}{\text{हा}} = \overset{||}{\text{ल}} + \frac{\text{क्षेशे}}{\text{हा}},$$

$$\text{अतः क्षे} = \text{हा}\cdot\overset{||}{\text{ल}} + \text{क्षेशे}\ ।$$

अत उत्थापनेन पूर्वसमीकरणम्—

$$\text{गु}\ (\text{हा}\cdot\overset{|}{\text{ल}} + \text{भाशे}) \pm \text{हा}\cdot\overset{||}{\text{ल}} \pm \text{क्षेशे} = \text{हा}\cdot\text{ल},$$

$$\text{वा}\ \text{गु}\cdot\text{हा}\cdot\overset{|}{\text{ल}} + \text{गु}\cdot\text{भाशे} \pm \text{हा}\cdot\overset{||}{\text{ल}} \pm \text{क्षेशे} = \text{हा}\cdot\text{ल},$$

$$\text{वा}\ \text{हा}\ (\text{गु}\cdot\overset{|}{\text{ल}} \pm \overset{||}{\text{ल}}) + \text{गु}\cdot\text{भाशे} \pm \text{क्षेशे} = \text{हा}\cdot\text{ल},$$

$$\text{अतः}\ \frac{\text{हा}\ (\text{गु}\cdot\overset{|}{\text{ल}} \pm \overset{||}{\text{ल}}) + \text{गु}\cdot\text{भाशे} \pm \text{क्षेशे}}{\text{हा}} = \text{ल},$$

$$\text{वा}\ \text{गु}\cdot\overset{|}{\text{ल}} \pm \overset{||}{\text{ल}} + \frac{\text{गु}\cdot\text{भाशे} \pm \text{क्षेशे}}{\text{हा}} = \text{ल},$$

अत्रेदं स्फुटीभवति यत्प्रथमपक्षीयतृतीयखण्डे विहितकुट्टकविधिना समागतयोर्गुणलब्ध्योर्मध्ये यथार्थ एवागतो गुणः, किन्तु लब्धिरयथार्था;

यत आगतलब्धौ प्रथमपक्षीयप्रथमद्वितीयखण्डयोः संस्कारेण वास्तवत्वं स्यादिति स्वरूपदर्शनेनैव स्फुटम् ।

गौरवमित्थमालोच्याचार्येणान्यथा लब्ध्यै यतितम् ।

यतः क्षेपसंस्कृतगुणगुणितभाज्याद्धारभाजितादागता लब्धिः स्वीकृता । इत्थमत्र वास्तवैव लब्धिरत उपपन्नम् ।

क्षेपाभावोऽथ वा यत्र क्षेपः शुद्धयेद्धरोद्धृतः ॥ १० ॥
ज्ञेयः शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलम् ।

सु०—अथ क्षेपाभावे एकादिगुणहरसमे वा क्षेपे विशेषमनुष्टुभाह—

यत्रोदाहरणे क्षेपाभावः अथवा क्षेपः हरोद्धृतः सन् शुद्धयेत् तत्र शून्यं गुणः हारहृतः क्षेपः फलं लब्धिरित्यर्थः ।

विमला०-जहाँ पर क्षेप न हो अथवा हार के भाग देने से क्षेप निःशेष हो जाय, वहां गुण शून्य और क्षेप में हार का भाग देने से जो फल मिले वह लब्धि होगी ।

नवीनोपपत्तिः—

अथात्रकल्प्यते क्षेप $= 0$,

तदा कुट्टकोक्त्या—

$$\frac{\text{गु}\cdot\text{भा} + 0}{\text{हा}} = \text{ल}\ ।$$

अत्रोक्तयुक्त्या वल्लीं निर्माय ततः शून्यसमः क्षेपस्तदन्ते शून्यं स्यात् ।

ततः "स्वोर्ध्वे हतेन्त्येन युते तदन्त्य" मित्यादिना लब्धिगुणौ शून्यसमावेव।

तथा यत्र हरोद्धृतः क्षेपो निःशेषतामागच्छेत्तत्र "हरतष्टे धनक्षेपे" इत्यादि-विधिना हरोद्धृते कृते क्षेपे शून्यतामेवातोऽत्रापि लब्धिगुणौ शून्यसमौ स्याताम्।

अतः क्षेप तक्षणलाभेन यावत्संस्क्रियते लब्धिस्तावत्क्षेपोद्धारहृतः फलमित्युपपद्यते-ऽतः सर्वमुपपन्नम्।

इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते ते वा भवेतां बहुधा गुणाप्ती ॥११॥

सु०—अथ गुणलब्ध्योरनेकत्वमुपजातिकोत्तरार्द्धेनोपदिशति—

स्वस्य स्वस्य हरः स्वस्वहरः इष्टेनाहतश्चासौ स्वस्वहरश्च इष्टाहतस्वहरः तेन युक्ते गुणाप्ती बहुधा भवेतां इष्टांकेन गुणितहरं गुणाङ्के प्रक्षिपेत्।

तेनैवेष्टेन गुणितं भाज्यं लब्धौ प्रक्षिपेत् एवमेते गुणाप्ती इष्टवशाद्भवे-तामित्यर्थः।

अथ हरतष्टे धनक्षेपे इत्यत्रोपपत्तिः—

गुणगुणितभाज्यः क्षेपयुतो हारलब्धिघातसम इति पक्षौ गु· भा + क्षे = हा· ल एताविष्टगुणितहारेण इ· हा युक्तौ तुल्यावेव गु· भा + क्षे + इ· हा = हा· ल + इ· हा।

अत्र द्वितीयपक्षे हारभक्ते इष्टांकलब्धियोगरूपा लब्धिर्लभ्यते अतः क्षेपतक्षण-लाभाढ्या लब्धिरित्युपपन्नं क्षेपतक्षणलाभस्येष्टाङ्कत्वकल्पनात्।

एवं प्रथमपक्षे द्वितीयखण्डं हरतष्टधनक्षेपतुल्यं कल्पितं तृतीयखण्डं त्विष्टहार-घातस्स च क्षेपतक्षणगुणितहारं इति तयोर्योगो क्षे + इ· हा मुख्यक्षेपः कल्पितः, अत्र प्रथमखण्डं = गुणगुणितभाज्यरूपं तत्र मुख्यक्षेपयोजने हारभक्ते मुख्या ल-ब्धिर्भवितुमर्हति द्वितीयपक्षस्य हारभजने इष्टलब्धियोगस्य मुख्यलब्धित्वात्।

एतेन धनक्षेपे यथोक्तमुपपन्नम्।

एवमृणक्षेपे पूर्वोक्तपक्षाविष्टहारघाताभ्यां हीनौ कृतौ तदापि तुल्यावेव गु· भा — क्षे — इ· हा = हा· ल — इ· हा

अत्र पूर्ववत्करणे इष्टोनलब्धिरूपा लब्धिः स्यादतः शुद्धौ तु विवर्जितेत्युक्तं

अथान्यथोच्यते क्षेपस्यात्र खण्डद्वयं कृतं एकादिगुणितहारतुल्यमेकं शेषतुल्यं द्वितीयं तत्र शेषमिते क्षेपे यःसाधितो गुणस्तेन गुणेन भाज्ये गुणिते शेषमितक्षेपेण युक्ते हारेण भक्तेऽवशेषं न स्यात् किन्तु क्षेपाद्यखण्डस्यैकादिगुणितहारतुल्यत्वाद-स्मिन् क्षेपखण्डे हारेण भक्ते क्षेपतक्षणलाभतुल्यैव सा पूर्वलब्धौ योज्या एवमृण-क्षेपे सा शोध्येति युक्तमेव

एवं क्षेपभाज्यौ द्वावपि यदा हारतष्टौ कृतौ तत्राप्युक्तरीत्यैव वासना ज्ञेया,

यथा क्षेपस्य खण्डद्वयं कृतं तथा भाज्यस्यापि खण्डद्वयं कृतमित्यर्थः।

अत्र भाज्यतक्षणलाभो गुणेन गुणितः क्षेपतक्षणलाभेन संस्कृतस्तेन गणिता-गतलब्धिः संस्कारिता मुख्यलब्धिर्भवतीत्याचार्यैर्नोक्तं गौरवात्। भाज्याद्धतयुतो द्धृतादित्येव लाघवादुक्तम्।

अथ क्षेपाभावे गुणः शून्यमेव तेन भाज्ये गुणिते शून्यता हारभक्ते च लब्धिः शून्येति सुगमम् ।

एवं हरभक्ते क्षेपे यदि निःशेषता तदापि गुणः शून्यमेव तेन भाज्ये गुणिते शून्यमेव ।

तत्र क्षेपयोजने हारभजने क्षेपो हारहृतः फलमित्येव सम्पद्यते एतेन सूत्रेण मिथो भजेत्तौ दृढभाज्यहाराविति प्रथमसूत्रेण गुणलब्धिज्ञाने लाघवं कृष्णदैवज्ञेन दर्शितं तथाहि ।

यथा भाज्यः १०० हारः ६३ क्षेपः ३७ अत्र वल्ली { १ १ १ २ १ ३७ ० } जातं राशिद्वयं ६६,६२

अथवा भाज्ये १०० हारभक्ते लब्धं १ शेषं ३७ अनेन पुनर्हाररूपो भाज्यो ६३ विभाज्योऽस्ति तत्र हरेणानेन ३७ क्षेपः शुद्ध्यति लब्धं १ अत्र पूर्वलब्धिरेव लब्धिः १, द्वितीयलब्धिः १, क्षेपस्तदधः खमिति न्यस्ता वल्ली { १ १ ० }
लब्धिगुणौ १।१, विषमवल्लीत्वात्स्वतक्षणशुद्धौ पूर्वतुल्यावेव ६६।६२,

अथवा भाज्यः १०० हारः ६३ क्षेपः २६,

अत्र वल्ली { १ १ १ २ २ १ २६ ० } जातौ लब्धिगुणौ २।१,

अथवा भाज्ये १०० हारभक्ते प्रथमलब्धिः १ शेषेण ३७ हारे ६३ भक्ते द्वितीयलब्धिः १ शेषं २६ अनेन क्षेपो २६ भक्तः फलं १ अयं क्षेपः ०। लब्धिद्वयं वल्ल्यां लिखितं न्यासः { १ १ } जातौ लब्धिगुणौ २।१,

अथवा भाज्यहारक्षेपाणां न्यासः । $\frac{\text{भा } १०० \text{ क्षे } ३३}{\text{हा } ६३}$ वल्ली { १ १ १ २ २ १ ३३ ० }

लब्धिगुणौ ६१।५७, अत्रभाज्ये हारभक्ते प्रथमलब्धिः १ शेषेण ३७ हारे ६३ भक्ते द्वितीया लब्धिः १ पुनः शेषेण २६ प्रथमशेषे ३७ भक्ते तृतीया लब्धिः १ शेषं ११ क्षेपे ३३ भाजिते लब्धं ३ क्षेपः आगता लब्धय एव स्थापिताः { १ १ १ ३ ० }

लब्धिगुणौ ९।६ विषमलब्धित्वात्स्वहारशुद्धौ जातौ तावेव ६१।५७ एवं सर्वत्र ज्ञेयं ।

अत्र सूत्रम्—

यावन्मिथस्संभजने क्षेपः शेषविभाजितः ।
शुद्ध्यतीह फलं क्षेपः कल्प्यस्तावच्च लब्धयः ॥
पूर्वागताः स्थापनीयास्ततोलब्धिगुणौ च यौ ।
प्रोक्तरीत्या तु तौ ज्ञेयावुद्दिष्टप्रश्नसम्भवौ ॥

अत्रोपपत्तिः—

नवांकुरस्थप्रथमसूत्रोपपत्तिमार्गेणैव सुबोधा ।

तथाहि भाज्यहारक्षेपाणां न्यासः $\frac{\text{भा } १०० \text{ क्षे } ३३}{\text{हा } ६३}$ अत्र परस्परभजने कृते

न्यासः $\frac{\text{भा } १०० \text{ क्षे } ३३}{\text{हा } ६३}$, $\frac{\text{भा } ६३ \text{ क्षे } ३३}{\text{हा } ३७}$, $\frac{\text{भा } ३७ \text{ क्षे } ३३}{\text{हा } २६}$, $\frac{\text{भा } २६ \text{ क्षे } ३३}{\text{हा } ११}$,

अत्र चतुर्थस्थाने गुणः खं० क्षेपोहारहृतः फल ३ मिति ज्ञातौ लब्धि ३ गुणौ० ।

अत्र भाज्ये २५ गुणेन० गुणिते० क्षेपयुते ३३ हार ११ भक्ते जाता लब्धिः३।

अथ तृतीयभाज्यस्य ३७ खण्डद्वयं हरगुणितलब्धितुल्यं प्रथमं २६, शेषतुल्यं द्वितीयं ११, अत्र द्वितीयखण्डे भाज्यः ११ हारश्च २६ एतौ चतुर्थभाज्यहार $\frac{\text{भा } २६}{\text{हा } ११}$ व्यत्यासेन तिष्ठतस्तस्माल्लब्धिगुणयोर्व्यत्यासाज्जातौ तृतीयभाज्ये लब्धि०, गुणौ ३, अनेन गुणेन ३ भाज्ये ११ गुणिते ३३ क्षेप ३३ हीने० हर २६ भक्ते जाता लब्धिः० अथानेन गुणेन ३ भाज्यप्रथमखण्डे २६ हर २६ भक्ते १ गुण गुणिते ३ परखण्डजलब्धि० युते जाता लब्धिः ३,

एवं लब्धिगुणौ तृतीयभाज्यजौ ज्ञातौ, भाज्यः ३७ गुणेन ३ गुणितः १११ क्षेप ३३ हीनः ७८ हार २६ भक्तो लब्धिस्सैव ३ ।

अथ द्वितीयभाज्ये हारलब्धिघाततुल्यं प्रथमखण्डं ३७ शेषतुल्यं २६ द्वितीयं, अत्र भाज्यहरौ $\frac{२६}{३७}$ तृतीयभाज्यहारव्यत्यासेन तिष्ठतस्ततो लब्धिगुणयोर्व्यत्यासे जातौ लब्धिगुणौ ३।३.

अत्र द्वितीयखण्डरूपभाज्ये २६ गुणेन ३ गुणिते ७८ क्षेप ३३ युते १११ हार ३७ भक्ते जाता लब्धिः ३, प्रथमखण्डे ३७ हारभक्ते १ गुण ३ गुणिते ३ द्वितीयखण्डजलब्धि ३ युते जाता लब्धिः ६, गुणः ३, अत्र भाज्ये ६३ गुणगुणिते १८९ क्षेपयुते २२२ हार ३७ भक्ते लब्धिः ६ ।

अथ प्रथमभाज्येऽपि पूर्वखण्डं ६३, द्वितीयं ३७ अत्र भाज्य ३७ हरौ ६३ द्वितीयभाज्यव्यत्यासेन तिष्ठतस्तेन लब्धिगुणौ व्यत्यासतः सिद्धौ ३।६, अत्र द्वितीय खण्डं ३७ गुण ६ गुणितं २२२ क्षेप ३३ हीनं १८९ हार ६३ भक्तं लब्धि ३ प्रथमखण्डं, लब्धिः १ गुण ६ गुणिता ६ द्वितीयखण्डलब्धि ३ युता प्रथम-

भाज्यलब्धिः ६, गुणः ६, अनेन भाज्ये गुणिते ६०० क्षेपहीने ५६७ हार-भक्ते लब्धिः ६ ।

एतेन पूर्वोक्तं समीचीनमथवाऽनेकवर्णसमीकरणक्रिययैवमुपपत्तिस्सुबोधैवेति ।

विमला–उक्त नियमानुसार जो आये हुये लब्धि, गुण हों, उन को किसी इष्ट अङ्क से गुणे हुए अपने २ हर में जोड़ देने से अनेक लब्धि-गुण होंगे ।

अर्थात् इष्ट से गुणा हुआ हर को गुण में और उसी इष्ट से गुणा हुआ भाज्य को लब्धि में जोड़ देने से इष्ट के वश अनेक लब्धि, गुण होंगे ।

नवीनोपपत्तिः—

कुट्टकोक्त्या—

गु·भा ± क्षे = हा·ल,

पक्षयोरनेन इ·भा·हा सहितयोः—

गु·भा ± क्षे + इ·भा·हा = हा·ल + इ·भा·हा,

वा भा (गु + इ·हा) ± क्षे = हा (ल + इ·भा),

अतः $\frac{\text{भा (गु + इ·हा) ± क्षे}}{\text{हा}}$ = ल + इ·भा ।

यद्यत्र गुणः = गु + इ·हा, तदा लब्धिः = ल + इ·भा ।

अत उपपन्नं सर्वम् ।

उदाहरणम्—

एकविंशतियुतं शतद्वयं यद्गुणं गणकपञ्चषष्टियुक् ।
पञ्चवर्जितशतद्वयोद्धृतं शुद्धिमेति गुणकं वदाशु तम् ॥ १ ॥

न्यासः । भा २२१ । हा १९५ । क्षे ६५ ।

अत्र परस्परं भाजितयोर्भाज्यभाजकयोः शेषः १३ । अनेन भाज्यहारक्षेपा अपवर्त्तिता जाता दृढाः भा १७ । हा १५ । क्षे ५ । अनयोर्दृढभाज्यहारयोः परस्परं भक्तयोर्लब्धमधोधस्तदधः क्षेपस्तदधः शून्यं निवेश्यमिति न्यस्ते जाता वल्ली $\left\{\begin{matrix}१\\७\\५\\०\end{matrix}\right.$ ।

उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हत इत्यादिकरणेन जातं राशिद्वयम् $\begin{matrix}४०\\३५\end{matrix}$ । एतौ दृढभाज्यहाराभ्यामाभ्यां $\begin{matrix}१७\\१५\end{matrix}$ । तष्टौ शेषमितौ लब्धिगुणौ $\begin{matrix}६\\५\end{matrix}$ । अनयोः स्वतक्षणमिष्टगुणं क्षेप इत्यथ वा लब्धिगुणौ $\begin{matrix}२३\\२०\end{matrix}$ । $\begin{matrix}४०\\३५\end{matrix}$ वा इत्यादि ।

सु॰—अथादित उक्तसूत्राणां क्रमेणोदाहरणानि शिष्यबोधाय रथोद्धताछन्दसा निरूपयति—स्पष्टम् ।

उदाहरणम्—

न्यासः $\frac{\text{भा २२१ क्षे ६५}}{\text{हा १९५}}$

अत्रापवर्तनाङ्कज्ञानार्थं भाज्ये २२१ हरेण

भक्ते शेषं २६ अनेन। पुनर्हरे १९५ भक्ते।

शेषं १३, अनेनापि पूर्वशेषे २६ भक्ते शेषाभावः। अतः परस्परं भाजितयोरन्त्य-शेषमिदं १३ तयोरपवर्तनं, अनेन तौ निःशेषं भज्येत एव।

अनेनापवर्तिता भाज्यहारक्षेपा दृढा जाताः भा १७ क्षे ५ / हा १५

अनयोर्दृढभाज्यहारयोः परस्परं भक्तयोर्लब्धमधोधस्तदधः क्षेपः तदधः शून्यं निवेश्यमिति न्यस्ते जाता वल्ली { १ / ७ / ५ / ०

अत्रोपान्तिमेन ५ स्वोर्ध्वे ७ हते ३५ अन्त्येन० युते ३५ अन्त्यं त्यजेत्।

पुनरुपान्तिमेन ३५ स्वोर्ध्वे १ हते ३५ अन्त्येन ५ युते ४० अन्त्यमेनं त्यजे-दिति जातं राशिद्वयं ४०/३५ एतौ दृढभाज्यहाराभ्यां १७/१५ तष्टौ शेषं जातौ लब्धिगुणौ ६/५ इष्टाहतस्वस्वहरेणयुक्ते इत्युक्तत्वादनयो ६/५ लब्धिगुणयोः स्वतक्षणमिष्टगुणं क्षेप इत्येकमिष्टं गुणं प्रकल्प्य जातौ लब्धिगुणौ २३/२०, द्विकेनेष्टेन वा ४०/३५, त्रिकेण वा ५७/५०।

एवमिष्टवशाल्लब्धिगुणयोरानन्त्यं तेन तेन गुणेनोद्दिष्टभाज्ये गुणिते क्षेपेण युते हरभक्ते सा सा लब्धिः शेषाभावश्च भवतीत्यर्थः॥

विमला—ऐसा कौन गुणक है जिस से दो सौ इक्कीस को गुण देते हैं, और पैंसठ जोड़ कर एक सौ पंचान्नवे का भाग देते हैं तो निःशेष हो जाता है।

उदाहरण—

यहां पर भाज्य = २२१, हार = १९५ क्षेप=६५।

अब अपवर्तनाङ्क लाने के लिए यत्न करते हैं।

जैसे भाज्य=२२१ में हार १९५ का भाग दिया तो शेष=२६ रहा, इस शेष से हार में भाग दिया तो शेष=१३ रहा, इस से प्रथम शेष=२६, में भाग देने से शेष कुछ नहीं रहता।

अतः परस्पर भाग देने से अन्त्य का शेष=१३ हुआ, यही भाज्य, हार दोनों का महत्तमापवर्तनाङ्क है। इस से भाज्य, हार, क्षेप तीनों में अपवर्तन देने से

दृढ भाज्य=१७, हार=१५, क्षेप=५, हुए।

अब इन भाज्य, हारों में परस्पर भाग देने से जो लब्धि मिली उन में एक के नीचे दूसरे को, दूसरे के नीचे तीसरे को इस क्रम से लिख कर सब के नीचे क्षेप और क्षेप के बाद शून्य रखा तो वल्ली निष्पन्न हुई { १ / ७ / ५ / ०

यहाँ अन्त्य (०) के समीप का अङ्क ५ से उस के ऊपर के अङ्क ७ को गुणा किया तो = ३५, हुआ, इस में अन्त्य० को जोड़ा तो ३५ ही रहा अब अन्त्य ० को

छोड़ दिया तो वल्ली $\left\{\begin{matrix}१\\३५\\५\end{matrix}\right.$ इस तरह की हुई ।

फिर उपान्तिम ३५ से उस के ऊपर का अङ्क एक को गुणा किया तो ३५ हुआ । इस में अन्त्य ५ को जोड़ दिया तो ४० हुआ । अब फिर अन्त्य ५ को त्याग दिया तो $\begin{matrix}३५\\४०\end{matrix}$ यह दो राशि रहीं । इन को दृढ भाज्य = १७, दृढ हार = १५, से तष्टित किया तो शेष = $\begin{matrix}१\\५\end{matrix}$ रहा । ये क्रम से लब्धि, गुण हुए ।

अब अनेक गुण, लब्धि लाने के लिये "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार पहले एक इष्ट मान कर उस से अपने २ हर को गुणा किये तो उतने ही रहे । लब्धि, गुण में क्रम से जोड़ने से दूसरी लब्धि=२३ और गुण=२० हुआ ।

इसी तरह दो इष्ट कल्पना करने से लब्धि=४० और गुण=३५ हुआ ।

एवं तीन इष्ट मानने से लब्धि=५७, और गुण=५० हुआ ।

इस तरह चार आदि अनेक इष्ट कल्पना करने से अनेक लब्धि, गुण आते हैं

आलाप—गुण=५ से भाज्य=२२१ को गुणा किया तो ११०५ हुआ, इस में क्षेप=६५ जोड़ दिया तो ११७० हुआ । इस में हार १९५ का भाग देने से निःशेष हो जाता है, अतः यही प्रश्न पूछा था । इसी तरह सब गुण से अलाप मिलाना चाहिये ।

उदाहरणम्—

शतं हतं येन युतं नवत्या विवर्जितं वा विहृतं त्रिषष्ट्या ।
निरग्रकं स्याद्वद मे गुणं तं स्पष्टं पटीयान् यदि कुट्टकेऽसि ॥ २ ॥

न्यासः । भा १०० । हा ६३ । क्षे ९० ।

अत्र वल्ली $\left\{\begin{matrix}१\\१\\२\\२\\१\\९०\\०\end{matrix}\right.$ उपान्तिमेनेत्यादिना जातं राशिद्वयं $\begin{matrix}२४३०\\१५३०\end{matrix}$ । पूर्ववल्लब्धिगुणौ $\begin{matrix}३०\\१८\end{matrix}$ । अथवा भाज्यक्षेपौ दशभिरपवर्त्तितौ भा १० । हा ६३ । क्षे ९ ।

एभ्योऽपि पूर्ववद्वल्ली $\left\{\begin{matrix}०\\६\\३\\९\\०\end{matrix}\right.$

उपान्तिमेनेत्यादिना राशिद्वयम् $\begin{matrix}३७\\१\end{matrix}$ । पूर्ववज्जातौ लब्धिगुणौ $\begin{matrix}४\\५\end{matrix}$ ।

अत्र लब्धयो विषमा इति स्वतक्षणाभ्यामाभ्यां $\begin{matrix}१०\\६३\end{matrix}$ शोधितौ जातौ लब्धिगुणौ $\begin{matrix}३\\१८\end{matrix}$ ।

अत्र लब्धिर्न ग्राह्या गुणघ्नभाज्ये क्षेपयुते हरभक्ते लब्धिश्च ३० । अथ वा भाज्यक्षेपापवर्त्तनेन १० पूर्वानीता लब्धि ३ गुणिता जाता सैव लब्धिः ३० । अथ वा हारक्षेपौ नवभिरपवर्त्तितौ भा १०० । हा ७ । क्षेप १० ।

पूर्ववद्वल्ली $\left\{\begin{matrix}१४\\१\\१०\\०\end{matrix}\right.$

ततो जातं राशिद्वयम् $\frac{४३०}{३०}$ । तत्तक्षणे जातम् $\frac{३०}{२}$ हारक्षेपापवर्त्तनेन ६ गुणं संगुण्य जातौ लब्धिगुणौ तावेव $\frac{३०}{१८}$। अथ वा भाज्यक्षेपौ चापवर्त्त्य

न्यासः भा १० । हा ७ । क्षेपः १ ।

अत्र जाता वल्ली $\begin{cases}१\\१\\१\\०\end{cases}$

पूर्ववज्जातं राशिद्वयम् $\frac{३}{२}$ । तक्षणाज्जातं तदेव ।

भाज्यक्षेपहारक्षेपापवर्त्तनेन क्रमेण लब्धिगुणौ गुणितौ जातौ तावेव $\frac{३०}{१८}$।

गुणलब्ध्योः स्वहारौ क्षेपावित्यथ वा लब्धिगुणौ $\frac{१३०}{८१}$ । वा $\frac{२३०}{१४४}$ इत्यादि। योगजे गुणाप्ती $\frac{३०}{१८}$ । स्वतक्षणाभ्यामाभ्यां $\frac{७०}{४५}$ । शुद्धे जाते नवतिशुद्धौ गुणाप्ती $\frac{४५}{७०}$ । वा $\frac{१०८}{१७०}$ वा $\frac{१७१}{२७०}$ इत्यादि ॥ २ ॥

सु०—अथ भाज्यहारक्षेपाणामनपवर्त्ते भवति कुट्टविधेरियस्य योगजे तक्षणाच्छुद्धे इत्यस्य च क्रमेणोदाहरणमुपेन्द्रवज्रयाऽऽह —

शतं येन गुणेन हतं नवत्या युतं त्रिषष्ट्या विहृतं निरग्रकमिति तं गुणकमाशु वद यदि कुट्टके पटीयानपि अतिशयेन पटुरसि ।

उदाहरणम्—

न्यासः $\frac{\text{भा १०० क्षे ९०}}{\text{ह ६३}}$ अत्र वल्ली $\begin{cases}१\\१\\१\\२\\१\\९०\\०\end{cases}$

उपान्तिमेनेत्यादिना जातं राशि द्वयं $\frac{१४३०}{९१०}$ स्वस्वहारेण तक्षणे कृते जातौ लब्धिगुणौ $\frac{३०}{१८}$

अथवा भाज्यक्षेपौ दशभिरपवर्तितौ $\frac{\text{भा १० क्षे ९}}{\text{ह ६३}}$

पूर्ववद्वल्ली $\begin{cases}०\\६\\३\\९\\०\end{cases}$

उपान्तिमेनेत्यादिना राशिद्वयं स्वस्वहरेण तक्षणे जातं $\frac{७}{४५}$,

अत्र लब्धयो विषमा अतः स्वतक्षणाभ्यां $\frac{३}{१८}$, शोधितौ लब्धिगुणौ ३।१८,

अत्र लब्धिर्न प्राप्नोति किन्तु गुणघ्नभाज्ये क्षेपयुते हरभक्ते लब्धिः ३०,

यथात्र गुणः १८ अनेन भाज्ये १०० गुणिते १८०० क्षेप ९० युते १८९० हरभक्ते लब्धिः ३०, यद्वाऽऽगता लब्धि ३ रपवर्तनेन १० गुणिता सैव ३०, एवं जातौ लब्धिगुणौ तावेव ३०।१८ ।

अथवा हरक्षेपौ नवभिरपवर्तितौ $\frac{\text{भा १०० क्षे १०}}{\text{ह ७}}$, अत्र जाता वल्ली $\begin{cases}१४\\३\\१०\\०\end{cases}$

पूर्वरीत्या राशिद्वयं $\frac{४३०}{२७०}$ एतौ स्वतक्षणाभ्यां $\frac{१००}{६३}$ तष्टौ $\frac{३०}{१८}$

अत्र गुणः २। क्षेपहारापवर्तनेन ९ गुणितो जातः स एव १८ लब्धिः सिद्धैव ३० ।

अथवा भाज्यक्षेपौ दशभिरपवर्तितौ $\frac{\text{भा } १० \text{ क्षे } ९}{\text{हा } ६३}$,

पुनर्हारक्षेपौ नवभिरपवर्तितौ न्यासः $\frac{\text{भा } १० \text{ क्षे } १}{\text{हा } ७}$

अतः पूर्ववद्वल्ली $\begin{cases} १ \\ २ \\ १ \\ ० \end{cases}$

जातौ लब्धिगुणौ ३।२,

अत्र गुणः हारक्षेपापवर्तनेनानेन ९ गुणितो जातः स एव १८ लब्धिश्च ३ भाज्यक्षेपापवर्तनेन १० गुणिता जाता सैव लब्धि ३० रिति तावेव लब्धिगुणौ ३०।१८ गुणलब्ध्योः स्वहारौ क्षेपौ यथात्र लब्धिगुणौ ३०।१८ एकेनेष्टेन क्षेपौ $\frac{१००}{६३}$ स्वस्वक्षेपयुतौ लब्धिगुणौ तावेव $\frac{१३०}{८१}$ वा द्विकेनेष्ठेन क्षेपौ जातौ लब्धिगुणौ $\frac{२३०}{१४४}$ इत्यादि बहुधा भवतः ।

अथ गुणलब्धी स्वतक्षणाभ्यामाभ्यां ६३।१०० शुद्धे नवतिमितर्णक्षेपे गुणाप्ती ४५।७० वा द्विगुणिताभ्यामाभ्यां शोधितौ नवतिशुद्धौ गुणाप्ती १०८।१७०,

विमला—ऐसा कौन अङ्क (गुण) है, जिस से एक सौ को गुण देते हैं और उस में नब्वे जोड़ कर तिरसठ का भाग देते हैं तो निःशेष होता हैं।

ऐसा कौन गुण है जिस से एक सौ को गुणा कर नब्वे घटा कर जो हो उस में तिरसठ का भाग देने से निःशेष हो जाता है।

उदाहरण—

भाज्य = १००, हार = ६३, क्षेप = ९० ।

यहां भाज्य = १००, हार = ६३ इन दोनों में परस्पर भाग देने से अन्तिम शेष एक आता है। अतः एक ही अपवर्तनाङ्क हुआ। अतः अपवर्तन देने पर भी वही भाज्य आदि हुए।

अब भाज्य, हार दोनों में परस्पर भाग देने से नीचे क्षेप उस के नीचे शून्य

रखने से आई वल्ली $\begin{cases} १ \\ १ \\ १ \\ २ \\ २ \\ १ \\ ९० \\ ० \end{cases}$

अब पूर्वोदाहरणोक्त नियमानुसार दो राशि सिद्ध हुई $\frac{२४३०}{१५३०}$ इन को अपने २ हार से तष्टित करने से लब्धि = ३०, और गुण = १८ हुआ।

द्वितीय प्रकार से गणित—

जैसे भाज्य, क्षेप दोनों में १० से भाग दिया तो भाज्य = १०, क्षेप = ९, हार = ६३,

उक्त रीति से वल्ली { ०, ६, ३, ९, ०

"उपान्तिमेन स्वध्वें हते" इत्यादि प्रकार मे सिद्ध दो राशि १७, १ अपने २ हार से तष्टित करने से लब्धि=७, गुण=४५ हुआ।

यहां लब्धि विषम हैं, अतः अपने २ तक्षण १०, ६३ में घटाने से लब्धि= ३, गुण=१८ हुए। यहां गुण वास्तव है, किन्तु लब्धि नहां। अतः भाज्य को गुण से गुण कर क्षेप जोड़ कर हर से भाग देने से जो लब्धि आवेगी वही वास्तव होगी अथवा आई हुई लब्धि ३ को अपवर्तन १० से गुण देने से ३० आया। यही वास्तव लब्धि हुई।

अथवा—हार और क्षेप में नौका अपवर्तन देने से

भाज्य = १००, हार = ७, क्षेप = १० हुआ।

अब उक्त प्रकार से वल्ली = { १४, ३, १०, ०

उक्त प्रकार से दो राशियां = ४३०, ३० अपने २ तक्षण में तष्टित करने से लब्धि= ३०, गुण = २, यहां गुण = २ को अपवर्तनाङ्क नौसे गुण देने वास्तव गुण = १८ हुआ। लब्धि = ३० वास्तव ही है।

अथवा—भाज्य, क्षेप में दश का अपवर्तन देकर फिर हार, क्षेप में नव का अपवर्तन देने से

भाज्य = १०, हार = ७, क्षेप = १, हुआ।

अब कथित प्रकार से वल्ली { १, २, १, ०

बाद "उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते" इत्यादि प्रकार से दो राशियां ३, २ हुई।

अब गुण २ को हार, क्षेप के अपवर्तनाङ्क नव से गुण देने वास्तव गुण = १८ हुआ,

और लब्धि = ३ को भाज्य, क्षेप के अपवर्तनाङ्क १० से गुण देने से वास्तव लब्धि = ३० हुई।

इस तरह पूर्व के प्रकार से सिद्ध हुए लब्धि, गुण के समान ही लब्धि, गुण आये।

अब "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादि प्रकार से एक इष्ट कल्पना वश लब्धि, गुण = १३०, ८१, दो इष्ट कल्पना वश लब्धि, गुण = २३०, १४४ हुए।

ये लब्धि, गुण धन क्षेप सम्बन्धी हुए। इन को तक्षण में घटाने से ऋण

क्षेप सम्बन्धी लब्धि = ७०, गुण=४५, अथवा लब्धि = १७०, गुण = १०८, अथवा लब्धि = २७०, गुण = = १७१ हुए।

उदाहरणम्—

यद्गुणा क्षयगषष्टिरन्विता वर्जिता च यदि वा त्रिभिस्ततः ।
स्यात् त्रयोदशहृता निरग्रका तं गुणं गणक मे पृथग् वद ॥ ३ ॥

न्यासः । भा ६० । हा १३ क्षेपः ३ ।

प्राग्वज्जाते धनभाज्ये धनक्षेपे गुणाप्तो ५१/११ । एते स्वतक्षणाभ्यामाभ्यां १३/६० शुद्धे जाते ऋणभाज्ये धनक्षेपे २/९ । अत्र भाज्यभाजकयोर्विजातीययोर्भागहारेऽपि चैवं निरुक्तमित्युक्तत्वाल्लब्धेर्ऋणत्वं ज्ञेयम् २/९ । पुनरेते स्वतक्षणाभ्यामाभ्यां १३/६० शुद्धे जाते ऋणभाज्ये ऋणक्षेपे गुणाप्तो ५१/११ ।

सु०—अथ धनभाज्योद्भवेतद्वदित्यस्योदाहरणं रथोद्धताछन्दसोपदिशति—

स्पष्टम् ॥ ३ ॥

उदाहरणम्—

न्यासः भा ६० क्षे ३ / ह १३ अत्र भाज्ये धनत्वं प्रकल्प्य जाता वल्ली { ४, १, १, १, १, ३, ०

अतो राशिद्वयं ६९/१५ स्वतक्षणाभ्यां ६०।१३ शेषिते जातौ ९,२ ।

अत्र लब्धयो विषमा इति स्वतक्षणाभ्यां ६०/१३ विशोधितौ जातौ लब्धिगुणौ ५१।११ धनभाज्ये धनक्षेपे च धनभाज्योद्भवे तद्वदित्युक्तत्वात् स्वतक्षणशुद्धौ जातावृणभाज्ये धनक्षेपे लब्धिगुणौ ९।२, एतौ पुनः स्वतक्षणाभ्यामाभ्यां ६०/१३ विशोधितौ जातावृणभाज्ये ऋणक्षेपे च लब्धिगुणौ ५१।११ ॥ ३ ॥

विमला—कौन ऐसा अङ्क है जिस से ऋण साठ को गुण देते हैं, और तीन जोड़ या घटा कर तेरह का भाग देते हैं तो निःशेष हो जाता है ॥ ३ ॥

उदाहरण—

उद्दिष्ट के अनुसार भाज्य = ६०, हार=१३, क्षेप = ३ ।

उक्त प्रकार से वल्ली = { ४, १, १, १, १, ३, ०

उक्त प्रकार से दो राशियां ६९, १५, अपने २ तक्षण में तष्टित करने से लब्धि=९, गुण = २ । विषम वल्ली है अतः अपने २ तक्षण में घटाने से लब्धि= ५१, गुण = ११ हुआ

ये धन भाज्य और धन क्षेप सम्बन्धी लब्धि, गुण आये, फिर इन को

अपने २ तक्षणों में घटाने से ऋण भाज्य और धन क्षेप सम्बन्धी लब्धि = ६, गुण = २ ।

यहां भाज्य, को हार के विजातीय होने के कारण "भाग हारेऽपि चैवं निरूक्तम्' इस सूत्र के अनुसार लब्धि ६ को ऋण जानना चाहिए। फिर इन को अपने २ तक्षण में घटाने से ऋण भाज्य, ऋण क्षेप सम्बन्धी लब्धि-५, गुण=११ हुआ।

ऋणभाज्ये ऋणक्षेपे धनभाज्यविधिर्भवेत् ।
तद्वत् क्षेपे ऋणगते व्यस्तं स्याद्दणभाजके ॥
धनभाज्योद्भवे.तद्वद्भवेतामृणभाज्यजे ।

इति मन्दावबोधार्थं मयोक्तम् । अन्यथा योगजे तक्षणाच्छुद्धे इत्यादिनैव सिद्धं यत ऋणधनयोगो वियोग एव, अत एव भाज्यभाजकक्षेपाणां धनत्वमेव प्रकल्प्य गुणाप्ती साध्ये ते योगजे भवतः । ते स्वतक्षणाभ्यां शुद्धे वियोगजे कार्ये । भाज्ये भाजके वा ऋणगते परस्परभजनाल्लब्धय ऋणगताः स्थाप्या इति किं तेन प्रयासेन तथा कृते सति भाज्यभाकयोरेकस्मिन् ऋणगते गुणाप्ती "द्वौ राशी क्षिपेत् तत्र-" इत्यादिना परोक्तसूत्रेण लब्धौ व्यभिचारः स्यात् ।

सु०-अत्रेदमवधेयं प्रथमतो भाज्यभाजकक्षेपाणां धनत्वमेव प्रकल्प्य लब्धिगुणौ साध्यौ अथ यद्युदिष्टभाज्ये हरक्षेपयोर्धनत्वमृणत्वं स्यात्तदा साधितगुणाप्तीभ्यामेवोद्दिष्टसिद्धिः । यदा तु भाज्यक्षेपयोरन्यतरस्य धनत्वमृणत्वं स्यात्तदा यथागतौ लब्धिगुणौ स्वतक्षणाभ्यां शोध्यौ ताभ्यामुद्दिष्टसिद्धिः ।

हरस्य धनत्वे न कश्चित्कुट्टके विशेषः उक्तरीत्या गुणाप्त्योर्धनत्वमेव ।

भाज्यभाजकयोर्मध्ये एकस्यैव ऋणत्वे लब्धिमात्रस्य ऋणत्वं ज्ञेयं भागहारेपि चैवं निरुक्तमित्युक्तत्वात् इति संक्षेपः ।

एवमेकवारशोधनेनैवोद्दिष्टसिद्धिर्भवति, यत्तु भाज्ये ऋणगते स्वतक्षणाच्छोधनमेकं क्षेपे ऋणगते पुनर्द्वितीयमुक्तम् ।

अयमर्थ आचार्येणापि विवृतः धनभाज्योद्भवे तद्वद्भवेतामृणभाज्यके इति मन्दावबोधार्थं मयोक्तमन्यथा योगजे तक्षणाच्छुद्धे गुणाप्ती स्तो वियोगजे इत्यादिनैव तु सिद्धं यतो धनर्णयोगो वियोग एव । भाज्यभाजकक्षेपाणां धनत्वमेव प्रकल्प्य गुणाप्ती साध्येते योगजे भवतः ते स्वतक्षणाभ्यां शोध्ये वियोगजे कार्ये, भाज्ये भाजके वा ऋणागते परस्परभजनाल्लब्धय ऋणगताः स्थाप्या इति किं प्रयासेन तथा कृते सति भाज्यभाजकयोरेकस्मिन्नृणगते उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते इत्यादिकरणे धनर्णत्वविधानेन प्रयासगौरवं द्रष्टव्यं न केवलं प्रयासो लब्धौ व्यभिचारश्च ।

तथाहि प्रकृतोदाहरणे न्यासः $\frac{\text{भा } \dot{६०} \text{ क्षे } \dot{३}}{\text{ह } १३}$

उक्तरीत्या वल्ली = $\left\{\begin{array}{l} \dot{४} \\ \dot{१} \\ \dot{१} \\ \dot{१} \\ \dot{१} \\ \dot{३} \\ ० \end{array}\right.$

जातं राशिद्वयं $\frac{\dot{६९}}{१५}$ तत्तणे जातं $\frac{\dot{९}}{२}$ लब्धिवैषम्यात्स्वतत्तणाच्छोध्यौ जातौ लब्धिगुणावृणभाज्ये ऋणक्षेपे च, अत्र लब्धौ व्यभिचारः स्यात् लब्धावित्युपलक्षणं गुणेऽपि व्यभिचारः नन्वत्रास्ति व्यभिचारः।

यथाहि राशिद्वयं $\frac{\dot{६९}}{१५}$ तत्तणे कृते लब्धिगुणौ $\frac{\dot{९}}{२}$ अनेन गुणेन २ भाज्ये ६० गुणिते $१\dot{२}०$ क्षेपेण ३ युते $१\dot{१}७$ हर १३ भक्ते लब्धिरियं $\dot{९}$ इति चेन्न तर्कि विषमलब्धिष्वपि स्वतत्तणाच्छोधनमपाकर्तुमुद्यतोसि तथा सति भाज्यभाजकक्षेपाणां धनत्वे लब्धीनां विषमत्वे व्यभिचारः स्यात्, यथाऽस्मिन्नुदाहरणे उक्तवल्लब्धिगुणौ $\frac{९}{२}$, गुणेन भाज्ये गुणिते १२० क्षेप ३ युते १२३ हर १३ भक्ते निःशेषता न स्यात्।

विमला—उद्दिष्ट भाज्य, हार, क्षेप तीनों में कोई एक ऋण, कोई दो ऋण अथवा तीनों ऋण हों तो पहले सब को धन कल्पना कर विशेष क्रिया करनी चाहिए।

जैसे पहले भाज्य, हार, क्षेप तीनों को धन कल्पना कर के लब्धि, गुण लाना चाहिए। अब उदाहरण में भाज्य, क्षेप धन या ऋण हो तो पूर्वानीत लब्धि गुण वास्तव ही होगा, उस में विशेष क्रिया करने की जरूरत नहीं।

अगर भाज्य, क्षेप इन दोनों में कोई एक ऋण तदितर धन हो तो धन भाज्य आदि तीनों पर से लाये हुए लब्धि, गुणों को अपने २ तत्तण में घटाने से वास्तव लब्धि और गुण होगा।

यदि भाज्य, हार इन दोनों में से कोई एक धन तदितर ऋण हो तो लब्धि ऋण हो जायगी।

अगर भाज्य ऋणात्मक हो तो कथित प्रकार से आये हुए लब्धि गुणों को एक बार अपने २ तत्तण में घटाने से वास्तव लब्धि गुण होंगे।

अगर क्षेप ऋणात्मक हो तो दो बार अपने २ तत्तण में लब्धि गुण को घटाने से वास्तव होंगे।

यतः धन भाज्य सम्बन्धी लब्धि, गुण ऋण भाज्य में भी होते है। यह मैंने मन्दबुद्धियों के लिये कहा है। अन्यथा "योगजे तत्तणाच्छुद्धे" इत्यादि प्रकार से

लब्धि गुण की सिद्धि होती है। यतः ऋण, धन राशियों का योग ही अन्तर होता है। अतः भाज्य, हार, क्षेप इन तीनों को धन कल्पना कर के कथित प्रकार से गुण, लब्धि लानी चाहिए। इस तरह सिद्ध गुण, लब्धि धन क्षेप में होंगी, उन को अपने २ तक्षण में घटाने से ऋण क्षेप होंगी।

इस तरह सब उदाहरणों में अनायास कुट्टक की सिद्धि होने पर भी प्राचीन आचार्योंने व्यर्थ श्रम किया है। भाज्य या भाजक ऋणात्मक हो तो उन में आपस में भाग देने से जो लब्धि आती हैं उन को ऋणात्मक कर के स्थापन करे अर्थात् उन सबों के शिर पर ऋणचिह्न (एक एक बिन्दु) लगा कर स्थापन करे। इस तरह इतना गौरव करने का क्या प्रयोजन है। यतः इस तरह के उदाहरणों की सिद्धि पूर्व प्रकार से अतिशय सुगमता से होती है।

तथा प्राचीनाचार्य के कथनानुसार लब्धि में व्यभिचार भी होता है।

व्यभिचार देखाने के लिये प्रयास—

पूर्वोक्त उदाररण में भाज्य = ६०, हार = १३, क्षेप=३।

उक्त प्रकार से वल्ली = $\begin{cases} \dot{४} \\ \dot{१} \\ \dot{१} \\ \dot{१} \\ \dot{१} \\ ३ \\ ० \end{cases}$

उक्त विधि से दो राशियां $\begin{matrix} ६\dot{६} \\ १५ \end{matrix}$ इन को अपने २ तक्षण में शुद्ध करने से लब्धि= $\dot{६}$, गुण = २ हुआ। लब्धि विषम होने के कारण फिर अपने २ तक्षण में घटाने से ऋण भाज्य और धन क्षेप में लब्धि = ५$\dot{१}$ गुण = ११।

आलाप—गुण = ११ से भाज्य ६$\dot{०}$ को गुणा किया तो ६६$\dot{०}$ हुआ। इस में क्षेप=३ जोड़ा तो ६५$\dot{७}$ हुआ, इस में हार = १३ का भाग देने से लब्धि= ५$\dot{०}$, और शेष = ७ रहा।

अब यहां शेष रहने के कारण गुण व्यभिचरित होगा, अतः "लब्धौ व्यभिचारः" ऐसा कहना उपलक्षण मात्र है।

इस लिये गुण में भी व्यभिचार होता है। लब्धि में व्यभिचार के समय जो लब्धि = $\dot{६}$, गुण=२ आये हैं इन को यथा स्थित रख कर आलाप मिलाते हैं। जैसे भाज्य—६$\dot{०}$ को गुण = २ से गुणा किया तो १२$\dot{०}$ हुआ, इस में क्षेप=३ जोड़ा तो ११$\dot{७}$ हुआ। इस में हार = १३ का भाग दिया तो $\dot{९}$ आया। इस तरह आलाप मिला, लेकिन्

"एवं तदैवात्र यदा समस्ताः स्युर्लब्धयश्चेद्विषमा तदानीम् ।
यदागतौ लब्धिगुणौ विशोध्यौ स्वतक्षणाच्छेषमितौ तु तौ स्तः ॥

इस नियम से यहां लब्धि को विषम होने के कारण अपना २ तक्षण में घटाना आवश्यक है सो नहीं किया अतः व्यभिचार यथास्थित रहा ।

इसी उदाहरण में भाज्य, हार, क्षेप तीनों को धन मान कर उक्त रीति से लब्धि=६, गुण = २ ।

आलाप—भाज्य ६० को धन गुण = २ दो से गुणा किया तो १२० हुआ । इस में क्षेप=३ जोड़ा तो १२३ हुआ । इस में १३ का भाग देने से लब्धि=६, और शेष = ६ रहा, निःशेष नहीं हुआ ।

यदि कोई कहे कि धनात्मक विषम लब्धि में अपने २ तक्षण में घटाना आवश्यक है, ऋणात्मक में नहीं तो यह भी ठीक नहीं है । क्यों कि इस तरह करने पर भी उक्त दोष यथास्थित रहता है ।

जैसे इसी उदाहरण में हार मात्र को ऋण कल्पना कर के लब्धि = ६, गुण = २ हुआ ।

आलाप—भाज्य = ६० को गुण २ दो से गुणा किया तो १२० हुआ, इस में क्षेप तीन जोड़ा तो १२३ हुआ, इस में हार = १३ का भाग देने से निःशेष नहीं होता ।

इस तरह सम लब्धि में भी व्यभिचार होता है ।

जैसे वक्ष्यमाण उदाहरण के भाज्य=१८, हार=१̇१, क्षेप = १० हैं ।

उक्त रीति से बल्ली { १̇ / १̇ / १̇ / १̇ / १० / ०

पूर्ववत् दो राशियां ५ ० / ३ ० अपने २ तक्षण में घटाने से लब्धि=१४, गुण=८ हुआ ।

अलाप—भाज्य=१८ को गुण = ८ से गुणा किया तो १४४ हुआ, इस में क्षेप=१० जोड़ा तो १३४ हुआ, इस में हार = ११ का भाग दिया तो लब्धि= १२, और शेष = २ रहा । अतः व्यभिचार हुआ ।

इस तरह हार के ऋण होने से सम लब्धि में और भाज्य के ऋण होने से विषम लब्धि में प्राचीनोक्त रीति से व्यभिचार सिद्ध होता है

उदाहरणम्—

अष्टादशहताः केन दशाढ्या वा दशोनिताः ।
शुद्धं भागं प्रयच्छन्ति क्षयगैकादशोद्धृताः ॥ १० ॥

न्यासः । भा १८ । हा १̇१ क्षे १० ।

अत्र भाजकस्य धनत्वं प्रकल्प्य साधितौ लब्धिगुणौ १४/८। एतावेव ऋणभाजके किन्तु लब्धेः पूर्ववदृणत्वं ज्ञेयं तथा कृते जातौ लब्धिगुणौ १४/८ ऋणक्षेपे तु योगजे तक्षणाच्छुद्धे इत्यादिना लब्धिगुणौ ४/३। भाजकस्य धनत्वे ऋणत्वे वा लब्धिगुणावेतावेव परन्तु भाजके भाज्ये वा ऋणगते लब्धेरृणत्वं सर्वत्र ज्ञेयम्।

सु०—अथ समलब्धिषु भाजकस्यर्णत्वे सति विषमलब्धिषु भाज्यस्यर्णत्वे सति वा पूर्वाचार्याणां कुट्टके व्यभिचार इत्युदाहरणमनुष्टुभाह—

स्पष्टम् ॥ १० ॥

उदाहरणम्—

न्यासः भा १८ क्षे १० / ह ११ अत्र भाजकस्य धनत्वे कृते वल्ली { १, १, १, १, १०, ० }

उक्तवद्राशिद्वयं ५०/३० तत्क्षणे जातं १४/८ त्रयाणां धनत्वे जातावेतौ लब्धिगुणौ, हरमात्रस्यर्णत्वेऽप्येतावेव लब्धिगुणौ १४/८ अथर्णक्षेपे योगजे तक्षणाच्छुद्धे इत्यादिना जातौ, अत्र हरस्यर्णत्वे धनत्वे वा लब्धिगुणावेतावेव किन्तु हरस्य ऋणत्वे लब्धे ऋणत्वं ज्ञेयं यथात्र त्रयाणां धनत्वे लब्धिगुणौ १४।८ अथ हरमात्रस्यर्णत्वे स्वतक्षणाभ्यां शोधितौ जातौ ४।३ लब्धिगुणौ,

अनेन गुणेन ३ भाज्ये १८ गुणिते ५४ क्षेप १० युते ६४ हर ११ भक्ते लब्धिरियं ५ शेषं च ६ तस्मादिदमसत्।

अथ ऋणक्षेपे तावेव १४।८ तक्षणाभ्यां शोधितौ लब्धिगुणौ ४।३ इति ॥१०॥

विमला—कौन ऐसा अङ्क है, जिस से अठारह को गुणा कर दश जोड़ने या घटाने से जो फल हो उस में ऋण एगारह का भाग देते हैं तो निः शेष हो जाता है।

उदाहरण—

भाज्य=१८, हार=११, क्षेप=१०,

उक्त प्रकार से वल्ली = { १, १, १, १, १०, ० }

उक्त प्रकार से दो राशियां = ५०/३०

अपने २ तक्षण में घटाने से भाज्य, हार, क्षेप तीनों को धनात्मकत्व दशा में लब्धि,=१४, गुण =८, यही केवल हार के ऋण होने पर भी लब्धि, गुण होंगे। किन्तु लब्धि ऋणात्मक होगी, क्योंकि "भागहारेऽपि चैवं निरुक्तम्" यह नियम कहा है।

अतः ऋण भाज्य में आये हुए लब्धि गुणों को "योगजे तक्षणाच्छुद्धे गुणाप्ती स्तो वियोगजे" इस नियम से अपने २ तक्षण में घटाने से ऋण क्षेप में गुण=३, लब्धि=४, आई।

यहां पर हार धन या ऋण हो तो लब्धि, गुण वही होंगे, किन्तु हार के ऋणात्मक होने से लब्धि ऋणात्मक हो जायगी।

यहां ऋणत्व के लिए सर्वत्र अपने २ तक्षण में घटाने के लिये कहा है। सो तभी जानना जब भाज्य, क्षेप इन दोनों में कोई एक ऋणात्मक हो।

तथा लब्धि भी ऋणात्मक तभी होती है जब भाज्य, हार इन दोनों में से कोई एक ऋणात्मक हो।

आलाप—भाज्य=१८को गुण ८ से गुणा किया तो १४४ हुआ। इस में क्षेप=१० जोड़ा तो १५४ हुआ। इस में ऋण ११ का भाग देने से लब्धि=१४॥१०॥

उदाहरणम्—

येन संगुणिताः पञ्च त्रयोविंशतिसंयुताः।
वर्जिता वा त्रिभिर्भक्ता निरग्राः स्युः स को गुणः ॥ ११ ॥

न्यासः। भा ५। हा ३। क्षे २३।

अत्र वल्ली { १ / १ / २३ / ० पूर्ववज्जातं राशिद्वयम् ४६/२३। अत्र तक्षणेऽधोराशौ सप्त लभ्यन्ते ऊर्ध्वराशौ तु नव लभ्यन्ते ते नव न ग्राह्याः "गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलम्" "इत्यतः सप्तैव ग्राह्या इति जातौ लब्धिगुणौ ११/२ योगजौ। एतौ स्वस्व तक्षणाभ्यां शोधितौ जातौ ऋणक्षेपे ६/१। "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इति द्विगुणितौ स्वस्वहारौ क्षेप्यौ यथा धनलब्धिः स्यादिति कृते जातौ लब्धिगुणौ ४/७। एवं सर्वत्र ज्ञेयम्।

अथ वा "हरतष्टे धनक्षेप" इति

न्यासः। भा ५। हा ३। क्षे २।

पूर्ववज्जातौ लब्धिगुणौ योगजौ ४/२। एतौ स्वतक्षणाभ्यां शुद्धौ १/१ जातौ वियोगजौ। क्षेपतक्षणलाभाढ्या लब्धिरिति क्षेपतक्षणलाभेन ७ योगजलब्धिर्युता ११ जाता योगजैव लब्धिः। "शुद्धौ तु वर्जिता" इति तक्षणलाभेन लब्धिरियं १ वर्जिता ६। धनलब्ध्यर्थं द्विगुणे हरे क्षिप्ते जातौ तावेव लब्धिगुणौ ४/७। "अथ वा भागहारेण तष्टयोः" इति।

न्यासः। भा २। हा ३ क्षे २।

अत्रापि जातं राशिद्वयम् २/२। अत्रापि जातः पूर्व एव गुणः २। लब्धिस्तु "भाज्याद्धतयुतोद्धृतात्" इति गुणः २ गुणितो भाज्यः १०। क्षेप-२३ युतो ३३ हरभक्तो लब्धिः सैव ११।

सु०—अथवा भागहारेण तष्टयोरित्यस्योदाहरणमनुष्टुभाह—

स्पष्टम् ॥ १० ॥

उदाहरणम्–

न्यासः $\frac{\text{भा ५ क्षे २३}}{\text{ह ३}}$ अत्र वल्ली $\left\{\begin{matrix}१\\१\\१\\०\end{matrix}\right.$ ३

पूर्वरीत्या राशिद्वयं $\frac{४६}{२३}$ एतौ भाज्यहाराभ्यां ५।३ तष्टौ कार्यौ अत्राधोराशौ त्रिभिस्तष्टे सप्त लभ्यन्ते ऊर्ध्वराशौ पञ्चभिस्तष्टे नव लभ्यन्ते ते न नव ग्राह्याः।

गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलमित्यतः सप्तैव ग्राह्या इति जातौ लब्धिगुणौ ११।२ योगजौ।

अनयोः स्वतक्षणाच्छोधने जातौ ऋणक्षेपे लब्धिगुणौ $\frac{६}{१}$ वियोगे धनलब्ध्यपेक्षा चेत्तर्हि इष्टाहतस्वस्वहरेणेत्यादिना द्विगुणेनेष्टेन १०।६ जातौ लब्धिगुणौ ४।७ एवं सर्वत्र।

अथवा हरतष्टे धनक्षेप इति कृते न्यासः। $\frac{\text{भा ५ क्षे २}}{\text{ह ३}}$, उक्तरीत्या लब्धि-गुणौ ४।२ स्वहाराभ्यां ५,३ शोधितौ शुद्धिजौ १।१ क्षेपतक्षणलाभेन ७ लब्धि ४ युता ११ गुणः २, ऋणक्षेपे तु क्षेपतक्षणफलेन ७ लब्धि १ वर्जिता जाता लब्धिः ६ गुणः १ धनलब्ध्यर्थं द्विगुणस्वहरक्षेपे २०।६ जातौ लब्धिगुणौ ४।७। ॥११॥

विमला—कौन ऐसा गुण है, जिस से पांच को गुणा देते हैं, गुणन फल में तेईस जोड़ या घटा देते हैं, उस में तीन का भाग देते हैं तो निःशेष हो जाता है।

उदाहरण—

भाज्य = ५, हार = ३, क्षेप = २३ है।

उक्त प्रकार से वल्ली = $\left\{\begin{matrix}१\\१\\१\\०\end{matrix}\right.$ ३

पुनः उक्त रीति से लब्धि = ४६, गुण=२३, इन को तक्षण में घटाने से नीचे की राशि से सात और ऊपर के राशि से नव मिलते हैं। लेकिन् "गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलम्" इस सूत्र के अनुसार दोनों में बरा बर लेना उचित है। अतः ऊपर के राशि में भी सात ही लिये तो लब्धि = ११, गुण = २, योगज हुए। इन को अपने २ तक्षण में शुद्ध करने से वियोगज लब्धि = ६, गुण = १ हुए।

अगर यहां पर धनात्मक लब्धि की इच्छा हो तो "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार दो इष्ट मान कर लब्धि=४, गुण=७ लाना चाहिए। इसी तरह अन्य उदाहरणों में भी ऋणात्मक लब्धि और गुण को धनात्मक कर लेना चाहिए।

अथवा—"हरतष्टे धनक्षेपे" इस सूत्र के अनुसार न्यास—

भाज्य = ५, क्षेप=२, हार=३ ।

उक्त प्रकार से वल्ली = $\left\{\begin{matrix}१\\१\\२\\०\end{matrix}\right.$

उक्त प्रकार से योगज गुण = २, लब्धि=४,

अपने २ तक्षण में घटाने से वियोगज लब्धि=१, गुण=१, अब "क्षेपतक्षण लाभाढया लब्धिः शुद्धौ तु वर्जिता" इस सूत्र के अनुसार क्षेप तक्षण फल=७ को योगज लब्धि =४ में जोड़ा तो ११, और वियोज लब्धि=१ में क्षेप तक्षण फल को घटाने से ऋणात्मक ६ हुआ ।

अतः योगज लब्धि=११, गुण=२, वियोगज लब्धि=६, गुण=१ हुए ।

अथवा—"अथवा भागहारेण तष्टयोः क्षेपभाज्ययोः" इस सूत्र के अनुसार न्यास—

भाज्य=२, क्षेप=२, हार = ३,

उक्त प्रकार से वल्ली= $\left\{\begin{matrix}०\\१\\२\\०\end{matrix}\right.$

उक्तरीत्या गुण=२, लब्धि=४ । इन में गुण यथार्थ ही है किन्तु लब्धि "भाज्याद्धतयुतोद्धृतात्" इस सूत्र से यथार्थ नहीं होगी । अतः गुण २ से भाज्य ५ को गुण देने से १० हुआ । इस में क्षेप=२३, जोड़ने से ३३ हुआ, इस में हार-३ का भाग देने से लब्धि ११ आई, यही यथार्थ लब्धि है ।

येन पञ्च गुणिताः खसंयुताः पञ्चषष्टिसहिताश्च तेऽथ वा ।
स्युस्त्रयोदशहृता निरग्रकास्तं गुणं गणक कीर्तयाशु मे ॥ १२ ॥

न्यासः । भा ५ । हा १३ । क्षे० ।

क्षेपाभावे गुणाप्तौ $\begin{matrix}०\\०\end{matrix}$ । एवं पञ्चषष्टिक्षेपे $\begin{matrix}५\\०\end{matrix}$ वा $\begin{matrix}१३\\१०\end{matrix}$ इत्यादि ।

सु०—अथ क्षेपाभावोऽथवा यत्र क्षेपः शुद्धयेद्धरोद्धृत इत्यनयोरुदाहरणं रथोद्धताछन्दसोपदिशति—

स्पष्टम् ॥ १२ ॥

उदाहरणम्—

न्यासः $\frac{\text{भा ५ क्षे ०}}{\text{हा १३}}$, क्षेपाभावे लब्धिगुणौ ०।० इष्टाहतस्वस्वहरेणेति वा ५।१३,

द्वितीयोदाहरणे न्यासः $\frac{\text{भा ५ क्षे ६५}}{\text{ह १३}}$, क्षेपः शुद्धयेद्धरोद्धृत इति शेयः शून्यं-गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलमिति लब्धिः ५, एवं लब्धिगुणौ ५।० वा १०।१३ इति

विमला—कौन ऐसा गुण है जिस से पांच को गुण कर गुणन फल में शून्य

वा पैसठ।जोड़ कर तेरह का भाग देते है तो निःशेष हो जाता है ॥ १२ ॥

उदाहरण—

"क्षेपाभावोऽथवा यत्र क्षेपः शुद्धयेद्धरोद्धृतः" इन दोनों गणितों को ज्ञान के लिए उदाहरण—

भाज्य=५, क्षेप=०, हार = १३ ।

वा भाज्य = ५, क्षेप=६५, हार = १३ ।

यहां प्रथम उदाहरण में क्षेप का अभाव है, और द्वितीय में पैसठ है, इस में तेरह हार का भाग देने से शुद्ध हो जाता है। इस लिये दोनों जगह में गुण शून्य और क्षेप में हार का भाग देने से लब्धि ० । ५ क्रम से हुआ ।

अतः शून्य क्षेप में गुण=०, लब्धि = ०।

और पैसठ क्षेप में गुण=०, लब्धि = ५ ।

"इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार एक इष्ट मान कर क्रम से गुण लब्धि= $\frac{५}{१३}, \frac{१०}{१३}$ । इसी तरह दो तीन आदि इष्ट कल्पना कर के गुण लब्धि लानी चाहिए ॥ १२ ॥

अथ स्थिरकुट्टके सूत्रं वृत्तम्—

क्षेपं विशुद्धिं परिकल्प्य रूपं पृथक् तयोर्ये गुणकारलब्धी ॥१३॥

अभीप्सितक्षेपविशुद्धिनिघ्न्यौ स्वहारतष्टे भवतस्तयोस्ते ।

प्रथमोदाहरणे दृढभाज्यहारयोः रूपक्षेपस्य च

न्यासः । भा १७ । हा १५ । क्षे १ ।

अत्रोक्तवद्गुणाप्ती $\frac{८}{९}$ । एते अभीष्टक्षेपपञ्चगुणे स्वहारतष्टे जाते $\frac{१०}{१२}$ । अथ रूपशुद्धौ गुणाप्ती $\frac{७}{८}$ । एते पञ्चकगुणे स्वहारतष्टे जाते $\frac{५}{५}$ । ते एव सर्वत्र । अस्य गणितस्य ग्रहगणिते महानुपयोगः । तदर्थं किञ्चिदुच्यते ।

सु०—अथ ग्रहगणितविशेषोपयुक्तं स्थिरकुट्टकमुपजातिकयोपदिशति—

क्षेपं धनक्षेपं विशुद्धिमृणक्षेपं वा रूपं परिकल्प्य तयोर्धनर्णक्षेपयोः पृथक् पृथक् गुणकारलब्धी ये स्यातां ते अभीप्सितक्षेपविशुद्धिनिघ्ने स्वहारतष्टे च तयोः क्षेपविशुद्धयोश्च ते गुणाप्ती भवतः ।

एतदुक्तं भवति मिथो भजेत्तौ दृढभाज्यहारावित्यादिना फलान्यधोऽधो निवेश्य तदधः क्षेपस्थाने रूपं निवेश्यान्त्ये खं च निवेश्यम् ।

उपान्तिमेन स्वोर्ध्वेहते इत्यादिना धनक्षेपे ऋणक्षेपे च गुणलब्धी पृथक् पृथक् साध्ये अभीप्सितक्षेपो यदि धनमस्ति तदा धनक्षेपजे गुणाप्ती ।

अभिप्सितेन क्षेपेण गुणनीये यदि च क्षेप ऋणगतस्तदा ऋणक्षेपजे गुणाप्ती ।

अभीप्सितेन ऋणक्षेपेण गुणनीये पश्चादुभयत्र स्वहरेण तष्टे ते उद्दिष्टगुणाप्ती भवत ।

अत्र मन्दविश्वासार्थमुदाहरणं प्रदर्शयति—

प्रथमोदाहरणे दृढभाज्यहाररूपक्षेपयोर्न्यासः $\frac{\text{भा } १७ \text{ क्षे } १}{\text{हा } १५}$,

अत्रोक्तवद्गुणाप्ती ७।८ एते अभीष्टेन पञ्चमितक्षेपेण ५ गुणिते ३५।४० स्वहाराभ्यां १५।१७ तष्टे जाते पञ्चक्षेपे गुणाप्ती ५। ६।

अथ रूपशुद्धौ गुणाप्ती ८।६ एते पञ्चगुणे ४०।४५ स्वहार १५। १७ तष्टे जाते पञ्चशुद्धिजे गुणाप्ती १०।११ एवं सर्वत्र।

अत्र यदि रूपक्षेपे एते गुणाप्ती तदेष्टक्षेपे के इत्यनुपातेनैव वासना सुगमा अथवा मिथो भजेदित्यादि—

न्यासः $\left\{\begin{matrix}७\\५\\०\end{matrix}\right.$ वा रूपक्षेपे न्यासः $\left\{\begin{matrix}७\\१\\०\end{matrix}\right.$ उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते इत्यादिकरणे

प्रथम न्यासे क्षेप गुणिता लब्धिः ३५, द्वितीयन्यासे रूपगुणिता लब्धिः ७ इयं ७, क्षेप ५ गुणितैव प्रथमन्यासजा लब्धिरस्ति ३५, अनेन प्रथमलब्धिर्गुणिता ३५ प्रथमन्यासे, तथा द्वितीयन्यासे च ७ अत्रापीयं क्षेप ५ गुणिता ३५ प्रथमास्ति इयमंत्येन ५ युता प्रथमलब्धिः ४०, वा ७ इयमंत्येन १ युता द्वितीयलब्धिः ८ इयं क्षेप ५ गुणा वा सैव लब्धि ४० रिति बालैरपि गम्यते।

एतेन एकक्षेपादन्यक्षेपो यद्गुणस्तद्गुणे गुणलब्धी द्वितीयगुणलब्धी भवतः॥१३½॥

विमला०—धन क्षेप अथवा ऋण क्षेप एक कल्पना कर पूर्वयुक्त्या गुण और लब्धि का साधन करे। उन को अभीष्ट धन या ऋण क्षेप से गुणा कर अपने २ हार से तष्टित करने से धन क्षेप या ऋण क्षेप में गुण लब्धि होंगी।

नवीनोपपत्तिः—

कुट्टकयुक्त्या—

$$\frac{\text{भा}\cdot\text{गु} \pm \text{क्षे}}{\text{हा}} = \text{ल},$$ पक्षौ क्षेपेण भक्तौ

$$\frac{\text{भा}\cdot\frac{\text{गु}}{\text{क्षे}} \pm १}{\text{हा}} = \frac{\text{ल}}{\text{क्षे}},$$

अत्र यदि $\frac{\text{गु}}{\text{क्षे}} = \text{गु}', \frac{\text{ल}}{\text{क्षे}} = \text{ल}'$ तदा

$$\frac{\text{भा}\cdot \text{गु}' \pm १}{\text{हा}} = \text{ल}',$$

अत्र कुट्टकयुक्त्या लब्धिः $=\text{ल}'$, गुणः$=\text{गु}'$, इमौ क्षेपेण गुणितौ तदा वास्तवौ स्त इत्युपपन्नम्।

उदाहरण—

अब प्रथम उदाहरण के दृढ भाज्य, हार और क्षेप पर से गणित दिखलाते हैं।

जैसे भाज्य = १७, हार = १५, क्षेप=१,

पूर्वोक्तयुक्त्या गुण=७, लब्धि=८ हुई। इन को अपने २ हार से तष्टित करने से वही पहले वाली गुण = ५, लब्धि=६ हुई। तथा रूप शुद्धि में गुण=८, लब्धि = ६, आई। इन को पांच से गुण कर अपने २ हार से तष्टित करने से पांच शुद्धि में गुण=१०, लब्धि = ११। एवं सर्वत्र जानना चाहिए।

कल्प्याऽथ शुद्धिर्विकलावशेषं षष्टिश्च भाज्य कुदिनानिहारः ॥ १४ ॥
तज्जं फलं स्युर्विकला गुणस्तु लिप्ताग्रमस्माच्च कला लवाग्रम्।
एवं तदूर्ध्वं च तथाऽधिमासावमाग्रकाभ्यां दिवसा रवीन्द्वोः ॥ १५ ॥

ग्रहस्य विकलावशेषाद्ग्रहाहर्गणयोरानयनम्—

तद्यथा। षष्टिर्भाज्यः। कुदिनानि हारः। विकलावशेषं शुद्धिरिति प्रकल्प्य साध्ये गुणाप्ती। तत्र लब्धिर्विकलाः स्युर्गुणस्तु कलावशेषम्।

एवं कलावशेषं शुद्धिः। षष्टिर्भाज्यः कुदिनानि हारः। फलं कलाः। गुणोंशशेषम्।

एवं राशिशेषं शुद्धिर्द्वादशभाज्यः। कुदिनानि हारः। फलं गतराशयः। गुणो भगणशेषम्।

एवं कल्पभगणा भाज्यः। कुदिनानि हारः। भगणशेषं शुद्धिः। फलं गतभगणाः। गुणोऽहर्गणः स्यादिति।

अस्योदाहरणानि त्रिप्रश्नाध्याये।

एवं कल्पाधिमासा भाज्यो रविदिनानि हारोऽधिमासशेषं शुद्धिः। फलं गताधिमासाः। गुणो गतरविदिवसाः।

एवं युगावमानि भाज्यश्चन्द्रदिवसा हरोऽवमशेषं शुद्धिः। फलं गतावमानि गुणो गतचन्द्रदिवसा इति।

सु०—अस्य गणितस्य ग्रहगणिते महानुपयोगस्तदर्थं सार्द्धोपजातिकयोच्यते—

ग्रहस्य विकलावशेषाद्ग्रहाहर्गणयोरानयनम्—

तत्र षष्टिर्भाज्यः कुदिनानिहारः विकलाशेषमृणक्षेपः।

अत्र लब्धिर्विकलाः गुणस्तु कलाशेषं पुनः षष्टिर्भाज्यः कुदिनानि हारः कलाशेषं शुद्धिरत्र लब्धिः कलाः गुणो भागशेषम्।

एवं त्रिंशद्भाज्यः कुदिनानि हारः भागशेषं शुद्धिरत्र लब्धिर्भागाः गुणो राशिशेषं

एवं द्वादशभाज्यः कुदिनानि हारः, राशिशेषं शुद्धिरत्र लब्धिमिता राशयः गुणो भगणशेषम्।

एवं कल्पग्रहभगणा भाज्यः कुदिनानि हारः भगणशेषं शुद्धिरत्र लब्धिर्गतभगणः गुणोऽहर्गणः।

एवं कल्पाधिमासा भाज्यः रविदिनानि हारः अधिमासशेषं शुद्धिरत्र लब्धिर्गताधिमासाः गुणो गतरविदिवसाः।

एवं कल्पावमानि भाज्यः चन्द्रदिवसा हारः अवमशेषशुद्धिः, तत्र लब्धिर्गतावमानि गुणो गतचन्द्रदिवसा इति।

अत्र मन्दप्रतीत्यर्थं कल्पितानि कल्पकुदिनानि १९ कल्पग्रहभगणा कल्पिताः ९, अहर्गणश्च १३, अत्र कल्पकुदिनैः कल्पग्रहभगणा लभ्यन्ते तदाहर्गणेन के इति त्रैराशिकेन ग्रहानयनम्—

तद्यथा अहर्गणः १३ भगण ९ गुणितः ११७ कुदिन १९ भक्तः फलं ग्रहभगणाः ६ शेषं ३ भगणशेषं ३ द्वादशगुणितं ३६ कुदिन १९ भक्तं फलं राशयः १ शेषं राशिशेषं १७ त्रिंशता गुणितं ५१० कुदिन १९ भक्तं फलमंशाः २६ शेषमंशशेषं १६ इदं षष्टिगुणितं ९६० कुदिन १९ भक्तं लब्धं कलाः ५० शेषं कलाशेषं १० इदं षष्टिगुणितं ६०० कुदिन १९ भक्तं फलं विकला ३१ शेषं ११,

एवं भगणादिग्रहः ६ । १ । २६ । ५० । ३१,

अस्माद्विलोमगत्या ग्रहोऽर्हगणश्चानीयते कल्प्याथशुद्धिर्विकलावशेषमित्यादिना

अत्र कुट्टकार्थं न्यासः $\frac{\text{भा ६० क्षे ११}}{\text{हा १९}}$, वल्ली { ३ ६ ११ ०

राशिद्वयं २०९ ६६ तत्क्षणे जातौ लब्धिगुणौ १९ योगजे तत्क्षणाच्छुद्धे इति जातौ लब्धिगुणावृणक्षेपे ३१ १० अत्र लब्धिर्विकलाः ३१ गुणः कलाशेषं १० इदमृणक्षेपः, कलानयनार्थं कुट्टके—

न्यासः $\frac{\text{भा ६० क्षे १०}}{\text{हा १९}}$ वल्ली { ३ ६ १० ०

राशिद्वयं १९०|६० तत्क्षणे कृते लब्धिगुणौ योगजौ १०। ३ तत्क्षणशुद्धौ वियोगजौ ५०। १६ अत्र लब्धिः कलाः ५० गुणो भागशेषं १६ शुद्धिरिति

भागार्थं कुट्टके न्यासः $\frac{\text{भा ३० क्षे १६}}{\text{ह १९}}$,

अत्र वल्ली { १ १ १ २ १ १६ ०

राशिद्वयं १७६|११२ तत्क्षणे जातं २६|१७ अत्र वल्लीनां विषमत्वात्तथा ऋणक्षेपे चापेक्षितत्वाद्धारद्वयंस्वतक्षणशोधनादविकृतावेव २६। १७।

अत्र लब्धिर्भागाः २६ गुणो राशिशेषं १७ इदंशुद्धिरिति।

राशिज्ञानार्थं न्यासः $\frac{\text{भा १२ क्षे १७}}{\text{ह १९}}$

अत्र वल्ली { ० १ १ १ २ १७ ०

राशिद्वयं ८५ १३६ तत्तष्णाल्लब्धिगुणौ १ । ३, वारद्वयं स्वतक्षणशोधने यथा-स्थितावेव ।

अत्र लब्धिमितो राशिः १ गुणो भगणशेषं ३ इदं शुद्धिः ।

अथ कल्पभगणा भाज्यः कुदिनानि हार इति $\frac{\text{भा ९ क्षे ३}}{\text{हा १९}}$,

वल्ली { ० ३ ३ ०

लब्धिगुणौ ३।६ स्वतक्षणशुद्धौ ६।१३ ।

अत्र लब्धिर्गतभगणाः ६ गुणोऽहर्गणः १३ एवं सर्वत्र ।

अत्रोपपत्तिः —

षष्टिः कलाशेषेण गुणिताः कुदिनभक्ता लब्धिर्विकलाः शेषं विकलाशेषं तस्मात्षष्टिः केन गुणेन गुणिता विकलाशेषहीना कुदिनभक्ता निःशेषा भवतीति गुणकज्ञानार्थं कुट्टकविधिर्युक्त एव अतो गुणः कलाशेषं लब्धिर्विकला इति सिद्धम् ।

एवं षष्टिर्भाज्यो यद्यंशशेषेण गुणितः कुदिनभक्तो लब्धं कलाशेषं तत्र षष्टिरंशशेषमितगुणकेन गुणिता कलाशेषहीना कुदिनभक्ता निःशेषा तत्र लब्धिः कलाः गुणो भागशेषमिति कुट्टकादेव सिद्धयति ।

एवं त्रिंशद्भाज्यो ३० राशिशेषेण गुणितो भागशेषहीनः कुदिनभक्तो निःशेषस्तत्र लब्धिर्भागाः गुणो राशिशेषम् ।

एवं द्वादशभाज्यो १२ भगणशेषेण गुणितो राशिशेषहीनःकुदिनभक्तो निःशेषस्तत्र लब्धिमिता राशयः गुणो भगणशेषम् ।

एवं ग्रहभगणोऽहर्गणगुणिते भगणशेषहीने कुदिनभक्ते निःशेषता तत्र लब्धिर्गतभगणाः गुणोऽहर्गण एवेति सर्वत्र कुट्टकविषयता प्राप्तास्ति ।

अथैवं कल्पसौरदिनैः कल्पाधिमासास्तदेष्टसौरदिनैः के इति रीत्या कल्पाधिमासा गतरविदिवसरूपेण गुणकेन गुणिताः कल्पसौरदिनभक्ता लब्धिरिष्टाधिमासरूपा शेषमधिमासशेषमुर्वरितम्

अतो भाज्ये गुणगुणिते अधिमासशेषहीने स्वहरभक्ते निःशेषा लब्धिरेव तत्रापि गुणज्ञानार्थं कुट्टको विधेयः ।

एवं कल्पचान्द्रदिनैः कल्पावमानि तदेष्टचान्द्रदिनैः कानीति इष्टावमानि लभ्यन्ते शेषमवमशेषमुर्वरितं ततः कल्पावमानि भाज्यरूपाणि इष्टचान्द्रदिनगुणकगुणि-

तान्यवमशेषहीनानि कल्पचान्द्रदिनभक्तानि लब्धमवमानि शेषं च शून्यं अतः कुट्टकेन लब्धिर्गतावमानि गुण इष्टचान्द्रदिनानीति सिद्धम् ॥ १४-१५ ॥

विमला-ग्रह के विकला शेष पर से ग्रह और अहर्गण के साधन को दिखलाते हैं यहां साठ भाज्य, कुदिन हार और विकलाशेष ऋणक्षेप है । अतः विकला लब्धि और कलाशेष गुण होगा ।

फिर साठ भाज्य, कुदिन हार और कलाशेष ऋणक्षेप है, अतः कला लब्धि और भागशेष गुण होगा ।

फिर तीस भाज्य, कुदिन हार और भाग शेष ऋणक्षेप है, अतः भाग लब्धि और राशिशेष गुण होगा ।

एवं बारह भाज्य कुदिन हार राशिशेष ऋणक्षेप है, अतः राशि लब्धि और भगणशेष गुण होगा ।

तथा कल्पग्रहभगण भाज्य, कुदिन हार और भगणशेष ऋणक्षेप है, अतः गतभगण लब्धि और अहर्गण गुण होगा ।

इस तरह कल्प के अधिमास भाज्य, रवि दिन हार और अधिमासशेष ऋणक्षेप है, अतः गत अधिमास लब्धि और गत रविदिन गुण होगा ।

तथा कल्पावमदिन भाज्य, चान्द्रदिन हार और अवमशेष ऋणक्षेप है, अतः गत अवम लब्धि और गत चान्द्र दिन हार होगा ।

नवीनोपपत्तिः—

यदि कल्पकुदिनैः कल्पग्रहभगणास्तदाऽहर्गणेन किमिति जातो भगणादिको ग्रहः=

$$\frac{\text{कग्रभ} \times \text{अ}}{\text{ककु}} = \text{गभ} + \frac{\text{भशे}}{\text{ककु}},$$

$$\text{अतः} \quad \frac{\text{कग्रभ} \times \text{अ} - \text{भशे}}{\text{ककु}} = \text{गभ}$$

$$\frac{१२ \times \text{भशे}}{\text{ककु}} = \text{गरा} + \frac{\text{राशे}}{\text{ककु}},$$

$$\text{अतः} \quad \frac{१२ \times \text{भशे} - \text{राशे}}{\text{ककु}} = \text{गरा}$$

$$\frac{३० \text{ राशे}}{\text{ककु}} = \text{गअं} + \frac{\text{अंशे}}{\text{ककु}},$$

$$\text{अतः} \quad \frac{३० \text{ राशे} - \text{अंशे}}{\text{ककु}} = \text{गअं},$$

$$\frac{६० \text{ अंशे}}{\text{ककु}} = \text{गक} + \frac{\text{कलाशे}}{\text{ककु}},$$

अतः $\frac{\text{६० अंशे} - \text{कलाशे}}{\text{ककु}} = \text{गक}$,

$\frac{\text{६० कलाशे}}{\text{ककु}} = \text{विक} + \frac{\text{विशे}}{\text{ककु}}$,

अतः $\frac{\text{६० कलाशे} - \text{विशे}}{\text{ककु}} = \text{विक}$ । एतेनोपपन्नं सर्वम् ।

उदाहरण—

कल्पना करते हैं, कल्पकुदिन = १६, कल्पग्रहभगण = ६, और अहर्गण=१३,

अनुपात—'कल्प कुदिन में कल्प के भगण पाते हैं तो अहर्गण में क्या" इस अनुपात से भगण आदि ग्रह आजायगा।

यथा अहर्गण=१३ को भगण = ६ से गुणा किया तो = ११७ हुआ, इस में कल्पकुदिन = १६ का भाग देने से गत भगण = ६ लब्धि आई।

भगणशेष = ३ रहा, इस को १२ से गुणा किया तो ३६ हुआ, इस में कल्प कुदिन १६ का भाग दिया तो लब्धि गत राशि = १, और राशिशेष १७ रहा।

इस राशिशेष १७ को तीस से गुणा किया तो ५१० हुआ, इस में कल्प कुदिन का भाग दिया तो लब्ध गत अंश = २६ आया और अंश शेष = १६ रहा।

इस अंश शेष १६ को ६० से गुणा किया तो ६६० हुआ। इस में कल्पकुदिन का भाग दिया तो लब्ध गत कला = ५०, कलाशेष = १० रहा।

इस कलाशेष को साठ से गुणा किया तो ६०० हुआ, इस में कल्पकुदिन का भाग दिया तो लब्धगत विकला = ३१, विकलाशेष = ११, को स्वल्पान्तर से त्याग देने से भगण आदि ग्रह = ६।१।२६।५०।३१ हुआ।

इस भगणादि ग्रह के द्वारा विलोम रीति से ग्रह और अहर्गण का ज्ञान करना है

अतः "कल्प्याथ शुद्धि र्विकलावशेषं" इत्यादि नियम के अनुसार—

भाज्य = ६०, हार १६, क्षेप = ११̇, उक्त कुट्टक विधि से लब्धि=२६, गुण = ८, आया, इन को "योगजे तक्षणाच्छुद्धे" इत्यादि सूत्र से अपने २ तक्षण में घटाने से ऋणक्षेप में लब्धि = ३१, गुण = १० हुआ।

यहां पर लब्धि विकला और गुण कलाशेष है। इस कलाशेष को-ऋण क्षेप कल्पना कर कला ज्ञान के लिये कुट्टक करते हैं।

जैसे भाज्य=६०, हार=१६, क्षेप = १०̇।

उक्त नियम से बल्ली = $\left\{ \begin{matrix} ३ \\ १० \\ ० \end{matrix} \right.$

पूर्ववत् दो राशियां १६०, ६० अपने २ तक्षण में तष्टित करने से लब्धि = १० और गुण=३ हुआ। इन को अपने २ तक्षण में घटाने से ऋणक्षेप में लब्धि= ५०, गुण = १६,

यहां लब्धि = ५० कला और गुण १६ अंशशेष है।

फिर अंशशेष को ऋणक्षेप मान कर अंश के ज्ञान के लिये कुट्टक करते हैं।

यहां पर भाज्य=३, हार = १६, क्षेप = १६ है।

उक्तयुक्ति से वल्ली = { १, १, १, २, १, १६, ० }

पूर्व युक्ति से दो राशियां १७६, ११२ अपने २ तक्षण में तष्टित करने से लब्धि=२६, गुण = १७ हुआ। किन्तु वल्ली विषम और ऋणक्षेप होने के कारण दो बार अपने २ तक्षण में घटाने से लब्धि=२६, गुण=१७ वही रहा।

यहां पर लब्धि = २६ अंश और गुण = १७ राशिशेष है।

अब राशि जानने के लिये राशिशेप को ऋणक्षेप मान कर कुट्टक करते हैं।

भाज्य = १२, हार = १६, क्षेप = १७।

उक्तप्रकार से वल्ली = { ०, १, १, १, २, १७, ० }

पूर्वयुक्त्या दो राशियां = ८५, १३ अपने २ तक्षण में तष्टित करने से लब्धि=१, गुण = ३ आया। यहां पर भी वल्ली विषम और ऋणक्षेप होने के कारण दो बार अपने २ तक्षण में घटाने से ज्यों का त्यों लब्धि और गुण रहा।

यहां लब्धि = १ राशि, गुण=३ भगणशेष आया। अब भगण जानने के लिये भगणशेष = ३ को ऋणक्षेप मान कर कुट्टक करते हैं।

भाज्य = ६, हार = १९, क्षेप = ३।

उक्तविधि से वल्ली { ०, २, ३, ० }

उक्तयुक्ति से लब्धि=३, गुण = ६, आया, इन को ऋणक्षेप होने के कारण अपने अपने तक्षण में घटाने से लब्धि = ६, गुण = १३ हुआ। यहां लब्धि = ६ गतभगण और गुण = १३ अहर्गण हुआ, एवं भगण आदि ग्रह और, अहर्गण का ज्ञान होगया।

अथ संश्लिष्टकुट्टके करणसूत्रं वृत्तम्—

एको हरश्चेद्गुणकौ विभिन्नौ तदा गुणैक्यं परिकल्प्य भाज्यम्।
अग्रैक्यमग्रं कृत उक्तवद्यः संश्लिष्टसंज्ञः स्फुटकुट्टकोऽसौ॥ १६॥

सु०—अथ द्व्यादिगुणकेषु सत्सु राशिज्ञानमुपजातिकयाह—

चेदेको हरः स्यात् गुणकौ तु विभिन्नौ स्तः 'गुणकावित्युपलक्षणं तेन-त्र्यादयो वा गुणकाः स्युः एकस्यैव राशेः पृथक् पृथक् द्वौ त्रयश्चतुरादयो गुणकाः

स्युः, सर्वत्र हरस्त्वेक एव स्यात् तदा तेषां द्व्यादीनां गुणकानामैक्यं भाज्यं परिकल्प्य उद्दिष्टं यदग्रैक्यं तदग्रमृणक्षेपं प्रकल्प्य हरमेव हरं प्रकल्प्य उक्तवद्यः कृतः स्फुटः कुट्टकोऽसौ संश्लिष्टसंज्ञः स्यात्। संश्लिष्टानामेकीभूतानामग्राणां सम्बन्धी स्फुटो विविक्तः कुट्टको गुणकः स एव राशिः स्यादित्यर्थात्सिद्धम्

अत्र लब्धिर्न ग्राह्या, अत्र हि यथोद्दिष्टैर्गुणकैः पृथग् गुणिते राशौ हरतष्टे सति या आगता लब्धयः तदग्राणां चैक्ये हरभक्ते या लब्धिः सा न ग्राह्या, अत्र हि यथोद्दिष्टैः कुट्टकैः पृथग्गुणिते राशौ हरतष्टे या आगता लब्धयः तासामैक्यं तदत्र कुट्टके लब्धिरूपमुत्पद्यते प्रयोजनाभावान्नग्राह्यम्

अत्रोपपत्तिः—

यः कश्चिद्राशिर्गुणकैर्गुणितो युतश्च गुणकयोगगुणितराशितुल्यः स्यात्, तत्र पृथक् पृथक् हरभक्तलब्धीनां योगो वा योग एव हरभक्तस्तुल्य एव।

यथा राशिः १० द्व्यादिभिः २।३।४ गुणितः २०।३०।४० हर १६ भक्तलब्धयः १।१।२ शेषाणि ४।१४।८।

अथवा गुणकानां २।३।४ योगेन ९ राशि १० गुणितः ९० हर १६ भक्तः लब्धं ५ शेषं १० अत्र लब्धीनां १।१।२ योगतुल्यं लब्धं ५ शेषाणां ४।१४।८ योगतुल्यं शेषमस्ति १०।

अतो राशि १० गुणकयोग ९ गुणितः ९० शेषयोग १४ हीनो ७६ हर १९ भक्तो निःशेषो भवतीति कुट्टकविधिना गुण एव राशिरित्युपपन्नं यथोक्तम्।

त्रिस्कन्धसिन्धुपरपारगमैथिलार्यश्रीशम्भुनाथगणकात्मजनिर्मितेऽस्मिन्।
बीजक्रियाविवरणे परिपूर्तिमागाद्युक्त्यैव कुटकविधिर्वरवासनाढ्यः॥

इति श्रीजीवनाथदैवज्ञविरचिते बीजोदाहरणे कुट्टकोदाहरणम्।

विमला०—अगर अनेक उदाहरण में हर समान हो और गुण अनेक हों तो उन गुणकों के योग को भाज्य और शेषों के योग को ऋणक्षेप कल्पना करके पूर्वोक्त रीति से जो कुट्टक किया जाय उस को संश्लिष्ट कुट्टक कहते हैं।

नवीनोपपत्तिः—

कुट्टकोक्त्या—

$$\frac{भा\cdot गु \pm क्षे}{हा} = ल = (१)$$

$$\frac{भा\cdot गु' \pm क्षे'}{हा} = ल' \ (२)$$

पक्षयोर्योगे कृते—

$$\frac{भा\cdot गु \pm क्षे}{हा} + \frac{भा\cdot गु' \pm क्षे'}{हा} = ल + ल'।$$

वा $\frac{(\text{भा}\cdot\text{गु}\pm\text{क्षे})+(\text{भा}\cdot\text{गु}'\pm\text{क्षे}')}{\text{हा}}=\text{ल}+\text{ल}'$ ।

वा $\frac{\text{भा}\,(\text{गु}+\text{गु}')\pm(\text{क्षे}+\text{क्षे}')}{\text{हा}}=\text{ल}+\text{ल}'$ ।

यद्यत्र गुणः $=\text{गु}+\text{गु}'$, क्षेपः $=\text{क्षे}+\text{क्षे}'$ ।

तदा लब्धिः $=\text{ल}+\text{ल}'$, स्यादत उपपन्नं सर्वम् ।

अत्र महामहोपाध्यायविशेषचरणानामुपपत्तिः—

$\text{भा}\cdot\text{गु}=\text{हा}\cdot\text{ल}+\text{शे}$ । ततः $\text{भा}\cdot\text{गु}-\text{शे}=\text{हा}\cdot\text{ल}$ .... (१)

$\text{भा}\cdot\text{गु}'=\text{हा}\cdot\text{ल}'+\text{शे}'$ । ततः $\text{भा}\cdot\text{गु}'-\text{शे}'=\text{हा}\cdot\text{ल}'$ .... (२)

अत्र गु' अनेन पूर्वपक्षौ, गु अनेन परपक्षौ संगुण्य जातौ

$\text{गु}'\cdot\text{गु}\cdot\text{भा}-\text{गु}'\cdot\text{शे}=\text{गु}'\cdot\text{हा}\cdot\text{ल}$ .... (३)

$\text{गु}\cdot\text{गु}'\cdot\text{भा}-\text{गु}\cdot\text{शे}'=\text{गु}\cdot\text{हा}\cdot\text{ल}'$ .... (४)

(३) (४) अन्योरन्तरेण—

$\text{गु}'\cdot\text{गु}\cdot\text{भा}-\text{गु}'\cdot\text{शे}\backsim(\text{गु}'\cdot\text{गु}\cdot\text{भा}-\text{गु}\cdot\text{शे}')=$

$\text{गु}'\cdot\text{हा}\cdot\text{ल}\backsim\text{गु}\cdot\text{हा}\cdot\text{ल}'$,

$\text{गु}\cdot\text{शे}'\backsim\text{गु}'\cdot\text{शे}=\text{हा}\,(\text{गु}'\cdot\text{ल}\backsim\text{गु}\cdot\text{ल}')$

$\frac{\text{गु}\cdot\text{शे}'\backsim\text{गु}'\cdot\text{शे}}{\text{हा}}=\text{गु}'\cdot\text{ल}\backsim\text{गु}\cdot\text{ल}'$

अतो मिथो गुणगुणितशेषयोरन्तरं हारहृतं शुद्धिमेति

तदा प्रश्नोऽखिलोऽन्यथा नेति सुधीभिश्चिन्त्यमित्युपपन्नम् ।

उदाहरणम्—

कः पञ्चनिघ्नो विहृतस्त्रिषष्ट्या सप्तावशेषोऽथ स एव राशिः ।
दशाहतः स्याद्विहृतस्त्रिषष्ट्या चतुर्दशाग्रो वद राशिमेनम् ॥ १३ ॥

अत्र गुणैक्यं भाज्योऽयमेव राशिः । अग्रैक्यं शुद्धिरिति ।

न्यासः—भा १५। हा ६३। क्षेपः २१। पूर्वज्जातो गुणः १४। लब्धिः ३।

इति श्रीभास्कराचार्यविरचिते बीजगणिते कुट्टकाध्यायः ।

सु०—अत्रोदाहरणमुपजातिकयोपदिशति ।

स्पष्टम् ।

उदाहरणम्—

अत्र गुणकौ ५।१० अनयोरैक्यं भाज्यः १५ अग्रौ ७।१४ अनयोरैक्यं २१ शुद्धिरिति ।

न्यासः $\frac{\text{भा }१५\text{ क्षे }२१}{\text{हा }६३}$ एते त्रिभिरपवर्त्तिताः $\frac{\text{भा }५\text{ क्षे }७}{\text{हा }२१}$, वल्ली $\left\{\begin{matrix}४\\७\\०\end{matrix}\right.$

लब्धिगुणौ ७।२८ स्वहारतष्टौ २।७ ऋणक्षेपत्वात्स्वहारशुद्धौ जातौ लब्धिगुणौ ३।१४, अत्र गुण एव राशिरिति १४,

अयं पञ्चगुणः ७० हर ६३ भक्तः लब्धं १ शेषं ७, अथ राशिः १४ दशा हतः १४० हर ६३ भक्तः लब्धं २ शेषं १४, अत्र लब्धि १।२ द्वयोर्योग एव ३ कुट्टकाल्लब्धिः सिद्धा ३ एवमन्यत्रापीति ।

विमला०—कौन ऐसी राशि है जिस को पांच से गुणा कर तिरसठ का भाग देने से सात शेष रहता है ।

फिर उसी राशि को दश से गुणा कर तिरसठ का भाग देने से चौदह शेष रहता है ।

उदाहरण—

यहां पर गुणक ५, १० का योग १५ को भाज्य और शेष ७, १४ का योग २१ को ऋणक्षेप कल्पना कर कुट्टक करते हैं ।

जैसे भाज्य = १५, हार = ६३, क्षेप = २१ ।

इन में तीन का अपवर्तन देने से—

दृढ भाज्य=५, दृढ हार=२१, दृढ क्षेप=७ हुआ ।

उक्तनियम से वल्ली { ० ४ ७ ०

उक्तरीति से दो राशियाँ = ७, २८ हुईं । इन को अपने २ तक्षण में शुद्ध करने से लब्धि = २, गुण = ७ हुआ । इन को ऋणक्षेप होने के कारण अपने २ तक्षण में घटाने से लब्धि = ३, गुण = १४ हुआ ।

आलाप—गुण १४ को पाँच से गुणा कर ७० हर ६३ का भाग दिया तो लब्धि = १, शेष = ७ रहा ।

फिर १४ को १० से गुणा करने से १४० हुआ, इस में ६३ का भाग दिया तो लब्धि = २, शेष = १४ रहा । यहां १,२ इन लब्धियों का योग ३ के समान लब्धि कुट्टक वश भी सिद्ध हुई है ।

बुधनिवहवरेण्येणाच्युतानन्दनाम्ना विरचितविमलाख्या बीजगा चारुटीका ।
नवगणितसुयुक्त्योद्देशकैः संस्कृताऽयात् गणितविषयरम्यं कुट्टकाख्यं विधानम् ॥

इति कुट्टकः समाप्तः ।

अथ वर्गप्रकृतिः ।

तत्र रूपक्षेपपदार्थं तावत् करणसूत्राणि सार्धवृत्तानि—

इष्टं ह्रस्वं तस्य वर्गः प्रकृत्या क्षुण्णो युक्तो वर्जितो वा स येन ।
मूलं दद्यात् क्षेपकं तं धनर्णं मूलं तच्च ज्येष्ठमूलं वदन्ति ॥ १ ॥
ह्रस्वज्येष्ठक्षेपकान् न्यस्य तेषां तानन्यान् वाऽधो निवेश्य क्रमेण ।
साध्यान्येभ्यो भावनाभिर्बहूनि मूलान्येषां भावना प्रोच्यतेऽतः ॥ २ ॥
वज्राभ्यासौ ज्येष्ठलघ्वोस्तदैक्यं ह्रस्वं लघ्वोराहतिश्च प्रकृत्या ।
क्षुण्णा ज्येष्ठाभ्यासयुग् ज्येष्ठमूलं तत्राभ्यासः क्षेपयोः क्षेपकः स्यात् ॥३॥

ह्रस्वं वज्राभ्यासयोरन्तरं वा लघ्व्योर्घातो यः प्रकृत्या विनिघ्नः ।
घातो यश्च ज्येष्ठयोस्तद्वियोगो ज्येष्ठं क्षेपोऽत्रापि च क्षेपघातः ॥ ४ ॥
इष्टवर्गहृतः क्षेपः क्षेपः स्यादिष्टभाजिते ।
मूले ते स्तोऽथवा क्षेपः क्षुण्णः क्षुण्णे तदा पदे ॥ ५ ॥
इष्टवर्गप्रकृत्योर्यद्विवरं तेन वा भजेत् ।
द्विघ्नमिष्टं कनिष्ठं तत् पदं स्यादेकसंयुतौ ।
ततो ज्येष्ठमिहानन्त्यं भावनाभिस्तथेष्टतः ॥ ६ ॥

सु०—एवमनेकवर्णप्रक्रियोपयुक्तं कुट्टकमुक्त्वा इदानीमनेकवर्णमध्यमाहरणोपयुक्तां वर्गप्रकृतिं शालिन्या निरूपयति—

आदाविष्टं ह्रस्वपदं प्रकल्प्य तस्य वर्गः प्रकृतिगुणो येनाङ्केन युक्तो वर्जितो वा मूलं दद्यात्तमङ्कं क्रमेण धनमृणं क्षेपकं वदन्त्याचार्याः,

तन्मूलं ज्येष्ठमूलं वदन्ति,

एवमेकेषु कनिष्ठज्येष्ठक्षेपकेषु ज्ञातेष्वनेकपदज्ञानार्थमुपायं शालिन्यात्रयेणोपदिशति—

प्रथमं सिद्धान् ह्रस्वज्येष्ठक्षेपकान् पंक्तौ विन्यस्य तेषामधः स्थानन्यान् ह्रस्वज्येष्ठक्षेपकान् क्रमेण विन्यस्य एतेभ्यः पंक्तिद्वयस्थापितेभ्यो ह्रस्वज्येष्ठक्षेपकेभ्यो यतो भावनाभिर्बहूनि मूलानि साध्यनि ।

अत एषां भावना प्रोच्यते—

तस्यामेव प्रकृताविति ज्ञेयं तत्र भावना द्विविधा समासभावनाऽन्तरभावनाचेति

तत्र पदयोर्महत्वेऽपेक्षिते समासभावनामाह वज्राभ्यासौ ज्येष्ठलघ्वोरित्यादिना,

ज्येष्ठलघ्वोर्यौ वज्राभ्यासौ तदैक्यं ह्रस्वं स्यात्, वज्राभ्यासो नाम तिर्य्यग्गुणनं, लघ्वोराहतिः प्रकृत्या गुणिता ज्येष्ठयोर्वधेन युक्ता ज्येष्ठमूलं स्यात् क्षेपयोरभ्यासो नाम घातः क्षेपकः स्यात् ।

अथ पदयोर्लघुत्वेऽभीप्सितेऽन्तरभावनामाह ह्रस्वं वज्राभ्यासयोरन्तरं वेति ।

वज्राभ्यासयोरन्तरं वा ह्रस्वं स्यात्, अत्र लघ्वोर्घातो यः प्रकृत्या गुणितो यश्च केवलज्येष्ठयो र्घातः तद्वियोगो ज्येष्ठं स्यात् तत्रापि क्षेपघातक्षेपकः स्यात्पूर्ववदेव ।

एवं भावनाभ्यामिष्टक्षेपजपदसिद्धौ तेभ्य एव क्षेपानन्तरजपदानयनमथ च यत्र कुत्रापि क्षेपे पदसिद्धौ स चेदिष्टवर्गेण गुणितो भक्तो वा उद्दिष्टक्षेपो भवेत्तदा तेभ्य-एवोद्दिष्टक्षेपकपदानयनमनुष्टुभाह—

यस्मिन् क्षेपे कनिष्ठज्येष्ठपदे सिद्धे स क्षेपः इष्टस्य वर्गेण भक्तः सन् यदि क्षेपो भवति तदा ते पदे इष्टभक्ते पदे स्तः, यदि तु इष्टवर्गेण गुणितः क्षेपः क्षेपो भवति तदा ते पदे इष्टगुणिते पदे स्तः यस्येष्टस्य वर्गेण क्षेपो गुणितस्तेनेष्टेन पदे गुणिते पदे स्त इत्यर्थः ।

अत्रेष्टवर्गहृतः क्षेप इति सूत्रस्य भावनासूत्रोपपत्तिः स्यादतस्तावत्प्रथमं

तद्वासना—

यथाऽत्र कनिष्ठवर्गः प्रकृतिगुणः क्षेपयुतो ज्येष्ठवर्गो भवतीति पक्षौ तुल्याविष्टवर्गभक्तौ कृतौ पक्षयोर्वर्गत्वादिति—

न्यासः $\frac{कव\cdot प्र + क्षे}{इव} = \frac{ज्येव}{इव}$ एतावपि तुल्यावेव तत्र द्वितीयपक्षमूलमिष्टभक्तज्येष्ठमितमन्यज्येष्ठं कल्पितं $\frac{ज्ये}{इ}$,

एवं प्रथमपक्षे द्वितीयखण्डं हरभक्तमन्यक्षेपस्तदेष्टवर्गहृतः क्षेपः क्षेपः स्यादिति।

अथेष्टभक्तकनिष्ठमन्यकनिष्ठं कल्प्यते $\frac{क}{इ}$, तदा तद्वर्गः प्रकृतिगुण एव प्रथमखण्डं $\frac{कव\cdot प्र}{इव}$।

तेन यथोक्तमुपपन्नम्।

एवं पक्षयोरिष्टवर्गेण गुणितयोरपि समत्वमेव कव· प्र· इव + क्षे· इव = ज्येव· इव,

अत्रापि द्वितीयपक्षमूलमिष्टगुणितज्येष्ठं तथा प्रथमपक्षे प्रथमखण्डं त्विष्टगुणितकनिष्ठमन्यकनिष्ठं तदा तद्वर्गः प्रकृतिगुण एवास्ति द्वितीयखण्डे इष्टवर्गगुणितः क्षेपः स एवान्यक्षेप इति यथोक्तमुपपन्नम्।

अथ भावनोपपत्तिः—

आद्यद्वितीयसंज्ञया पंक्त्योर्न्यासः $\begin{cases} आक, आज्ये, आक्षे, \\ द्विक, द्विज्ये, द्विक्षे, \end{cases}$

परस्परं ज्येष्ठमिष्टं प्रकल्प्येष्टवर्गगुणितः क्षेपः क्षेपस्तथेष्टगुणिते पदे तु पदे भवत इति जातः।

$\begin{cases} आक\cdot द्विज्ये, आज्ये\cdot द्विज्ये, आक्षे\cdot द्विज्येव, \\ आज्ये\cdot द्विक, आज्ये\cdot द्विज्ये, द्विक्षे\cdot आज्येव, \end{cases}$

कनिष्ठज्येष्ठक्षेपाः पंक्त्योरिति,

अत्र स्वेच्छया पंक्तिद्वयगतयोः कनिष्ठयोर्योगः आक·द्विज्ये + आज्ये· द्विक, कनिष्ठं कल्पितं इष्टं ह्रस्वमित्युक्तेः,

एतेन वज्राभ्यासौ ज्येष्ठलघ्वोस्तदैक्यं ह्रस्वमिति जातम्।

अथास्य कनिष्ठस्य वर्गः प्रकृतिगुणितः आकव· द्विज्येव· प्र + २ आक· द्विक· आज्ये· द्विज्ये· प्र + आज्येव· द्विकव· प्र,

अत्र प्रथमखण्डे द्वितीयज्येष्ठवर्गस्तु द्वितीयकनिष्ठवर्गः प्रकृतिगुणो द्वितीयक्षेपयुत इति द्विकव·प्र + द्विक्षे,

स एवाद्यकनिष्ठवर्गेण प्रकृतिगुणेन (आकव· प्र) गुणित इति कृतः आकव·द्विकव· प्रव + आकव· द्विक्षे· प्र,

एवं पूर्वतृतीयखण्डे द्वितीयकनिष्ठवर्गस्तु द्वितीयज्येष्ठवर्गेण द्वितीयक्षेपहीनेन प्रकृतिभक्तेन समः $\frac{\text{द्विज्येव} - \text{द्विक्षे}}{\text{प्र}}$, अयमेवाद्यज्येष्ठवर्गेण प्रकृतिगुणेन (आज्येव· प्र) गुणितस्तत्र प्रकृतिमितयोर्गुणहरयोस्तुल्यत्वेन नाशादिति।

कृतस्तृतीयखण्डस्वरूपः आज्येव· द्विज्येव — आज्येव· द्विक्षे,

अत्रापरखण्डे आद्यज्येष्ठवर्गस्तु आद्यकनिष्ठवर्गेण प्रकृतिगुणेन आद्यक्षेपयुतेन समः आकव· प्र + आक्षे,

अयमेव द्वितीयक्षेपेणर्णगतेन द्विक्षे १ गुणितः कृतः—आकव· प्र· द्विक्षे —आक्षे·द्विक्षे,

एवं वज्राभ्यासयोगरूपकनिष्ठस्य वर्गः प्रकृतिगुणितः षट्खण्डात्मको जातः

(आकव· द्विकव·प्रव + आकव· द्विक्षे· प्र + आक·द्विक· आज्ये· द्विज्ये· प्र २ — आकव· प्र· द्विक्षे + आज्येव· द्विज्येव — आक्षे· द्विक्षे,

अत्र द्वितीयचतुर्थखण्डयोस्तुल्ययोर्द्धनर्णयोर्नाशे कृते तदनन्तरमाद्यक्षेपद्वितीयक्षेपघातरूपक्षेपः (आक्षे· द्विक्षे) योजने कृते जातो ज्येष्ठवर्गः = आकव· द्विकव· प्रव + आक· द्विक· आज्ये· द्विज्ये· प्र २ + आज्येव· द्विज्येव,

अस्य मूलं ज्येष्ठं = आक· द्विक· प्र + आज्ये· द्विज्ये,

अतो लघ्वोराहतिः प्रकृत्या क्षुणा ज्येष्ठाभ्यासयुग् ज्येष्ठमूलं, क्षेपोऽत्रापि च क्षेपघात इति सर्वमुपपन्नम्।

एवं वज्राभ्यासान्तररूप (— आक·द्विज्ये + द्विज्ये·आक) कनिष्ठकल्पने प्रोक्तरीत्यैवान्तरभावनोपपत्तिर्ज्ञातव्या,

इयं युक्तिर्मुनीश्वरकृता तथा कमलाकरोक्ता च लिख्यते—

प्रकृतिगुणस्य कनिष्ठवर्गस्य ज्येष्ठवर्गाच्छुद्धस्यावशिष्टं क्षेपसंज्ञं एवं क्षेपौ

{ — प्र· आकव + आज्येव,
  — प्र· द्विकव + द्विज्येव,

अनयोर्घातः खण्डचतुष्टयात्मकः क्षेपः सिद्धः प्रव·आकव· द्विकव — प्र· आज्येव· द्विकव — प्र, द्विज्येव· आकव + आज्येव· द्विज्येव,

अयं येन युतः सन्मूलदः स्यात्स च कनिष्ठवर्गः प्रकृतिगुण एवातस्तस्य प्रकृतिभक्तस्य मूलमेव कनिष्ठं क्षेपद्वयघातमितक्षेपे भवति योजने कृते यन्मूलं तदेव ज्येष्ठम्।

अतोऽत्र खण्डचतुष्टयात्मकक्षेपे इदं खण्डद्वयं (— प्र· आज्येव· द्विकव + प्र· द्विज्येव· आकव) क्षिप्तं तदा समयोर्द्धनर्णयोर्नाशे जातम् =

प्रव· आकव· द्विकव + आज्येव· द्विज्येव ,

अत्रैतयोर्मूलघातो द्विगुणश्च (आक· द्विक· आज्ये· द्विज्ये० प्र २) प्रक्षिप्तस्तदास्य मूलं ज्येष्ठं सिद्धं=प्र· आक·द्विक + आज्ये· द्विज्ये,

यद्योजितं खण्डत्रयं प्र· आज्येव·द्विकव + प्र· द्विज्येव· आकव + आक· द्विक· आज्ये· द्विज्ये· प्र २,

तस्य प्रकृतिभक्तस्य मूलं कनिष्ठं सिद्धम्=

आज्ये· द्विक १ द्विज्ये· आक १

एतेन योगभावनोपपन्ना ।

अत्र कनिष्ठद्वयज्येष्ठद्वयप्रकृतिघातो द्विगुण ऋणगतश्च आक· द्विक· आज्ये· द्विज्ये· प्र २ यदि प्रक्षिप्यते तदा शेषमूलं ज्येष्ठं (—प्रआक·द्विक + आज्ये· द्विज्ये)

प्रोक्तरीत्या कनिष्ठं (—आज्ये द्विक + द्विज्ये आक),

एतेनान्तरभावनोपपत्तिरुत्पद्यते लाघवेनैवेति ।

इष्टस्य यो वर्गः या प्रकृतिः तयोरन्तरं कार्यं तेन द्विगुणमिष्टं भजेत् तल्लब्धं एकसंयुतावेकक्षेपे कनिष्ठपदं स्यात् ।

ततो ज्येष्ठं पूर्वरीत्या साध्यं तत इह कनिष्ठज्येष्ठयोर्भावनावशान्तथेष्टवशादानन्त्यमिति

अत्रोपपत्तिः—

द्विघ्नमिष्टं कनिष्ठं कल्पितं इ२ तद्वर्गः प्रकृतिगुणः इव · प्र · ४

अयमिष्टवर्गप्रकृत्योश्चतुर्गुणो घातस्सचेष्टवर्गप्रकृत्योरन्तरवर्गतुल्यक्षेपयुक्तस्तदा वर्ग एव ज्येष्ठवर्गत्वेन कल्पितस्तन्मूलं ज्येष्ठमिष्टवर्गप्रकृत्योर्युतितुल्यं स्यात् ।

राश्योश्चतुर्गुणघातस्य राश्यन्तरवर्गयुतिवर्गतुल्यत्वात् ।

अत्रेष्टवर्गप्रकृत्यन्तर (इव१ प्र१) वर्गक्षेपे द्विगुणेष्टं कनिष्ठं सिद्धमपेक्षितमेकक्षेपे तेनेष्टवर्गहृतक्षेप इति सूत्रेणेष्टवर्गप्रकृत्यन्तरतुल्यमिष्टं कल्पितं , अस्य वर्गेणेष्टवर्गप्रकृत्यन्तरवर्गेण क्षेपस्तत्तुल्य एव हृतस्तदा रूपं लभ्यते स एव क्षेपो जातः, अथ द्विघ्नमिष्टं कनिष्ठमिष्टवर्गप्रकृत्यन्तरेण भक्तं तदा रूपक्षेपसम्बन्धिकनिष्ठं जातमेतेन यथोक्तमुपपन्नम् ।

अत्रेष्टवर्गप्रकृत्योर्योगोन्तरेण भक्तस्तर्हि ज्येष्ठं स्यात्

अथान्यथा नवीनकृतवासना—

यथा कनिष्ठं यावन्तावत् या १,

इष्टं ह्रस्वमित्यादिना जातो रूपक्षेपे ज्येष्ठवर्गः याव· प्र + १

अथेष्ट गुणितकनिष्ठं रूपयुतं ज्येष्ठं कल्पितं याइ· + रू१अस्य वर्गेण याव·इव१याइ२रू१समीकरणार्थंन्यासः—

याव प्र १ याव · इव १
=या · इ २,
याव · प्र १ रू १=
याव इ · व १ याइ२रू१,

समशोधनात्पक्षौ

यावताऽपवर्तितौ ।

$$\text{या}\cdot\text{प्र}-\text{या}\cdot\text{इव} = \text{इ}२$$

अत्रेष्टवर्गेण प्रकृतिच्युतेन प्र—इव,

पक्षौ भक्तौ तत्र प्रथमपक्षे लब्धं या,

द्वितीयपक्षे तु द्विघ्नमिष्टं हरेण भक्तमिति यावन्मानं तदेव कनिष्ठमिति यथोक्तमुपपन्नम् ।

अत्र कनिष्ठं $\frac{\text{२इ}}{\text{प्र}-\text{इव}}$ मिंदमिष्टगुणं सरूपं जातं ज्येष्ठं $\frac{\text{इव}+\text{प्र}-\text{इव}}{\text{प्र}-\text{इव}}$ समखण्डयोर्द्धनर्णयोर्योगे जातं $\frac{\text{इव}+\text{प्र}}{\text{प्र}-\text{इव}}$,इष्टवर्गप्रकृत्योर्योगोन्तरभक्तो ज्येष्ठमत्रापि सिद्धम् ।

विमर्श०—इस तरह अनेक वर्ण समीकरण के उपयोगी कुट्टक को कह कर अनेकवर्णमध्यमाहरण के उपयोगी वर्गप्रकृति को कहते हैं।

पहले किसी एक राशि को इष्ट कल्पना कर उस के वर्ग को प्रकृति से गुणा करने से गुणन फल जो मिले उस में जो अङ्क युत या ऊन करने से मूलप्रद हो वह धन या ऋणक्षेप कहलाता है ।

मूल जो मिले उस को ज्येष्ठ मूल कहते हैं। इष्ट राशि को ह्रस्व, लघु और कनिष्ठ भी कहते हैं ।

पूर्व कथित प्रकार से एक तरह के ह्रस्व, ज्येष्ठ और क्षेप जान कर अनेक तरह के ह्रस्व, ज्येष्ठ और क्षेप जानने का प्रकार—

पूर्वसिद्ध ह्रस्व ज्येष्ठ और क्षेप को एक पंक्ति में लिख कर उस के नीचे दूसरी पंक्ति में उसी ह्रस्व, ज्येष्ठ और क्षेप को लिखना चाहिये।

अब इन दो पंक्तियों के द्वारा भावना वश अनेक ह्रस्व, ज्येष्ठ और क्षेप सिद्ध होंगे। उस भावना को कहते हैं ।

भावना दो तरह की होती हैं। एक समास भावना और दूसरी अन्तर भावना। पदों का महत्त्व जानने के लिये पहले समास भावना को बताते हैं।

ज्येष्ठ और लघु का जो वज्राभ्यास (तिर्यग्गुणन) हों उन का योग ह्रस्व (कनिष्ठ होता है। अर्थात् ऊपर की पंक्ति में जो कनिष्ठ हो उस से अधःस्थित पंक्ति में स्थित ज्येष्ठ को और नीचस्थ पंक्ति में स्थित कनिष्ठ से ऊपर में स्थित ज्येष्ठ को गुणा कर गुणन फलों का योग करने से योग फल कनिष्ठ होता है।

कनिष्ठों के घात को प्रकृति से गुणा कर गुणन फल में ज्येष्ठों के घात को जोड़ने से जो योग फल हो वह ज्येष्ठ मूल होगा। और दोनों क्षेपों का घात नतन क्षेप होगा। इस तरह समास भावना हुई।

अब अन्तर भावना को कहते हैं। इस से पदों का लघुत्व जाना जाता है।

जैसे ज्येष्ठ और कनिष्ठ का परस्पर वज्राभ्यास रूप घात के अन्तर कनिष्ठ होता है कनिष्ठों के घात को प्रकृति से गुणा कर एक स्थान में रखना, और ज्येष्ठों के घात को दूसरे स्थान में रखना, इन दोनों का अन्तर करने से ज्येष्ठ मूल होगा। तथा यहां पर भी क्षेपों के घात को क्षेप जानना चाहिए।

अब यहां पर कुछ विशेष बात को कहते हैं।

पहले जिस क्षेप में कनिष्ठ और ज्येष्ठ सिद्ध हुए हैं, अगर वह क्षेप इष्ट वर्ग के भाग देने से अभीष्ट क्षेप हो जाय तो कनिष्ठ और ज्येष्ठ पद में केवल इष्ट के भाग देने से अभीष्ट कनिष्ठ और ज्येष्ठ पद हो जायगा।

अगर इष्ट वर्ग से गुणित क्षेप क्षेप हो जाय तो इष्ट गुणित कनिष्ठ और ज्येष्ठ, कनिष्ठ और ज्येष्ठ होंगे।

फिर कुछ विशेष कहते हैं।

इष्टवर्ग, प्रकृति इन दोनों का अन्तर कर के जो हो उस से द्विगुणित इष्ट में भाग देने से रूप क्षेप में कनिष्ठ हो जायगा।

फिर उस कनिष्ठ पर से "इष्टं ह्रस्वं तस्य वर्गः प्रकृत्या क्षुण्णः" इत्यादि सूत्रोक्तनियमानुसार ज्येष्ठ लाना चाहिए। इस तरह कनिष्ठ, ज्येष्ठ के द्वारा भावना वश अनेक कनिष्ठ ज्येष्ठ सिद्ध होंगे।

नवीनोपपत्तिः—

अथालापानुसारेण—

$\text{क}^{2}\cdot\text{प्र}\pm\text{क्षे}=\text{ज्ये}^{2}$,

$\text{क}'^{2}\cdot\text{प्र}\pm\text{क्षे}'=\text{ज्ये}'^{2}$,

अतः $\pm\text{क्षे}=\text{ज्ये}^{2}-\text{क}^{2}\,\text{प्र}, = (\text{१})$,

$\pm\text{क्षे}'=\text{ज्ये}'^{2}-\text{क}'^{2}\,\text{प्र}\ (\text{२})$,

(१), (२); पक्षयुगलयोर्घातेन—

$(\pm\text{क्षे})\times(\pm\text{क्षे}')=(\text{ज्ये}^{2}-\text{क}^{2}\,\text{प्र})\,(\text{ज्ये}'^{2}-\text{क}'^{2}\,\text{प्र})$,

वा $\text{क्षे}\times\text{क्षे}'=\text{ज्ये}^{2}\cdot\text{ज्ये}'^{2}-\text{क}^{2}\cdot\text{प्र}\cdot\text{ज्ये}'^{2}-\text{क}'^{2}\cdot\text{प्र}\cdot\text{ज्ये}^{2}+\text{क}^{2}\cdot\text{क}'^{2}\cdot\text{प्र}^{2}$

द्वितीयपक्षे $\text{२ प्र}\cdot\text{क}\cdot\text{क}'\cdot\text{ज्ये}\cdot\text{ज्ये}'$, एतत्समानं वियोजनेन योजनेन च विकाराभावाज्जातौ पक्षौ—

$\text{क्षे}\cdot\text{क्षे}'=\text{ज्ये}^{2}\cdot\text{ज्ये}'^{2}-\text{क}^{2}\,\text{प्र}\cdot\text{ज्ये}'^{2}-\text{क}'^{2}\,\text{प्र}\cdot\text{ज्ये}^{2}+\text{क}^{2}\,\text{क}'^{2}\,\text{प्र}^{2}+$
$\text{२ प्र}\cdot\text{क}\cdot\text{क}'\cdot\text{ज्ये}\cdot\text{ज्ये}'-\text{२ प्र}\cdot\text{क}\cdot\text{क}\cdot\text{ज्ये}\cdot\text{ज्ये}'=$
$\text{ज्ये}^{2}\,\text{ज्ये}'^{2}\pm\text{२ प्र}\cdot\text{क}\cdot\text{क}'\cdot\text{ज्ये}\cdot\text{ज्ये}'+\text{क}^{2}\cdot\text{क}'^{2}\cdot\text{प्र}^{2}-$
$\text{ज्ये}^{2}\cdot\text{क}'^{2}\cdot\text{प्र}\mp\text{२ प्र}\cdot\text{क}\cdot\text{क}\cdot\text{ज्ये}\cdot\text{ज्ये}'-\text{प्र}\cdot\text{क}^{2}\cdot\text{ज्ये}'^{2}=$
$(\text{ज्ये}\cdot\text{ज्ये}'\pm\text{प्र}\cdot\text{क}\cdot\text{क}')^{2}-\text{प्र}\,(\text{ज्ये}\cdot\text{क}'\pm\text{ज्ये}'\cdot\text{क})^{2}$

अत्र कनिष्ठमानं $\text{ज्ये}\cdot\text{क}'\pm\text{ज्ये}'\cdot\text{क}$, एन्मितम्,

ज्येष्ठपदमानं च ज्ये · ज्ये' ± प्र · क · क', एतन्मितमतः क्षेपः क्षे × क्षे' एतन्मितः सिद्ध इत्युपपन्नं ,"इष्टं ह्रस्व" मित्यारभ्य क्षेपघात इत्यन्तम् ।

आलापोक्त्या—

प्र· क^{२} ± क्षे = ज्ये^{२},

पक्षाविष्टवर्गेण हृतौ जातौ—

प्र· $\frac{क^{२}}{इ^{२}} \pm \frac{क्षे^{२}}{इ^{२}} = \frac{ज्ये^{२}}{इ^{२}}$,

वा प्र $\left(\frac{क}{इ}\right)^{२} \pm \frac{क्षे}{इ^{२}} = \left(\frac{ज्ये}{इ}\right)^{२}$, एतेन "इष्टवर्गहृतः क्षेप" इत्यादेः पूर्वार्धमुपपन्नम् ।

अथोत्तरार्धोपपत्तिः—

यदि पक्षाविमौ प्र · क^{२} ± क्षे = ज्ये^{२}, इष्टवर्गेण गुण्येते तदा—

इ^{२} · प्र · क^{२} ± क्षे · इ^{२} = ज्ये^{२} · इ^{२},

वा प्र (इ · क)^{२} ± इ^{२} · क्षे = (ज्ये · इ)^{२} ।

अत्र इ · क = कनिष्ठम् , इ · ज्ये = ज्येष्ठम् , तथा इ^{२} · क्षे = क्षेपः, एतेन परार्धमप्युपपन्नम् ।

अथ "इष्टवर्गप्रकृत्योर्यद्विवरं" इत्यादेरुपपत्तिः—

अत्र प्रथमं महामहोपाध्याय-श्रीबापूदेवशास्त्रिमहोदय कृतोपपत्तिः प्रदर्श्यते,

कनिष्ठम्=या, ततो रूपक्षेपे ज्येष्ठम् = $\sqrt{या^{२} · प्र + १}$ ।

तथा कल्पितं ज्येष्ठम् = या० इ + १,

अतः या·इ + १ = $\sqrt{या^{२} · प्र + १}$,

पक्षयोर्वर्गकरणेन या^{२}· इ^{२} + २ या·इ + १ = या^{२}· प्र + १

अथवा या^{२}· इ^{२} + २या· इ = या·^{२} प्र,

अतः २ या· इ = या^{२}· प्र — या·^{२} इ^{२} = या^{२} (प्र — इ^{२}),

पक्षौ या अनेन भक्तौ तदा—

२ इ = या (प्र — इ^{२})

अतः या = $\frac{२इ}{प्र — इ^{२}}$ = कनिष्ठमानमित्युपपन्नं सर्वम् ।

अथवा बीजाङ्कुराकारश्रीकृष्णदैवज्ञकृतोपपत्तिः—

कल्प्यते कनिष्ठम्=क, ज्येष्ठम्=ज्ये, क्षेपः=क्षे ।

अत्र यदि कनिष्ठम्=२इ ।

अस्य वर्गः प्रकृत्या गुणितः=प्र·इ^{२}४, अयमिष्टवर्गप्रकृत्योश्चतुर्घाततुल्यः ।

परन्तु यतः यु^{२} – ४ घा = अं^{२},

अतः (प्र + इ^{२})^{२} — प्र· इ^{२} ४ = (प्र – इ·^{२})^{२}

अत्र वर्गप्रकृतिप्रतिपादितनियमानुसारेण—

ज्ये = प्र + इ^{२}, क = २इ, क्षे = (प्र − इ^{२})^{२},

तत इष्टम् = प्र − इ^{२}, एतन्मितं प्रकल्प्य "इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इत्यनेन नूतन कनिष्ठज्येष्ठक्षेपाः—

$$\text{कनिष्ठम्} = \frac{२इ}{प्र - इ^{२}}, \quad \text{ज्येष्ठम्} = \frac{प्र + इ^{२}}{प्र - इ^{२}}, \quad \text{क्षेपः} = १ ।$$

अत उपपन्नं सर्वम् ।

अथवोपपत्तिः—

प्रथमं रूपमितं कनिष्ठं, क्षेपं "इ^{२} − प्र" एतन्मितञ्च प्रकल्प्य "इष्टं ह्रस्वं तस्य वर्गः" इत्यादिना ज्येष्ठपदम् = इ ।

अतो जाताः क्रमेण ह्रस्वज्येष्ठक्षेपाः १, इ, इ^{२} − प्र ।

अत्र तुल्यभावनया कनिष्ठज्येष्ठक्षेपाः—

२ इ, प्र + इ^{२}, (इ^{२} − प्र)^{२} ।

अत्रेष्टम् = इ^{२} − प्र, प्रकल्प्य

"इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इत्यादिना कनिष्ठज्येष्ठक्षेपाः—

$$\frac{२इ}{इ^{२} - प्र}, \frac{प्र + इ^{२}}{इ^{२} - प्र}, १$$; अत उपपन्नं सर्वम् ।

उदाहरणम्—

को वर्गोऽष्टहतः सैकः कृतिः स्याद्गणकोच्यताम् ।
एकादशगुणः को वा वर्गः सैकः कृतिर्भवेत् ॥ १ ॥

प्रथमोदाहरणे न्यासः प्र ८ । क्षे १ ।

अत्रैकमिष्टं ह्रस्वं प्रकल्प्य जाते मूले सक्षेपे क १ ज्ये ३ क्षे १ । एषां भावनार्थं न्यासः प्र ८,

क १ ज्ये ३ क्षे १ ।
क १ ज्ये ३ क्षे १ ।

वज्राभ्यासौ ज्येष्ठलघ्वोरित्यादिना प्रथमकनिष्ठद्वितीयज्येष्ठमूलाभ्यासः ३ । द्वितीयकनिष्ठप्रथमज्येष्ठमूलाभ्यासः ३ । अनयोरैक्यं ६ कनिष्ठपदं स्यात् । कनिष्ठयोराहतिः १ प्रकृतिगुणा ८ ज्येष्ठयोरभ्यासेन ९ अनेन युता १७ ज्येष्ठपदं स्यात् । क्षेपयोराहतिः क्षेपकः स्यात् १ । प्राङ्मूलक्षेपाणामेभिः सह भावनार्थं न्यासः—

प्र ८, क १ ज्ये ३ क्षे १ ।
क ६ ज्ये १७ क्षे १ ।

भावनया लब्धे मूले क ३५ ज्ये ९९ क्षे १ । एवं पदानामानन्त्यम् ।

द्वितीयोदाहरणे रूपमिष्टं कनिष्ठं प्रकल्प्य तद्वर्गात् प्रकृतिगुणात् ११ रूपद्वयमपास्य मूलं ज्येष्ठम् ३।

अत्र भावनार्थं न्यासः—प्र ११, क १ ज्ये ३ क्षे २।
क १ ज्ये ३ क्षे २।

प्राग्वल्लब्धे चतुःक्षेपमूले क ६ ज्ये २० क्षे ४। "इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इत्यादिना जाते रूपक्षेपमूले क ३ ज्ये १० क्षे १। अतस्तुल्यभावनया वा कनिष्ठज्येष्ठमूले जाते क ६० ज्ये १९९ क्षे १। एवमनन्तमूलानि। अथवा रूपं कनिष्ठं प्रकल्प्य जाते पञ्चक्षेपपदे क १ ज्ये ४ क्षे ५, अतस्तुल्यभावनया मूले क ८ ज्ये २७ क्षे २५। "इष्टवर्गहृतः" इत्यादिना पञ्चकमिष्टं प्रकल्प्य जाते रूपक्षेपपदे क $\frac{८}{५}$ ज्ये $\frac{२७}{५}$ क्षे १।

अनयोः पूर्वमूलाभ्यां सह भावनार्थं न्यासः—

प्र ११, क $\frac{८}{५}$ ज्ये $\frac{२७}{५}$ क्षे १।
क ३ ज्ये १० क्षे १।

भावनया लब्धे मूले क $\frac{१६१}{५}$ ज्ये $\frac{५३४}{५}$ क्षे १।

अथवा ह्रस्वं वज्राभ्यासयोरन्तरमित्यादिना कृतया भावनया जाते मूले क $\frac{१}{५}$ ज्ये $\frac{६}{५}$ क्षे १। एवमनेकधा "इष्टवर्गप्रकृत्योर्यद्विवरं तेन वा भजेत्" इत्यादिना पक्षान्तरेण पदे रूपक्षेपे प्रतिपाद्येते। तत्र प्रथमोदाहरणे रूपत्रयमिष्टं प्रकल्पितम् ३। अस्य वर्गः ९। प्रकृतिः ८। अनयोरन्तम् १। अनेन द्विघ्नमिष्टं भक्तं ६ जातं रूपक्षेपे कनिष्ठपदमतः पूर्ववज्ज्येष्ठम् १७। एवं द्वितीयोदाहरणेऽपि रूपत्रयमिष्टं प्रकल्प्य जाते कनिष्ठज्येष्ठे ३, १०। एवमिष्टवशात् समासान्तरभावनाभ्यां च पदानामान्त्यम्।

इति वर्गप्रकृतिः।

सु०—भो गणक को वर्गोऽष्टगुणितः सैकः कृतिः स्यादित्युच्यतां, तथा कोवर्ग एकादशगुणः सैकः कृतिः स्यादित्यप्युच्यताम्

उदाहरणम्—

प्रथमोदाहरणे न्यासः प्र ८ क्षे १,

इष्टं १ कनिष्ठं १ अस्य वर्गः १ प्रकृत्या ८ गुणितः ८ एक १ युतः ९ अस्य मूलं ज्येष्ठं ३,

अथात्र तुल्य भावनार्थं न्यासः प्र ८, क ज्ये ३ क्षे १,
क ज्ये ३ क्षे १,

अत्र वज्राभ्यासौ ज्येष्ठलघ्वोरित्यादिना प्रथमकनिष्ठ १ द्वितीयज्येष्ठ ३ घातः ३, द्वितीयकनिष्ठ १ प्रथमज्येष्ठयो ३ रभ्यासः ३, अनयोरैक्यं ६ कनिष्ठपदं स्यात्,

कनिष्ठयो १।१ राहतिः १ प्रकृति ८ गुणा ८ ज्येष्ठयो ३।३ रभ्यासेन ९ युता १७ ज्येष्ठपदं १७,

क्षेपयो १।१ राहतिः क्षेपः १ स्यात्,

पूर्वकनिष्ठ १ ज्येष्ठ ३ क्षेपाणा १ मेभिः सह भावनार्थं न्यासः क१ज्ये३क्षे१
क६ज्ये१७क्षे१

अत्र वज्राभ्यासयो १७। १८ रैक्यं कनिष्ठं ३५, लघ्वो १, ६ राहतिः ६ प्रकृत्या गुणा ४८ ज्येष्ठयो ३।१७ रभ्यासेन ५१ युता ज्येष्ठं ९९ क्षेपयो १।१ रभ्यासः क्षेपः १ एवमानन्त्यम्।

एवं द्वितीयोदाहरणे रूपमिष्टं कनिष्ठं १ प्रकल्प्य तद्वर्गो १ ऽप्रकृति ११ गुणा ११ द्रूपद्वय २ मपास्य ९ मूलं ज्येष्ठं ३,

अत्र भावनार्थं न्यासः—प्र११, क१ज्ये३क्षे२
क१ज्ये३क्षे२

ज्येष्ठलघ्वोर्वज्राभ्यासौ ३।३ अनयोरैक्यं ६ ह्रस्वं, लघ्वोराहतिः १ प्रकृति ११ गुणा ११ ज्येष्ठाभ्यासेन ९ युता ज्येष्ठमूलं २०, क्षेपयोर्घातः क्षेपः ४,

क्रमेण न्यासः क ६ ज्ये २० क्षे ४,

अत्र रूपद्वयमिष्टं २ कल्पितं अस्य वर्गेण ४ क्षेपो ४ हृतः जातः क्षेपः १, इष्ट २ भाजिते मूले जाते कनिष्ठज्येष्ठमूले क ३ ज्ये १० क्षेपः १,

अथ समासभावनार्थं न्यासः—क ३ ज्ये १० क्षे १,
क ३ ज्ये १० क्षे १,

वज्राभ्यासौ ३०।३० अनयोरैक्यं ह्रस्वं ६०, लघ्वोराहतिः ९ प्रकृति ११ गुणा ९९ ज्येष्ठाभ्यासेन १०० युक्ता १९९ ज्येष्ठमूलम् १९९, क्षेपयोराहतिः क्षेपः १,

क्रमेण न्यासः क ६० ज्ये १९९ क्षे १,

एवमनन्तानि मूलानीति।

अथवा इष्टं ह्रस्वं १ अस्य वर्गः १ प्रकृति ११ गुणाः ११ पञ्चक्षेप ५ युतः १६ अस्य मूलं ४ ज्येष्ठम्।

क्रमेण न्यासः क १ ज्ये ४ क्षे ५,

भावनार्थं न्यासः—क १ ज्ये ४ क्षे ५,
क १ ज्ये ४ क्षे ५,

वज्राभ्यासयोरैक्यं कनिष्ठं ८, लघ्वोराहतिः १ प्रकृति ११ गुणा ११ ज्येष्ठाभ्यासेन १६ युता ज्येष्ठं २७, क्षेपयोराहतिः २५ क्षेपः,

न्यासः क ८ ज्ये २७ क्षे २५,

इष्टवर्गहृत इति सूत्रेण पञ्चकमिष्टं प्रकल्प्य जाते रूपक्षेपे मूले क $\frac{८}{५}$ ज्ये $\frac{२७}{५}$ क्षे १

अनयोः पूर्वमूलाभ्यां सह भावनार्थं न्यास—

प्र ११, क $\frac{८}{५}$ ज्ये $\frac{२७}{५}$ क्षे १

क ३ ज्ये १० क्षे १

भावनया जाते मूले

क $\frac{१६१}{५}$ ज्ये $\frac{५३४}{५}$ क्षे १

अथवा ह्रस्वं वज्राभ्यासयोरन्तरं वेत्यादिना वज्राभ्यासौ $\frac{९०}{८}$ । $\frac{९}{८}$ अनयोरन्तरं कनिष्ठं $\frac{१}{८}$, लघ्वोराहतिः $\frac{२४}{८}$ प्रकृत्या ११ गुणिता $\frac{२६४}{८}$ ज्येष्ठाभ्यासः $\frac{२७०}{८}$ अनयोरन्तरं ज्येष्ठं $\frac{६}{८}$,

अनयोः क्षेपयोर्घातः क्षेपः १,

क्रमेण न्यासः क $\frac{१}{८}$ ज्ये $\frac{६}{८}$ क्षे १,

एवमनेकधेति इष्टवर्गप्रकृत्योर्यद्विवरं तेन वा भजेदित्यादिना रूपक्षेपे पदोदाहरणं-यथा अत्र रूपत्रयमिष्टं ३ अस्य वर्गः ९ प्रकृतिः ८ अनयोरन्तरं १ अनेन द्विघ्नमिष्टं ६ भक्तं लब्ध ६ जातं रूपक्षेपे कनिष्ठपदं ६, अस्य वर्गः ३६ प्रकृति ८ गुणः २८८ सैकः २८९ अस्य मूलं ज्येष्ठपदं १७, क्षेपः १,

एवं द्वितीयोदाहरणे इष्टं ३ अस्य वर्गः ९ प्रकृतिः ११ अनयोरन्तरेण २ द्विगुणमिष्टं ६ भक्तं कनिष्ठपदं ३ अस्य वर्गः ९ प्रकृत्या ११ गुणितः ९९ सरूपः १०० अस्य पदं १० ज्येष्ठं १०,

क्रमेण न्यासः क ३ ज्ये १० क्षे १,

एवमिष्टवशात्समासान्तरभावनाभ्यां च पदानामायन्त्यमिति ।

विमला—कौन ऐसा अङ्क है, जिस को आठ से गुणा कर एक जोड़ देते हैं तो वर्ग होता है ।

वा कौन सा वर्ग है जिस को ग्यारह से गुणा कर एक जोड़ देते हैं तो वर्ग होता है ।

उदाहरण—

यहाँ पर प्रकृति = ८, क्षेप = १, है ।

कनिष्ठ एक कल्पना कर इस का वर्ग = १ को प्रकृति आठ से गुणा किया तो आठ ही हुआ । इस में एक जोड़ दिया तो ९ हुआ, इस का मूल ३ ज्येष्ठ पद हुआ ।

अतः क्रम से कनिष्ठ, ज्येष्ठ और क्षेप (क १ ज्ये ३ क्षे १)

अब तुल्य भावना के लिये न्यास—

क १ ज्ये ३ क्षे १,
क १ ज्ये ३ क्षे १,

अब "वज्राभ्यासौ ज्येष्ठलघ्वोस्तदैक्यं" इत्यादि सूत्र के अनुसार पहिले कनिष्ठ १ और दूसरे ज्येष्ठ ३ का घात किया तो ३ हुआ। फिर दूसरे कनिष्ठ १ और पहिले ज्येष्ठ ३ का घात किया तो ३ ही हुआ।

दोनों घात फलों का योग ६ नूतन कनिष्ठ हुआ।

दोनों कनिष्ठों के घात १ × १ = १ को प्रकृति आठ से गुणा करने से आठ ही हुआ। इस में दोनों ज्येष्ठों के घात ३ × ३ = ९ जोड़ दिया तो १७ ज्येष्ठ पद हुआ। दोनों क्षेपों के घात १ × १ = १ क्षेप हुआ।

अतः नूतन कनिष्ठ ज्येष्ठ क्षेप=(क ६ ज्ये १७ क्षे १)

अब पूर्व सिद्ध कनिष्ठ ज्येष्ठ क्षेपों को अभी सिद्ध कनिष्ठ ज्येष्ठ क्षेपों के साथ भावना के लिये न्यास—

क १ ज्ये ३ क्षे १,
क ६ ज्ये १७ क्षे १,

यहां प्रथम पंक्तिस्थ कनिष्ठ और द्वितीय पंक्तिस्थ ज्येष्ठ का घात=१७ हुआ। द्वितीय पंक्तिस्थ कनिष्ठ और प्रथम पंक्तिस्थ ज्येष्ठ का घात = १८ हुआ। इन दोनों घात फलों का योग करने से कनिष्ठ = ३५ हुआ।

दोनों पंक्तिस्थ कनिष्ठों का घात फल = १ × ६ = ६ को प्रकृति आठ से गुणा किया तो ४८ हुआ। इस में दोनों पंक्तिस्थ ज्येष्ठों के घात ३ × १७ = ५१ को जोड़ने से ज्येष्ठ पद = ९९ हुआ।

तथा क्षेपों के घात = १ × १ = १ क्षेप हुआ।

अतः क ३५ ज्ये ९९ क्षे १।

इस तरह भावना वश अनेक कनिष्ठ, ज्येष्ठ और क्षेप सिद्ध होंगे।

दूसरा उदाहरण—

प्रकृति = ११, क्षेप = १।

यहां पर कनिष्ठ = १ कल्पना कर के इस का वर्ग १ को प्रकृति ११ से गुणा किया तो ११ हुआ, इस में दो घटाने से शेष = ९ का मूल=३ ज्येष्ठ पद हुआ।

अतः क १ ज्ये ३ क्षे २̇ हुआ

अब तुल्य भावना के लिये न्यास—

क १ ज्ये ३ क्षे २̇,
क १ ज्ये ३ क्षे २̇,

यहां परस्पर कनिष्ठ ज्येष्ठों के वज्राभ्यास (घात) ३,३ हुआ, दोनों का योग कनिष्ठ=६ हुआ।

दोनों कनिष्ठों के घात १ × १ = १ को प्रकृति ११ से गुणा किया तो ११ हुआ, इस में दोनों ज्येष्ठों के घात फल ३×३ = ९ को जोड़ दिया तो ज्येष्ठ पद= २० हुआ। क्षेपों के घात = २×२=४ क्षेप हुआ।

अतः क ६ ज्ये २० क्षे ४ यहां पर इष्ट=२ कल्पना कर उस के वर्ग = ४ से क्षेप में भाग दिया तो लब्धि = १ क्षेप हुआ। तथा केवल इष्ट दो से कनिष्ठ ज्येष्ठ पदों में भाग दिया तो कनिष्ठ=३, ज्येष्ठ=१० हुआ।

अतः क ३ ज्ये १० क्षे १ हुआ।

अब तुल्य भावना के लिये न्यास—

क ३ ज्ये १० क्षे १,
क ३ ज्ये १० क्षे १,

यहां परस्पर कनिष्ठ ज्येष्ठ पदों का घात (३०,३०) का योग=६० कनिष्ठ हुआ।

दोनों कनिष्ठों के घात ३ × ३=९ को प्रकृति ११ से गुणा किया तो=९९ हुआ। इस में ज्येष्ठों के घात=१०० को जोड़ दिया तो १९९=ज्येष्ठ पद हुआ।

अतः क ६० ज्ये १९९ क्षे १,

इस तरह भावना वंश अनेक पद सिद्ध करना चाहिए।

अथवा—इष्ट १ को कनिष्ठ मान कर उस के वर्ग=१ को प्रकृति ११ से गुणा किया तो ११ हुआ, इस में क्षेप ५ जोड़ दिया तो=१६ हुआ, इस का मूल=४ ज्येष्ठ पद हुआ।

अतः क १ ज्ये ४ क्षे ५ सिद्ध हुआ।

अब तुल्य भावना के लिये न्यास—

क १ ज्ये ४ क्षे ५,
क १ ज्ये ४ क्षे ५,

यहां पर कनिष्ठ ज्येष्ठ पदों के घात का योग ४+४=८ कनिष्ठ हुआ। कनिष्ठों के घात १ को प्रकृति=११ से गुणा किया तो ११ हुआ। इस में ज्येष्ठों के घात = १६ को जोड़ दिया तो २७ ज्येष्ठ पद हुआ। क्षेपों के घात ५ × ५= २५ क्षेप हुआ।

अतः क ८ ज्ये २७ क्षे २५, सिद्ध हुआ।

यहां पर इष्ट=५ कल्पना कर के "इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इत्यादि सूत्र के अनुसार इष्ट वर्ग २५ से क्षेप में भाग दिया तो क्षेप=१ हुआ।

और केवल इष्ट=५ से कनिष्ठ ज्येष्ठ पदों में भाग देने से कनिष्ठ = $\frac{८}{५}$,

ज्ये $\frac{२७}{५}$, हुआ।

अतः क $\frac{८}{५}$ ज्ये $\frac{२७}{५}$ क्षे १ सिद्ध हुआ।

अब इस को पूर्व पद के साथ भावना के लिये न्यास—

क $\frac{८}{५}$ ज्ये $\frac{२७}{५}$ क्षे १,
क ३ ज्ये १० क्षे १,

पूर्ववत् भावना वश सिद्ध कनिष्ठ = $\frac{१६१}{५}$, ज्येष्ठ = $\frac{५३४}{५}$, क्षे = १।

अथवा "ह्रस्वं वज्राभ्यासयोरन्तरं वा" इत्यादि सूत्र के अनुसार दोनों वज्राभ्यासों का अन्तर = $\frac{८१}{५}$ — $\frac{८०}{५}$ = $\frac{१}{५}$ = कनिष्ठ पद हुआ।

तथा दोनों कनिष्ठों के घात = $\frac{८}{५}$ × ३ = $\frac{२४}{५}$ को प्रकृति = ११ से गुणा किया तो $\frac{२६४}{५}$ हुआ। ज्येष्ठों के घात = $\frac{२७}{५}$ × १० = $\frac{२७०}{५}$ हुआ, इन दोनों का अन्तर = $\frac{२७०}{५}$ — $\frac{२६४}{५}$ = $\frac{६}{५}$ = ज्येष्ठ पद हुआ, और क्षेपों का घात क्षेप = १ × १ = १ हुआ

अतः क $\frac{१}{५}$ ज्ये $\frac{६}{५}$ क्षे १ हुआ

"इष्टवर्गप्रकृत्योर्यद्विवरं तेन वा भजेत्" इस सूत्रके अनुसार रूप क्षेप में कनिष्ठ ज्येष्ठ पदों को सिद्ध करते हैं।

प्रथम उदाहरण में इष्ट = ३ कल्पना कर उस का वर्ग = ९, और प्रकृति = ८ का अन्तर किया तो १ हुआ, इस से द्विगुणित इष्ट = ६ में भाग दिया तो लब्धि = ६ आई, यही रूप क्षेप में कनिष्ठ पद हुआ।

इस के वर्ग = ३६ को प्रकृति से गुणा किया तो २८८ हुआ, इस में एक जोड़ने से मूल १७ मिला यही ज्येष्ठ पद हुआ।

अतः क ६ ज्ये १७ क्षे १ हुआ।

द्वितीय उदाहरण में इष्ट = ३ कल्पना कर उस का वर्ग = ९ और प्रकृति = ११ का अन्तर = २ का द्विगुणित इष्ट = ६ में भाग देने से लब्धि = ३ कनिष्ठ पद हुआ। इस के वर्ग = ९ को प्रकृति ११ से गुणा किया तो = ९९ हुआ, इस में एक जोड़ने से = १०० हुआ, इस का मूल = १० ज्येष्ठ पद हुआ। क्षेप = १ है।

अतः क ३ ज्ये १० क्षे १।

इस तरह भावना वश अनन्त पद सिद्ध होते हैं।

बुधनिवहवरेणथेणाच्युतानन्दनाम्ना विरचितविमलाख्या बीजगा चारुटीका।
नवगणितसुयुक्त्योद्देशकैः संस्कृताऽयात् गणितविषयरम्यं वर्गकृत्याभिधानम्॥

इति वर्गप्रकृतिः समाप्ता।

अथ चक्रवाले करणसूत्रं वृत्तचतुष्टयम्—

ह्रस्वज्येष्ठपदक्षेपान् भाज्यप्रक्षेपभाजकान्।
कृत्वा कल्प्यो गुणस्तत्र तथा प्रकृतितश्च्युते॥ १॥
गुणवर्गे प्रकृत्योनेऽथवाऽल्पं शेषकं यथा।

तत्तु क्षेपहृतं क्षेपो व्यस्तः प्रकृतितश्च्युते ॥ २ ॥
गुणलब्धिः पदं ह्रस्वं ततो ज्येष्ठमतोऽसकृत् ।
त्यक्त्वा पूर्वपदक्षेपाँश्चक्रवालमिदं जगुः ॥ ३ ॥
चतुर्द्व्येकयुतावेवमभिन्ने भवतः पदे ।
चतुर्द्विक्षेपमूलाभ्यां रूपक्षेपार्थभावना ॥ ४ ॥

सु० — अथ कनिष्ठज्येष्ठयोरभिन्नत्वार्थं चक्रवालाख्यां वर्गप्रकृतिमनुष्टुप्चतुष्टयेन निरूपयति—

प्रथमत इष्टं ह्रस्वं तस्य वर्गःप्रकृत्या निघ्न इत्यादिना ह्रस्वज्येष्ठक्षेपान् कृत्वा पश्चात्तान् ह्रस्वज्येष्ठक्षेपान् क्रमेण भाज्यक्षेपभाजकान् प्रकल्प्य कुट्टकेन गुणःसाध्यः

यथा गुणस्य वर्गे प्रकृतितश्च्युते प्रकृत्योने वा शेषमल्पं स्यात् तत्तु शेषं पूर्वक्षेपहृतं तत् क्षेपः स्यात् ।

गुणवर्गे प्रकृतितश्च्युते सत्ययं क्षेपो व्यस्तः स्यात्, धनं चेदृणं ऋणं चेद्धनमिति यावत्, यस्य गुणस्य वर्गेण प्रकृत्या सहान्तरं कृतं तस्य गुणस्य या लब्धिः तत्कनिष्ठपदं स्यात्,

ततः कनिष्ठज्येष्ठपदं पूर्ववत्स्यात्, अथ प्रथमकनिष्ठज्येष्ठक्षेपांश्च त्यक्त्वा अधुना साधितेभ्यः कनिष्ठज्येष्ठपदक्षेपेभ्यः पुनः कुट्टकेन गुणाप्ती आनीय उक्तवत्कनिष्ठज्येष्ठक्षेपाः साध्याः एवमसकृत्,

एतद्गणितमाचार्याश्चक्रवालमिति जगुः चक्रवालं तु मण्डलमित्यमरकोषोक्तेः,

एवं चक्रवालेन चतुर्द्व्येकयुतौ चतुःक्षेपे द्विकक्षेपे एकक्षेपे च अभिन्ने पदे भवत इदमुपलक्षणं यत्र कुत्रापि क्षेपे अभिन्ने पदे भवतः युतावपीत्युपलक्षणं तेन शुद्धावपीति ।

अथ रूपक्षेपपदानयने प्रकारान्तरमस्तीत्याह—

चतुर्द्विक्षेपमूलाभ्यामिति, चतुःक्षेपमूलाभ्यां द्विक्षेपमूलाभ्यां च रूपक्षेपार्थं भावना कार्येतिशेषः 'चतुःक्षेपे इष्टवर्गहृतः क्षेप इत्यादिना द्विक्षेपे तु तुल्यभावनया, चतुःक्षेपपदे प्रसाध्य पश्चादिष्टवर्गहृतः क्षेप इत्यादिना रुपक्षेपजे पदे वा भवत इत्यर्थः ।

अत्रोपपत्तिः—

इष्टवर्गहृतः क्षेप इति पद्येन चेत्क्षेपस्येष्टवर्गेण गुणनं क्रियते तर्हि कनिष्ठस्येष्टेन गुणनमुचितं तथा सति—

जातौ कनिष्ठ इ.क १ क्षेपौ इव· क्षे, अत्र पुनः क्षेपतुल्यमिष्टं कल्पितं,

तद्वर्गेण (क्षेव) क्षेपोऽयं हृतः $\frac{\text{इव· क्षे१}}{\text{क्षेव १}}$,

क्षेपेणापवर्तितो जातः क्षेपः $\frac{\text{इव १}}{\text{क्षे१}}$,

एवं कनिष्ठं क्षेपभाजितं जातं कनिष्ठं $\frac{\text{इ· क}}{\text{क्षे}}$,

अत्र कनिष्ठं येनेष्टेन गुणितं क्षेपभक्तं निःशेषं स्यादिति कुट्टकार्थे कनिष्ठं भाज्यं क्षेपं हारं च प्रकल्प्य क्षेपाभावे गुणाप्ती साध्ये तत्र लब्धिः कनिष्ठपदं गुणस्त्विष्टमेव इष्टवर्गः पूर्वक्षेपभक्तः क्षेपः स्यादिति रीत्या क्षेपस्याधिकत्वदर्शनादाचार्येणान्यथायतितम् ।

कनिष्ठं भाज्यं क्षेपं हारं ज्येष्ठपदं क्षेपं प्रकल्प्य $\frac{\text{क १ ज्ये १}}{\text{क्षे १}}$,

गुणाप्ती साधिते तत्र गुण एवेष्टं तथा लब्धिः कनिष्ठं स्यात्

गुणगुणितकनिष्ठं ज्येष्ठयुतं क्षेपभक्तं लब्धं कनिष्ठम् $\frac{\text{इ· क १ ज्ये· १}}{\text{क्षे १}}$

अस्य वर्गः प्रकृतिगुणितः प्र· इव· कव १ प्र· इ· क· ज्ये २ प्र· ज्येव १

अत्र कनिष्ठवर्गः प्रकृतिगुणः क्षेपयुतो ज्येष्ठवर्गः कव· प्र १ क्षे १ प्रकृतिगुणितस्तृतीयखण्डस्वरूपः प्रव· कव १ प्र· क्षे १,

एवं कनिष्ठवर्गः प्रकृतिगुणः प्र· इव· कव १ प्र· इ· क· ज्ये २ प्रव· कव १ प्र· क्षे १,

अयं येन युतः सन्मूलदो भवति स क्षेपः मूलं च ज्येष्ठं तत्र मूलग्रहणविचारे प्रथमखण्डतुल्यमृणं प्र· इव कव १̇ क्षिप्यते तदा प्रथमखण्डनाशस्तथा चतुर्थखण्डतुल्यमृणं प्र· क्षे १̇ क्षिप्यते तदा चतुर्थखण्डनाशः स्यात्, तृतीयखण्डमूलं प्र·क १ अनेन द्वितीयखण्डे प्र· इ· क· ज्ये २ भाजिते लब्धं इ· ज्ये २ अस्यार्द्धस्य इ·ज्ये १ वर्गोपि इव ज्येव १, यदि क्षिप्यते तदातन्मूलं इ·ज्ये १,

अस्य प्रथममूलस्य· प्र· क १ घातो द्विगुणो प्र· इ· क· ज्ये २ द्वितीयखण्डे यदि शोध्यते तदा तस्यापि नाशः स्यात्

एवं ज्ञातः क्षेपः प्र· इव· कव १̇ प्र· क्षे १̇ इव· ज्येव १,

अस्य योजने ज्येष्ठवर्गः $\frac{\text{प्रव· कव १ प्र· इ· क· ज्ये २ इव· ज्येव १}}{\text{क्षेव १}}$,

अस्य मूलं ज्येष्ठं $\frac{\text{प्र· क· १ इ· ज्ये १}}{\text{क्षे १}}$,

प्रकृतिगुणितं कनिष्ठमिष्टगुणितज्येष्ठयुतं क्षेपभक्तं ज्येष्ठं स्यादिति सिद्धम् ।

अथ क्षेपः $\frac{\text{प्र· इव· कव १̇ प्र·क्षे १̇ इव· ज्येव १}}{\text{क्षेव· १}}$,

अत्र प्रथमतृतीयखण्डे इष्टवर्गभक्ते जातं प्र·कव १̇ ज्येव १,

अयं क्षेप एव प्रकृतिगुणस्य कनिष्ठवर्गस्य ज्येष्ठवर्गादपनीतस्य क्षेपत्वात्,

अयमेवेष्टवर्गगुणो जातः पूर्वं तद्भक्तत्वात् इव· क्षे १,

एवं जातः क्षेपः $\frac{\text{प्र·क्षे } \dot{1} \text{ इव· क्षे } 1}{\text{क्षेव } 1}$,

क्षेपेणापवर्तितो जातः क्षेपः $\frac{\text{प्र } \dot{1} \text{ इव } 1}{\text{क्षे } 1}$,

तस्माद्गुणवर्गः प्रकृत्यूनः क्षेपभक्तः क्षेपः स्याद् गुणस्येष्टत्वकल्पनात्,

अथ कनिष्ठम् = $\frac{\text{इ· क } 1 \text{ ज्ये } 1}{\text{क्षे } 1}$,

ज्येष्ठं = $\frac{\text{प्र·क } 1 \text{ इ·ज्ये } 1}{\text{क्षे } 1}$,

क्षेपः = $\frac{\text{प्र } \dot{1} \text{ इव } 1}{\text{क्षे } 1}$,

एतेन

गुणवर्गे प्रकृत्योनेऽथवाल्पं शेषकं यथा । तत्तु क्षेपहृतं क्षेप इत्युपपन्नम् ।

अत्र पूर्वं प्रकृतिगुणे कनिष्ठवर्गे क्षेपो योजितोऽस्ति वा खण्डत्रयात्मकः क्षेपः· प्र· इव·कव १ प्र·क्षे १ इव· ज्येव $\dot{1}$ शोधितस्तदा संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेतीत्यादिना शोधितेऽपि· ज्येष्ठमूलं तदेव सिद्ध्यति किन्तु क्षेपोऽयं $\frac{\text{प्र } 1 \text{ इव } \dot{1}}{\text{क्षे } 1}$,

तृतीयखण्डस्य ऋणत्वादिष्टवर्ग एव प्रकृतौ शोध्यः क्षेपभाजितः क्षेपः स्यात्, अत्र क्षेपस्य ऋणत्वाद्व्यस्तः प्रकृतितश्च्युते इत्युपपन्नं, गुणस्य या लब्धिः सा ह्रस्वं पदं $\frac{\text{इ· क } 2 \text{ ज्ये } 1}{\text{क्षे } 1}$. एवं गुणकगुणितं ज्येष्ठं प्रकृतिगुणकनिष्ठेन युतं क्षेपभक्तं ज्येष्ठपदं सिद्धम् ।

अथात्र श्रीबापूदेवकृतोपपत्तिः—

प्रथमं रूपं कनिष्ठं १ प्रकृत्यूनइष्टवर्गः क्षेपः कल्पितः प्र $\dot{1}$ इव १,

अत्र कनिष्ठवर्गः १ प्रकृतिगुणः प्र १ क्षेप प्र $\dot{1}$ इव १ युतः इव १ तन्मूलमिष्टमेव ज्येष्ठं इ १,

अस्य ज्ञातकनिष्ठज्येष्ठक्षेपैर्भावनार्थं न्यासः
प्र १, क, ज्ये १, क्षे १,
रू १, इ १, प्र $\dot{1}$ इव १,

समासभावनार्थं वज्राभ्यासौ क· इ १ ज्ये १, अनयोर्योगः कनिष्ठम् ।

अथ लघ्वोराहतिः क १ प्रकृतिगुणा प्र·क १ ज्येष्ठाभ्यासेन इ·ज्ये १ युता जातं ज्येष्ठं प्र·क १ इ·ज्ये १,

क्षेपयोर्घातः क्षेपः प्र·क्षे $\dot{1}$ क्षे· इव १,

अथ पूर्वक्षेपतुल्यमिष्टं प्रकल्प्य इष्टवर्गहृतः क्षेप इति रीत्या साधिताः

$$\text{कनिष्ठ} = \frac{\text{इ· क १ ज्ये १}}{\text{क्षे १}},$$

$$\text{ज्येष्ठ} = \frac{\text{प्र· क १ इ· ज्ये}}{\text{क्षे १}},$$

$$\text{क्षेपाः} = \frac{\text{प्र·क्षे १̇ क्षे· इव १}}{\text{क्षेव १}},$$

$$\text{अत्र पूर्वक्षेपापवर्त्तितः क्षेपः} = \frac{\text{प्र १̇ इव १}}{\text{क्षे १}}$$

एतेन यथोक्तं लाघवेनैवोपपन्नम् ।

अत्र कनिष्ठस्याभिन्नत्वार्थं कुट्टकद्वारा गुणज्ञानं स एवेष्टसंज्ञः,

कनिष्ठगुणो ज्येष्ठयुतः क्षेपभक्तो लब्धिस्सैव कनिष्ठमिति ।

अथेष्टवर्गः प्रकृत्यूनः क्षेपभक्तः क्षेप इति सिद्धं तत्र यदि प्रकृताविष्टवर्गः शुद्धस्तदा शेषमृणं क्षेपभक्तं क्षेप ऋणगतः स्यादिति व्यस्तः प्रकृतितश्च्युते इति समीचीनमेव ।

वि०—भिन्न कनिष्ठ ज्येष्ठों को अभिन्न बनाने के लिये चक्रवाल को कहते हैं ।

इस चक्रवाल नामक गणित में पहले "इष्टं ह्रस्वं तस्य वर्गः प्रकृत्या क्षुण्णः" इत्यादि वर्ग प्रकृति में कथित सूत्र के अनुसार कनिष्ठ, ज्येष्ठ और क्षेप ला कर उन को क्रम से भाज्य, क्षेप और भाजक कल्पना कर के कुट्टक के अनुसार गुण लाना चाहिए ।

पर वह गुण इस तरह का होना चाहिये कि जिस के वर्ग को प्रकृति में या प्रकृति ही को उस में घटा ने से शेष थोड़ा रहै । उस शेष में पहले क्षेप का भाग देने से क्षेप होगा ।

यहां पर इतना ध्यान रखना चाहिए कि जहां पर गुणवर्ग प्रकृति में घटेगा वहां क्षेप व्यस्त हो जायगा, अर्थात् धन रहे तो ऋण, ऋण रहे तो धन हो जायगा

तथा जिस गुण के साथ प्रकृति का अन्तर किया गया है उस गुण की लब्धि कनिष्ठ पद होगा । बाद पूर्वकथित गणित के अनुसार कनिष्ठ वश ज्येष्ठ का सिद्ध करना चाहिये ।

अब इस के बाद पहले लाये हुए कनिष्ठ ज्येष्ठ क्षेपों को छोड़ कर नूतन कनिष्ठ ज्येष्ठ क्षेपों के वश कुट्टक रीति से गुण, लब्धि ला कर कनिष्ठ ज्येष्ठ और क्षेप सिद्ध करना चाहिए ।

इस तरह बार २ क्रिया करनी चाहिये, इस तरह चार, दो और एक धन में अभिन्न कनिष्ठ ज्येष्ठ होंगे ।

यहां उद्दिष्ट चार आदि संख्या और धन क्षेप उपलक्षण मात्र है । अतः इष्ट

संख्या के धन क्षेप या ऋण क्षेप में अभिन्न पद होंगे तथा यहां पर ४, २ क्षेपों को रूप क्षेप में लाने के लिये भावना करनी चाहिये।

अर्थात् जहां पर चार क्षेप हो वहां पर "इष्टवर्गं हृतः क्षेपः" इस सूत्र के अनुसार कनिष्ठ ज्येष्ठ क्षेपों को सिद्ध करना चाहिये।

जहां पर दो क्षेप हो वहां पर तुल्य भावना से चार क्षेप में कनिष्ठ ज्येष्ठ पदों को सिद्ध कर "इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इस सूत्र के अनुसार रूपक्षेप में कनिष्ठ ज्येष्ठ पदों को सिद्ध करना चाहिये।

नवीनोपपत्तिः—

चक्रो रथाङ्गं तदिव वलते परिवर्तते-इति चक्रवालः, अर्थादत्र कुट्टकवर्गप्रकृत्योश्चक्रवद्भ्रमणं भवति कुट्टकाद्वर्गप्रकृतेस्ततः कुट्टकस्य चावसरप्रसङ्गसंदर्शनात्। ननु वर्गप्रकृतिकुट्टकयोर्मिश्रणञ्चेदिदं गणितं किं पृथगुपन्यस्तमिति नाशङ्कनीयम्। यतो गणितविषये भिन्नाङ्कगणितापेक्षयाऽभिन्नाङ्कात्मकगणितेऽतिशयलाघवसंदर्शनात्, गणितेनानेन भिन्नङ्कयोः कनिष्ठज्येष्ठपदयोरभिन्नाङ्कत्वसाधनात्पृथगुपन्यस्तमिति युक्तमेव।

अथात्र कल्प्यते कनिष्ठम् $=$ १, अस्य वर्गः प्रकृतिगुणितः $=$ प्र, अत्र क्षेपः $=$ (इ^{२} $-$ प्र) इति योजनेन योगफलम् $=$ इ^{२}, अस्य मूलम् $=$ इ $=$ ज्येष्ठपदम्।

अत्र समासभावनार्थं कनिष्ठम $=$ १ $=$ क, ज्येष्ठम् $=$ इ $=$ ज्ये,

क्षेपः $=$ इ^{२} $-$ प्र $=$ क्षे, इति प्रकल्प्य न्यासः —

क, ज्ये, क्षे,
१, इ, इ^{२} $-$ प्र,

अत्र कनिष्ठम् $=$ क$'$ $=$ इ$\cdot$क $+$ ज्ये, ज्येष्ठम् $=$ ज्ये$'$ $=$ क$\cdot$प्र $+$ इज्ये, क्षेपः $=$ क्षे$'$ $=$ (इ^{२} $-$ प्र) क्षे।

अत्र क्षेप (क्षे) सममिष्टं प्रकल्प्य "इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इत्यादिना जाताः क्रमेण कनिष्ठज्येष्ठक्षेपाः—

$$\text{क}'' = \frac{\text{इ क} + \text{ज्ये}}{\text{क्षे}}, \quad \text{ज्ये}'' = \frac{\text{क}\cdot\text{प्र} + \text{इ ज्ये}}{\text{क्षे}} = \text{इ}^{२} - \text{प्र},$$

चेदत्र समायातमिदं भिन्नात्मककनिष्ठमानं $= \dfrac{\text{इ}\cdot\text{क} + \text{ज्ये}}{\text{क्षे}}$, अभिन्नात्मकमपेक्षितं स्यात्तदा—

भाज्यं $=$ क, क्षेप $=$ ज्ये, हारः $=$ क्षे, इति प्रकल्प्य कुट्टकेनानीता लब्धिरभिन्नात्मका नूतनज्येष्ठसमा, गुण इष्टसमश्च स्यात्।

अथ "इष्टातह्रस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादिप्रकारेण गुणस्यास्य "इ", समस्य तथा मानमानेतव्यं यथा नूतनक्षेपीयभाज्यमानमिदं स्वल्पतरं स्यात्।

अथ नूतनक्षेपः $= \frac{इ^२ - प्र}{क्षे}$,

यद्यत्र $इ^२ > प्र$, तदा नूतनक्षेपो धनात्मक एव ।

यदि च $इ^२ < प्र$, तदा $इ^२ - प्र$ अस्य मानमृणात्मकमत ऋणात्मकः सिद्धः । धनक्षेपेण "क्षे" मितेन भाजितादस्माल्लब्धिर्ऋणात्मिका स्यादतो नूतनकनिष्ठ-मानमृणात्माकं सिद्धम् ।

एवं पूर्वं यद्यत्र क्षेप ऋणात्मकः $= \frac{इ - प्र}{क्षे} = \frac{प्र - इ}{क्षे}$,

अयं धमात्मको जातमत उक्तं "व्यस्तः प्रकृतितश्च्युते" इति ।

एतेन सर्वमुपपन्नम् ।

अथात्र विशेषोक्तसूत्रम् —

पूर्वज्येष्ठहृतं नूतनकनिष्ठं रूपहीनितम् ।
पूर्वह्रस्वहृतं लब्धं नवीनज्येष्ठसन्ततिः ॥

अत्रोपपत्तिः—

पूर्वानीतनूतनकनिष्ठमानम् $=$ नूक $= \frac{इ\cdot क + ज्ये}{क्षे}$,

अतः नूक$\cdot$क्षे $=$ इ$\cdot$क $+$ ज्ये,

अतः इ$\cdot$क $=$ नूक$\cdot$क्षे $-$ ज्ये,

अतः $इ = \frac{नूक\cdot क्षे - ज्ये}{क} = (१)$

नूतनज्येष्ठमानम् $=$ नूज्ये $= \frac{प्र\cdot क + इ\cdot ज्ये}{क्षे}$,

अत्र "इ" इदं (१) स्वरूपेणोत्थापिते जातं—

$$नूज्ये = \frac{प्र\cdot क + ज्ये \left(\frac{नूक\cdot क्षे - ज्ये}{क}\right)}{क्षे} =$$

$$\frac{प्र\cdot क^२ + ज्ये\cdot नूक\cdot क्षे - ज्ये^२}{क\cdot क्षे} = \frac{ज्ये\cdot नूक\cdot क्षे - (ज्ये^२ - प्र\cdot क^२)}{क\cdot क्षे} =$$

$$\frac{नूक\cdot ज्ये\cdot क्षे - क्षे}{क\cdot क्षे} = \frac{क्षे(नूक\cdot ज्ये - १)}{क\cdot क्षे} =$$

$\frac{नूक\cdot ज्ये - १}{क}$ = अत्रांशमानमिदं (नूक$\cdot$ज्ये $-$ १) अभिन्नात्मकम्, क्षेप-कनिष्ठयोरन्योन्यं दृढत्वात्तेन कनिष्ठेन भाजिते नूतनज्येष्ठांशमाने लब्धिरभिन्नात्मकैवेत्युपपन्नम् ।

उदाहरणम्—

का सप्तषष्टिगुणिता कृतिरेकयुक्ता
का चैकषष्टिगुणिता च सखे सरूपा ।
स्यान्मूलदा यदि कृतिप्रकृतिर्नितान्तं
त्वच्चेतसि प्रवद तात तता लतावत् ॥ १ ॥

प्रथमोदाहरणे रूपं कनिष्ठं त्रयमृणक्षेपं च प्रकल्प्य न्यासः

प्र ६७ क्षे १ । क १ ज्ये ८ क्षे ३ं ।

ह्रस्वं भाज्यं ज्येष्ठं प्रक्षेपं क्षेपकं भाजकं च प्रकल्प्य कुट्टकार्थं न्यासः—

भा १ । हा ३ । क्षेपः ८ ।

अत्र हरतष्ट इति कृते जाता वल्ली $\begin{matrix}०\\२\\०\end{matrix}$ । लब्धिगुणौ $\begin{matrix}०\\२\end{matrix}$ । ऊर्ध्वो विभाज्येन अधरो हरेणेति तष्टिकरणे स्वस्वतष्टौ लब्धिवैषम्यात् स्वतक्षणाभ्यां $\begin{matrix}०\\१\end{matrix}$ शुद्धौ $\begin{matrix}१\\१\end{matrix}$ । क्षेपतक्षणलाढ्या लब्धिरिति लब्धिगुणौ $\begin{matrix}३\\१\end{matrix}$ । हरस्य च ऋणत्वाल्लब्धे ऋणत्वे कृते जातौ लब्धिगुणौ $\begin{matrix}३\\१\end{matrix}$ । गुणस्य वर्गः १ । प्रकृतेः शोधिते शेषम् ६६ अल्पकं न, जातमतो रूपद्वय-२ मृणमिष्टं प्रकल्प्य "इष्टाहतस्वस्वहरेण" इत्यादिना जातौ लब्धिगुणौ $\begin{matrix}५\\७\end{matrix}$ । अत्र गुणवर्गः ४९ प्रकृतेर्विशोधिते शेषम् १८ । क्षेपेण ३ं हृतं लब्धम् ६ं अयं क्षेपः । गुणवर्गे प्रकृतेर्विशोधिते व्यस्तः स्यादिति धनम् ६ । लब्धिः कनिष्ठं पदम् ५ं । अस्य वर्गे प्रकृतिगुणे षडयुते जातं मूलं ज्येष्ठं ४१ ।

पुनरेषां कुट्टकार्थं न्यासः भा ५ हा ६ क्षे ४१ ।

वल्ली — $\begin{matrix}०\\१\\४\\०\end{matrix}$ । अतो लब्धिगुणौ $\begin{matrix}११\\५\end{matrix}$ । गुणवर्गः २५ । प्रकृतेश्च्युते शेषे ४२ क्षेपेण ६ हृते ७ व्यस्तः प्रकृतितश्च्युत इति जातः क्षेपः ७ं । लब्धिः कनिष्ठम् ११ । अतो ज्येष्ठम् ९० ।

पुनरेषां कुट्टकार्थं न्यासः—भा ११ । हा ७ं । क्षे ९० ।

अत्र हरतष्टे धनक्षेप इति कृते जातो गुणः २ । लब्धयो विषमा इति तक्षणशुद्धो जातो गुणः २ । अस्य क्षेपः ७ं । ऋणरूपेण १ं गुणितं क्षेपं ७ गुणे प्रक्षिप्य जातो गुणः ९ । अस्य वर्गे प्रकृत्योने शेषं १४ क्षेपेण ७ं हृत्वा जातः क्षेपः २ं । लब्धिः कनिष्ठम् २७ । अतो ज्येष्ठम् २२१

आभ्यां तुल्यभावनार्थं न्यासः क २७ ज्ये २२१ क्षे २ं ।
क २७ ज्ये २२१ क्षे २ं ।

उक्तवन्मूले क ११९३४ ज्ये ९७९८४ क्षे ४, चतुःक्षेपपदे २ अनेन भक्ते जाते रूपक्षेपमूले क ५९६७ ज्ये ४८८४२ क्षे १।

द्वितीयोदाहरणे न्यासः— प्र ६१, क १ ज्ये ८ क्षे ३।

कुट्टकार्थं न्यासः —भा १ हा ३ क्षे ८।

''हरतष्टे धनक्षेपे'' इति लब्धिगुणौ ३/१। इष्टाहतेति द्वाभ्यामुत्थाप्य जातौ लब्धिगुणौ ५/७। गुणवर्गं ४९। प्रकृतेः शोधिते १२ व्यस्त इति ऋणम् १२̇ इदं क्षेपहृतं जातः क्षेपः ४̇। अतः प्राग्वज्जाते चतुःक्षेपमूले क ५ ज्ये ३९।

इष्टवर्गहृतः क्षेपः स्यादित्युपपन्नरूपशुद्धिमूलयोर्भावनार्थं न्यासः—

क ५/२ ज्ये ३९/२ क्षे १̇।

क ५/२ ज्ये ३९/२ क्षे १̇।

अतो भावनया जाते रूपक्षेपमूले क १९५/२, ज्ये १५२३/२, क्षे १।

अनयोः पुना रूपशुद्धिपदाभ्यां भावनार्थं न्यासः

क ५/२ ज्ये ३९/२ क्षे १̇।

क १९५/२ ज्ये १५२३/२ क्षे १।

अतो जाते रूपशुद्धौ मूले क ३८०५ ज्ये २९७१८, क्षे १̇।

अनयोस्तुल्यभावनया जाते रूपक्षेपमूले

क २२६१५३९८० ज्ये १७६६३१६०४९।

सु०—अत्रोदाहरणं वसन्ततिलकयाह—

भो तात स्वच्चेतसि कृतिप्रकृतिर्वर्गप्रकृतिः लतेव वल्लीवत्तता विस्तृताऽस्ति चेत्तदा वद का कृतिः सप्तषष्टिगुणिता एकयुक्ता मूलदा स्यात्।

अथ च का कृतिरेकषष्टिनिहता एकयुक्ता सती मूलदा स्यात् इतिकथयेत्यर्थः।

उदाहरणम्—

प्रथमोदाहरणे रूपं कनिष्ठं १रूपत्रयमृणक्षेपं प्रकल्प्य—

न्यासः प्र६७,क१ज्ये८क्षे३̇।

अत्र ह्रस्वं भाज्यं क्षेपं भाजकं ज्येष्ठपदं च क्षेपकं कृत्वा कुट्टकार्थे

न्यासः भा१क्षे८ / हा३̇, हरतष्टे धनक्षेपे इति कृते

न्यासः भा१क्षे२ / हा३, वल्ली { ० / २ / ० }

लब्धिगुणौ ०।२ लब्धिवैषम्यात्स्वतक्षणाच्छुद्धौ १।१ क्षेपतक्षणलाभेन२युक्ता लब्धिः३गुणः१, हरस्य ऋणत्वाल्लब्धे ऋणत्वं ३̇ यतो भाज्ये१गुणेन१गुणिते १क्षेपेण८युते९ऋणहारेण ३̇ भक्ते लब्धेर्ऋणत्वमेव ३̇।

अत्र गुणस्य १वर्गे१प्रकृते६७विशोधिते शेष६६मल्पं न स्यादतो रूपद्वयमृण-मिष्टं २̇ प्रकल्प्य इष्टाहतस्वस्वहरेणेत्यादिना जातौ लब्धिगुणौ ५̇।७।

अस्य गुणस्य वर्गे ४९ प्रकृती ६७ विशोधिते शेषं १८ पूर्वक्षेपेणानेन ३̇ हृतं ६̇ अयं क्षेपः गुणवर्गे प्रकृतितश्च्युते व्यस्त इति जातं धनं ६ क्षेपः, लब्धिः कनिष्ठपदं ५̇, अस्य ऋणत्वे धनत्वे च उत्तरकर्म्मणि न विशेषोऽस्तीतिजातं धनं ५।

अस्य वर्गे २५ प्रकृति ६७ गुणे१६७५क्षेप ६युते १६८१ अस्य मूलं ४१ ज्येष्ठं

पुनरेषां कुट्टकार्थं न्यासः $\frac{\text{भा५ क्षे४१}}{\text{हा६}}$,

हरतष्टे धनक्षेपे इतिकृते न्यासः $\frac{\text{भा५ क्षे ५}}{\text{ह६}}$, वल्ली { ० १ ५ ०

पूर्ववद्राशिद्वयं { ५

तत्तलाभाढ्या लब्धिरिति जातौ लब्धिगुणौ { ५

गुणस्य ५वर्गे२५प्रकृतितः ६७ शोधिते ४२ क्षेपेण ६भक्ते लब्धं ७ व्यस्तः प्रकृतितश्च्युत इति जातः क्षेपः ऋणं ७̇, अत्र लब्धिः ११ कनिष्ठं, अस्य वर्गः १२१ प्रकृति ६७ गुणः ८१०७ क्षेपेण ७ हीनः ऋणत्वात् ८१०० अस्य मूलं ज्येष्ठं ९०,

पुनरेषां कुट्टकार्थं न्यासः $\frac{\text{भा११ क्षे९०}}{\text{ह ७̇}}$,

हरतष्टे धनक्षेपे जातः क्षेपः६, जाता वल्ली { १ १ ९ ०

राशिद्वयं १८।१२ तत्तष्टं ७।५ लब्धिवैषम्यात्स्वतक्षणाभ्यां ११।७शुद्धौ ४।२ क्षेपतक्षणलाभा१२ढ्या लब्धिरिति जातौ लब्धि १६ गुणौ २ हारस्य ऋणत्वा-ल्लब्धेरपि ऋणत्वमिति जातौ सक्षेपौ लब्धिगुणौ इष्टेन ऋणरूपेण १̇ गुणितो हारः ७ गुणे २ प्रक्षिप्तो जातो गुणः ९, इष्टेन १̇ गुणितो भाज्यः ११̇ लब्धौ १६ योजितो जातो लब्धिः २७̇ इदं कनिष्ठम्।

अथ कनिष्ठवर्गे ७२९ प्रकृति ६७ गुणे ४८८४३ क्षेप २ हीने ४८८४१ मूलं ज्येष्ठं २२१, गुण ९ वर्गे ८१ प्रकृत्या ६७ हीने १४ पूर्वक्षेपेण ऋणेन ७̇ हृते जातः क्षेप ऋणमेव २̇।

आभ्यां पदाभ्यां तुल्यभावनार्थं न्यासः { क २७ ज्ये २२१ क्षे २̇, क २७ ज्ये २२१ क्षे २̇,

अत्र ज्येष्ठकनिष्ठयोर्वज्राभ्यासयो ५९६७।५९६७ रैक्यं कनिष्ठं ११९३४, लघ्वोराहतिः ७२९ प्रकृति ६७ गुणा ४८८४३ ज्येष्ठाभ्यासेन ४८८४३ युता ९७६८४, ज्येष्ठं, क्षेपयोर्घातः क्षेपः ४।

क्रमेण न्यासः क ११९३४ ज्ये ९७६८४ क्षे ४।

इष्टेन २ पदे भक्ते क५९६७ ज्ये ४८८४२इष्टवर्ग४हृतः क्षेपो४जातः क्षेपः १,
एवं रूपक्षेपे कनिष्ठ ५९६७ ज्येष्ठे ४८८४२।

अथ द्वितीयोदाहरणे न्यासः प्रकृतिः ६१,

अत्र रूपमिष्टं कनिष्ठं प्रकल्प्य रूपत्रयं क्षेपं च प्रकल्प्य

न्यासः प्र ६१, क १ज्ये ८ क्षे ३।

कुट्टकार्थं न्यासः $\frac{\text{भा१क्षे८}}{\text{हा३}}$,

हरतष्टे धनक्षेपे इति कृते $\frac{\text{भा१क्षे२}}{\text{ह३}}$,

वल्ली $\left\{\begin{matrix}०\\२\\०\end{matrix}\right.$

राशिद्वयं ०।२ लब्धिवैषम्यात्तक्षणशुद्धौ $\left\{\begin{matrix}१\\१\end{matrix}\right.$

क्षेपतक्षणलाभा २ ढ्या लब्धिरिति जातौ लब्धि३गुणौ १, इष्टाहतस्वस्वहरेणेति द्विकेनेष्टेन २ जातौ लब्धि ५ गुणौ ७,

अत्र गुणवर्गं ४९ प्रकृतेः ६१ शोधिते १२ शेषं पूर्वक्षेपेण ३ भक्तं क्षेपः ४ व्यस्तः ४̇ गुणस्य लब्धिः कनिष्ठं ५, अस्य वर्गः २५ प्रकृति ६१ गुणः १५२५ क्षेप ४ हीनः १५२१ मूलं ज्येष्ठं ३९,

क्रमेण न्यासः क ५ ज्ये ३९ क्षे ४̇।

इष्टवर्गहृतः क्षेप इति कल्पितमिष्टं २ अस्य वर्गेण ४ क्षेपे ४̇ भक्ते क्षेपः १̇,
इष्टभाजिते पदे क $\frac{५}{२}$, ज्ये $\frac{३९}{२}$,

भावनार्थं न्यासः $\left\{\begin{matrix}\text{क}\frac{५}{२}\text{ज्ये}\frac{३९}{२}\text{क्षे }\dot{१},\\ \text{क}\frac{५}{२}\text{क}\frac{३९}{२}\text{क्षे }\dot{१},\end{matrix}\right.$

वज्राभ्यासौ ज्येष्ठलघ्वोरित्यादिना जाते रूपक्षेपमूले क $\frac{१९५}{२}$ ज्ये $\frac{१५२३}{२}$ क्षे१
अनयोः पदयोः रूपशुद्धिपदाभ्यां

भावनार्थं न्यासः $\left\{\begin{matrix}\text{क}\frac{१९५}{२},\text{ज्ये}\frac{१५२३}{२},\text{क्षे}१,\\ \text{क }\frac{५}{२},\text{ ज्ये}\frac{३९}{२},\text{ क्षे}\dot{१},\end{matrix}\right.$

अत्र वज्राभ्यासौ ज्येष्ठलघ्वोरित्यादिना वज्राभ्यासौ ७६०५।७६१५ अनयो-रैक्यं १५२२० हरघात ४ भक्तं कनिष्ठं३८०५,

लघ्वोराहतिः $\frac{९७५}{४}$ प्रकृति ६१ गुणा५९४७५ ज्येष्ठाभ्यासेन ५९३९७ युता ११८८७२ हर ४ भक्ता ज्येष्ठं २९७१८, क्षेपघातः क्षेपः १̇,

क्रमेण न्यासः { क३८०५ज्ये२०७१८क्षे१
{ क३८०५ज्ये२०७१८क्षे१

पुनरनयोस्तुल्यभावना कृता

अत्र वज्राभ्यासयो ११०३०७६६६०।११३०७६६६० रैक्यं ह्रस्वपदं २२६१५३६८० ।

लघ्वोराहतिः १४४७८०२५ प्रकृति ६१ गुणा ८८३१५६५२५ ज्येष्ठाभ्यासेन ८८३१५६५२४ युता ज्येष्ठपदं १७६६३११६०४६, क्षेपघातः क्षेपः १ ।

यथा क्रमेण न्यासःक२२६१५३६८०ज्ये१७६६३११६०४६ क्षे १,

एवं भावनावशादानन्त्यम् ।

विमला – वह कौन सा वर्ग है जिस को सतसठ से गुणा कर गुणन फल में एक जोड़ देने से वर्ग होता है । तथा वह कौन सा वर्ग है जिस को एकसठ से गुणा कर गुणन फल में एक जोड़ने से वर्ग होता है ।

(१)उदाहरण—

प्रथम उदाहरण में कनिष्ठ = १, और क्षेप=३, कल्पना कर पूर्व कथित प्रकार से ज्येष्ठ पद=८ आया ।

अतः प्र ६७, क १ ज्ये ८ क्षे ३ सिद्ध हुआ ।

अब कनिष्ठ को भाज्य, क्षेप को भाजक और ज्येष्ठ को क्षेप मान कर कुट्टक के लिये न्यास—

भा १ क्षे ८ हा ३ ।

"हरतष्टे धनक्षेपे" इत्यादि सूत्र के अनुसार क्षेप ८ को हार ३ से तष्टित करने से शेष क्षेप=२,

अतः भा १ क्षे २ हा ३ हुआ ।

उक्त प्रकार से वल्ली = { ०
२
०

उक्त प्रकार से गुण=२, लब्धि = ०, विषम वल्ली होने के कारण अपने २ तक्षण में घटाने से गुण = १, लब्धि=३, यहां पर हर ऋणात्मक है अतः लब्धि ऋणात्मक हुई ।

क्यों कि भाज्य को गुण से गुण कर क्षेप जोड़ने से जो योग फल हो उस में ऋण हार का भाग देने से लब्धि ऋण ही होती है ।

यहां गुण एक है इस के वर्ग को प्रकृति ६७में घटाने से शेष=६६, अल्प नहीं है।

अतः "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादि प्रकार से इष्ट कल्पना कर दूसरा गुण साधन करते हैं ।

जैसे दो ऋण इष्ट मान कर उक्त रीति से लब्धि = ५, गुण=७ हुआ। इस गुण का वर्ग = ४९ को प्रकृति में घटाने से शेष = ६७-४९ = १८ रहा, इस में पहले क्षेप ३ का भाग देने से लब्धि=६ मिली यह गुण वर्ग को प्रकृति में घटा कर ऋण के व्यस्त (धन ६ हो गया। और लब्धि = ५=कनिष्ठ हुआ। कनिष्ठ को धन अथवा ऋण होने से "इष्टं ह्रस्वं इत्यादि प्रकार से आगे की क्रिया में कुछ विशेषता नहीं होती, अतः गुण=५ = ऋण कनिष्ठ को धन कल्पना कर लिया।

अब कनिष्ठ = ५ वर्ग=२५ को प्रकृति = ६७ से गुणा किया तो १६७५ हुआ, इस में क्षेप = ६ को जोड़ा तो योगफल=१६८१ हुआ, इस का मूल=४१ = ज्येष्ठ पद हुआ।

अतः क ५ ज्ये ४१ क्षे ६,

अब फिर कुट्टक के लिये न्यास—

भा ५ क्षे ४१ हा ६,

"हरतष्टे धनक्षेपे" इत्यादि सूत्र के अनुसार हार ६ से क्षेप ४१ में भाग देने से शेष क्षेप=५ हुआ।

अतः भा ५ क्षे ५ हार ६,

उक्तरीति से वल्ली= $\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 5 \\ 0 \end{array} \right.$

उक्तयुक्ति से गुण = ५, लब्धि = ५, "क्षेपतक्षणलाभाढ्या लब्धिः" इस युक्ति से वास्तव लब्धि=११।

गुण=५ के वर्ग २५ को प्रकृति=६७ में घटाने से शेष = ६७ — २५=४२ रहा इस में क्षेप ६ का भाग देने से लब्धि धन सात आई, किन्तु "व्यस्तः प्रकृतितश्च्युते" इस के अनुसार ऋण हो गई, यह क्षेप हुआ।

अब लब्धि=११=कनिष्ठ हुआ। इस के वर्ग=१२१ को प्रकृति = ६७ से गुणा किया तो ८१०७ हुआ, इस में क्षेप = ७ को घटाया तो शेष=८१०० रहा, इस का मूल=९० = ज्येष्ठ पद हुआ।

अतः क ११ ज्ये ९० क्षे ७।

अब कुट्टक के लिये न्यासः—

भा ११ क्षे ९० हा ७।

उक्तप्रकार से वल्ली = $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 6 \\ 0 \end{array} \right.$

उक्त प्रकार से दो राशि १८, १२, अपने २ तक्षणों से तष्टित करने से लब्धि= ७, गुण = ५, किन्तु वल्ली विषम होने के कारण अपने २ तक्षणों में घटाने से लब्धि = ४, गुण = २ हुआ। यहां पर क्षेपतक्षणलाभ = १२ से युत लब्धि=४

होने से वास्तव लब्धि=१६ हुई। हार को ऋण होने के कारण लब्धि ऋण हो गई।

इस तरह गुण २ के वर्ग = ४ को प्रकृति = ६७ में घटा देने से शेष = ६३ = अल्प नहीं रहता। अतः ऋण एक रूप को इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादि प्रकार से गुण = ९ और लब्धि = २७ हुई। इस को पूर्व उक्त युक्ति से धनात्मक कल्पना कर लिया तो कनिष्ठ पद=२७ धन हुआ।

गुण के वर्ग ८१ में प्रकृति ६७ को घटाने से शेष=१४ बचा, इस में ऋण क्षेप=७ का भाग देने से लब्धि=२ ऋण क्षेप आया।

कनिष्ठ=२७के वर्ग=७२९ को प्रकृति = ६७ से गुणा किया तो ४८८४३ हुआ, इस में क्षेप=२ को घटाने से शेष=४८८४१ रहा, इसका मूल=२२१ ज्येष्ठपद हुआ।

अतः क २७ क २२१ क्षे २।

इस को रूप क्षेप में लाने के लिये तुल्य भावना करते हैं।

{ क २७ ज्ये २२१ क्षे २,
{ क २७ ज्ये २२१ क्षे २,

ज्येष्ठ कनिष्ठों के वज्राभ्यास का योग=२७ × २२१ + २७ × २२१=५९६७ + ५९६७=११९३४ कनिष्ठ पद हुआ।

कनिष्ठों के घात = ७२९ को प्रकृति = ६७ से गुणा किया तो = ४८८४३, इतना हुआ।

इस में ज्येष्ठों के घात ४८८४१ को जोड़ देने से ज्येष्ठ पद = ९७६८४, इतना हुआ। तथा क्षेपों के घात = २ × २ = ४ क्षेप हुआ।

इस तरह क्रम से कनिष्ठ, ज्येष्ठ और क्षेप—

क ११९३४ ज्ये ९७६८४ क्षे ४। अब इष्ट = २ कल्पना करके "इष्टवर्ग हृतः क्षेपः" इस सूत्र के अनुसार रूप क्षेप में कनिष्ठ, ज्येष्ठ और क्षेप क्रम से—

क ५९६७ ज्ये ४८८४२ क्षे १।

(२) उदाहरण—

इस उदाहरण में इष्ट कनिष्ठ रूप और क्षेप = ३ कल्पना करके "इष्टं ह्रस्वं तस्य वर्गः" इस के अनुसार ज्येष्ठ = ८ आया।

अतः प्र ६१। क १ ज्ये ८ क्षे ३ हुआ। अब इस पर से कुट्टक के लिए न्यास-

भा १, क्षे ८, हा ३।

"हरतष्टे धनक्षेपे" इस सूत्र के अनुसार क्षेप = २ आया।

अतः भा १, क्षे २, हा ३ हुआ।

उक्तविधि से वल्ली = { ० १ ०

पूर्व उक्त युक्ति से दो राशियां = (०, १), यहां पर वल्ली विषम है, अतः इन राशियों को अपने २ तक्षण में घटाने से लब्धि = १, गुण = १ आया। इस

लब्धि में क्षेप तक्षण लाभ = २ जोड़ने से वास्तव लब्धि = ३ हुई। गुण = १ है।

यहां पर इष्ट = २ कल्पना कर के "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार लब्धि=५, गुण = ७ आया।

अब गुण = ७ के वर्ग = ४९ को प्रकृति = ६१ में घटाने से शेष = १२ रहा, इस में क्षेप = ३, का भाग देने से क्षेप = ४ आया, लेकिन् "व्यस्तः प्रकृतितश्च्युते" इस सूत्र के अनुसार क्षेप = $\dot{४}$, ऋणात्मक सिद्ध हुआ। लब्धि = ५ = कनिष्ठ हुआ।

कनिष्ठ का वर्ग = २५, को प्रकृति ६१ से गुणा किया तो १५२५ हुआ। इस में चार ऋण करने से शेष = १५२१, इस का मूल ज्येष्ठ पद = ३९, हुआ।

अतः क ५ ज्ये ३९ क्षे $\dot{४}$ सिद्ध हुआ।

यहां पर इष्ट २ कल्पना करके "इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इस सूत्र के अनुसार क्षेप = $\dot{१}$, कनिष्ठ = $\frac{५}{२}$, ज्येष्ठ = $\frac{३९}{२}$ हुआ।

तुल्य भावना के लिये न्यास—

$$\begin{cases} \text{क } \frac{५}{२} \text{ ज्ये } \frac{३९}{२} \text{ क्षे } \dot{१} \\ \text{क } \frac{५}{२} \text{ ज्ये } \frac{३९}{२} \text{ क्षे } \dot{१} \end{cases}$$

ज्येष्ठकनिष्ठों के वज्राभ्यास का योग = $\frac{१९५}{४} + \frac{१९५}{४} = \frac{३९०}{४} = \frac{१९५}{२}$ = कनिष्ठ हुआ।

दोनों कनिष्ठों का घात = $\frac{५}{२} \times \frac{५}{२} = \frac{२५}{४}$, इस को प्रकृति ६१ से गुणा किया $\frac{१५२५}{४}$ इतना हुआ।

इस में दोनों ज्येष्ठों के घात $\frac{३९}{२} \times \frac{३९}{२} = \frac{१५२१}{४}$, जोड़ने से ज्येष्ठ पद = $\frac{१५२५}{४} + \frac{१५२१}{४} = \frac{३०४६}{४} = \frac{१५२३}{२}$, हुआ।

क्षेपों का घात क्षेप धन एक हुआ।

इन का क्रम से न्यास — क $\frac{१९५}{२}$, ज्ये $\frac{१५२३}{२}$, क्षे १।

इन का पूर्व पदों के साथ भावना के लिये न्यास—

क $\frac{१९५}{२}$, ज्ये $\frac{१५२३}{२}$, क्षे १,

क $\frac{५}{२}$, ज्ये $\frac{३९}{२}$, क्षे $\dot{१}$,

अब ज्येष्ठकनिष्ठों के वज्राभ्यासों का योग = $\frac{७६०५}{४} + \frac{७६१५}{४} = \frac{१५२२०}{४}$ = ३८०५, यह कनिष्ठ हुआ।

कनिष्ठों के घात $=\frac{६७५}{४}$, इस को प्रकृति ६१ से गुणा कियातो $\frac{५६४७५}{४}$, इतना हुआ । इस में ज्येष्ठों के घात $=\frac{५९३६७}{४}$ को जोड़ने से $\frac{११८८७२}{४}$ $=$२६७१८ इतना ज्येष्ठ पद हुआ ।

क्षेपों के घात क्षेप=१ हुआ ।

यथा क्रम न्यास—

क ३८०५, ज्ये २६७१८, क्षे १ ।

तुल्य भावना के लिये न्यास—

क ३८०५, ज्ये २६७१८, क्षे १,

क ३८०५, ज्ये २६७१८, क्षे १,

अब ज्येष्ठ कनिष्ठों के वज्राभ्यासों का योग=११३०७६६६० + ११३०७६६६० =२२६१५३९८०=कनिष्ठ हुआ ।

कनिष्ठों के घात=१४४७८०२५, को प्रकृति ६१ से गुणा किया तो ८८३१५६५२५ हुआ, इस में ज्येष्ठ पदों के घात ८८३१५६५२५ जोड़ने से ज्येष्ठपद=८८३१५६५२५ + ८८३१५६५२४=१७६६३१९०४९, हुआ क्षेपों के घात क्षेप धन एक हुआ।

यथा क्रम न्यास—

क २२६१५३९८०, ज्ये १७६६३१९०४९, क्षे १

इस तरह भावना के द्वारा अनन्त कनिष्ठ ज्येष्ठ पदों की सिद्धि हो सकती है।

अथ रूपशुद्धौ खिलत्वज्ञानप्रकारान्तरितपदानयनयोः करणसूत्रं वृत्तद्वयम्—

रूपशुद्धौ खिलोद्दिष्टं वर्गयोगो गुणो न चेत् ।
अखिले कृतिमूलाभ्यां द्विधा रूपं विभाजितम् ॥ ५ ॥
द्विधा ह्रस्वपदं ज्येष्ठं ततो रूपविशोधने ।
पूर्ववद्वा प्रसाध्येते पदे रूपविशोधने ॥ ६ ॥

सु०-अत्रेष्टप्रकृतौ रूपक्षेपे पदानयनमेकवर्णमध्यमाहरणबीजक्रियया ऽग्रेवक्ष्यामः

अथ रूपशुद्धौ खिलोदिष्टमनुष्टुद्द्वयेनोपदिशति—

रूपशुद्धौ रूपमिते ॠणक्षेपे यदि गुणः प्रकृतिर्वर्गयोगो न चेत्तर्हि तदुद्दिष्टमुदाहरणं खिलं दुष्टं ज्ञेयम् ।

अथाखिलत्वे रूपशुद्धौ प्रकारान्तरेण पदानयनमाह—

अखिले खिलव्यतिरिक्तोदाहरणे ययोर्वर्गयोगः प्रकृतिरस्ति तयोर्मूलाभ्यां द्विधा रूपं विभाजितं द्विधा ह्रस्वपदं भवति ततस्ताभ्यां कनिष्ठाभ्यां रूपशुद्धौ ज्येष्ठं स्यात् ।

यद्वा पूर्ववदिष्टं ह्रस्वं तस्य वर्ग इत्यादिना चतुरादिक्षेपे पदे प्रसाध्ये तदनन्तरमिष्टवर्गहृतः क्षेप इत्यादिना रूपशुद्धौ पदे प्रसाध्ये इति ।

अत्रोपपत्तिः—

यदि ऋणक्षेपो वर्गरूपः स्यात्तदा तन्मूलमिष्टं प्रकल्प्य इष्टवर्गहृतः क्षेप इति रीत्या रूपर्णक्षेपः सम्भवति ।

परन्तु ऋणक्षेपो वर्गरूपस्तदैवस्याद्यदि प्रकृतिगुणः कनिष्ठवर्गो हि वर्गयोगात्मकः स्यात् तस्मादेकवर्गशोधनेनान्यवर्गोऽवशिष्यते स एव क्षेपः ।

यथा द्विकत्रिकयोर्वर्गौ ४।९ अनयोर्योगे १३ एकवर्गः ४ शोधितो जातोन्यवर्गः९,

अत्र यदि प्रकृतिर्वर्गयोगात्मिका तदैव कनिष्ठवर्गः प्रकृतिगुणोऽपि वर्गयोगात्मकः संभाव्येत यतः खण्डाभ्यां वर्गरूपाभ्यां कनिष्ठवर्गस्य पृथग्गुणने खण्डद्वयमपि वर्गरूपं स्यात् ।

तयोर्योगो वर्गयोगः स्यात् , स एव संपूर्णप्रकृत्या गुणितः कनिष्ठवर्गो भवति ।

यथा वर्गयो ४।९ योगः प्रकृतिः १३। अथ कल्पितकनिष्ठ ५ वर्गः २५ खण्डाभ्यां ४।९ गुणितः १००।२२५ एतावपि वर्गावेव अनयोर्योगो ३२५ दशपञ्चदशवर्गयोग एव स तु कनिष्ठवर्गेण २५ सम्पूर्णप्रकृत्या १३ गुणितेन तुल्य इति ३२५ ।

अस्य दश १० पञ्चदश १५ वर्गयोगात्मकत्वादस्मा ३२५ द्दशवर्गे १०० शोधिते पञ्चदशवर्गः शिष्यते वा तस्मा ३२५ त्पञ्चदशवर्गे २२५ शोधिते दशवर्गः १०० शिष्यते ।

अत ऋणक्षेपः १ं०० ज्येष्ठं १५ वा ऋणक्षेपः २ं२५ ज्येष्ठं १०,

अत्र कनिष्ठं ५ ज्येष्ठं १५ क्षेपः १ं०० इष्टं १० अस्य वर्गेण १०० क्षेपो भक्तः $\dot{१}$ क्षेपः पदे क $\frac{५}{१८}$ ज्ये $\frac{१५}{१०}$ एवं सर्वत्र,

एतेन रूपशुद्धौ खिलोद्दिष्टं वर्गयोगो गुणो न चेदित्युपपन्नम् ।

अथ ययोर्वर्गयोगः प्रकृतिस्तन्मूलाभ्यां २।३ रूपं १ द्विधा भाजितं ।

कनिष्ठं $\frac{१}{२}$ वा $\frac{१}{३}$ कनिष्ठस्य वर्गे कृते भागस्थाने रूपमेव हरस्थाने मूलवर्ग एव $\frac{१}{४}$,

तस्य प्रकृति १३ गुणने लवस्थाने प्रकृतितुल्यत्वं $\frac{१३}{४}$ अस्माद्रूपर्णक्षेप $\dot{१}$ शोधने कर्त्तव्ये समच्छेदविधाने हरतुल्यत्वं $\dot{४}$,

अस्य भाज्या १३ च्छोधने द्वितीयमूल ३ वर्गस्यावशेषता ९ वश्यं भवति मूलद्वयवर्गयोगमितत्वात् ।

एवं कनिष्ठं $\frac{१}{३}$ वर्गः $\frac{१}{९}$ प्रकृतिगुणः $\frac{१३}{९}$,

अत्रापि हरेण ९ रूपर्णक्षेपे $\dot{१}$ गुणिते हर ९ तुल्यत्वं, तस्य प्रकृतौ १३ शोधने द्वितीयमूलवर्गः $\frac{४}{९}$ अस्य मूलं ज्येष्ठं $\frac{२}{३}$

एतेन—

अखिले कृतिमूलाभ्यामित्याद्युपपन्नम् ।

विमला–रूप ऋण क्षेप में दुष्ट निर्दुष्ट उदाहरणों का ज्ञान और प्रकारान्तर से

ज्येष्ठ और कनिष्ठ पद को लाने के प्रकार को कहते हैं। रूप ऋण क्षेप में यदि गुण (प्रकृति) किसी दो संख्याओं के वर्गों का योग न हो तो उस उदाहरण को दुष्ट समझना चाहिए।

यदि उदाहरण दुष्ट न हो अर्थात् दो संख्याओं के वर्ग योग उस में हों तो उन मूलों का अलग २ रूप में भाग देने से रूप ऋण क्षेप में दो प्रकार के कनिष्ठ हों गे उन कनिष्ठों पर से "इष्टं ह्रस्वं तस्य वर्ग" इत्यादि सूत्र के अनुसार ज्येष्ठ भी दो प्रकार के हों गे।

अथवा चार आदि वर्गात्मक क्षेप में "इष्टं ह्रस्वं तस्य वर्गः प्रकृत्या क्षुण्णः" इत्यादि प्रकार से पदों का साधन करके "इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इत्यादि प्रकार से रूप ऋण क्षेप में कनिष्ठ ज्येष्ठ पदों का साधन करना चाहिये।

नवीनोपपत्तिः—

अथालापानुसारेण—

$क^2 \cdot प्र - १ = ज्ये^2$,

अतः $क^2 \cdot प्र = ज्ये^2 + १$,

अतः $प्र = \frac{ज्ये^2}{क^2} + \frac{१}{क^2} = \left(\frac{ज्ये}{क}\right)^2 + \left(\frac{१}{क}\right)^2$,

अतः उपपन्नं "रूपशुद्धौ खिलोद्दिष्टं वर्गयोगो गुणो न चेत्" इति।

अथाखिले कृतिमूलाभ्यामित्यादेरुपपत्तिः—

पूर्वयुक्त्या प्रकृतौ वर्गद्वयस्यावश्यं भावित्वात्—

कल्प्यते $प्रकृतिः = इ^2 + ई^2$।

अथ रूपमितं कनिष्ठं '$इ^2$' मितं क्षेपं च परिकल्य क्रमेण कनिष्ठज्येष्ठक्षेपाः=

$क = १,\ ज्ये = ई,\ क्षे = -इ^2$,

यदि च '$ई^2$' मितः क्षेपस्तदा क्रमेण कनिष्ठज्येष्ठक्षेपाः=

$क = १,\ ज्ये = इ,\ क्षे = -ई^2$।

ततोऽत्र "इष्टवर्गहृतः क्षेपः क्षेपः स्यादिष्टभाजिते" इत्यनेनोभयत्र कनिष्ठ ज्येष्ठक्षेपाः—

$क = \frac{१}{इ}$	$क = \frac{१}{ई}$
$ज्ये = \frac{ई}{इ}$	$ज्ये = \frac{इ}{ई}$
$क्षे = -१$	$क्षे = -१$

इत्युपपन्नं सर्वम्।

कृष्णदैवज्ञास्तु—

अत्रोपपत्तिः—

यदि ऋणक्षेपो वर्गरूपः स्यात्तदा ऋणं रूपक्षेपोऽपि भवेत्। "इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इत्यादिना ऋणक्षेपो वर्गरूपस्तदैव भवेद्यदि प्रकृतिगुणः कनिष्ठवर्गो वर्गयोगात्मकः स्यात्। तथा सत्येकस्मिन्वर्गे शोधितेऽपरवर्गस्य मूलासम्भवात्। प्रकृतिगुणः कनिष्ठ-वर्गो वर्गयोगात्मकस्तदैव स्याद्यदि प्रकृतिर्वर्गयोगात्मिका स्यात्। यतो वर्गेण गुणितो वर्गो वर्ग एव भवतीति प्रकृतेः खण्डद्वयं यदि वर्गात्मकः स्यात्तदा ताभ्यां खण्डाभ्यां कनिष्ठवर्गस्य पृथग्गुणने खण्डद्वयमपि वर्गरूपं स्यात् तयोर्योगो वर्गयोगः स्यात्, स एव सम्पूर्णप्रकृत्या गुणितः कनिष्ठवर्गो भवतीति प्रकृतेर्वर्गयोगरूपत्वे प्रकृतिगुणः कनिष्ठवर्गोऽपि वर्गयोगात्मकः स्यादित्युपपन्नं "रूपशुद्धौ खिलोद्दिष्टं वर्गयोगो गुणो-न चेत्" इति।[ययोर्वर्गयोगः प्रकृतिरस्ति ताभ्यां वर्गाभ्यां कनिष्ठवर्गो पृथग्गुणितो युतश्चेत्प्रकृत्यैव गुणितः स्यात्। अस्मात् प्रकृतिगुणकनिष्ठवर्गात् प्रकृतिखण्डभूत-योर्वर्गयोरन्यतरेण गुणितः कनिष्ठवर्गश्चेच्छोध्यते तर्हीतरगुणितः कनिष्ठवर्गोऽव-शिष्यत इति तस्यावश्यं मूललाभादन्यतरेण वर्गेण गुणितः कनिष्ठवर्ग एव ऋणं क्षेपः संभवति।

अथ रूपशुद्ध्यर्थमन्यतरवर्गस्य पदेन गुणितं कनिष्ठमिष्टं प्रकल्प्य "इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इति कृते रूपमृणं क्षेपो भवति। अथेष्टेन कनिष्ठं भाज्यम्। इष्टं तु वर्गस्य पदेन गुणितं कनिष्ठम्। अत्र भाज्यभाजकयोः कनिष्ठेनापवर्तिते जातं भाज्यस्थाने रूपम्। भाजकस्थाने तु प्रकृतिखण्डभूतस्य वर्गस्य पदमिति। अत उपपन्नं "कृति-मूलाभ्यां द्विधा रूपं विभाजितं द्विधा ह्रस्वपदम्" इतीति लिलिखुः।

उदाहरणम्—

त्रयोदशगुणो वर्गो निरेकः कः कृतिर्भवेत्।
को वाऽष्टगुणितो वर्गो निरेको मूलदो वद॥ २॥

अत्र प्रकृतिर्द्विकत्रिकयोर्वर्गयोर्योगः १३। अतो द्विकेन रूपं हृतं रूप-शुद्धौ कनिष्ठं पदं $\frac{1}{2}$ स्यात्। अस्य वर्गात् प्रकृतिगुणादेकोनान्मूलं ज्येष्ठम् $\frac{3}{2}$।

अथवा त्रिकेण रूपं हृतं कनिष्ठं $\frac{1}{3}$ स्यात्। अतो ज्येष्ठम् $\frac{2}{3}$।
अथवा कनिष्ठम् १। अस्य वर्गात् प्रकृतिगुणाच्चतुरूनान्मूलं ज्येष्ठम् ३।
क्रमेण न्यासः क १ ज्ये ३ क्षे ४।

इष्टवर्गहृतः क्षेप इत्यादिना जाते रूपशुद्धौ पदे क $\frac{1}{2}$ ज्ये $\frac{3}{2}$।
अथवा प्रकृतेर्नैव त्यक्त्वैवमेव जाते क $\frac{1}{3}$, ज्ये $\frac{2}{3}$। चक्रवालेनाभिन्ने वा एषां ह्रस्वज्येष्ठपदक्षेपाणां भिन्नानां ह्रस्वज्येष्ठपदक्षेपानित्यादिना भाज्यप्रक्षेपभाजकान् प्रकल्प्य पूर्वपदयोः—

न्यासः भा $\frac{1}{2}$। हा १। क्षे $\frac{3}{2}$।

अत्र भाज्यभाजकक्षेपानर्धेनापवर्त्य जाताः भा १, हा २ क्षे ३। "हरतष्टे" इति कुट्टकेन गुणलब्धो $\frac{१}{१}$। अत्रेष्टमृणंरूपं प्रकल्प्य जातोऽन्यो गुणः ३। गुणवर्ग इत्यादिना क्षेपः ४। लब्धिः ३ कनिष्ठमतो ज्येष्ठम् ११।

क्रमेण न्यासः—क ३ ज्ये ११ क्षे ४।

अतोऽपि पुनर्भाज्यप्रक्षेपभाजकानित्यादिना चक्रवालेन लब्धो गुणः ३, "गुणवर्ग" इत्यादिना रूपशुद्धावभिन्ने पदे क ५ ज्ये १८। इह सर्वत्र पदानां रूपक्षेपपदाभ्यां भावनयाऽऽनन्त्यम्।

एवं द्वितीयोदाहरणे प्रकृतिः ८ प्राग्वज्जाते ह्रस्वज्येष्ठपदे क $\frac{१}{२}$ ज्ये १।

सु०—अत्रोदाहरणमनुष्टुमाह—

कः वर्गस्त्रयोदशगुणो निरेकः सन् कृतिर्भवेत् वा को वर्गोऽष्टगुणितो निरेको मूलप्रदो भवति।

उदाहरणम्—

अत्रोदाहरणे प्रकृतिः १३ द्विकत्रिकयोवर्गयोगः १३, अतो द्विकेन २ रूपं हृतं कनिष्ठपदं $\frac{१}{२}$ अस्य वर्गात् $\frac{१}{४}$ प्रकृति १३ गुणात् $\frac{१३}{४}$ एकोना $\frac{९}{४}$ न्मूलं $\frac{३}{२}$ ज्येष्ठम्।

अथवा त्रिकेन ३ रूपं हृतं कनिष्ठं $\frac{१}{३}$ अतो ज्येष्ठं $\frac{२}{३}$,

अथ पूर्ववद्वेति इष्टं १ कनिष्ठं तद्वर्गा १ त्प्रकृति १३ गुणा १३ च्चतुरूना ९ न्मूलं ज्येष्ठं ३,

क्रमेण न्यासः क १ ज्ये ३ क्षे ४,

इष्टवर्गहृतः क्षेप इत्यादिना रूपद्वयमिष्टं प्रकल्प्य जाते रूपशुद्धौ पदे

क $\frac{१}{२}$, ज्ये $\frac{३}{२}$, क्षे १

अथवा कनिष्ठ १ वर्गा १ त्प्रकृतिगुणा १३ न्नव ९ विशोध्य ४ तन्मूलं ज्येष्ठं २, न्यासः क १ ज्ये २ क्षे ९, इष्टं त्रयं प्रकल्प्येष्टवर्गहृतः क्षेप इत्यादिना रूपशुद्धौ पदे क $\frac{१}{३}$, ज्ये $\frac{२}{३}$, क्षे १,

चक्रवालेनाभिन्ने वा तद्यथा कनिष्ठं $\frac{१}{२}$ ज्येष्ठं $\frac{३}{२}$ क्षेपः १ एतान् रूपार्द्धेना $\frac{१}{२}$ पवर्त्य-

न्यासः क १ ज्ये ३ क्षे ४,

कुट्टकार्थं न्यासः $\frac{\text{भा १ क्षे ३}}{\text{हा २}}$ हरतष्टे धनक्षेपे इत्यादिना वल्ली $\left\{ \begin{matrix} ० \\ १ \\ ० \end{matrix} \right.$ राशिद्वयं $\frac{१}{०}$ लब्धिवैषम्यात्स्वतक्षणाच्छुद्धौ १।१ क्षेपतक्षणलाभा १ ढ्याल ब्धिरिति लब्ध २ गुणौ १।

गुणस्य वर्गो १ प्रकृतितः १३ च्युते १२ ऽन्तरमल्पं न भवतीति रूपमृण १ मिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहत इत्यादिना तद्गुणं १।२ ऋणं रूपेण संगुणय १।२ लब्धि २ गुणयोः १ प्रक्षिप्य जातौ लब्धि ३ गुणौ ३, अस्य गुणस्य ३ वर्गे प्रकृतितः च्युते शेषमिदं

४ क्षेप १̇ भक्तं जातं ४̇ व्यस्तः प्रकृतितश्च्युत इति धनं क्षेपः ४, लब्धिः ३ कनिष्ठं,

अस्य वर्गः ९ प्रकृति १३ गुणः ११७ क्षेप ४ युतः १२१ मूलं ज्येष्ठं ११,

न्यासः क ३ ज्ये ११ क्षे ४,

पुनः कुट्टकार्थं न्यासः $\frac{\text{भा ३ क्षे ११}}{\text{ह ४}}$,

हरतष्टे $\frac{\text{भा ३ क्षे ३}}{\text{ह ४}}$, वल्ली $\left\{\begin{matrix}०\\१\\३\\०\end{matrix}\right.$

राशिद्वयं $\left(\begin{matrix}३\\३\end{matrix}\right.$

क्षेपतक्षणलाभाढ्या लब्धिरिति जातौ लब्धि ५ गुणौ ३, गुणस्य वर्गे ९ प्रकृतित १३ श्च्युते शेषं ४ पूर्वक्षेपेण ४ हृतं क्षेपो व्यस्त इति ऋणं १̇,

लब्धिः कनिष्ठं ५ अस्य वर्गः २५ प्रकृतिगुणः ३२५ क्षेप १ हीनोऽ ३२४ स्य मूलं ज्येष्ठं १८,

यथा क्रमेण न्यासः क ५ ज्ये १८ क्षे १̇,

इह सर्वत्र पदानां रूपक्षेपपदाभ्यां भावनयाऽऽनन्त्यमिति ।

अथ द्वितीयोदाहरणे प्रकृतिः ८ द्विकयोर्वर्ग ४।४ योगः ८,

अतो रूपं द्विकेन भक्तं कनिष्ठं $\frac{१}{२}$ अस्य वर्गः $\frac{१}{४}$ प्रकृति गुणः $\frac{८}{४}$ हरभक्तः २ क्षेपेण १̇ वर्जितः १ मूलं ज्येष्ठं १,

क्रमेण न्यासः क $\frac{१}{२}$ ज्ये १ क्षे १̇ ।

विमला—कौन ऐसा वर्ग है जिस को तेरह से गुणा कर एक घटाते हैं तो वर्ग हो जाता है ।

द्वितीय उदाहरण—कौन ऐसा वर्ग है जिस को आठ से गुणा कर एक घटा देने से वर्ग होता है ।

उदाहरण—

प्रथम उदाहरण में प्रकृति = १३ है । यह दो और तीन का वर्गयोग है ।

अतः दो का रूप में भाग देने से प्रथम कनिष्ठ = $\frac{१}{२}$, इस का वर्ग $\frac{१}{४}$ को प्रकृति १३ से गुणा किया तो $\frac{१३}{४}$ हुआ । इस में एक घटा देने से शेष = $\frac{९}{४}$ रहा, इस का मूल = $\frac{३}{२}$ = ज्येष्ठ पद हुआ ।

एवं तीन का रूप में भाग देने से द्वितीय कनिष्ठ पद = $\frac{१}{३}$ हुआ । इस का वर्ग $\frac{१}{९}$ को प्रकृति से गुणा किया तो $\frac{१३}{९}$ हुआ इस में रूप घटा कर मूल लिया तो $\frac{२}{३}$ ज्येष्ठ पद हुआ ।

अथवा कनिष्ठ = १ कल्पना कर इस के १ वर्ग को प्रकृति १३ से गुणा किया तो १३ हुआ, इस में ४ घटा देने से शेष ९ का मूल = ३ = ज्येष्ठ पद हुआ ।

इन का क्रम से न्यासः—

क १ ज्ये ३ क्षे ४̇,

अब ऋण दो इष्ट मान कर "इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इत्यादि सूत्र के अनुसार क्रिया करने से रूप क्षेप में कनिष्ठ, ज्येष्ठ और क्षेप—

क १/२, ज्ये ३/२, क्षे १̇ ।

अथवा प्रकारान्तर से रूप ऋण क्षेप में पदों का आनयन—

जैसे कनिष्ठ = १, इस का वर्ग १ को प्रकृति १३ से गुणा करने से १३ ही हुआ, इस में ९ घटाया तो शेष = ४ बचा, इस का मूल=२ =ज्येष्ठ पद हुआ ।

क्रम से न्यास—

क १, ज्ये २, क्षे ९̇ ।

अब यहां पर इष्ट तीन कल्पना कर "इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इत्यादि प्रकार से क्रम से कनिष्ठ, ज्येष्ठ और क्षेप—

क १/३, ज्ये २/३, क्षे १̇ ।

कुट्टक के लिये पूर्व आनीत पदों का न्यास—

भा १/२, क्षे ३/२, हा १̇ ।

यहां पर भाज्य आदि तीनों में १/२ का अपवर्तन देकर न्यास—

भा १, क्षे ३, हा २̇ ।

फिर धन क्षेप ३ को हार २ से तष्टित कर के न्यास—

भा १, क्षे १, हा १̇ ।

उक्त रीति से वल्ली = { ०, १̇, ०

उक्त रीति से दो राशियां = (०, १) लब्धि को विषम होने के कारण अपने २ तक्षण में शुद्ध करने से लब्धि = १̇, गुण = १, क्षेप तक्षण लाभ से युक्त करने से वास्तव लब्धि = २̇,

गुण १ का वर्ग १ को प्रकृति १३ में घटा देने से शेष १२ अल्प नहीं होता, अतः ऋण रूप इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादि प्रकार से भाज्य हार दोनों को ऋण रूप से गुणा कर अपने २ हर में जोड़ने से लब्धि= १ × १ + २̇ = ३̇, गुण = १̇ × २̇ + १ = ३,

गुण ३ के वर्ग ९ को प्रकृति १३ में घटाने से शेष = ४ रहता, यह अल्प है, अतः इस में क्षेप ऋण रूप का भाग देने से लब्धि=४̇ आई, यह क्षेप हुआ । "व्यस्तः प्रकृतितश्च्युते" इस के अनुसार क्षेप धनात्मक हुआ । लब्धि = ३ = कनिष्ठ हुआ ।

इस के वर्ग ९ को प्रकृति १३ से गुणा किया तो ११७ हुआ, इस में क्षेप चार जोड़ दिया १२१ हुआ, इस का मूल = ११=ज्येष्ठ पद हुआ ।

सबों का क्रम से न्यास—
क ३ ज्ये ११ क्षे ४।
कुट्टक के लिये न्यास—
भा ३, हा ४, क्षे ११।

''हरतष्टे धनक्षेपे'' इस सूत्र के अनुसार क्षेप लाने से क्षेप = ३ हुआ।

अतः भा ३ हा ४ क्षे ३ हुआ।

उक्त प्रकार से वल्ली = $\left\{ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{matrix} \right.$

उक्त प्रकार से दो राशियां ३, ३, क्षेपतक्षणलाभ=२ को युत करने से वास्तव लब्धि=५, गुण=३, हुई।

अब गुण ३ के वर्ग ९ को प्रकृति १३ में घटाने से शेष=४ बचा, इस में क्षेप चार का भाग देने से लब्धि १ क्षेप हुआ यह ''व्यस्तः प्रकृतितश्च्युते'' इस सूत्र के अनुसार ऋणात्मक हुआ। लब्धि = ५ = कनिष्ठ पद हुई।

इस का वर्ग = २५ को प्रकृति १३ से गुणा करने से ३२५ हुआ, इस में क्षेप ऋण रूप घटा कर मूल १८ ज्येष्ठ पद हुआ।

क्रम से न्यास—
क ५ ज्ये १८ क्षे १̇।

इस तरह सब जगह रूप क्षेप पदों के साथ पदों का भावना करने से अनन्त पद होंगे।

द्वितीय उदाहरण—

इस उदाहरण में प्रकृति = ८ = ४ + ४। अतः २ से रूप में भाग देने से कनिष्ठ = $\frac{1}{2}$।

इस का वर्ग = $\frac{1}{4}$ को प्रकृति ८ से गुणा किया तो $\frac{1}{4} \times 8 = \frac{8}{4} = 2$, इस में रूप घटाने से शेष = १ का मूल ज्येष्ठ पद=१ हुआ।

अतः क $\frac{1}{2}$ ज्ये १ क्षे १̇।

उदाहरणम्।

को वर्गः षड्गुणस्त्र्याढ्यो द्वादशाढ्योऽथवा कृतिः।
युतो वा पञ्चसप्तत्या त्रिशत्या वा कृतिर्भवेत्॥ ३॥

अथ रूपं ह्रस्वं कृत्वा न्यासः प्र ६, क १ ज्ये ३ क्षे ३,

अत्र क्षेपः ''क्षुण्णः क्षुण्णे तदा पदे'' इति द्विगुणिते जाते द्वादशक्षेपे २, ९।

पञ्चगुणे पञ्चसप्ततिमिते क्षेपे ५, १५। दशगुणे जाते त्रिशतीक्षेपे १०, ३०।

सु०—अथवा क्षेपः क्षुण्णः क्षुण्णे तथा पदे इत्यस्योदाहरणमनुष्टुभोपदिशति-

स्पष्टम् ।

उदाहरणम्—

अत्र रूपमिष्टं १ कनिष्ठं १ अस्य वर्गः प्रकृति ६ गुणः ६ त्र्याढ्यः ९ अस्य मूलं ज्येष्ठं ३,

यथा क्रमेण न्यासः प्र ६, क १ ज्ये ३ क्षे ३,

अत्र क्षेपः क्षुण्ण इति कल्पितेष्ट २ वर्गेण ४ क्षेपो ३ गुणितो जातः क्षेपः १२ तथेष्टेन गुणिते कनिष्ठ २ ज्येष्ठे ६,

न्यासः क २ ज्ये ६ क्षे १२,

अथ पञ्चमितेनेष्टेन ५ पञ्चसप्ततिक्षेपे न्यासः क ५ ज्ये १५ क्षे ७५

दशमितेनेष्टेन त्रिशतीक्षेपे क १० ज्ये ३० क्षे ३००,

विमला–कौन ऐसा वर्ग है जिस को छै से गुणा कर गुणन फल में तीन वा, बारह, वा पचहत्तर, वा तीन सौ जोड़ देते हैं तो वर्ग हो जाता है ।

उदाहरण—

यहां प्रकृति = ६ है । अब कनिष्ठ १ कल्पना कर उस के वर्ग १ को प्रकृति से गुणा कर गुणन फल ६ में धन तीन जोड़ने से ९ हुआ इस का मूल = ३ ज्येष्ठ पद हुआ ।

क्रम से न्यास—

क १ ज्ये ३ क्षे ३ ।

"मूले ते स्तोऽथवा क्षेपः क्षुण्णः क्षुण्णे तदा पदे" इस के अनुसार इष्ट दो कल्पना कर इस के वर्ग ४ से क्षेप ३ को गुणा किया तो क्षेप = १२ हुआ ।

कनिष्ठ, ज्येष्ठ पदों को २ से गुणा किया तो कनिष्ठ = २, ज्येष्ठ = ६ हुआ ।

अतः क २ ज्ये ६ क्षे १२ हुआ ।

यदि इष्ट = ५, कल्पना करें तो क ५ ज्ये १५ क्षे ७५ ।

यदि वा इष्ट = १०, तो क १० ज्ये ३० क्षे ३०० ।

इस तरह अनेक क्षेप में अनेक पद होंगे ।

अथेच्छयानीतपदयोः रूपक्षेपपदानयनदर्शने सूत्रं सार्धवृत्तम्—

स्वबुद्ध्यैव पदे ज्ञेये बहुक्षेपविशोधने ।
तयोर्भावनयाऽऽनन्त्यं रूपक्षेपपदोत्थया ॥ ७ ॥
वर्गच्छिन्ने गुणे ह्रस्वं तत्पदेन विभाजयेत् ।

सु०—अथ येन केनाप्युपायेनोद्दिष्टक्षेपे पदे च प्रसाध्य पश्चाद्रूपक्षेपभावनयाऽऽनन्त्यं तयोर्भवतीत्यस्योदाहरणार्थं सार्द्धानुष्टुब्रूपं सूत्रमाह—

क्षेपाश्च विशोधनानि च क्षेपविशोधनानि बहूनां क्षेपविशोधनानां समाहारे बहुक्षेपविशोधनं तस्मिन् यस्मिन्कस्मिन्नपिक्षेपे धने वा ऋणे प्रथमतः स्वबुद्ध्यैव पदे ज्ञेय इत्यर्थः ।

पश्चाद्रूपक्षेपपदोत्थया भावनया तयोरानन्त्यं यतस्तत्राभ्यासः क्षेपयोः क्षेपकः स्यादिति रूपक्षेपेण गुणितो यः कश्चिद्धनमृणं वा क्षेपो यथास्थित एव स्यादिति स्वबुद्ध्यैव पदे साध्ये।

तत्र प्रकारान्तरं दर्शयति—

वर्गच्छिन्ने इति। गुणे वर्गच्छिन्ने सति तत्पदेन ह्रस्वं विभाजयेदिति अयमर्थः प्रकृतिं केनचिद्वर्गेणापवर्त्यापवर्तितया प्रकृत्या कनिष्ठज्येष्ठे साध्ये येन वर्गेण प्रकृतेरपवर्तः कृतस्तस्य वर्गस्य पदेन कनिष्ठं विभाजयेत् ज्येष्ठं तु यथास्थितमेवोद्दिष्टप्रकृतावेते पदे भवत इत्यर्थः।

अत्रोपपत्तिः—

यावद्वर्गगुणः कालकः प्रकृतिः कल्पिता (याव·का १) अनया कनिष्ठवर्गो गुणितः सरूपो ज्येष्ठवर्गसमः याव·का·कव१रू१ = ज्येव १

द्वौ पक्षौ रूपेणोनौ तदापि तुल्यौ। याव·का·कव १=ज्येव१रू१

अथ प्रकृतिर्यावद्वर्गेणापवर्त्तिता का १ इयं प्रकृतिः केन वर्गेण गुणिता सती द्वितीयपक्षसमा भवतीति। -

यदि यावद्वर्गगुणितःकनिष्ठवर्गः याव·कव १, पुनरन्यकनिष्ठवर्गः कल्प्यते तदा तस्य कल्पितप्रकृत्या का १ गुणने पूर्वपक्षतुल्यता याव·का·कव १ द्वितीयपक्ष (ज्येव १ रू १) तुल्यता च

अतः कल्पितकनिष्ठवर्गः याव·कव १ अस्य मूलं कनिष्ठं या·क १ इदं वर्गपदेन या १ भक्तं सत्कनिष्ठं स्यादत उपपन्नं तत्पदेन विभाजयेदित्यादि ॥

विमला०—किसी उद्दिष्ट क्षेप में पूर्वोक्त किसी प्रकार से कनिष्ठ ज्येष्ठ पद को लाकर भावना के प्रसङ्ग से अनेकत्व सिद्ध करते हैं।

जहां धन क्षेप या ऋण क्षेप ज्यादा हो वहां पर पहले अपनी बुद्धि के अनुसार पद सिद्ध करना।

बाद कनिष्ठ, ज्येष्ठ और रूप क्षेप के द्वारा भावना वश अनेक कनिष्ठ, ज्येष्ठ पद होंगे।

किन्तु रूप क्षेप सम्बन्धि पद के द्वारा भावना होने के कारण सब जगह क्षेप ज्यों का त्यों रहेगा।

अब "स्वबुद्ध्यैव पदे ज्ञेये" इस के प्रकारान्तर को दिखलाते हैं।

उदाहरण में आई हुई प्रकृति में किसी वर्गात्मक राशि का अपवर्तन देकर अपवर्तनाङ्क मूल से कनिष्ठ में भाग देने से कनिष्ठ पद होगा। ज्येष्ठ ज्यों का त्यों रहेगा।

नवीनोपपत्तिः—

क्षेपाश्च विशोधनानि च क्षेपविशोधनानि, बहूनां क्षेपविशोधनानां समाहारो बहुक्षेपविशोधनम् तस्मिन् यस्मिन् कस्मिन्नपि क्षेपे ऋणे धने वा प्रथमतः स्वबुद्ध्यैव पदे ज्ञेये इत्यर्थः पश्चाद्रूपक्षेपपदोत्थया भावनया तयोरानन्त्यं सुलभम्। यतस्तत्रा-

भ्यासक्षेपयो क्षेपकः स्यादिति रूपक्षेपेण गुणितो यःकश्चिद्धनमृणं क्षेपो यथास्थित। एव स्यादिति कृष्णदेवज्ञविवेकेन।

"स्वबुद्ध्यैव पदे ज्ञेये इत्यारभ्य पदोत्थयेत्यन्तमुपपन्नम्।

अथ आलापोक्त्या—

$प्र\cdot क^{2} \pm क्षे = ज्ये^{2}$।

चेदत्र प्रकृतिः केनापि वर्गेण गुण्यते तेन भज्यते तदाऽविकृतैवातः—

कल्प्यते गुणकः = च। तदा $\frac{च^{2}\cdot प्र\cdot क^{2}}{च^{2}} \pm क्षे = ज्ये^{2} =$

$च^{2}\cdot प्र\cdot \left(\frac{क^{2}}{च^{2}}\right) \pm क्षे = ज्ये^{2} =$

$च^{2}\cdot प्र\cdot \left(\frac{क}{च}\right)^{2} \pm क्षे = ज्ये^{2}$।

चेदत्र $च^{2}\cdot प्र\cdot =$ प्रकृतिस्तदाकनिष्ठपदमानं $= \frac{क}{च}$, स्यादित्युपपन्नं "वर्गच्छिन्ने गुणे ह्रस्वं तत्पदेन विभाजयेत्" इति॥

उदाहरणम्—

द्वात्रिंशद्गुणितो वर्गः कः सैको मूलदो वद।

न्यासः प्र ३२। अतः प्राग्वत् कनिष्ठज्येष्ठे $\frac{1}{2}$, ३।

अथ वा "वर्गच्छिन्ने गुणे ह्रस्वं तत्पदेन विभाजयेत्" इति प्रकृतिः ३२। चतुश्छिन्ना लब्धम् ८। अस्यां प्रकृतौ कनिष्ठज्येष्ठे १, ३। येन वर्गेण ४ प्रकृतिश्छिन्ना तस्य पदेन २ कनिष्ठे भक्ते जाते त एव पदे क $\frac{1}{2}$ ज्ये ३॥

सु०—अत्रोदाहरणमनुष्टुबर्द्धेनाह—

स्पष्टम्।

उदाहरणम्—

रूपार्द्धमिहेष्टं $\frac{1}{2}$ प्रकल्प्य इष्टं ह्रस्वमित्यादिना जाते मूले क $\frac{1}{2}$ ज्ये ३ क्षे १,

अथवा वर्गच्छिन्ने गुणे ह्रस्वमिति प्रकृतिः ३२ षोडशच्छिन्ना लब्धं २, प्रकृतिः २ अस्यामेव प्रकृतौ कल्पितं कनिष्ठं २, अतो ज्येष्ठं ३ क्षेपः १,

अथ वर्गपदेन ४ ह्रस्वं २ भक्तं $\frac{2}{4}$ द्वाभ्यामपवर्तितं जातं कनिष्ठं $\frac{1}{2}$ अस्य वर्गः $\frac{1}{4}$ प्रकृत्या ३२ गुणितः सैकः ९ मूलं ज्येष्ठं ३ क्षेपः १,

अथवा प्रकृतिः ३२ चतुश्छिन्ना लब्धं ८,

अस्यामेव प्रकृताविष्टं १ कनिष्ठं १ अस्य वर्गः १ प्रकृति ८ गुणः सैकः ९ अस्य पदं ज्येष्ठं ३,

क्रमेण न्यासः क १ ज्ये ३ क्षे १,

अथ येन वर्गेण प्रकृतिरपवर्तिता तस्य पदेन २ कनिष्ठं १ भक्तं द्वात्रिंशत्प्रकृतौ जातं कनिष्ठं क $\frac{१}{२}$, अतो ज्येष्ठं ३ क्षेपः १,

एवमन्यत्रापि ॥

विमला०—कौन ऐसा वर्ग है जिस को बत्तीस से गुणा कर गुणन फल में एक जोड़ देते हैं तो मूलप्रद होता है।

उदाहरण—

यहां पर इष्ट=$\frac{१}{२}$ कल्पना कर इस के वर्ग $\frac{१}{४}$ को प्रकृति ३२ से गुणा करने से $\frac{१}{४}\times ३२=\frac{३२}{४}=८$ हुआ। इस में क्षेप एक जोड़ कर मूल ३=ज्येष्ठ पद हुआ।

क्रम से न्यास—

क $\frac{१}{२}$ ज्ये ३ क्षे १।

अथवा-"वर्गच्छिन्ने गुणे ह्रस्वं तत्पदेन विभाजयेत्" इस के अनुसार प्रकृति=३२ में वर्गात्मक अङ्क चार का भाग देने से लब्धि=८ मिली। अब इस (८) प्रकृति में कनिष्ठ=१ और क्षेप=१ से ज्येष्ठ पद=३।

क्रम से न्यास—

क १ ज्ये ३ क्षे १।

अब चार के मूल २ से कनिष्ठ पद में भाग देने से बत्तीस प्रकृति में कनिष्ठ=$\frac{१}{२}$, ज्येष्ठ और क्षेप वही रहेंगे।

अतः क्रम से न्यास—

क $\frac{१}{२}$ ज्ये ३ क्षे १।

तथा प्रकृति ३२ में १६ का भाग देने से लब्धि नूतन प्रकृति=२ मिली।

अब इस प्रकृति में कनिष्ठ=२, और क्षेप एक मान कर ज्येष्ठ पद=३।

क्रम से न्यास—

क २ ज्ये ३ क्षे १।

१६ के मूल चार से आनीत कनिष्ठ (२) में भाग देने से बत्तीस प्रकृति में कनिष्ठ=$\frac{२}{४}=\frac{१}{२}$, पूर्वानीत कनिष्ठ के बराबर सिद्ध हो गया।

अतः क्रम से न्यास—

क $\frac{१}{२}$ ज्ये ३ क्षे १॥

अथ वर्गरूपायां प्रकृतौ भावनाव्यतिरेकेणानेकपदानयने करणसूत्रं वृत्तम्।

इष्टभक्तो द्विधा क्षेप इष्टोनाढ्यो दलीकृतः॥ ८॥
गुणमूलहृतश्चाद्यो ह्रस्वज्येष्ठे क्रमात् पदे।

सु०—अथ वर्गरूपायां प्रकृतौ पदानयने उपायान्तरमनुष्टुभादर्शयति-

उद्दिष्टक्षेप इष्टेन भक्तः सन् द्विधा स्थाप्यः स एकत्रेष्टोनः अपरत्रेष्टेन युतः उभयत्रापि दलीकृतोऽर्द्धितः तत्राद्यस्तु गुणमूलहृतः प्रकृतिमूलभक्त इत्यर्थः, क्रमात् कनिष्ठज्येष्ठपदे स्याताम्।

अत्रोपपत्तिः—

कनिष्ठवर्गः प्रकृत्या वर्गरूपतया गुणितो वर्ग एव तस्य ज्येष्ठवर्गस्यान्तरं क्षेपः स च वर्गान्तरतुल्यः स्यात्।

यथा वर्गयो २५।४९ रन्तरं २४ वर्ग २५ युतं वर्गः ४९ अत्र वर्गान्तरं राशि-वियोगभक्तमित्यन्तरतुल्यमिष्टं कल्पितं अनेन क्षेपे भक्ते योगः स्यात्ततः संक्रमणगणि-तेन राशी भवतस्तत्रैको राशिः प्रकृतिमूलगुणितकनिष्ठतुल्यो द्वितीयो ज्येष्ठसम इति।

तत्र प्रकृतिमूलगुणितकनिष्ठं प्रकृतिमूलभक्तं कनिष्ठमेव स्यात्।

एतेन यथोक्तमुपपन्नम्॥

विमला—अब वर्गात्मक प्रकृति में पद लाने का प्रकार को कहते हैं।

उद्दिष्ट क्षेप जो हो उस में किसी इष्ट का भाग देकर जो लब्धि मिले उस को दो जगह रखे। एक स्थान में इष्ट घटाने से और दूसरे स्थान में जोड़ने से जो फल मिलें उन का आधा कर के प्रथम स्थान में प्रकृति के पद का भाग देना तो क्रम से कनिष्ठ, ज्येष्ठ पद हो जायेंगे।

नवीनोपपत्तिः—

अथालापोक्त्या—

$प्र\cdot क^2 + क्षे = ज्ये^2$,

$अतः\ क्षे = ज्ये^2 - प्र\cdot क^2 =$

$(ज्ये + \sqrt{प्र\cdot क^2})(ज्ये - \sqrt{प्र\cdot क^2})$।

यदि $ज्ये - \sqrt{प्र\cdot क^2} = इ$। तदा—

$क्षे = इ(ज्ये + \sqrt{प्र\cdot क^2})$,

$$अतः \frac{क्षे}{इ} = ज्ये + \sqrt{प्र\cdot क^2}।$$

अथ राश्योरनयो $(ज्ये, \sqrt{प्र\cdot क^2})$ रिष्टज्ञानादन्तरं ज्ञातं, योगस्त्वस्य "$\frac{क्षे}{इ}$" ज्ञानाज्ज्ञातश्चातः संक्रमगणितेन—

$$बृहद्राशिः = \frac{1}{2}\left(\frac{क्षे}{इ} + इ\right) = ज्येष्ठम्।$$

$$लघुराशिः = \frac{1}{2}\left(\frac{क्षे}{इ} - इ\right) = क\sqrt{प्र}।$$

$$अतः\ क = कनिष्ठम् = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{क्षे}{इ} - इ\right)}{\sqrt{प्र}}।$$

अत उपपन्नम्॥

उदाहरणम्—

काकृतिर्नवभिः क्षुण्णा द्विपञ्चाशद्युता कृतिः॥ ४ ॥
को वा चतुर्गुणो वर्गस्त्रयस्त्रिंशद्युतः कृतिः ।

अत्र प्रथमोदाहरणे क्षेपः ५२ । द्विकेनेष्टेन हृतो द्विष्ठः । इष्टोनाढ्यो दलीकृतो जातः १२, १४ । अनयोराद्यः प्रकृतिमूलेन भक्तो जाते ह्रस्वज्येष्ठे ४, १४ ।

अथ वा क्षेपं ५२ चतुर्भिर्विभज्य एवं जाते ह्रस्व ज्येष्ठे $\frac{३}{२}$, $\frac{१७}{२}$ ।

द्वितीयोदाहरणे क्षेपम् ३३, एकेनेष्टेन विभज्यैवं जाते ह्रस्वज्येष्ठे ८, १७ । त्रिभिर्जाते २, ७ ॥

सु०—अत्रोदाहरणमनुष्टुभा दर्शयति—

स्पष्टम् ।

उदाहरणम्—

अत्र प्रथमोदाहरणे क्षेपः ५२ इष्टं २ अनेन क्षेपो ५२ भक्तः द्विधा २६।२६ इष्टेन हीनयुतः २४।२८ दलीकृतः १२।१४ अनयोराद्यः प्रकृतिमूल ३ भक्तः कनिष्ठं ४ ज्येष्ठं १४ क्षेपः ५२ ।

अथवा क्षेपं चतुर्भिर्विभज्य पूर्वरीत्या जाते ह्रस्वज्येष्ठे $\frac{३}{२}$, $\frac{१७}{२}$ ।

एवमिष्टवशादनन्त्यम् ।

अथ द्वितीयोदाहरणे क्षेपः ३३ एकेनेष्टेन १ भक्तः ३३ द्विधा ३३ इष्टोनाढ्यः ३२।३४ दलीकृतः १६।१७ आद्यो गुण४ मूल२ हृतः८, कनिष्ठं८ ज्येष्ठं१७ क्षेपः ३३

अथवा क्षेपं त्रिभिर्विभज्य पूर्ववज्जाते कनिष्ठज्येष्ठमूले २।७ ॥

विमला—कौन ऐसा वर्ग है जिस को नव से गुणा कर बावन जोड़ देने से वर्ग होता है ।

द्वितीय उदाहरण—कौन ऐसी राशि है जिस को चार से गुण कर तेंतीस जोड़ देने से वर्ग होता है ।

उदाहरण—

प्रथम उदाहरण में क्षेप = ५२, है ।

यहां पर इष्ट २ कल्पना कर इस से क्षेप ५२ में भाग देने से लब्धि = २६ आई इस को दो जगह रख कर इष्ट दो से एक जगह रहित और दूसरे जगह सहित करके आधा किया तो

लघुराशि= $\frac{२६ - २}{२}$ = १२,

बृहद्राशि= $\frac{२६ + २}{२}$ = १४ ।

पहले स्थान में प्रकृति मूल तीन से भाग दिया तो लब्धि कनिष्ठ पद=४, और ज्येष्ठ=१४=बृहद्राशि हुआ।

इन का क्रम से न्यास—

क ४ ज्ये १४ क्षे ५२ ।

अथवा क्षेप ५२ में चार का भाग देकर उक्त प्रकार से कनिष्ठ = $\frac{३}{२}$, ज्येष्ठ पद = $\frac{१७}{२}$, हुआ ।

द्वितीय उदाहरण—

द्वितीय उदाहरण में क्षेप = ३३, है ।

यहां पर इष्ट एक कल्पना कर के इस से ३३ क्षेप में भाग देने से लब्धि = ३३ ही मिली । इस को दो जगह रख कर एक जगह इष्ट एक से रहित और दूसरे जगह सहित किया तो क्रम से ३२।३४ हुआ, इस का आधा किया तो १६।१७ हुआ । इन में से पहिली संख्या १६ में प्रकृति मूल दो का भाग दिया तो कनिष्ठ पद = ८ आया । ज्येष्ठ पद = १७ ।

इन का क्रम से न्यास—

क ८ ज्ये १७ क्षे ३३ ।

अथवा—

क्षेप ३३ में ३ का भाग दिया तो लब्धि ११ मिली । इस को दो जगह रख कर तीन ऊन युत, किया तो ८।१४ हुआ, इस का आधा क्रम से ४।७, इस में से पहली संख्या में प्रकृति = ४ के मूल दो का भाग दिया तो २ आया ।

अतः कनिष्ठ = २, ज्येष्ठ = ७, क्षेप=३३ सिद्ध हुआ ।

अथ वा प्रकृतिसमक्षेपे उदाहरणम्

त्रयोदशगुणो वर्गस्त्रयोदशविवर्जितः ॥ ५ ॥

त्रयोदशयुतो वा स्याद्वर्ग एव निगद्यताम् ।

प्रथमोदाहरणे प्रकृतिः १३। जाते कनिष्ठज्येष्ठे १, ०। अत्र "इष्टवर्गप्रकृत्योर्यद्विवरम्" इत्यादिना रूपक्षेपमूले $\frac{३}{२}$, $\frac{११}{२}$ । आभ्यां भावनया त्रयोदशर्णक्षेपमूले $\frac{१}{२}$, $\frac{३९}{२}$ ।

वा एषामृणक्षेपपदानां रूपशुद्धिपदाभ्यामाभ्यां $\frac{१}{२}$, $\frac{३}{२}$ विश्लेष्यमाणभावनया त्रयोदशक्षेपमूले $\frac{३}{२}$, $\frac{१३}{२}$, वा १८, ६५ ।

सु०—अथ प्रकृतिसमे क्षेपे उदाहरणान्तरं युक्तिं प्रदर्शयितुमुदाहरणान्तरमपि दर्शयति—

स्पष्टम् ।

उदाहरणम्—

प्रथमोदाहरणे प्रकृतिः १३ कनिष्ठं १ अस्य वर्गः १ प्रकृतिगुणः १३ क्षेप १३ वर्जितः । अस्य पदं ज्येष्ठं०,

न्यासः क १ ज्ये० क्षे १३ ।

एवं क्षेपस्य प्रकृतिसमत्वे तच्छोधनेन शून्यत्वात्पदमपि शून्यं स्यात्

अथ ज्येष्ठस्य शून्यत्वे यदि लोके प्रतीतिर्नास्ति तर्हि रूपक्षेपपदोत्थया भानवया ऽऽनन्त्यमिति ज्ञापयितुमाह—

अत्रेष्टं ३ इष्टवर्गप्रकृत्योर्यद्विवरमित्यादिना—यथा इष्टं ३ अस्य वर्गः ९ प्रकृतिः १३ अनयोरन्तरं ४ अनेन द्विगुणितमिष्टं ६ विभक्तं $\frac{६}{४}$ द्वाभ्यामपवर्तितं जातं कनिष्ठं $\frac{३}{२}$, अस्य वर्गः $\frac{९}{४}$ प्रकृति १३ गुणः $\frac{११७}{४}$ रूपयुतः $\frac{१२१}{४}$ मूलं ज्येष्ठं $\frac{११}{२}$,

क्रमेण न्यासः क $\frac{३}{२}$, ज्ये $\frac{११}{२}$, क्षे १,

एषां पूर्वमूलाभ्यां सह भावनार्थं न्यासः ।

क १ ज्ये० क्षे १३

क $\frac{३}{२}$, ज्ये $\frac{११}{२}$, क्षे १

आभ्यां भावनया त्रयोदशऋणक्षेपे मूले क $\frac{११}{२}$ ज्ये $\frac{३९}{२}$ क्षे १३ एषामृणक्षेपपदानां

रूपशुद्धिपदाभ्यामाभ्यां क $\frac{१}{२}$ ज्ये $\frac{३}{२}$ क्षे १̇ विशेषभावनार्थं न्यासः ।

क $\frac{११}{२}$ ज्ये $\frac{३९}{२}$ क्षे १३,

क $\frac{१}{२}$ ज्ये $\frac{३}{२}$ क्षे १̇,

अत्र ह्रस्वं वज्राभ्यासयोरन्तरं वेत्यादिना मूले साध्ये यथा वज्राभ्यासौ $\frac{३३}{४}$, $\frac{३९}{४}$, अन्तरं द्वाभ्यामपवर्तितं कनि $\frac{३}{२}$ कनिष्ठयोराहतिः $\frac{११}{४}$, प्रकृति १३ गुणा $\frac{१४३}{४}$, ज्येष्ठाभ्यासः $\frac{११७}{४}$, अनयोर्वियोगः द्वाभ्यामपवर्तितः $\frac{१३}{२}$ ज्येष्ठं,

क्षेपघातः क्षेपः १३ धनत्रयोदशक्षेपे जाते मूले क $\frac{३}{२}$ ज्ये $\frac{१३}{२}$ क्षे १३,

अथवा वज्राभ्यासयोरैक्यं हरभक्तं कनिष्ठं १८ लघ्वोर्घातः $\frac{११}{४}$ प्रकृतिगुणः $\frac{१४३}{४}$ ज्येष्ठाभ्यासेन $\frac{११७}{४}$ युतः $\frac{२६०}{४}$ हरभक्तोज्येष्ठं ६५

क्रमेण न्यासः क १८ ज्ये ६५ क्षे १३,

विमला—कौन ऐसा अङ्क है जिसको तेरह से गुण कर गुणन फल में तेरह जोड़ या घटा देते हैं तो वर्ग होता है।

उदाहरण—

इस उदाहरण में प्रकृति = १३ है, अब इष्ट कनिष्ठ १ कल्पना कर इस के वर्ग १ को प्रकृति १३ से गुणा किया तो १३ हुआ, इसमें तेरह घटा देने से शून्य शेष रहा इसका मूल ज्येष्ठ मूल शून्य ही हुआ।

क्रम से न्यास—

क १ ज्ये० क्षे १३̇ ।

यहां पर समास भावना के लिये न्यास—

{ क १ ज्ये० क्षे १३̇
{ क १ ज्ये० क्षे १३̇

"वज्राभ्यासौ ज्येष्ठलध्वोः" इत्यादि सूत्र के अनुसार कनिष्ठ, ज्येष्ठ पदों के वज्राभ्यासों का योग = ० = कनिष्ठपद हुआ।

कनिष्ठों के घात = १×१ = को प्रकृति १३ से गुणा किया तो १३ हुआ, इस में ज्येष्ठों के घात = ० को जोड़ा तो ज्येष्ठपद १३ हुआ।

क्षेपों के घात = १३̇×१३̇ = १६९ = क्षेप हुआ।

यथाक्रम न्यास—

क० ज्ये १३ क्षे १६९ ।

अब इष्ट = १३ कल्पना कर "इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इत्यादि सूत्र के अनुसार कनिष्ठ = ०, ज्येष्ठ = १, क्षेप = १,

पूर्व पदों के साथ भावना के लिये न्यास—

{ क ० ज्ये १ क्षे १
{ क १ ज्ये ० क्षे १३̇

यहां समास, अन्तर दोनों भावनाओं से पूर्व पद के समान पद (क १ ज्ये ० क्षे १३) आते है।

इनको (क० ज्ये १३ क्षे १६९) इनके साथ भावना के लिये न्यास—

{ क १ ज्ये ० क्षे १३̇
{ क ० ज्ये १३ क्षे १६९

यहां पर समास, अन्तर दोनों भावनाओं से ये पद (क १३ ज्ये० क्षे २१९७) उत्पन्न होते हैं।

अब यहां पर क्षेप=२१९७ को वर्गात्मक न होने के कारण "इष्टवर्गहृतः क्षेपः" इस सूत्र की प्रवृत्ति नहीं होती।

इसलिये "इष्टवर्गप्रकृत्योर्यद्विवरं तेन वा भजेत्" इत्यादि सूत्र के अनुसार इष्ट= ३, कल्पना कर इस के वर्ग=९ और प्रकृति १३ का अन्तर चार हुआ। इस से

दूने इष्ट=६ में भाग देने से $\frac{६}{४}=\frac{३}{२}$=कनिष्ठ पद हुआ । इसका वर्ग=$\frac{९}{४}$ को प्रकृति १३ से गुणा कर एक जोड़ने से=$\frac{९}{४}\times १३+१=\frac{११७}{४}+१=\frac{१२१}{४}$, इतना हुआ, इसका मूल=$\frac{११}{२}$ ज्येष्ठ पद हुआ।

क्रम से न्यास—

क $\frac{३}{२}$ ज्ये $\frac{११}{२}$ क्षे १ ।

पूर्व सिद्ध मूल के साथ भावना के लिये न्यास—

$$\begin{cases} \text{क } १ \text{ ज्ये} ० \text{ क्षे } १\dot{३} \\ \text{क } \frac{३}{२} \text{ ज्ये } \frac{११}{२} \text{ क्षे} १ \end{cases}$$

यहां पर कनिष्ठ ज्येष्ठों के वज्राभ्यास का योग=० + $\frac{११}{२}=\frac{११}{२}$=कनिष्ठ ।

कनिष्ठों के घात=$\frac{३}{२}\times १=\frac{३}{२}$ को प्रकृति १३ से गुणा किया तो $\frac{३९}{२}$ हुआ। इस में ज्येष्ठों के घात=० जोड़ा तो उतना ही रहा अतः ज्येष्ठ पद=$\frac{३९}{२}$ हुआ। क्षेपों के घात क्षेप=$१\dot{३}$ हुआ।

क्रम से न्यास—

क $\frac{११}{२}$ ज्ये $\frac{३९}{२}$ क्षे $१\dot{३}$ ।

इन का (क $\frac{१}{२}$ ज्ये $\frac{३}{२}$ क्षे $\dot{१}$) इन के साथ भावना के लिये न्यास

$$\begin{cases} \text{क } \frac{११}{२} \text{ ज्ये } \frac{३९}{२} \text{ क्षे } १\dot{३} \\ \text{क } \frac{१}{२} \text{ ज्ये } \frac{३}{२} \text{ क्षे } \dot{१} \end{cases}$$

"ह्रस्वं वज्राभ्यासयोरन्तरं वा" इत्यादि सूत्र के अनुसार वज्राभ्यासों का अन्तर $=\frac{३९}{४}-\frac{३३}{४}=\frac{६}{४}=\frac{३}{२}$=कनिष्ठ पद हुआ।

दोनों कनिष्ठों के घात $\frac{११}{२}\times\frac{१}{२}=\frac{११}{४}$ को प्रकृति १३ से गुणा कर $\frac{११}{४}\times १३=\frac{१४३}{४}$ गुणन फल, ज्येष्ठों के घात=$\frac{३९}{२}\times\frac{३}{२}=\frac{११७}{४}$, इन दोनों का अन्तर=$\frac{१४३}{४}-\frac{११७}{४}=\frac{२६}{४}=\frac{१३}{२}$=ज्येष्ठ पद हुआ।

क्षेपों के घात क्षेप=$१\dot{३}\times\dot{१}$ = १३ हुआ।

क्रम से न्यास—

क $\frac{३}{२}$ ज्ये $\frac{१३}{२}$ क्षे १३ ।

अथवा—

वज्राभ्यासों के योग $= \frac{३९}{४} + \frac{३३}{४} = \frac{७२}{४} = १८ =$ कनिष्ठ पद हुआ । प्रकृति-गुणित कनिष्ठों के घात $= \frac{१४३}{४}$, ज्येष्ठों के घात $\frac{११७}{४}$ इन दोनों का योग $= \frac{१४३}{४} + \frac{११७}{४} = \frac{२६०}{४} = ६५ =$ ज्येष्ठ पद हुआ । क्षेपों का घात क्षेप=१३ हुआ ।

यथा क्रम न्यास—

क १८ ज्ये ६५ क्षे १३ ।

उदाहरणम्—

ऋणगैः पञ्चभिः क्षुण्णः को वर्गः सैकविंशतिः ॥ ६ ॥

वर्गः स्याद्वद चेद्वेत्सि क्षयगप्रकृतौ विधिम् ।

न्यासः प्र ५̇ । अत्र जाते मूले १, ४ । वा २, १ । रूपक्षेपभावनयाऽऽनन्त्यम् ।

सु०—एवमृणप्रकृतावपि यथासंभवं पदानयनं द्रष्टव्यं सदुदाहरणमनुष्टुभा दर्शयति—

भो गणक त्वं चेत् क्षयगप्रकृतौ विधिं कर्तव्यतां वेत्सि जानासि तर्हि को वर्गः ऋणगैः पञ्चभिर्गुणितः एकविंशत्या युतो वर्गः स्यात् ।

उदाहरणम्—

अत्र रूपमिष्टं कनिष्ठं १ अस्य वर्गः १ ऋणप्रकृत्या गुणितः ५̇ क्षेप २१ युतः १६ अस्य मूलं ज्येष्ठं ४ ।

क्रमेण न्यासः = क १ ज्ये ४ क्षे २१,

वा रूपद्वयमिष्टं २ प्रकल्प्य जातं कनिष्ठं २ ज्येष्ठं १ क्षेपः २१,

रूपक्षेपभावनया पदानामानन्त्यं पूर्ववदिति ।

अत्र चक्रवालान्तररूपगणितं ग्रन्थान्तराल्लिख्यते—

को वर्गोऽङ्कशशाङ्कघ्नः सरूपो मूलदो भवेत् ।

वद तं बीजमध्येऽसि मध्यमाहरणे पटुः ॥

अत्रोदाहरणम्—

अत्र कनिष्ठं या १ इति कल्प्यते ।

अस्य वर्गः याव १ प्रकृतिगुणः याव १९ सरूपः याव १९ रू १ अयं ज्येष्ठवर्गोऽस्य मूलं न लभ्यत इति प्रथमखण्डस्य निरग्रमूलं गृहीतं या ४,

इदं कालकयुतं संपूर्णमूलं कल्पितं या ४ का १,

एतद्वर्गेण ज्येष्ठवर्गस्तुल्य इति पक्षौ समौ—

{ याव १९ रू १ काव ० =
{ याव १६ याकाभा ८ काव १,

समशोधने जातं

{ याव ३ याकाभा ८̇ =
{ काव १ रू १̇,

एतौ त्रिभिस्संगुण्य कालकचतुष्टयवर्गं काव १६ प्रक्षिप्य मूले—

या ३ का ४̇ =
√(काव १६ रु ३̇)

पुनस्समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानम् = $\frac{\text{का ४} + \sqrt{\text{काव १६} - \text{३}}}{\text{३}}$ ।

अत्र $\frac{\text{का ४} + \sqrt{\text{काव १६} - \text{३}}}{\text{३}}$, भाज्ये प्रथमखण्डं का ४ द्वितीयखण्डमूलेन निरग्रेण का ४ युतं का ८ हर ३ भक्तं लब्धं का २ शेषमितं नीलकतुल्यं कल्पितमेवं लब्धिर्यावत्तावन्मानमिता का २ नी १, इयं हरगुणितः का ६ नी ३ भाज्यसमा जाता इयं भाज्यप्रथमखण्डेन का ४ हीना का २ नी ३ शेषभाज्यसमा ।

तद्वर्गौ तुल्यौ पक्षौ { काव ४ कानीभा १२ नीव ९ =
काव १६ रू ३̇,

समशोधने जातं { काव १५ कानीभा १२̇ =
नीव ९ रू ३,

एतौ त्रिभिरपवर्तितौ { काव ५ कानीभा ४̇ =
नीव ३ रू १,

पंचगुणितौ नीलकद्वयवर्गं नीव ४ युतौ तन्मूले—

का ५ नी २̇ =
√नीव १९ रू ५ ।

पुनः समशोधनाल्लब्धं कालकमानम् = $\frac{\text{नी २} + \sqrt{\text{नीव १९ रू ५}}}{\text{५}}$

अत्र प्रथमखण्डं नी २ द्वितीयखण्डमूलेन निरग्रेण नी ४ युतं नी ६ हर ५ भक्तं निरग्रलब्धिः नी १, शेषलब्धिः पीतकः पी १,

एवं संपूर्णा लब्धिः कालकमानमिता नी १ पी १ इयं हर ५ गुणिता नी ५ पी ५ भाज्यप्रथमखण्ड नी २ हीना शेषं नी ३ पी ५ एतद्वर्गः शेषभाज्यसम इति पक्षौ

{ नीव ९ नीपीभा ३० पीव २५ =
नीव १९ रू ५१,

समशोधने जातं—

{ नीव १० नीपीभा ३̇० =
पीव २५ रू ५̇,

एतौ पंचापवर्तितौ =

{ नीव २ नीपीभा ६̇ =
पीव ५ रू १̇,

पुनर्द्वाभ्यां संगुणितौ पीतकत्रयवर्गं पीव ९ युक्तौ तन्मूले—

नी २ पी ३̇ =
√पीव १९ रू २̇ ।

पुनः समशोधनाल्लब्धं नीलकमानम्= $\frac{\text{पी } ३ + \sqrt{\text{पीव } १६ \text{ रू } २}}{२}$,

अत्र भाज्ये प्रथमखण्डं पी ३ द्वितीयखण्डमूलेन निरग्रेण पी ४ युतं पी ७ हरभक्तं निरग्रलब्धिः पी ३,

इयं लोहितक लो १ युता संपूर्णा लब्धिनीलकमानमिता (पी ३ लो १) हर २ गुणिता भाज्यसमा पी ६ लो २,

भाज्यप्रथमखण्डेन पी ३ हीना पी ३ लो २,

एतद्वर्गः शेषभाज्यवर्ग सम इति पक्षौ—

पीव ९ पी · लोभा १२ लोव ४ = पीव १६ रू २,

समशोधने कृतेद्वाभ्यामपवर्तिते न्यासः—

पीव ५ पीलोभा ६ = लोव २ रू १,

एतौ पंचगुणितौ लोहितकत्रय लो३ वर्गयुक्तौ तन्मूले—

पीव ५ लो ३ =
$\sqrt{\text{लोव } १६ \text{ रू } ५}$

पुनः समशोधनाल्लब्धं पीतकमानम् = $\frac{\text{लो } ३ + \sqrt{\text{लोव } १६ + ५}}{५}$

अत्र भाज्ये प्रथमखण्डं लो ३ द्वितीयखण्डमूलेन निरग्रेण लो ४ युतं लो७ हर५ भक्तं निरग्रलब्धिः लो १, इयं हरितकयुता संपूर्णा लब्धिः पीतकमानमिता (लो१ह१) हरगुणिता (लो५ह५) भाज्यप्रथमखण्डेन लो३हीना शेषं लो२ह५,

एतद्वर्गः शेषभाज्यसम इति पक्षौ—

{ लोव ४ लोहभा २० हव २५ =
{ लोव १६ रू ५,

समशोधने पंचापवर्तिते न्यासः—

{ लोव ३ लोहभा ४ =
{ हव ५ रू १

एतौ त्रिगुणितौ हरितकद्वयवर्गेण युक्तौ तन्मूले—

लो ३ ह २ = $\sqrt{\text{हव } १९ \text{ रू } ३}$

पुनः समसोधनाल्लब्धं लोहितकमानम् =

$\frac{\text{ह } २ + \sqrt{\text{हव } १९ - ३}}{३}$

अत्र भाज्यप्रथमखण्डं (ह२) द्वितीयखण्डमूलेन निरग्रेण (ह४) युतं (ह६) हरभक्तं २ ह,

इदं श्वेतकयुतं ह२ श्वे १ संपूर्णा लब्धिर्लोहितकमानमिता हर ३ गुणिता भाज्यसमा ह६श्वे ३,

भाज्यप्रथमखण्डेन ह २ हीना ह ४ श्वे ३ एतद्वर्गो भाज्यशेषवर्ग सम इति पक्षौ-

हव १६ ह · श्वेभा २४ श्वेव ९=हव १९ रू ३̇,

समशोधने त्रिभिरपवर्तिते न्यासः—

श्वेव ३ रू १ = हव १ ह·श्वेभा ८,

एतयोः श्वेतकचतुष्टयवर्गयोजनान्मूले—

ह १ श्वे ४̇ = $\sqrt{\text{श्वेव १९ रू १}}$

अत्र श्वेतकचतुष्टयुतं जातं हरितकमानं तत्र श्वेतकस्य मानं व्यक्तं शून्यं कल्पितं० तेन हरितकमाने उत्थापनाद्रूपमितं हरितकमानं व्यक्तं जातं १,

अनेन लोहितकमाने $\frac{\text{ह २} + \sqrt{\text{हव १९ रू ३̇}}}{\text{३}}$ ष्युत्थापनाल्लौहितकमानं व्यक्तं २, यतो हरितकमान १ वर्गो नवेन्दुगुणः १९ त्रिहीन १६ स्तन्मूलं ४ प्रथमखण्डयुतं ६ हरभक्तं फलं लोहितकमानं जातं २,

अनेन पीतकमाने $\frac{\text{लो ३} + \sqrt{\text{लोव १९ रू ५}}}{\text{५}}$, उत्थापनं

तद्यथा लोहितकमान २ वर्गो ४ नवेन्दुगुणितः ७६ पचयुतः ८१ तन्मूलं ९ त्रिगुणितेन लोहितकमानेन ६ युतं १५ हरभक्तं जातं पीतकमानं व्यक्तं ३,

अनेन नीलकमाने $\frac{\text{पी ३} + \sqrt{\text{पीव १९ रू २̇}}}{\text{२}}$ उत्थापनान्नीलकमानं व्यक्तं ११,

अनेन कालकमाने $\frac{\text{नी२} + \sqrt{\text{नी१९} + \text{५}}}{\text{५}}$, उत्थापनाज्जातं कालकमानं व्यक्तं १४।

अनेन यावत्तावन्माने $\frac{\text{का ४} + \sqrt{\text{काव १९ रू ३̇}}}{\text{३}}$, उत्थापनाज्जातं यावत्तावन्मानं ३९,

इदमेव रूपक्षेपे कनिष्ठं ३९,

अस्य वर्गः १५२१ प्रकृत्या १९ गुणितः २८८९९ क्षेप १ युतः २८९०० तन्मूलं जातं ज्येष्ठं १७०,

एवं सर्वत्र

अथैतत्प्रकारपरिणतं व्यक्तमार्गेण लिख्यते—

यथा प्रकृत्या १९ मूलं पदसंज्ञं ४ तत्तुल्यः शेषसंज्ञः ४ मूलशेषं हरसंज्ञं ३ पद ४ शेषयो ४ र्योगे ८ हर ३ भक्ते लब्धिः २,

अत्र पूर्वसिद्धयावत्तावन्माने—

$\frac{\text{का ४} + \sqrt{\text{काव १९} - \text{३̇}},}{\text{३}}$

द्वितीयखण्डमूलं ४शेषसंज्ञं प्रथमखण्डेन पदसंज्ञेन४युतं हरतुल्येन हरसंज्ञेन भक्तं जाता लब्धिः २, इयं हर ३ गुणिता ६ भाज्यप्रथमखण्ड ४ हीना शेषमन्यशेषसंज्ञं २,

इदं शेषभाज्यस्य (का२नी३) प्रथमखण्डसमं २,

समीकरणे त्वेतद्वर्गेण ४ प्रकृति १६ हीना १५ हरेणापवर्ते ५ कालकवर्गाङ्कः सिद्धः काव ५,

तत्तुल्य एव कालकमाने हरोऽन्यहरसंज्ञः ५, एवं रूपतुल्यहरपर्यन्तं कार्यं,

न्यासः
ल ४ शे ४ ह ३
ल २ शे २ ह ५
ल १ शे ३ ह २
ल ३ शे ३ ह ५
ल १ शे २ ह ३
ल २ शे ४ ह १

अत्र यावत्तावत्कालकादिमानेषु द्वितीयखण्डे सर्वत्र प्रकृतितुल्याङ्क १६ एवास्ति

तस्य निरग्रमूलग्रहणे मूलं पदसंज्ञं ४तुल्यमेव पदशेषयोगस्य हरभक्तस्य सर्वत्र लब्धित्वं एवमन्त्ये रूपहरेण भक्ते मानमभिन्नं तत्र हरो रूपमितोऽस्ति तेन यथोक्तं समीचीनमेव ।

अथ पूर्वे हरितकमानं सिद्धं रूपमितं १ लोहितकमानतुल्यं त्विदं ह २श्वे१,यद्येक हरितकस्येदं १तदा हरितकद्वयस्य किमिति जातं २,

श्वेतकमानेन शून्येन युतं २ लोहितकमानं २ एतेन लब्धिः २ रूपक्षेपगुणा शून्ययुता इतिकुट्टकवद्रीतिस्संपन्ना,

पुनः पीतकमानं त्विदं लो१ह१ अत्र लोहितकमान २ मुत्थाप्य जातं पीतक मानं व्यक्तं ३, अत्राप्युपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते अन्त्येन युते इति सिद्धम् ,

अथ नीलकमाने पी३लो१पीतकमान३ मुत्थापितं यद्येकस्य पीतकस्येदं ३ तदा पीतकत्रयस्य किमितीदं ६ लोहितकमान २ युतं जातं नीलकमानं ११, अत्राप्युपान्तिमेन ३ स्वोर्ध्वे ३ हते ६ अन्त्येन २ युते ११ इति सिद्धम् ,

अथ कालकमाने नी१पी१ नीलक११ मुत्थापितं तत्र रूपगुणितं नीलकमानं११, पीतकमानेन३युतं जातं कालकमानं १४, अत्राप्युपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते११अन्त्येन ३युते१४ इति सिद्धम्,

अथ यावत्तावन्माने का२नी१ कालकमानस्योत्थापनं तत्र कालकमानं द्विगुणं २८ नीलकमानेन११युतं जातं यावत्तावन्मानं ३६,

अथ ज्येष्ठतुल्यमाने या४क१यावन्मानमुत्थापितं तत्र यावन्मानं ३६चतुर्गुणितं १५६ कालकमानेन १४ युतं ज्येष्ठं १७०,

यावन्मानं कनिष्ठं ३६,

अत्र यावत्तावदादीनां पूर्वसिद्धानां मानानि—

ज्येष्ठ = या ४ का १
या = का २ नी १
का = नी १ पी १
नी = पी ३ लो १
पी = लो १ ह १
लो = ह २ श्वे १

एषां प्रथमखण्डतुल्या लब्धयस्तदधः क्षेप १ स्तदधः खमिति न्यस्ता वल्ली—

४
२
१
३
१
२
१
०

उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते अन्त्येन युते तदन्त्यं त्यजेदितिजातौ लब्धिगुणौ १७०।३६ एतावेव ज्येष्ठकनिष्ठस्वरूपाविति जातौ।

अत्र विशेषः—

पूर्वलिखितस्वरूपे आदितो लब्धयः स्वेष्टहरावधिस्थाप्यास्तदधो रूपक्षेपं तदधः खमिति न्यासे कुट्टकेन गुणाप्ती साध्येते कनिष्ठज्येष्ठे स्वेष्टहरतुल्यक्षेपे भवतस्तद्यथा

लब्धयस्तद्धराश्च न्यस्ताः—

ल ४ ह ३
ल २ ह ५
ल १ ह २
ल ३ ह ५
ल १ ह ३
ल २ ह १

एकलब्धेरधः क्षेपः—
४
१
०

गुणलब्धी १।४ हरतुल्यऋणक्षेपे ३ कनिष्ठज्येष्ठे जाते विषमवल्लीत्वात्।

एवं लब्धिद्वयाधः क्षेपः—
४
२
१
०

अत्र गुणलब्धी २।९ स्वहरतुल्यधनक्षेपे ५ कनिष्ठज्येष्ठे जाते समवल्लीत्वात्।

अथ लब्धित्रयाधः क्षेपः—
४
२
१
१
०

अत्र लब्धिगुणौ १३।३ स्वहरतुल्य २ ऋणक्षेपे ज्येष्ठकनिष्ठे जाते विषमवल्लीत्वात्।

अथ लब्धिचतुष्टयाधः क्षेपः—
४
२
१
३
१
०

अत्र लब्धिगुणौ ४८।११ ज्येष्ठकनिष्ठमितौ हरतुल्यधनक्षेपे ५ जातौ समवल्लीत्वात् ।

अत्र लब्धिपंचकाधः क्षेपः $\left\{\begin{matrix} ४ \\ २ \\ १ \\ ३ \\ १ \\ १ \\ ० \end{matrix}\right.$

उक्तवद्गुणलब्धी १४।६१ स्वहरतुल्य ३ ऋणक्षेपे कनिष्ठज्येष्ठे जाते वल्लीनां विषमत्वात् । एवं सर्वत्र ज्ञेयम् ।

अत्रोपपत्तिः—

पूर्वागतयावत्तावदादिवर्णमानेषु कुत्रचिद्वर्णमानं शून्यं प्रकल्प्य तेनोत्थापिते रूपतुल्यमेव मानं व्यक्तं सर्वत्र हाररूपयोस्तुल्यत्वात् ।

तदनन्तरं विलोमकोत्थापनेनान्यवर्णमानानि साधयित्वाऽन्त्ये गुणलब्धिरूपावेव कनिष्ठज्येष्ठे स्वहारतुल्ये क्षेपे भवतः ।

यथा लोहितकमाने $\left(\frac{\text{ह}२+\sqrt{\text{हव}१६-३}}{३}\right)$ हरितकमानं शून्यं कल्पितं तदा लोहितकमानं रूपमितं १ जातम् ।

अथ पीतकमानं त्विदं (लो१ह१) लोहितकं रूपं १ हरितकं शून्यं तदोत्थापनेन पीतकमानमपि रूपमेव १,

अथ नीलकमानं (पी३लो१) उत्थापने सिद्धयो ३।१र्योगे जातं नीलकमानं ४,

अथ कालकमाने (नी१पी१) उत्थापनादनयो ४।१ र्योगः कालकमानं ५,

अथ यावन्माने (का२नी१) द्वयोरुत्थापनेन १०।४ द्वयोर्योगो यावत्तावन्मानं १४,

अथ ज्येष्ठमाने (या४ का १) उत्थापनादनयो ५६।५ र्योगो ज्येष्ठं ६१,

एवं सर्वत्र उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते इति कुट्टकवद्रीतिस्सपन्ना ।

एवमत्र कनिष्ठ १४ ज्येष्ठे ६१, एते पूर्वलब्धिपंचकस्थापने रूपक्षेपे सिद्धे वर्तते,

अथवा पीतकमानं $\frac{\text{लो}३+\sqrt{\text{लोव}१६+५}}{५}$,

अत्र लोहितकमानं शून्यं कल्पितं तदा पीतकमान रूप १,

अनेन नीलकमाने(पी३लो१)उत्थापनान्नीलकमानं ३, पुनः कालकमाने(नी१पी१)युत्थापनात्कालकमानं ४, पुनर्यावन्माने (का२नी १) उत्थापनाद्यावन्मानं कनिष्ठं ११ ज्येष्ठमाने (या४का१) उत्थापनाज्ज्येष्ठं ४८,

एते पूर्वं लब्धिचतुष्टयाधो रूपक्षेपस्थापने कुट्टकेन सिद्धे वर्तेते, यत्र माने रूपस्य धनत्वं तत्र धनक्षेपे यत्र रूपस्य ऋणत्वं तत्र ऋणक्षेपे कनिष्ठज्येष्ठे गुणलब्धिरूपे सर्वमानेषु बोध्ये ।

एवमुक्तमनुक्तं बीजकल्पनाकुशलेन स्वधिया सुधिया विज्ञेयम् ॥

विमला०—कौन ऐसा वर्ग है जिस को ऋण पांच से गुण कर गुणन फल में इक्कीस जोड़ देते हैं तो वर्ग होता है।

उदाहरण—

यहां पर प्रकृति=५ है। इष्ट १ को कनिष्ठ मान कर उस का वर्ग १ को प्रकृति ५ से गुणा किया तो ५ हुआ। इस में क्षेप = २१ जोड़ा तो १६ रहा, इस का मूल ज्येष्ठ पद = ४, हुआ।

क्रमसे न्यास—

क १ ज्ये ४ क्षे २१।

अगर इष्ट = २, तब उक्त प्रकार से कनिष्ठ, ज्येष्ठ, और क्षेप क्रम से—

क २ ज्ये १ क्षे २१।

इस तरह यहां पर भी पदों को अनेक तरह से लाना चाहिए॥

उक्तं बीजोपयोगीदं संक्षिप्तं गणितं किल।
अतो बीजं प्रवक्ष्यामि गणकानन्दकारकम्॥

इति श्रीभास्करीयबीजगणिते वर्गप्रकृतिचक्रवालः समाप्तः।

सु०—अथ ग्रन्थारम्भे वच्मि बीजक्रियां चेति ग्रंथकृता प्रतिज्ञातं तदुपयोगितया धनर्णषड्विधादेश्चक्रवालान्तस्य गणितस्य प्रतिपादितस्य बीजत्वभ्रमवारणार्थमनुष्टुमाह-

स्पष्टम्।

त्रिस्कन्धसिन्धुपरपारगमैथिलार्यश्रीशम्भुनाथगणकात्मजनिर्मितेऽस्मिन्।
बीजक्रियाविवरणे परिपूर्तिमागाद्युक्त्या कृतिप्रकृतिसंयुतचक्रवालम्॥

इति जीवनाथदैवज्ञवितन्विते बीजोदाहरणे चक्रवालं समाप्तम्।

विमला०—मैंने (ग्रन्थकारने) ग्रन्थारम्भ में "वच्मि बीज क्रियां च" इस तरह कहा था, हे गणक उस के उपयोगी धनर्णषड्विध से लेकर चक्रवाल पर्य्यन्त संक्षिप्त गणित को मैंने कहा है। इस के बाद ज्योतिषियों के आनन्द देने वाला बीजगणित को आगे कहता हूं।

बुधनिवहवरेण्येणाच्युतानन्दनाम्ना विरचित "विमला"ख्या बीजगा चारुटीका।
नवगणितसुयुल्योद्देशकैः संस्कृताऽयाद्गणितविषयगूढं चक्रवालाभिधानम्॥

इति श्रीअच्युतानन्दशर्म्मविरचितबीजगणितटीकायां चक्रवालं समाप्तम्।

अथैकवर्णसमीकरणम् ।

यावत्तावत् कल्प्यमव्यक्तराशेर्मानं तस्मिन् कुर्वतोद्दिष्टमेव ।
तुल्यौ पक्षौ साधनीयौ प्रयत्नात् त्यक्त्वा क्षिप्त्वा वाऽपि संगुण्य भक्त्वा ॥१॥
एकाव्यक्तं शोधयेदन्यपक्षाद्रूपाण्यन्यस्येतरस्माच्च पक्षात् ।
शेषाव्यक्तेनोद्धरेद्रूपशेषं व्यक्तं मानं जायतेऽव्यक्तराशेः ॥ २ ॥
अव्यक्तानां द्व्यादिकानामपीह यावत्तावद्द्व्यादिनिघ्नं हृतं वा ।
युक्तोनं वा कल्पयेदात्मबुद्ध्या मानं क्वापि व्यक्तमेवं विदित्वा ॥३॥

प्रथममेकवर्णसमीकरणं बीजम् । द्वितीयमनेकवर्णसमीकरणं बीजम् । यत्र वर्णस्य द्वयोर्वा बहूनां वर्गादिगतानां समीकरणं तन्मध्यमाहरणम् । यत्र भावितस्य तद्भावितमिति बीजचतुष्टयं वदन्त्याचार्याः ।

तत्र प्रथमं तावदुच्यते-पृच्छकेन पृष्टे सत्युदाहरणे योऽव्यक्तराशिस्तस्य मानं यावत्तावदेकं द्व्यादिं वा प्रकल्प्य तस्मिन्नव्यक्तराशौ उद्देशकालापवत् सर्वं गुणनभजनत्रैराशिकपञ्चराशिकश्रेढीफलक्षेत्रव्यवहारादि गणकेन कार्यम् । तथा कुर्वता द्वौ पक्षौ प्रयत्नेन समौ कार्यौ । यद्यालापे समौ पक्षौ न स्तस्तदैकतरे न्यूने पक्षे किञ्चित् प्रक्षिप्य ततोऽधिकपक्षात् तावदेव विशोध्य वा न्यूनं पक्षं केनचित् संगुण्य वाऽधिकं पक्षं तावतैव भक्त्वा समौ कार्यौ । ततस्तयोरेकस्य पक्षस्याव्यक्तमन्यपक्षस्याव्यक्ताच्छोध्यमव्यक्तवर्गादिकमपि । अन्यपक्षरूपाणि इतरपक्षरूपेभ्यः शोध्यानि । यदि करण्यः सन्ति तदा ता अपि उक्तप्रकारेण शोध्याः । ततोऽव्यक्तराशिशेषेण रूपशेषे भक्ते यल्लभ्यते तदेकस्याव्यक्तस्य मानं व्यक्तं जायते । तेन कल्पितोऽव्यक्तराशिरुत्थाप्यः ।

यत्रोदाहरणे द्व्यादयोऽव्यक्तराशयो भवन्ति तदा तस्यैकं यावत्तावत् प्रकल्प्य अन्येषां द्व्यादिभिरिष्टैर्गुणितं भक्तं वा इष्टै रूपैरूनं युतं वा यावत्तावदेव कल्प्यम् ।

अथ वा एकस्य यावत्तावदन्येषां व्यक्तान्येव मानानि प्रकल्प्यानि । सर्वं विदित्वेति यथा क्रिया निर्वहति तथा बुद्धिमता ज्ञात्वा शेषाणामव्यक्तानि व्यक्तानि वा कल्प्यानीत्यर्थः ।

सु०—अथैकवर्णसमीकरणं शालिनीत्रयेण निरूपयति—

प्रथममेकवर्णसमीकरणं बीजं द्वितीयमनेकवर्णसमीकरणं बीजं यत्र वर्णस्य द्वयोर्वा बहूनां वर्गादिगतानां समीकरणं तन्मध्यमाहरणं, यत्र भावितस्य तद्भावितमिति बीजचतुष्टयं वदन्त्याचार्याः ।

तत्र प्रथमं तावदुच्यते पृच्छकेन पृष्टे सत्युदाहरणे योऽव्यक्तराशिस्तस्य मानं

यावत्तावदेकं द्व्यादिकं वा प्रकल्प्य तस्मिन्नव्यक्तराशावुद्देशकालापवत्सर्वं गुणन-भजनत्रैराशिकश्रेढीक्षेत्रादिकं गणकेन कार्यम् ।

तथा कुर्वता द्वौ पक्षौ प्रयत्नेन समौ कार्यौ यद्यालापे पक्षौ समौ न स्तस्तदैकतरे पक्षे किंचित्प्रक्षिप्य ततस्त्यक्त्वा वा केनचित्संगुण्य भक्त्वा वा समौ कार्यौ पक्षयो-रेकतरस्य पक्षस्याव्यक्तमन्यपक्षाव्यक्ताच्छोध्यम् ।

अव्यक्तवर्गादिकमपि अन्यपक्षस्य रूपाणीतरपक्षरूपेभ्यः शोध्यानि, यदि करण्यः सन्ति तदा ता अपि उक्तप्रकारेण शोध्याः, ततोऽव्यक्तशेषेण रूपशेषे भक्ते यल्लभ्यते तदेकस्याव्यक्तस्य मानं व्यक्तं जायते, तेन कल्पितोऽव्यक्तराशिरुत्थाप्यः यद्युत्थापने कर्तव्ये यस्याव्यक्तस्योत्थापनं क्रियते तत्र यद्यव्यक्तं वर्गात्मकं स्यात् तदा येन लब्ध-मानोत्थापनं क्रियते तस्यापि वर्गं विधाय तेनोत्थापनं कुर्यात् , तथा कृते सति जात-मेकस्य वस्तुनो मूल्यादीदं स्वाभीष्टसंख्याभिः संगुण्य रूपाणि संस्कार्याभीष्टाङ्को-भवतीति ।

यत्रोदाहरणे द्व्यादयोऽव्यक्तराशयो भवन्ति तदा तस्यैकं यावत्तावत्प्रकल्प्या-न्येषां द्व्यादिभिरिष्टैर्गुणितं भक्तं वेष्टै रूपैरूनं युतं वा यावत्तावत्प्रकल्प्यं अथवा एकस्य यावत्तावदन्येषां व्यक्तान्येव मानानि कल्प्यानि एवं विदित्वेति यथा क्रिया निर्वहति तथा बुद्धिमता ज्ञात्वा शेषाणामव्यक्तानि व्यक्तानि च कल्प्यानीत्यर्थः ।

अत्रोपपत्तिः—

अज्ञातराशेर्मानं यावत्तावत्कल्प्यं तत उक्तरीत्या पक्षौ समौ कार्यौ तत्र समयोः समक्षेपे समशुद्धौ वा समेन गुणने भक्ते वा न समत्वहानिरस्तीति स्पष्टमेव, अतोऽ-व्यक्तराशिर्यः शुद्धो भवति तत्तुल्यं पक्षयोः शोधितं तदैकपक्षेऽव्यक्ताभावः स्यात् तत इतरपक्षरूपतुल्यानि पक्षद्वये शोधितानि तदेतरपक्षे रूपाभावः, एवमेकपक्षेऽव्य-क्तशेषं तदन्यपक्षे रूपशेषं स्यात्तथासंपादनीयं, ततोऽनुपातः यद्यव्यक्तशेषस्यास्य रूप-शेषतुल्यमिदं व्यक्तं मानं लभ्यते तदैकयावत्तावतः किमिति त्रैराशिके कृते इच्छाया एकत्वात्तद्गुणितरूपशेषस्याविकृतत्वाच्छेषाव्यक्तेनोद्धृते सति जातमेकस्य यावत्तावतो मानं व्यक्तं तत एकस्येदं मानं तदेष्टस्य किमित्युत्थापनात्कल्पितस्य मानं व्यक्तं स्यात् , इदं सर्वमुदाहरण एव व्यक्तीभविष्यति ॥

विमला०—दिये हुए उदाहरणों में अज्ञातराशि का मान यावत्तावत् कल्पना कर प्रश्नकर्ता के कथनानुसार गुणन, भजन आदि क्रियाओं के द्वारा समान दो पक्ष सिद्ध करना चाहिए। अगर आलाप के अनुसार क्रिया करने से तुल्य दो पक्ष सिद्ध न हो तो एक पक्ष में कुछ जोड़ या घटा कर अथवा इस को किसी से गुण या भाग देकर समान कर लेना चाहिए।

इस तरह सिद्ध दोनों पक्षों में से किसी एक पक्ष के अव्यक्त को दूसरे पक्ष के अव्यक्त में घटाना और दूसरे पक्ष के रूपों को प्रथम पक्ष के रूपों में घटाना चाहिए।

एवं एक पक्ष में अव्यक्त और दूसरे पक्ष में रूप रह जायगा। अब अव्यक्त के गुणाङ्क से रूप में भाग देने से जो लब्धि मिलेगी वही एक अव्यक्त राशि का व्यक्त मान होगा। इस से उद्दिष्ट एक, दो, तीन आदि अव्यक्त संख्या में उत्थापन देने से उद्दिष्ट अव्यक्त मान आजायगा।

इसी तरह वर्ग, घन आदि में पूर्वागत व्यक्त मान के वर्ग घन आदि का उत्थापन देने से उद्दिष्ट अव्यक्त मान व्यक्त हो जाता है।

जिस उदाहरण में दो, तीन आदि अव्यक्त राशि किसी से गुणित, भाजित, युत या ऊन हों वहाँ पर एक अव्यक्त का मान यावत्तावत् कल्पना कर के उक्त विधि से जो व्यक्त मान आवे उस को दो, तीन आदि इष्ट से गुणित, भाजित, युत या ऊन कर के यावत्तावत् मान लाना चाहिए।

अथवा एक ही का यावत्तावत् औरों का रूप कल्पना कर के क्रिया करनी चाहिए।

अर्थात् जिस तरह क्रिया का निर्वाह हो उस तरह कल्पना कर के अव्यक्त मान को व्यक्त करना चाहिए॥

नवीनोपपत्तिः—

अतिस्फुटम्।

उदाहरणम्—

एकस्य रूपत्रिशती षडश्वा अश्वा दशान्यस्य तु तुल्यमूल्याः।
ऋणं तथा रूपशतं च तस्य तौ तुल्यवित्तौ च किमश्वमूल्यम्॥१॥

अत्राश्वमौल्यमज्ञातं तस्य मानं यावत्तावदेकं प्रकल्पितम् या १। तत्र त्रैराशिकं यद्येकस्य यावत्तावन्मूल्यं तदा षण्णां किमिति फलमिच्छागुणं प्रमाणभक्तं लब्धं षण्णामश्वानां मूल्यम् या ६। अत्र रूपशतत्रये प्रक्षिप्ते जातमाद्यस्य धनम् या ६ रू ३००।

एवं दशानां मौल्यम् या १०। अत्र रूपशते चर्णगते प्रक्षिप्ते जातं द्वितीयस्य धनम् या १० रू १००।

एतौ समधनाविति पक्षौ स्वत एव समौ जातौ समशोधनार्थं

न्यासः— $\begin{cases} \text{या ६ रू ३००।} \\ \text{या १० रू १००।} \end{cases}$

अथ एकाव्यक्तं शोधयेदन्यपक्षादिति आद्यपक्षाव्यक्तेऽन्यपक्षाव्यक्ताच्छोधिते शेषम् या ४। द्वितीयपक्षरूपेषु आद्यपक्षरूपेभ्यः शोधितेषु शेषम् रू ४००। अव्यक्तराशिशेषेण या ४ रूपशेषे रू ४०० उद्धृते लब्धमेकस्य यावत्तावतो मानं व्यक्तम् १००।

यद्येकाश्वस्येदं मौल्यं तदा षण्णां किमिति त्रैराशिकेन लब्धं षण्णां मौल्यं ६०० रूपशतत्रययुतं ९०० जातमाद्यस्य धनम्।

न्यासः—{ या ६ रू ३०० ।
{ या ३० रू ३०̇० ।

समक्रियया लब्धं यावत्तावन्मानम् २५ । अनेनोत्थापिते जाते धने ४५०, १५० ।

सु०—अथ त्यक्त्वा क्षिप्त्वेत्यादिना संगुण्य भक्त्वेत्यादिना यथा पक्षसाम्यं भवति तथोदाहरणमुपजातिकया दर्शयति—

अत्राप्येकस्य षडश्वा रूपशतत्रयं चास्ति परस्य दशाश्वा रूपशतमृणं चास्ति परमनयोर्वित्तसमता नास्ति किन्तु प्रथमस्य वित्तार्द्धं द्वियुक्तं यावद्भवतिताव-द्द्वितीयस्य सर्वधनमस्ति ।

अथवाऽन्यतः सकाशादाद्यो धनेन त्रिगुणोऽस्ति अत्र वाजिमूल्यं पृथक् पृथ-ग्वदेत्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्रोदाहरणे प्रथमद्वितीययोस्त एव धने—

{ या ६ रू ३०० =
{ या १० रू १०̇०,

अथात्र प्रथमस्य धनार्द्धं द्वियुक्तं स द्वितीयस्य धनमिति जातौ पक्षौ समौ—

{ या ३ रू १५२ =
{ या १० रू १०̇०,

यद्वा विलोमविधिना द्वितीयधनं या१०रू१०̇० द्विहीनं या१०रू१०̇२ द्विगुणं या२०रू२०̇४ प्रथमधनेन समं स्यादिति जातौ—

{ या ६ रू ३०० =
{ या २० रू २०̇४,

उभयोरपि पक्षयोः समशोधने कृते रूपशेषे आद्यहृते लब्धं यावत्तावन्मानम् ३६ यद्येकाश्वस्य इदं ३६ मौल्यं तदा षण्णां किमिति जातं २१६ रूपशतत्रयेण ३०० युतं प्रथमस्य धनं ५१६,

एवं दशानामश्वानां मूल्यं ३६० रूपशतेन हीनं जातं द्वितीयस्य धनं २६०,

अत्राद्यस्य ५१६ दलं २५८ द्वियुतं २६० द्वितीयस्य धनं वेदं द्विहीनं २५८ द्विगुणं ५१६ प्रथमधनमिति ।

अथ तृतीयोदाहरणे त एव धने—

{ या ६ रू ३००
{ या १० रू १०̇०

आद्यधनत्र्यंशः पर धनमिति पक्षौ—

{ या २ रू १००
{ या १० रू १०̇०

वा परधनं त्रिगुणीकृत्य न्यासः—

$$\begin{cases} \text{या } ६ \;\; \text{रू } ३०० \\ \text{या } ३० \;\; \text{रू } \dot{३}\dot{०}\dot{०} \end{cases}$$

अनयोः समीकरणादुभयत्र लब्धं यावत्तावन्मानं २५।

यद्येकस्येदं २५ तदा षण्णां किमिति १५० रूपशतत्रययुतं प्रथमस्य धनं ४५०, एवं दशानामिदं २५० रूपशतोनं द्वितीयधनं १५० अस्मात्त्रिगुणितमाद्यधनं ४५० ॥

द्वितीय उदाहरण—

विमला०——अगर पहले व्यापारी के आधे धन में दो जोड़ देते हैं तो दूसरे का सर्वधन होता है। अथवा दूसरे से पहले का तिगुना धन है तो घोड़े का मोल क्या होगा?

पूर्वोक्त उदाहरण में दोनों का धन

६ या + ३०० = १० या − १००।

अब इस उदाहरण में पहिले के धन के आधा में दो युक्त दूसरे के धन का बराबर है,

$$\text{अतः } \frac{६\text{या} + ३००}{२} + २ = १०\text{या} - १००,$$

वा ३या + १५० + २ = १० या − १००

अथवा दूसरे के धन = १० या − १००, में दो घटा कर उस को दो से गुण देने से २० या − २०४ हुआ यह पहले के धन के बराबर है।

अतः ६या + ३०० = २०या − २०४,

∴ ३०० + २०४ = २० या − ६या

वा ५०४ = १४ या,

$$\therefore \text{या} = \frac{५०४}{१४} = ३६।$$

उत्थापन देने से पहले का धन = ५१६,

इसी तरह दश घोड़े का मोल ३६० में १०० घटाया तो दूसरे का धन = २६० हुआ।

अलाप—पहले का धन ५१६ का आधा २५८ में दो जोड़ देने से दूसरे का धन = २६० हुआ।

अथवा दूसरे के धन २६० में दो घटा कर २५८ दूना करने से ५१६ पहले का धन हुआ।

दूसरे उदाहरण के मध्य में तीसरा उदाहरण—

पूर्वोक्त उदाहरण में सिद्ध दो पक्ष—

६ या + ३०० = १० या − १००,

अब पहले के धन का तीसरा हिस्सा दूसरे के धन के तुल्य है।

अतः $\frac{६ \text{ या} + ३००}{३} = १० \text{ या} - १००$,

$\therefore २ \text{ या} + १०० = १० \text{ या} - १००$

$१०० + १०० = १० \text{ या} - २ \text{ या}$,

वा $२०० = ८ \text{ या}$,

$\therefore \text{या} = \frac{२००}{८} = २५$ ।

अथवा दूसरे के धन को तिगुना करने से—

$६ \text{ या} + ३०० = ३० \text{या} - ३००$

$\therefore ३०० + ३०० = ३० \text{ या} - ६ \text{ या}$

वा $६०० = २४ \text{ या}$,

$\therefore \text{या} = \frac{६००}{२४} = २५$ ।

अब एक घोड़े का मोल २५ है तो छै घोड़े का मोल=१५० हुआ ।

इस में तीन सौ जोड़ देने से प्रथम का धन=४५० हुआ ।

इसी तरह दश घोड़े का मोल २५० में १०० ऋण करने से द्वितीय का धन= १५० हुआ, इस से तिगुना पहले का धन है ॥

उदाहरणम्—

माणिक्यामलनीलमौक्तिकमितिः पञ्चाष्टसप्तक्रमा-
देकस्यान्यतरस्य सप्त नव षट् तद्रत्नसंख्या सखे ।
रूपाणां नवतिर्द्विषष्टिरनयोस्तौ तुल्यवित्तौ तथा
बीजज्ञ प्रतिरत्नजानि सुमते मौल्यानि शीघ्रं वद ॥ ३ ॥

अत्राव्यक्तानां बहुत्वे कल्पितानि माणिक्यादीनां मौल्यानि या ३, या २, या १ ।

यदि एकस्य रत्नस्य इदं मौल्यं तदोद्दिष्टानां किमिति लब्धानां यावत्तावतां योगे स्वस्वरूपयुते जातौ पक्षौ

या १५ या १६ या ७ रू ९० ।

या २१ या १८ या ६ रू ६२ ।

एते अनयोर्धने इति समशोधने कृते लब्धं यावत्तावन्मानम् ४ ।

अनेनोत्थापितानि माणिक्यादीनां मौल्यानि १२, ८, ४ । एवं सर्वधनम् २४२ ।

अथ वा माणिक्यमानं यावत्तावन्नीलमुक्ताफलयोर्मौल्ये व्यक्ते एव कल्पिते ५, ३ । अतः समीकरणेन लब्धं यावत्तावन्मानम् १३ । अनेनोत्थापिते जातं समधनम् २१६ । एवं कल्पनावशादनेकधा ।

सु०—अथाव्यक्तानां द्व्यादिकानामपीत्यस्योदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह—

अथैकस्य वणिजो माणिक्यामलनीलमौक्तिकमितिः (मा ५ नी ८ मु ७) पञ्चाष्टसप्तक्रमात् रूपाणां नवतिश्च।

द्वितीयस्य तु तद्रत्नसंख्या सप्तनवषट्क्रमात् रूपाणां द्विषष्टिश्चास्ति

हे बीजज्ञ प्रतिरत्नानां जातौ उत्तमाधमविवेके मूल्यविचारे च सुष्टुमति र्यस्यासौ प्रतिरत्नजातिसुमतिस्तत्संबोधने प्रतिरत्नजातिसुमते तौ द्वौ तुल्यवित्तौ यथा भवतस्तथा मौल्यानि वदेत्यर्थः।

उदाहरणम्—

अत्राव्यक्तानां बहुत्वे कल्पितानि माणिक्यादीनां मौल्यानिः या३, या२, या१,

यद्येकस्य माणिक्यस्य मौल्यमव्यक्तत्रयं या ३ तदा पञ्चानां माणिक्यानां किमिति या १५। एवं नीलकाष्टकस्य या १६, मौक्तिकसप्तकस्य या ७, एषां योगः

या ३८ रू ९० इदमाद्यधनम्।

पुनर्यदि एकमाणिक्यस्येदं या ३ तर्हि सप्तानां माणिक्यानां किमिति या २१,

एवं नवनीलकस्य या १८ षण्मुक्ताफलस्य या६ एषां योगो या४५ द्विषष्टिरूप ६२ युत इदं द्वितीयधनं,या ४५ रू ६२।

एतौ पक्षौ समाविति न्यासः { या ३८ रू ९०
या ४५ रू ६२

आद्याव्यक्तं या ३८ पक्षयोः शोधितं—

{ या ० रू ९०
या ७ रू ६२

एतौ समावेव तदैकाव्यक्तं शोधयेदन्यपक्षादिति सिद्धं अथान्यपक्षरूपाणि ६२ द्वयोः शोधितानि

{ या ० रू २८
या ७ रू ०

एतावपि समावेव तदा रूपाण्यन्यत इति सिद्धम्।

अथोक्तवल्लब्धं यावन्मानं ४ व्यक्तम्।

अनेनोत्थापितानि माणिक्यादीनां मौल्यानि यथा यद्येकस्याव्यक्तस्येदं मूल्यं ४ तदा यावत्त्रयस्य किमिति जातं१२ माणिक्यमूल्यं, अथैवं यावद्द्वयस्य ८, यावदेकस्य ४, यथा क्रमेण न्यासः १२।८।४,

अथ यद्येकमाणिक्यस्येदं व्यक्तं मूल्यं १२ तदा पञ्चानां किमिति जातं ६०, एवं द्वितीयस्य ६४ तृतीयस्य २८ एषां योगो १५२ नवतिरूपयुतः सर्वधनमेकस्य २४२।

अनयैवरीत्या स्वस्वमानेनोत्थापने कृते द्वितीयस्य रत्नमौल्यानि मा८४ नी ७२ मु२४,

एषां योगो १८० द्विषष्टिरूप ६२ युतो द्वितीयस्यधनं २४२।

एवं तौ तुल्यधनावेव।

अथवा माणिक्यमानं यावत्तावत् (या १) नीलकमुक्ताफलयोर्मौल्ये व्यक्ते एव कल्पिते ५।३।

यद्येकस्य माणिक्यस्येदं यावत्तावन्मौल्यं तदा पञ्चानां किमिति जातं या५,

एवं नीलकमुक्ताफलयोर्मौल्यं ४०।२१ अनयोरैक्यं ६१ रूपाणि।

द्वितीयस्य यथा यद्येकस्य माणिक्यस्येदं मौल्य या १ तदा सप्तानां किमिति या७ एवं जाते नीलकमुक्ताफलयोर्मौल्ये ४५।१८ अनयोरैक्यं रूपाणि ६३,

एवं जातौ पक्षौ—

{ या ५ रू ६१
{ या ७ रू ६३

एतौ नवतिद्विषष्टिभ्यां ६०।६२ युतौ जातौ समौ पक्षौ

{ या ५ रू १५१
{ या ७ रू १२५

अतः समीकरणेन लब्धं यावत्तावन्मानं १३,

अनेनोत्थापने समधनंभवति यथा एकस्येदं १३ तदा पंचानां किमिति जातं ६५ रूप १५१ युत प्रथमधनं २१६।

पुनरेकस्येदं १३ तदा सप्तानां किमिति ६१, इदं रूप १२५ युतं द्वितीयधनं २१६ तदेव।

एवं कल्पनावशादनेकधा ॥

विमला०—एक व्यापारीके पास पाँच माणिक्य, आठ नीलमणि, सात मोती, और नब्बे रुपये हैं।

दूसरे के पास सात माणिक्य, नव नीलमणि, छै मोती और वासठ रुपये हैं पर दोनों का धन बराबर है, तो प्रत्येक रत्नों का मोल शीघ्र बताओ ?

उदाहरण—

यहाँ माणिक्य आदि अनेक अव्यक्त होने के कारण उन रत्नों के मोल क्रम से ३या, २या, या कल्पना किये अब अनुपात किया कि 'एक माणिक्य का मोल ३या है तो पांच का क्या इस से माणिक्य का मोल = १५या।

इसी तरह आठ नीलमणि का मोल$=\frac{२ या \times ८}{१}=$ १६ या।

एवं सात मोती का मोल $= \frac{१ या \times ७}{१} =$ ७ या।

इन अव्यक्त राशियों के योग में ९० जोड़ देने से प्रथम व्यापारी का धन = १५या + १६या + ७या + ९० = ३८ या + ९०, हुआ।

एवं एक माणिक्य का मोल ३या है तो सात का २१या हुआ।

इसी तरह नव नीलमणि का मोल = १८ या छै मोती का मोल=६या हुआ।

सब अव्यक्तों के योग में ६२ जोड़ देने से दूसरे का धन = २१या + १८या + ६या + ६२ = ४५या + ६२।

दोनों के धन बराबर होने के कारण दोनों पक्ष समान सिद्ध हुआ।

अतः ३८या + ९० = ४५या + ६२,

∴ ९० − ६२ = ४५या − ३८या

वा २८ = ७या

∴ या = २८/७ = ४।

इस तरह एक यावत्तावत् का मान चार सिद्ध हुआ। इस से माणिक्य आदि के मोल में उत्थापन देना है तो अनुपात किया कि "एक अव्यक्त का मान चार है तो तीन का क्या" आया एक माणिक्य का मोल=१२।

इसी तरह एक नील का मोल = ८, और एक मोती का मोल=४ सिद्ध हुआ।

अतः क्रम से माणिक्य आदि का मोल = (१२, ८, ४)।

अब प्रथम को माणिक्य पांच है अतः उस का मोल ५ × १२ = ६० हुआ, आठ मणि का मोल=८ × ८=६४, और सात मोती का मोल=४ × ७=२८ हुआ।

सब के योग में ९० जोड़ देने से प्रथम का धन=६० + ६४ + २८ + ९०=२४२।

एवं दूसरे के माणिक्य आदि रत्नों के मोल = (८४, ७२, २४)

सब के योग में ६२ जोड़ देने से द्वितीय का धन=८४ + ७२ + २४ + ६२ = २४२।

अथवा अन्य प्रकार से उत्तर—

जैसे केवल माणिक्य का मोल यावत्तावत् एक, एक नीलमणि का रूप पांच और एक मोती का रूप तीन कल्पना कर के पूर्ववत् त्रैराशिक द्वारा दोनों का धन लाते हैं।

जैसे "एक माणिक्य का मोल या है तो पांच का क्या" इस तरह प्रथम के माणिक्य का मोल = ५ या, आठ नीलमणि का मोल = ४० और सात मोती का मोल=२१,

सब के योग में ९० जोड़ देने से प्रथम का धन=

५ या + ४० + २१ + ९० =

५ या + १५१।

इसी तरह "एक माणिक्य का मोल या है तो सात का क्या" इस से सात माणिक्य का मोल=७ या, नव नीलमणि का मोल = ४५ और छै मोती का मोल = १८।

सब के योग में ६२ जोड़ देने से द्वतीय का धन=

७ या + ४५ + १८ + ६२ = ७ य + १२५,

दोनों आपस में समान हैं अतः—

५ या + १५१ = ७ या = ७ या + १२५,

∴ १५१ — १२५ = ७ या — ५ या,

वा २६=२ या,

$∴ या = \frac{२६}{२} = १३$ ।

एक माणिक्य का मोल १३ है तो पांच का ६५ हुआ इस में १५१ जोड़ा तो प्रथम का धन = १५१ + ६५=२१६ ।

एवं सात माणिक्य का मोल ६१ हुआ, इस में १२५ जोड़ा तो द्वितीय का धन = १२५ + ६१=२१६ ।

इस तरह माणिक्य आदि का मोल कल्पना वश अनेक हो सकते है ॥

उदाहरणम्—

एको ब्रवीति मम देहि शतं धनेन
त्वत्तो भवामि हि सखे द्विगुणस्ततोऽन्यः ।
ब्रूते दशार्पयसि चेन्मम षड्गुणोऽहं
त्वत्तस्तयोर्वद धने मम किं प्रमाणे ॥ ४ ॥

अत्र कल्पिते आद्यधने—

{ या २ रू १०० ।
{ या १ रू १०० ।

अनयोः परस्य शते गृहीते आद्यो द्विगुणितः स्यादित्येकालापो घटते । अथाद्याद्दशापनीय दशभिः परधनं युतं षड्गुणं स्यादिति आद्यं षड्गुणीकृत्य

न्यासः—{ या १२ रू ३६० ।
{ या १ रू ११० ।

अतः समीकरणेन लब्धं यावत्तावन्मानम् ७० । अनेनोत्थापिते जाते धने ४०, १७० ।

सु०—अथ युक्तोनं वा कल्पयेदात्मबुद्ध्या एतस्योदाहरणं वसन्ततिलकया प्रदर्शयति—

अहो सखे यदि शतं धनं मम देहि तदा त्वत्तः सकाशाद्धनेन द्विगुणोऽहं भवामीत्येको ब्रवीति ।

अन्योप्येवं तं प्रति ब्रूते यदि त्वं दशार्पयसि तदा त्वत्तः षड्गुणोऽहं भवामीति तयोः किं प्रमाणे धने इति वदेति ।

उदाहरणम्—

अत्राद्यन्ययोस्तथा धने कल्पनीये यथैकालापः स्वत एव घटते तथा कल्पिते आद्यान्यधने

{ या २ रू १̇००
{ या १ रू १००

अनयोः परस्य शते गृहीते शेषस्य या १ द्विगुणः या २ प्रथमः स्यात् ।

ऋणशते धनशतयोजनेन नाशात्—

{ या २ रू०
{ या १ रू०

एवमेकालापः संघटते

अथ त एव धने—

{ या २ रू १̇००
{ या १ रू १००

अत्राद्याद्दशापनीय या २ रू १̇१० परधने प्रक्षिप्तं या १ रू ११० शेषेण या २ रू १̇१० षड्गुणितेन या १२ रू ६̇६० सममिति,

न्यासः—{ या १२ रू ६̇६०
{ या १ रू ११०

अतः समीकरणेन लब्धं यावत्तावन्मानं ७०,

अत्रैकस्य यावत्तावत इदं मानं व्यक्तं ७० तदा यावत्तावद्द्वितयस्य या२ किमिति जातं १४०,

अस्माद्रूपशते १०० विहीने जातमेकस्य धनं ४०,

एवं द्वितीयपक्षे उत्थापिते द्वितीयस्य धनं १७० एवं जाते धने १७०।४०,

अत्रैका १७० च्छतं १०० द्वितीयेन ४० गृहीतं १४० तदा शेषधन-७० द्विगुणो जातः ।

एवमेकतो ४० दशमितमन्येन गृहीतं १८० तदा शेषधन ३० षड्गुणो-जातः १८० ।

अथवा द्वितीयालापो यथा सम्भवति तथा धने कल्पिते—

{ या १ रू १०
{ या ६ रू १०̇

अत्राद्याद्दशसु गृहीतेषु द्वितीयः स्वत एव षड्गुणो भवति, अथ द्वितीयाच्छत १०० मपनीय या ६ रू १̇१० प्रथमधनेन शतयुतेन या १ रू १०० शेषधनं या ६ रू १̇१० द्विगुणितं या १२ रू २̇२० सममिति

न्यासः—{ या १ रू ११०
{ या १२ रू २̇२०

अतः समीकरणेन लब्धं यावत्तावन्मानं ३०, अनेन पक्षयोरुत्थापने कृते जाते धने ४०।१७० पूर्वानीततुल्ये एव।

अत्र व्यक्तरीत्या श्रीबापूदेवकृतं गीत्यात्मकं सूत्रं लिख्यते—

दानैक्येन सैकेन स्वस्वगुणेनाहतेनिरेकेण।
गुणघातेन हृते स्वे स्यातामन्योन्यदानसंयुक्ते इति॥

दानयो १००।१० रैक्यं ११० द्विधा ११० स्वस्वगुणकेन २।६ सैकेन ३।७ गुणितं ३३०।७७० गुण २।६ घातेन १२ निरेकेण ११ भक्तं ३०।७० प्रथमं दशयुतं ४० द्वितीयं शतयुतं १७० एवमन्योन्यदानसंयुक्ते जाते धने ४०।१७०

अत्रोपपत्तिः—

प्रथमं पक्षौ कल्पितौ { या २ रू १०० / या १ रू १०० }

अत्राद्याद्दशशोधने रूपस्थाने दानैक्यमृणं ११० द्वितीयपक्षे तत्तुल्यमेव धनं ११०, प्रथमपक्षे शेषे या२रू११०षड्गुणिते कृते दानैक्यं षड्गुणं ६६० अव्यक्तस्थाने गुणघातो जातः या १२, द्वितीयपक्षे यावत्तावदेक एव या१, तयोः समशोधने गुणघातेन निरेकेणेति सिद्धं ११ यावत्तावत्स्थाने।

अथ रूपस्थाने समशोधने कृते दानैक्य ११०मेकगुणं ११०, दानैक्येन ११० षड्गुणितेन६६० युतमिति उभयत्र दानैक्यस्य गुणकतुल्यत्वाद्गुणक ६।१ योगेन७सैक गुणतुल्येन७दानैक्यं ११० गुणितमिति सिद्धं ७७०,

इदं गुणघातेन निरेकेण भक्तं तदा यावन्मानं लभ्यते ७०शेषाव्यक्ते नोद्धरेद्रूपशेषमिति जातत्वात्।

अनेन द्वितीयपक्षस्य या१रू१०० उत्थापनादन्यदानयोजनं सिद्धं १७०, एवमेकधनं सिद्धम्।

अथानन्तरलिखितपक्षयोर्न्यासः—

{ या १ रू १० / या ६ रू १० }

अत्र द्वितीयाच्छतशोधने रूपस्थाने दानैक्यमृणं ११०, प्रथमपक्षे तत्तुल्यं धनं ११० द्वितीयधनशेषे या ६रू११० द्विगुणे कृतेऽव्यक्तस्थाने गुणघातः सिद्धः या१२, रूपस्थाने स्वगुण२युतं दानैक्यं २२०,

अत्र समीकरणे दानैक्य११० मेकगुणं योज्यं ततो लाघवेन सैकगुण३गुणितं दानैक्यं जातं३३० इदं समशोधने गुणघातेन १२ निरेकेण११भक्तं लब्धं३०अनेन प्रथमपक्षस्य या१रू१० उत्थापनादन्यदान १० योजनाद्द्वितीयधनं ४०,

एवं स्यातामन्योन्यदानसंयुक्ते इति सर्वमुपपन्नम्।

विमला०—एक व्यापारी दूसरे से कहता है कि तुम सौ रुपये मुझे दो तो तुम से धन में मैं दूना हो जाऊँ।

दूसरा कहता है कि अगर तुम दश रुपये मुझे दो तो मैं तुम से धन में छै गुना हो जाऊँ। तो बताओ उन दोनों के पास में धन के प्रमाण क्या है ?

उदाहरण—

यहां पर पहले एक आलाप घटित दोनों का धन कल्पना किया तो—

प्रथम का धन = २ या − १००

द्वितीय का धन = या + १००।

इस तरह दूसरे से सौ रुपये लेने से पहला धन में दूना हो जाता है।

अतः (२या—१००) + १०० = (या + १०० − १००) २

वा २ या = २ या।

अब प्रथम के धन से १० निकाल कर दूसरे में जोड़ा तो

प्रथम का धन = २ या − ११०। द्वितीय का धन = या + ११०।

यहां पहले से दूसरा षड्गुणित है अतः दोनों पक्ष समान करने के लिये प्रथम के धन को षड्गुणित किया तो १२ या − ६६० हुआ, यह दूसरे के बराबर हुआ

अतः १२या − ६६० = या + ११०,

∴ १२या − या = ६६० + ११०

वा ११या = ७७०

∴ या = $\frac{७७०}{११}$ = ७०।

अब एक यावत्तावत् के मान ७० आया, इस को दूना करने से दो यावत्तावत् का मान=१४०, इस में सौ रुपये घटा देने से प्रथम का धन=४० आया।

एवं ७० में १०० जोड़ देने से दूसरे का धन=१७० हुआ।

आलाप—दूसरे के धन १७० में से १०० लेने से पहले का धन=१४० हुआ। अतः पहले से दूसरा दूना हो गया।

पहले के धन में से १० लेने से दूसरेका धन=१८०। और पहले का धन=३०, अतः पहले से दूसरा षड्गुणित हो गया।

अथवा दूसरे तरह का उत्तर—

जैसे द्वितीय आलाप घटित ही पहले दोनों का धन कल्पना किया तो

प्रथम का धन = या + १०

द्वितीय का धन = ६या − १०।

यहां पहले के धन में दश घटा देने से और दूसरे में जोड़ देने से पहले से दूसरा षड्गुणित होता है।

अब प्रथम में सौ जोड़ और दूसरे में सौ घटा देने से पहला दूसरे से द्विगुणित होगा—

अतः या + ११० = २ (६या − ११०),

$\text{वा या} + ११० = १२\text{या} - २२०$

$\therefore ११० + २२० = १२\text{या} - \text{या},$

$\text{वा } ११\text{या} = ३३०,$

$\therefore \text{या} = \frac{३३०}{११} = ३० =$

एक यावत्तावत् का मान ।

उत्थापन देने से प्रथम का धन $= ४०$,

और द्वितीय का $= १७०$, पूर्व तुल्य आया ।

अत्र संशोधकोक्तप्रकारः—

> दानैक्येन सैकेन स्वस्वगुणेनाहते निरेकेण ।
> गुणघातेन हृते स्वे स्यातामन्योन्यदानसंयुक्ते ॥

नवीनोपपत्तिः—

अथात्र कल्प्यते प्रथमस्य धनदानगुणाः क्रमेण ध, दा, गु ।
द्वितीयस्य ध', दा', गु' इति ।

आलापोक्त्या—

$$\text{ध} + \text{दा} = (\text{ध}' - \text{दा})\,\text{गु} = (१)$$
$$\text{ध}' + \text{दा}' = (\text{ध} - \text{दा}')\,\text{गु}' = (२)$$

प्रथमपक्षयुगले समीकरणात्—

$$\text{ध, मानम्} = (\text{ध}' - \text{दा})\text{गु} - \text{दा},$$

अथ द्वितीयपक्षयुगलम्—

$$\text{ध}' + \text{दा}' = (\text{ध} - \text{दा}')\,\text{गु}' = \text{ध}\cdot\text{गु}' - \text{दा}'\cdot\text{गु}',$$
$$\therefore \text{ध}\cdot\text{गु}' = \text{ध}' + \text{दा}' + \text{दा}'\cdot\text{गु}',$$
$$\therefore \text{ध} = \frac{\text{ध}' + \text{दा}' + \text{दा}'\cdot\text{गु}'}{\text{गु}'},$$

$$\text{अतः } \text{ध}'\cdot\text{गु} - \text{गु}\cdot\text{दा} - \text{दा} = \frac{\text{ध}' + \text{दा}' + \text{दा}'\cdot\text{गु}'}{\text{गु}'},$$

$$\therefore (\text{ध}'\cdot\text{गु} - \text{गु}\cdot\text{दा} - \text{दा})\,\text{गु}' = \text{ध}' + \text{दा}' + \text{दा}'\cdot\text{गु}',$$
$$\therefore \text{ध}'\cdot\text{गु}\cdot\text{गु}' - \text{गु}\cdot\text{दा}\cdot\text{गु}' - \text{दा}\cdot\text{गु}' = \text{ध}' + \text{दा}' + \text{दा}'\cdot\text{गु}',$$
$$\therefore \text{ध}'\cdot\text{गु}\cdot\text{गु}' - \text{ध}' = \text{दा}' + \text{दा}'\cdot\text{गु}' + \text{गु}\cdot\text{दा}\cdot\text{गु}' + \text{दा}\cdot\text{गु}',$$
$$\therefore \text{ध}'(\text{गु}\cdot\text{गु}' - १) = \text{दा}' + \text{दा}'\cdot\text{गु}' + \text{गु}\cdot\text{गु}'\cdot\text{दा} + \text{दा}\cdot\text{गु}' + \text{दा} - \text{दा}$$
$$= \text{दा}'(\text{गु}' + १) + \text{दा}(\text{गु}\cdot\text{गु}' - १) + \text{दा}(\text{गु}' + १) =$$
$$\text{दा}(\text{गु}\cdot\text{गु}' - १) + (\text{दा}' + \text{दा})(\text{गु}' + १)$$
$$\therefore \text{ध}' = \frac{\text{दा}(\text{गु}\cdot\text{गु}' - १) + (\text{दा}' + \text{दा})(\text{गु}' + १)}{\text{गु}\cdot\text{गु}' - १} =$$

$$\text{दा} + \frac{(\text{दा}' + \text{दा})(\text{गु}' + १)}{\text{गु}\cdot\text{गु}' - १},$$

एवं ध, मानम् $= \text{दा}' + \frac{(\text{दा} + \text{दा}')(\text{गु} + १)}{\text{गु}\cdot\text{गु}' - १}$, अत उपपन्नम्।

इस का उदाहरण—

यहां "एको ब्रवीति" इत्यादि उदाहरण में प्रथम पुरुष एक सौ मांगता है।

अतः प्रथम दान=१००,

एवं द्वितीय दान = १०,

प्रथम कहता है कि मैं तुम से द्विगुणित हो जाऊँगा,

द्वितीय कहता है कि मैं तुम से षड्गुणित हो जाऊँगा,

अतः प्रथम गुण = २,

द्वितीय गुण = ६,

अब सूत्र के अनुसार क्रिया करने से—

$$\text{प्रथम धन} = \frac{(१०० + १०)\,३}{२ \times ६ - १} + १० = \frac{(१०० + १०)\,३}{११} + १० =$$

$$\frac{११० \times ३}{११} + १० = १० \times ३ + १० = ४०।$$

$$\text{द्वितीय धन} = \frac{(१०० + १०)\,७}{२ \times ६ - १} + १०० = \frac{(१०० + १०)\,७}{११} + १०० =$$

$$\frac{११० \times ७}{११} + १०० = १० \times ७ + १०० = १७०।$$

उदाहरणम्—

माणिक्याष्टकमिन्द्रनीलदशकं मुक्ताफलानां शतं
यत्ते कर्णविभूषणे समधनं क्रीतं त्वदर्थे मया।
तद्रत्नत्रयमौल्यसंयुतिमितिस्त्र्यूनं शतार्धं प्रिये
मौल्यं ब्रूहि पृथग्यदीह गणिते कल्याऽसि कल्याणिनि॥५॥

अत्र समधनं यावत्तावत् १। यदाऽष्टानां माणिक्यानामिदं मौल्यं तदैकस्य किमिति एवं त्रैराशिकेन सर्वत्र मौल्यानि या $\frac{१}{८}$, या $\frac{१}{१०}$, या $\frac{१}{१००}$। एषां योगः सप्तचत्वारिंशता सम इति समशोधनार्थं

न्यासः $\begin{cases} \text{या } \frac{४७}{२००} \text{ रू } ०। \\ \text{या } ० \text{ रू } ४७। \end{cases}$

एतौ पक्षौ समच्छेदीकृत्य छेदगमे समीकरणेन लब्धं यावत्तावन्मानम् २००। अनेनोत्थापितानि जातानि रत्नमौल्यानि २५, २०, २। समधनम् २००।

एवं कर्णभूषणे रत्नमौल्यम् ६००।

अत्र समच्छेदीकृत्य शोधनार्थमाद्यपक्षेण परपक्षे ह्रियमाणे छेदांश विपर्यासे कृते परस्य छेदो गुणोंऽशो हरश्चेति तुल्यत्वात् तयोर्नाशे भवतीति छेदगमः क्रियते ॥

सु०—अथ शिष्यबुद्धिप्रसार्थं विचित्रोदाहरणं शार्दूलविक्रिडितेन दर्शयति—

भो कल्याणिनि कल्याणं कुशलं विद्यते यस्यास्तत्संबोधने हे कल्याणिनि त्वं चेदिह बीजगणिते कल्या चतुराऽसि तर्हि तेषां रत्नानां मध्ये एकैकरत्नस्य मौल्य पृथग् भिन्नं यथा स्यात्तथा ब्रूहि कथयेत्यर्थः ।

यत्ते कर्णविभूषणे कर्णालंकारे माणिक्याष्टकं इन्द्रनीलदशकं मुक्ताफलान शतमस्ति किं लक्षणमिति मया त्वदर्थे त्वन्निमित्तं समधनं सममूल्यं गृहीतमित्यर्थः, यदेव माणिक्याष्टकस्य मूल्यं तदेव नीलदशकस्य तदेव मुक्ताफलशतस्येति तद्रत्नत्रय-मौल्यसंयुतिमितिः त्र्यूनं शतार्द्धं सप्तचत्वारिंशत् एकैकस्य माणिक्यादेर्यन्मौल्यं तेषां युतिः सप्तचत्वारिंशदित्यर्थः ।

अत्र बीजभाष्यकारेण सूर्यदैवज्ञेन यत्ते कर्णविभूषणं समधनं क्रीतं तदर्थे मया इति पाठं कृत्वा विवृतं–यत्ते त्वदर्थं मया कर्णविभूषणं क्रीतं तदर्थे तस्यार्थे माणिक्या-ष्टकमिन्द्रनीलदशकं मुक्ताफलानां शतमिति यद्रत्नत्रयं समधनं गृहीतं तन्मूल्यं पृथक् पृथग् ब्रूहीत्यर्थः शेषं समानमेव ।

उदाहरणम्—

अत्र माणिक्यादीनां मौल्यकल्पने क्रियमाणे क्रिया न निर्वहतीति समधनमेव यावत्तावत्कल्पितं या १,

८ । यद्यष्टानां माणिक्यानामिदं मौल्यं तदैकस्य किमिति एवं त्रैराशिकेन सर्वत्र मौल्यानि $\frac{\text{या} १}{८}$, $\frac{\text{या} १}{१०}$, $\frac{\text{या} १}{१००}$,

एषां समच्छेदेन योगः $\frac{\text{या } ४७}{२००}$ सप्तचत्वारिंशता सम इति

$$\text{न्यासः}\begin{cases} \frac{\text{या } ४७ \text{ रू} ०}{२००} \\ \text{या} ० \text{ रू } ४७ \end{cases}$$

कल्प्यो हरो रूपमहाररराशेरिति पाटीगणितोक्त्या व्यक्तपक्षे रूपस्यास्य रूपं हरः $\frac{\text{रू } ४७}{१}$ ।

$$\text{अथ पक्षयोस्समच्छेदौ}\begin{cases} \frac{\text{या } ४७ \text{ रू} ०}{२००} \\ \frac{\text{या} ० \text{ रू } ९४००}{२००} \end{cases}$$

तुल्यावेव च्छेदापगमे कृतेपि समावेव,

या ४७ रू०
या० रू ६४००

अतः समीकरणेन लब्धं यावत्तावन्मानं २००,

यद्यष्टानामिदं समघनं २०० तदैकस्य किमिति ८।२००।१ जातं २५,

एवमिन्द्रनीलदशकस्येदं तदैकस्य किमिति १०।२००।१ जातं २०,

एवं मुक्ताफलशतकस्येदं २०० तदैकस्य किमिति १००।२००।१ जातं २,

यथा क्रमेण न्यासः २५।२०।२ ।

एषा योगः सप्तचत्वारिंशत् ४७ एतानि २५।२०।२ अष्टदशशतै ८।१०।१०० गुणितानि रूपभक्तानि समान्येव २००।२००।२०० एषां योगे सर्वरत्नमौल्यं ६००।

अत्र समच्छेदीकृत्य शोधनार्थमाद्यपक्षेण परपक्षे ह्रियमाणे छेदांशविपर्यासे कृते गुणहरयोस्तुल्यत्वा २०० त्तयोर्नाश इति च्छेदापगमः क्रियते लाघवार्थमेव ॥

विमला—किसी ने कर्ण भूषण के लिए तुल्य कीमत से आठ माणिक्य, दश नीलमणि और सौ मोंती खरीदे। एक एक कर के तीनों रत्नों के मोल का योग ४७ होता है, तो प्रत्येक रत्नों का मोल क्या होगा ?

उदाहरण—

यहां माणिक्य आदि मौल्यों को अलग २ कल्पना करने से क्रिया का निर्वाह नहीं होता।

अतः समधन का मान यावत्तावत् कल्पना कर के त्रैराशिक के द्वारा एक २ का मौल्य लाना चाहिए।

जैसे "आठ माणिक्य का मौल्य या तो एक का क्या" एक माणिक्य का मौल्य $= \frac{\text{या}}{८}$ । एवं एक नीलमणि का मौल्य $= \frac{\text{या}}{१०}$, और एक मोती का मौल्य $= \frac{\text{या}}{१००}$ ।

क्रम से न्यास $\left\{ \frac{\text{या}}{८}, \frac{\text{या}}{१०}, \frac{\text{या}}{१००}, \right.$

समच्छेद कर के सबों का योग $= \frac{४७ \text{ या}}{२००}$, यह रूप सैंतालीस के तुल्य है

अतः $\frac{४७ \text{ या}}{२००} = ४७$,

$\therefore ४७ \text{ या} = ४७ \times २०० = ६४००$

$\therefore \text{या} = \frac{६४००}{४७} = २००$ ।

अत्र अनुपात से एक एक माणिक्य आदि का मोल—

एक माणिक्य का मोल $= \frac{२०० \times १}{८} = २५$ ।

एक नीलमणि का मोल $= \frac{२०० \times १}{१०} = २०$ ।

एक मोती का मोल $= \frac{२०० \times १}{१००} = २$ ।

एक एक माणिक्य आदि मौल्यों का योग $= २५ + २० + २ = ४७$ ।

$\therefore$ आठ माणिक्य का मोल $= \frac{२५ \times ८}{१} = २००$ ।

दश नीलमणि का मोल $= \frac{२० \times १०}{१} = २००$ ।

सौ मोती का मोल $= \frac{२ \times १००}{१} = २००$ ।

अतः सब रत्नों का मोल $= ६००$ ॥

उदाहरणम्—

पञ्चांशोऽलिकुलात् कदम्बमगमत् त्र्यंशः शिलीन्ध्रं तयो-
र्विश्लेषस्त्रिगुणो मृगाक्षि कुटजं दोलायमानोऽपरः।
कान्ते केतकमालतीपरिमलप्राप्तैककालप्रिया—
दूताहूत इतस्ततो भ्रमति खे भृङ्गोऽलिसंख्यां वद ॥ ६ ।

अत्रालिकुलप्रमाणं यावत्तावत् १ । अतः कदम्बादिगतालिप्रमाण यावत्तावत् $\frac{१४}{१५}$ । एतद्दृष्टेन भ्रमरेणयुतमलिप्रमाणमिति

न्यासः— $\begin{cases} \text{या } \frac{१४}{१५} \text{ रू } १ । \\ \text{या } १ \text{ रू } ० । \end{cases}$

एतौ समच्छेदीकृत्य छेदगमे पूर्ववल्लब्धं यावत्तावन्मानम् १५ एतदलिप्रमाणम् ॥

सु०—अथान्यदुदाहरणं पाटीस्थं शार्दूलविक्रीडितेन दर्शयति—

अलिकुलादलिसमूहात्पञ्चांशः कदम्बं प्रत्यगमत् कदम्बस्य पुष्पं कदम्बमित्य· गमत् गतवानित्यर्थः, त्र्यंशः शिलीन्ध्रं पुष्पविशेषं प्रत्यगमत्, तयोः पञ्चां· शत्र्यंशयोर्विश्लेषोऽन्तरं त्रिगुणितं कुटजं गिरिमल्लिकां प्रत्यगमत् ।

हे कान्ते अपरो भृङ्गो दोलायमानः केतकमालतीपरिमलप्राप्तैककालप्रियादू· ताहूत इति केतक्याः पुष्पं केतकं मालत्याः पुष्पं मालती सुमनामालतीजातिरित्यभि· धानान्मालतीजातिः तयोः परिमलौ प्राप्त एककालो याभ्यां तौ प्राप्तैककालौ तौ च तौ प्रियादूतौ प्राप्तैककालप्रियादूतौ केतकमालतीपरिमलौ प्राप्तैककालप्रियादूता· विव केतकमालतीपरिमलप्राप्तैककालप्रियादूतौ ताभ्यामाहूतः प्रेरितः स तथा

कश्चिन्नायको नायिकाद्वयाभ्यां युगपदाहूतः सन् दोलायमानो भवति तथा परिमल-द्वयग्रहणात् भृङ्गोऽपि खे आकाशे इतस्ततो भ्रमति तत्संख्यामलिमानं वदेत्यर्थः ।

अत्र सूर्यदैवज्ञस्तु अथ तस्य भृंगस्येतस्ततो भ्रमणे साहित्योक्त्या हेतुमाह— केतकमालतीति । किं भूतो भृंगः केतकी च मालती च तयोः परिमलस्तेन प्राप्त एककालोऽनेनेति स एकसमयावच्छेदेन केतकीमालत्योः परिमलग्रहणेच्छया व्या-कुलीभूत इत्यर्थः ।

एतस्मिन्नन्तरे प्रियादूताहूतोऽपीति वदन्ति शेषं समानमिति ।

उदाहरणम्—

अत्रालिकुलप्रमाणं यावत्तावत् या १ ।

अस्य पंचांशः $\frac{\text{या१}}{\text{५}}$, त्र्यंशः $\frac{\text{या १}}{\text{३}}$,

अनयोः समच्छेदेन $\frac{\text{३}}{\text{१५}}$ $\frac{\text{५}}{\text{१५}}$ विश्लेषः $\frac{\text{२}}{\text{१५}}$ त्रिगुणः $\frac{\text{६}}{\text{१५}}$ त्रिभिरपवर्त्तितः या $\frac{\text{२}}{\text{५}}$ सर्वे-षां या $\frac{\text{१}}{\text{५}}$ या $\frac{\text{१}}{\text{३}}$ या $\frac{\text{२}}{\text{५}}$ समच्छेदेन योगः $\frac{\text{या १४}}{\text{१५}}$,

एतद्दृष्टेन भ्रमरेण युतं या $\frac{\text{१४}}{\text{१५}}$ रू १

यावत्तावत्सममिति न्यासः $\begin{matrix}\text{या } \frac{\text{१४}}{\text{१५}} & \text{रू १} \\ \text{या १} & \text{रू ०}\end{matrix}$

एतौ समच्छेदीकृत्य च्छेदगमे पूर्ववल्लब्धं यावत्तावन्मानं १५, एतदलिकुल-प्रमाणं १५ ॥

विमला०—कहीं पर एक भ्रमर का समुदाय था जिस का पञ्चमांश कदम्ब को गया । तृतीयांश शिलीन्ध्र पुष्प पर गया, उन भागों के त्रिगुण अन्तर के तुल्य कुटज पर गया, तथा केवल एक भ्रमर केतकी और मालती के एक काल में प्राप्त सुगन्ध रूप प्रिया के दूत से बुलाया गया आकाश में इधर उधर भ्रमण कर रहा है तो भ्रमर की संख्या कहो ।

उदाहरण—

यहां भ्रमर के समूह का प्रमाण = या ।

इस का पञ्चमांश = $\frac{\text{या}}{\text{५}}$, तृतीयांश = $\frac{\text{या}}{\text{३}}$,

इन दोनों के अन्तर त्रिगुणित =

$\text{३}\left(\frac{\text{या}}{\text{३}} - \frac{\text{या}}{\text{५}}\right) =$

$\text{३}\left(\frac{\text{५या}}{\text{१५}} - \frac{\text{३या}}{\text{१५}}\right) =$

$३\left(\frac{२या}{१५}\right)=\frac{२या}{५}$ ।

सबों के योग में रूप युक्त करने से—

$\frac{या}{५}+\frac{या}{३}+\frac{२या}{५}+१=$

$\frac{१५\ या}{७५}+\frac{२५\ या}{७५}+\frac{३०\ या}{७५}+१=$

$\frac{७०\ या}{७५}+१=\frac{१४\ या+१५}{१५}$,

यह भ्रमर समूह (या) के समान है ।

अतः $\frac{१४\ या+१५}{१५}=या$,

$\therefore$ १४ या + १५ = १५ या

$\therefore$ १५ = १५या − १४या =

या = १५ = अलिकुलप्रमाण ।

आलाप—पञ्चमांश = $\frac{१५}{५}$ = ३ कदम्ब को गया ।

तृतीयांश = $\frac{१५}{३}$ = ५ शिलीन्ध्र को गया ।

दोनों के अन्तर त्रिगुणित = ३ (५ − ३) = ६ कुटज को गया ।

अवशिष्ट एक इधर उधर घूम रहा था ।

अथान्योक्तमप्युदाहरणं क्रियालाघवार्थं प्रदर्श्यते—

पञ्चकशतदत्तधनात् फलस्य वर्गं विशोध्य परिशिष्टम् ।
दत्तं दशकशतेन तुल्यः कालः फलं च तयोः ॥ ७ ॥

अत्र काले यावत्तावत्कल्पिते क्रिया न निर्वहति इत्यतः कल्पिताः पञ्च मासाः । मूलधनं यावत्तावत् १ । अस्मात् पञ्चराशिकेन

न्यासः—{ १ १०० ५ । या १ ।

लब्धं फलं या $\frac{१}{४}$ । अस्य वर्गः याव $\frac{१}{१६}$ । मूलधनात् समच्छेदेन शोधिते जातं द्वितीयमूलधनम् $\frac{याव १\ या\ १६}{१६}$ अत्रापि मासपञ्चकेन पञ्चराशिके कृते ।

न्यासः—{ १ १०० १० । ५ $\frac{याव\ १\ या\ १६}{१६}$ ।

लब्धं फलम् $\frac{याव\ १\ या\ १६}{३२}$ एतत् पूर्वफलस्यास्य या $\frac{१}{४}$ ।

सममिति पक्षौ यावत्तावताऽपवर्त्य समशोधनार्थं पक्षयोर्न्यासः—

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{या } 1 \text{ रू } १६ । \\ \hline \quad ३२ \\ \text{या० रू } \frac{1}{4} । \end{array} \right.$$

प्राग्वल्लब्धं यावत्तावन्मानम् ८ एतन्मूलधनम् ।

अथ वा प्रथमप्रमाणफलेन द्वितीयप्रमाणफले विभक्ते यल्लभ्यते ाद्गुणगुणितेन द्वितीयमूलधनेन तुल्यमेव प्रथममूलधनं स्यात् कथम- यथा समे काले समं फलं स्यात् । अतो द्वितीयस्यायं गुणः २ । एक ुणं द्वितीयमूलधनमेकोनगुणगुणितं फलवर्गं वर्त्ततेऽत एकोनगुणेन ष्टकल्पितकलान्तरस्य वर्गे भक्ते द्वितीयमूलधनं स्यात् । तत् फलवर्ग- ुतं प्रथममूलधनं स्यात् ।

अत्र कल्पितफलवर्गः ४ । अतः प्रथमद्वितीयमूलधने ८, ४ । फलम् २ । यदि शतस्य पञ्च कलान्तरं तदाऽष्टानां किमिति लब्धमेकमासेऽष्टानां फलम् $\frac{२}{५}$ । यद्यनेनैको मासस्तदा द्विकेन किमिति लब्धा मासाः ५ ॥

सु०—अथान्योक्तमप्युदाहरणं क्रियालाघवार्थमार्यया दर्शयति—

प्रतिमासं पञ्चवृद्धिर्यस्येति पंचकमिति तादृशं यच्छतं तेन प्रमाणेन दत्तं द्धनं तस्य किंचित्कालजं यत्फलं तस्य कलान्तरस्य वर्गं मूलधनाद्विशोध्य यदवशिष्टं नं तद्दशकशतेन प्रतिमासं दशवृद्धिर्यस्येति दशकं तच्च तच्छतं तेन प्रमाणेन दत्तं वं प्रथमद्वितीययोर्मूलद्रव्ययोस्तुल्ये काले तुल्यमेव फलं भवति एवं सति के धने देति शेषः ।

उदाहरणम्—

अत्र काले यावत्तावन्मिते कल्पिते क्रिया न निर्वहत्यतः कल्पिताः पञ्चमासाः, मूलधनं यावत्तावत् या१ । अस्मात्पञ्चराशिके न्यासः—

यदि मासे शतस्य पञ्चकलान्तरं तदा पञ्चभिर्मासैरेकस्य यावत्तावतः किमिति

न्यासः $\left\{ \begin{array}{ll} १ & ५ \\ १०० & \text{या}१ \\ ५ & \end{array} \right.$

अन्योन्यपक्षनयने कृते जातं $\left\{ \begin{array}{ll} १ & ५ \\ १०० & \text{या } १ \\ ० & ५ \end{array} \right.$

अत्र बहुराशिवधे स्वल्पराशिघातेन भक्ते जातं $\left\{ \frac{\text{या } २५}{१००} \right.$,

अत्रोभयोः पञ्चविंशत्याऽपवर्त्तिते जातं $\left\{ \frac{\text{या } १}{४} \right.$,

पंचभिर्मासै रेकस्य यावत्तावतः फलमिदं $\left\{ \frac{\text{या १}}{\text{४}} \right.$,

अस्य वर्गः $\left\{ \frac{\text{याव १}}{\text{१६}} \right.$

मूलधना या १ त्समच्छेदेन शोधिते जातं द्वितीयमूलधनं

$$\frac{\text{याव १̇ या १६}}{\text{१६}}$$

अत्रापि मासपञ्चकेन पञ्चराशिकं यथा—

यदि मासे शतस्य दश कलान्तरं तदा पञ्चभिर्मासैरेतस्य किमिति

न्यासः $\left\{ \begin{matrix} \text{१} & \text{५} \\ \text{१००} & \frac{\text{याव १̇ या १६}}{\text{१६}} \\ \text{१०} & \end{matrix} \right.$

अन्योन्यपक्षनयने कृते जातम्—

$$\left\{ \begin{matrix} \text{१} & \text{५} \\ \text{१००} & \text{याव १̇ या १६} \\ \text{१६} & \text{१०} \end{matrix} \right.$$

अत्र बहुराशिवधे याव ५० या ८००, स्वल्पराशिवधेन १६०० भक्ते फलं तच्च पंचाशता ५० पवर्तितं जातम्—

$$\frac{\text{याव १̇ या १६}}{\text{३२}}$$

एतत्पूर्वानीतफलस्यास्य $\left\{ \frac{\text{या १}}{\text{४}} \right.$

सममिति पक्षौ यावत्तावताऽपवर्त्य समशोधनार्थं न्यासः

$$\left\{ \begin{matrix} \frac{\text{या १̇ रू १६}}{\text{३२}} \\ \frac{\text{या ० रू १}}{\text{४}} \end{matrix} \right.$$

समच्छेदीकृते जातं

$$\left\{ \begin{matrix} \frac{\text{या ४̇ रू ६४}}{\text{१२८}} \\ \frac{\text{या ० रू ३२}}{\text{१२८}} \end{matrix} \right.$$

छेदगमे न्यासः

$$\left\{ \begin{matrix} \text{या ४̇ रू ६४} \\ \text{या ० रू ३२} \end{matrix} \right.$$

एकाव्यक्तमित्यादिना समशोधने कृते लब्धं यावत्तावन्मानं ८, एतत्प्रथममूलधनं अनेन यावत्तावन्मानेन ८ द्वितीयमूलधने—

$$\left\{ \frac{\text{याव } \dot{1} \text{ या } 16}{16} \right.$$

उत्थापिते वर्गेण वर्गं गुणयेद्भजेच्चेति अत्राष्टानां वर्गेण ६४ यावद्वर्गे ऋणात्मके गुणिते जातं ६४̇ अष्टभिर्यावत्तावति १६ गुणिते न्यासः ६४̇।१२८

अनयोर्योगः ६४ हर १६ भक्तो लब्धं द्वितीयमूलधनं ४ एवं कलान्तरे च २।२ प्रथमद्वितीये ।

अथास्यानयनेऽव्यक्तकल्पनां विनैव क्रिया लाघवार्थं निरूपयति—

अथवा प्रथमप्रमाणफलेन द्वितीयप्रमाणफले १० भक्ते यल्लभ्यते २ तद्गुणितेन द्वितीयमूलधनेन तुल्यमेव प्रथममूलधनं स्यात् कथमन्यथा समे काले समं फलं स्यात्, अतो द्वितीयधनस्यायं गुणः २, द्वितीयधनमेकोनगुणेन गु१रू१̇ गुणितं गु·द्वि्ध १ द्विध१̇ इदं फलवर्गस्वरूपं यतः प्रथमखण्डं गु·द्विध१प्रथमधनमस्मादन्यखण्डं द्विध१ शोधितं शेषं फलवर्ग एव द्वितीयधनफलवर्गयोर्योगस्य प्रथमधनमितत्वात् प्रथमधनात्फलवर्गशोधनेन द्वितीयधनस्योपादानात् यद्येकोनगुणद्वितीयधनघातः फलवर्गस्तदाफलवर्गे एकोनगुणेन भक्ते द्वितीयधनं स्यादिति सिद्धम् ।

अतः कल्पितकलान्तरस्य २ वर्गे ४ एकोनगुणेन १ भक्ते जातं द्वितीयधनं ४, एतत्फल २ वर्ग ४ युतं प्रथमं धनं ८ ।

अतः कल्पितः फलवर्गः ४, एवं जाते प्रथमद्वितीयमूलधने ८।४ फलं २,

यदि शतस्य पञ्च कलान्तरं ५ तदाष्टानां किमिति जातं विंशत्याऽपवर्तितं $\frac{2}{5}$ यद्यनेनैको मासस्तदा द्विकेन २ कलान्तरेण किमिति लब्धं मासः ५ ॥

विमला—सैकड़े पांच रुपये के व्याज पर दिये धन का जो व्याज आया उसके वर्ग को मूल धन में घटा कर जो शेष बचा उस को सैकड़े दश के व्याज पर दिया दोनों मूल धनों का काल और व्याज समान है तो मूल धन क्या है ।

उदाहरण —

अगर यहां काल का मान यावत्तावत् कल्पना किया जाय तो क्रिया का निर्वाह नहीं होता । अतः काल पांच मास के समान कल्पना किया और मूल धन का मान यावत्तावत् कल्पना किया ।

अब पञ्चराशिक के द्वारा या, सम मूल धन का व्याज लाते हैं ।

जैसे एक महीने में सौ का पांच व्याज मिलता है तो पांच महीने में यावत्तावत् सम मूल धन का क्या मिलेगा—

न्यास— $\begin{cases} १ & ५ \\ १०० & \text{या} \\ ५ & \end{cases}$

"पञ्चसप्तनवराशिकादिकेऽन्योन्यपक्षनयनं फलच्छिदाम्" इस सूत्र से फल, छेदों को अन्योन्यपक्षनयन करने से—

$$\begin{cases} १ & ५ \\ १०० & \text{या} \\ & ५ \end{cases}$$

अब बहुत राशियों के घात में अल्प राशियों के घात का भाग देने से

$$\frac{२५ \text{ या}}{१००} = \frac{\text{या}}{४},$$

यह पांच महीने में यावत्तावत् का व्याज हुआ। इस के वर्ग को मूल धन में घटाने से शेष द्वितीय मूल धन $= \text{या} - \frac{\text{या}^२}{१६} = \frac{१६ \text{ या} - \text{या}^२}{१६}$ ।

अब फिर पञ्चराशिक द्वारा इस का व्याज लाते हैं।

जैसे एक महीने में सौ का दश व्याज मिलता है तो पांच महीने में इस मूल धन $\left(\frac{१६ \text{ या} - \text{या}^२}{१६}\right)$ का क्या मिलेगा—

$$\begin{cases} १ & ५ \\ १०० & \frac{१६ \text{ य} - \text{या}^२}{१६} \\ १० & \end{cases}$$

अन्योन्यपक्षनयन करने से—

$$\begin{cases} १ & ५ \\ १०० & १६ \text{ या} - \text{या}^२ \\ १६ & १० \end{cases}$$

बहुत राशियों के घात में अल्प राशियों के घात का भाग देने से पांच महीने में द्वितीय मूल धन का व्याज—

$$\frac{(१६ \text{ या} - \text{या}^२) \times ५ \times १०}{१ \times १०० \times १६} =$$

$$\frac{(१६ \text{ या} - \text{या}^२)\, ५०}{१६००} =$$

$$\frac{८०० \text{ या} - ५० \text{ या}^२}{१६००} =$$

$\frac{१६ \text{ या} - \text{या}^२}{३२}$, यह पहले लाये हुए व्याज $\left(\frac{\text{या}}{४}\right)$ के समान है।

अतः $\frac{१६\ या - या^२}{३२} = \frac{या}{४}$,

$\therefore \frac{१६\ या - या^२}{८} = या$

$\therefore १६\ या - या^२ = ८\ या$

$\therefore १६\ या - ८\ या = या^२$,

$\therefore \frac{८\ या}{या} = \frac{या^२}{या}$

वा $८ = या$,

यह एक यावत्तावत् का मान आया, यही पहला मूल धन है। इस से दूसरे मूल धन में उत्थापन देने से दूसरा मूल धन =

$\frac{१६\ या - या^२}{१६} =$

$\frac{१६ \times ८ - (८)^२}{१६} =$

$\frac{१२८ - ६४}{१६} =$

$\frac{६४}{१६} = ४$ ।

इसी तरह पहला व्याज $= \frac{या}{४} = \frac{८}{४} = २$ ।

दूसरा व्याज $= \frac{१६\ या - या^२}{३२} =$

$\frac{१६ \times ८ - (८)^२}{३२} = \frac{१२८ - ६४}{३२} =$

$\frac{६४}{३२} = २$ ।

अथवा अन्यथोदाहरण—

मासप्रमाण = १०,

पञ्चराशिक रीत्या न्यास— $\left\{\begin{matrix} १ & १० \\ १०० & या \\ ५ & \end{matrix}\right.$

अन्योन्यपक्षनयन करने से— $\left\{\begin{matrix} १ & १० \\ १०० & या \\ & ५ \end{matrix}\right.$

अतः फल $= \frac{५०\ या}{१००} = \frac{या}{२}$ फल वर्ग को प्रथम मूल धन में घटाने से द्वितीय

मूल धन = या — $\frac{\text{या}^{२}}{४}$ = $\frac{४\ \text{या} — \text{या}^{२}}{४}$ ।

पुनः पञ्चराशिक— $\begin{cases} १ & १० \\ १०० & \frac{४\ \text{या} — \text{या}^{२}}{४}, \\ १० & \end{cases}$

अन्योन्यपक्षनयन करने से— $\begin{cases} १ & १० \\ १०० & ४\text{या} — \text{या}^{२} \\ ४ & १० \end{cases}$

अतः फल = $\frac{४\ \text{या} — \text{या}^{२}}{४}$,

दोनों फल बराबर हैं।

अतः $\frac{४\ \text{या} — \text{या}^{२}}{४} = \frac{\text{या}}{२}$,

∴ ४ या — या^{२} = २ या,

∴ ४ — या = २, ∴ या = २,

प्रथम मूल धन = २,

द्वितीय मूल धन = $\frac{४\ \text{या} — \text{या}^{२}}{४}$ =

$\frac{८ — ४}{४} = \frac{४}{४} = १$ ।

अथवा उदाहरण—

यहाँ प्रथम धन प्रमाण = २, और काल के प्रमाण = या ।

पञ्चराशिक के लिये न्यास— $\begin{cases} १ & \text{या} \\ १०० & २ \\ ५ & \end{cases}$

अन्योन्यपक्षनयन करने से— $\begin{cases} १ & \text{या} \\ १०० & २ \\ & ५ \end{cases}$

अतः फल = $\frac{\text{या}}{१०}$ ।

फल के वर्ग प्रथमधन में घटाने से द्वितीयधन = २ — $\frac{\text{या}^{२}}{१००}$ = $\frac{२०० — \text{या}^{२}}{१००}$ ।

पुनः पञ्चराशिक के लिये न्यास— $\begin{cases} १ & \text{या} \\ १०० & \frac{२०० — \text{या}^{२}}{१००}, \\ १० & \end{cases}$

पक्षानयन से—$\begin{cases} १ & \text{या} \\ १०० & २०० - \text{या}^{२}, \\ १०० & १० \end{cases}$

अतः फल $= \dfrac{२००० \text{ या} - १० \text{ या}^{३}}{१००००} =$

$\dfrac{२०० \text{ या} - \text{या}^{३}}{१०००}$ ।

दोनों फल आपस में समान हैं ।

अतः $\dfrac{२०० \text{ या} - \text{या}^{३}}{१०००} = \dfrac{\text{या}}{१०}$,

$\therefore \dfrac{२०० \text{ या} - \text{या}^{३}}{१००} = \text{या}$,

$\therefore २०० \text{ या} - \text{या}^{३} = १०० \text{ या}$,

$\therefore १०० \text{या} = \text{या}^{३} \quad \therefore \text{या}^{२} = १००$,

$\therefore$ या = १०, यह काल का प्रमाण हुआ ।

इस सेउत्थापन देने से द्वितीय मूल धन $= \dfrac{२०० - \text{या}^{२}}{१००} = \dfrac{२००-१००}{१००} = १$।

इस तरह काल के मान यावत्तावत् कल्पना करने से भी क्रिया का निर्वाह हो सकता है। यहां पर इतना जरूर है कि दोनों का मान अव्यक्त कल्पना पर से क्रिया में कठिनता होगी। किन्तु दोनों में किसी एक का अव्यक्त मान कल्पना कर के क्रिया का निर्वाह होता है।

दोनों के अव्यक्त मान कल्पना करने से इष्ट कल्पना विना क्रिया का अनिर्वाह—

जैसे काल का प्रमाण = या, प्रथम धन का प्रमाण = का, यह कल्पना किया।

अब पञ्चराशिक के अनुसार न्यासः—$\begin{cases} १ & \text{या} \\ १०० & \text{का} \\ ५ & \end{cases}$

अन्योन्यपक्षनयन से $\begin{cases} १ & \text{या} \\ १०० & \text{का} \\ & ५ \end{cases}$

अतः फल $= \dfrac{५ \text{ या·का}}{१००} = \dfrac{\text{या·का}}{२०}$ ।

फल वर्ग को प्रथम मूल धन में घटाने से द्वितीय मूल धन=का $- \dfrac{\text{या·}^{२}\text{का}^{२}}{४००} =$

$\dfrac{४०० \text{ का} - \text{या·}^{२}\text{का}^{२}}{४००}$ ।

पुनः पञ्चराशिक $=\begin{cases} १ & \text{या} \\ १०० & \dfrac{४००\text{का}-\text{या}^{२}\cdot\text{का}^{२}}{४००} \\ १० & \end{cases}$

अन्योन्यपक्षनयन से- $\begin{cases} १ & \text{या} \\ १०० & ४००\,\text{का}-\text{या}^{२}\cdot\text{का}^{२} \\ ४०० & १० \end{cases}$

$$\text{अतः फल} = \frac{\text{या}\times १० \,(४००\text{का}-\text{या}^{२}\cdot\text{का}^{२})}{४००००} =$$

$$\frac{\text{या}\,(४००\text{का}-\text{या}^{२}\cdot\text{का}^{२})}{४०००} = \frac{४००\text{या}\cdot\text{का}-\text{या}^{३}\cdot\text{का}^{२}}{४०००}\text{।}$$

दोनों फल बराबर हैं —

$$\text{अतः } \frac{\text{या}\cdot\text{का}}{२०} = \frac{४००\text{या}\cdot\text{का}-\text{या}^{३}\cdot\text{का}^{२}}{४०००},$$

$\therefore$ २०० या·का=४०० या·का — या·^{३}का^{२},

$\therefore$ २००=४०० —या^{२}·का,

$\therefore$ या^{२}·का=२००,

यहाँ या, का, दोनों में किसी एक का व्यक्त मान कल्पना विना अन्य का व्यक्त मान नहीं जान सकते

अतः यदि का=८,

तदा या$^{२}=\frac{२००}{८}=$ २५,

$\therefore$ या=५।

यदि का=२, तदा या$^{२}=\frac{२००}{२}=$१००,

$\therefore$ या=१०,

अतः सिद्ध हुआ कि दोनों में किसी एक का अन्त में एक आदि व्यक्त मान कल्पना करना ही पड़ेगा।

अथवा प्रथमप्रमाणफलेन द्वितीयप्रमाणफले भक्ते इत्यादि का अर्थ—

पहले प्रमाण फल से दूसरे प्रमाण फल में भाग देने से जो लब्धि आती है ($\frac{१०}{५}=२$) उस से गुणित द्वितीय मूल धन (२×४=८) के समान प्रथम मूल धन का गुण=२, सिद्ध हुआ। तथा दूसरा मूल धन (४) एकोन गुण से गुणा करने से फल वर्ग के समान (४×(२—१)=४=फ^{२}) सिद्ध होता है। अतः एकोनगुण से फल वर्ग में भाग देने से लब्ध द्वितीय मूल धन होगा। इस में फल वर्ग जोड़ देने से प्रथम मूल धन=८ हुआ।

अतः कल्पित फल वर्ग=४, है। प्रथम मूल धन=८ और द्वितीय मूल धन=४ हुआ, फल=२ है।

अब यदि सौ का पांच व्याज पाते हैं तो त्रैराशिक से प्रथम धन का व्याज =

$\frac{५ \times ८}{१००} = \frac{४०}{१००} = \frac{२}{५}$ ।

"यदि इतने व्याज में एक महीना तो दो में क्या" इस त्रैराशिक से काल =

$\frac{१ \times २}{\frac{२}{५}} = \frac{५ \times १ \times २}{२} = \frac{१०}{२} = ५$ महीना आया।

नवीनोपपत्तिः—

अत्र प्रथमप्रमाणफलाद्द्वितीयप्रमाणफलस्य द्विगुणत्वाद्द्वयोरपि पक्षयोः कालफलयोः समत्वाच्च द्वितीयमूलधनात्प्रथममूलधनो द्विगुणः स्यात्कथमन्यथा समानफलकाले प्रथमप्रमाणफलाद्द्वितीयफलस्य द्वैगुण्यमुपलभ्येत।

अतः प्रप्रफ $\times$ २=द्विप्रफ,

$\therefore \frac{\text{प्रप्रफ}}{\text{द्विप्रफ}} = २$ ।

एवं प्रमूध = २ द्विमूध =

$\frac{\text{प्रप्रफ}}{\text{द्विप्रफ}} \times$ द्विमूध=गु० द्विमूध ।

एतेन "प्रथममूलधनं स्यात्" इत्यन्तमुपपन्नम्।

यतः प्रमूध — फ^{२}=द्विमूध,

तथा प्रमूध=गु० द्विमूध,

$\therefore$ फ^{२}=द्विमूध गु० — द्विमूध=

द्विमूध (गु—१),

$\therefore$ द्विमूध = $\frac{\text{फ}^{२}}{\text{गु}-१}$, अत उपपन्नं सर्वम् ॥

उदाहरणम्—

एककशतदत्तधनात् फलस्य वर्गं विशोध्य परिशिष्टम्।
पञ्चकशतेन दत्तं तुल्यः कालः फलं च तयोः ॥ ८ ॥

अत्र गुणकः ५। एकोनगुणेन ४ इष्टफलस्य वर्गे १६ भक्ते जातं द्वितीयधनम् ४।

इदं फलवर्गयुतं जातं प्रथमधनम् २०।

अतोऽनुपातद्वयेन कालः २० ॥

सु०—अथोदाहरणान्तरमार्य्ययोपदिशति—

एको वृद्धिर्यस्येति तच्च तच्छतं तेन दत्तं यद्धनं तस्माल्लब्धं यत्फलं कला-

न्तरं तस्य वर्गं मूलधनाद्विशोध्यावशिष्टं पंचकशतेन दत्तं तयोः प्रथमान्यधनयोः कालस्तुल्यः फलं च तुल्यमिति ।

उदाहरणम्—

अत्र गुणकः ५ एकोनगुणेन ४ कल्पितफलस्यास्य ४ वर्गे १६ भक्ते जातं प्रथम धनं २० ।

अतोऽनुपातद्वयेन कालो यथा यदि शतस्य एकं कलान्तरं तदा विंशतेः किं लब्धमेकमासे प्रथमधनस्य फलं $\frac{1}{5}$ ।

यद्यनेन फलेनैकोमास १ स्तदाकल्पितैश्चतुर्भिः [फलैः किमिति $\frac{1}{5}$, १, ४ फलं१ इच्छागुणितं ४ प्रमाणभक्तं कालः २० एवं स्वबुद्ध्यैव सिद्ध्यति किं यावत्ताव-त्कल्पनयेति ॥

विमला—एक रुपये सैकड़े के व्याज पर दिये धन का जो व्याज मिला, मूल-धन में उस के वर्ग घटा कर जो शेष धन रहा उस को पाँच रुपये सैकड़े के व्याज पर दे दिया।

दोनों का काल और व्याज समान है तो दोनों धनों का मान बताओ ।

उदाहरण—

यहाँ प्रथम प्रमाण फल एक से द्वितीय प्रमाण फल में भाग देने से गुणक ५ आया

कल्पित फल ४ के वर्ग १६ में एकोनगुण ४ का भाग देने से=$\frac{16}{4}$=४=द्वितीय मूल धन आया ।

इस में फलवर्ग जोड़ने से प्रथम मूल धन=१६+४=२० हुआ ।

इस पर से काल का ज्ञान—

"यदि सौ का एक व्याज मिलता है तो बीस का क्या" इस त्रैराशिक से

पहले का व्याज $= \frac{1 \times 20}{100} = \frac{1}{5}$ ।

काल आनयन के लिये दूसरा त्रैराशिक—

"यदि इस व्याज $\frac{1}{5}$ में एक महीना पाते हैं तो चार में क्या" इस से मासा-त्मक काल =

$$\frac{1 \times 4}{\frac{1}{5}} = \frac{5 \times 1 \times 4}{1} = 20 \text{ ।}$$

इस तरह अपनी बुद्धि से ही सिद्ध होता है । यावत्तावत् कल्पना की क्या जरूरत है ॥

एवं स्वबुद्ध्यैवेदं सिद्ध्यति किं यावत्तावत्कल्पनया । अथवा बुद्धि-रेव बीजम् । तथा च गोले मयोक्तम्—

"नैव वर्णात्मकं बीजं न बीजानि पृथक् पृथक् ।
एकमेव मतिर्बीजमनल्पा कल्पना यतः" ॥

विमला—इससे बीजगणित की प्रशंसा करते हैं—

वा बुद्धि ही बीजगणित है। इस को मैंने गोलाध्याय में लिख दिया है।

बीजगणित वर्णात्मक (यावत्तावत् , कालक आदि वर्ण स्वरूप) नहीं है। तथा बीजगणित में आये हुए अनेक भाग भी अलग २ नहीं हैं। अर्थात् एकवर्ण समीकरण, अनेकवर्णसमीकरण आदि भेदों से अलग २ नहीं है। किन्तु एक बुद्धि ही बीज है, जिस से नाना तरह की कल्पनाएँ उत्पन्न होती हैं।

उदाहरणम्—

माणिक्याष्टकमिन्द्रनीलदशकं मुक्ताफलानां शतं
सद्वज्राणि च पञ्च रत्नवणिजां येषां चतुर्णां धनम्।
संगस्नेहवशेन ते निजधनाद्दत्त्वैकमेकं मिथो
जातास्तुल्यधनाः पृथग् वद सखे तद्रत्नमौल्यानि मे ॥६॥

अत्र यावत्तावदादयो वर्णा अव्यक्तानां मानानि कल्प्यन्त इति|उपलक्षणं तन्नामाङ्कितानि कृत्वा समीकरणं कार्यं मतिमद्भिः। तद्यथा, अन्योन्यमेकैकं रत्नं दत्त्वा समधना जातास्तेषां

मानानि— { मा ५ नी १ मु १ व १। | मा १ नी ७ मु १ व १। | मा १ नी १ मु ९७ व १। | मा १ नी १ मु १ व २। }

"समानां समक्षेपे समशुद्धौ समतैव स्यात्" इति एकैकं माणिक्यादिरत्नं पृथक् पृथगेभ्यो विशोध्य शेषाणि समान्येव जातानि मा ४, नी ६, मु ९६, व १।

यदेकस्य वज्रस्य मौल्यं तदेव माणिक्यचतुष्टयस्य नीलषट्कस्य तदेव मुक्ताफलानां षण्णवतेरत इष्टं समधनं प्रकल्प्य पृथगेभि शेषैर्विभज्य मौल्यानि लभ्यन्ते तथा कल्पितेष्टेन ९६ जातानि मौल्यानि माणिक्यादीनाम् २४, १६, १, ९६ ॥

सु०—अथोदाहरणान्तरं शार्दूलविक्रीडितेन दर्शयति—

इति अहो सखे तद्रत्नमौल्यानि तेषां रत्नानि तद्रत्नानि तेषां मौल्यानि पृथग् भिन्नतया ब्रूहि कथयेत्यर्थः कुतः यतस्ते रत्नवणिजो वैश्याः संगस्नेहवशेन निजधनादेकैकं मिथः परस्परं दत्वा तुल्यधनाः समधना जाताः ते के येषां चतुर्णां वणिजां धनमिदं किं तदेवाह—

माणिक्याष्टकं इन्द्रनीलदशकं मुक्ताफलानां शतं सद्वज्राणि च पञ्च इति।

उदाहरणम्—

अत्र यावत्तावदादयो वर्णा अव्यक्तानां मानानि कल्प्यन्ते इत्युपलक्षणं वस्तु-

नामाङ्कितानि कृत्वा समीकरणं कार्यं मतिमद्भिस्तद्यथा अन्योन्यमेकैकं रत्नं दत्वा समधना जातास्तेषां मानानि—

$$\begin{cases} \text{मा } ५ \text{ नी } १ \text{ मु } १ \text{ व } १ \\ \text{मा } १ \text{ नी } ७ \text{ मु } १ \text{ व } १ \\ \text{मा } १ \text{ नी } १ \text{ मु } ९७ \text{ व } १ \\ \text{मा } १ \text{ नी } १ \text{ मु } १ \text{ व } २ \end{cases}$$

एते चत्वारः समधनाः अत एभ्यः समं रत्नं विशोधितं चेत्तर्हि समधनं तिष्ठत्येव प्रथममेकमाणिक्यं सर्वेभ्यः शोधितं न्यासः—

$$\begin{cases} \text{मा } ४ \text{ नी } १ \text{ मु } १ \text{ व } १ \\ \text{मा } ० \text{ नी } ७ \text{ मु } १ \text{ व } १ \\ \text{मा } ० \text{ नी } १ \text{ मु } ९७ \text{ व } १ \\ \text{मा } ० \text{ नी } १ \text{ मु } १ \text{ व } २ \end{cases}$$

एतेऽपि समधना एभ्यो नीलकमेकं शोधितं न्यासः—

$$\begin{cases} \text{मा } ४ \text{ नी } ० \text{ मु } १ \text{ व } १ \\ \text{मा } ० \text{ नी } ६ \text{ मु } १ \text{ व } १ \\ \text{मा } ० \text{ नी } ० \text{ मु } ९७ \text{ व } १ \\ \text{मा } ० \text{ नी } ० \text{ मु } १ \text{ व } २ \end{cases}$$

एते समधना एभ्यो मुक्ताफलमेकं शोधितं न्यासः—

$$\begin{cases} \text{मा } ४ \text{ नी } ० \text{ मु } ० \text{ व } १ \\ \text{मा } ० \text{ नी } ६ \text{ मु } ० \text{ व } १ \\ \text{मा } ० \text{ नी } ० \text{ मु } ९६ \text{ व } १ \\ \text{मा } ० \text{ नी } ० \text{ मु } ० \text{ व } २ \end{cases}$$

एतेऽपि समधना एभ्यो वज्रमेकं विशोधितं न्यासः—

$$\begin{cases} \text{मा } ४ \text{ नी } ० \text{ मु } ० \text{ व } ० \\ \text{मा } ० \text{ नी } ६ \text{ मु } ० \text{ व } ० \\ \text{मा } ० \text{ नी } ० \text{ मु } ९६ \text{ व } ० \\ \text{मा } ० \text{ नी } ० \text{ मु } ० \text{ व } १ \end{cases}$$

एतेपि समधना एवातः शेषाणि मा४नी६मु९६व१ ।

यदेकस्य वज्रस्य मौल्यं तदेव माणिक्यचतुष्टयस्य तदेव नीलषट्कस्य तदेव-मुक्ताफलानां षण्णवतेरत इष्टं समधनं कल्पितं ९६ ।

माणिक्यचतुष्टस्येदं ९६ मौल्यं तदैकस्य माणिक्यस्य किमिति त्रैराशिकेन लब्धं एकमाणिक्यस्य मौल्यं २४ ।

एवं समधनं ९६ नीलषट्केन विभज्य लब्धमेकनीलकमौल्यं १६, एवमेकमुक्ताफलस्य मौल्यं १, वज्रैकमौल्यं ९६ ।

क्रमेण न्यासः २४।१६।१।९६ ।

एतेन नरघ्नदानोनितरत्नशेषैरिष्टे हृते स्युः खलु मूल्यसंख्या इति पाटीस्थसूत्र-

मुपपन्नं यद्येकस्य माणिक्यस्येदं मौल्यं तदा पंचानां माणिक्यानां ५ किमित्यनुपातेन फलं १२० नीलक्यादिमौल्येन १६।१।६६ युक्तं जातं समधनं २३३ ।

पुनर्यद्येकनीलमणेरिदं १६ तदा सप्तानां किं फलं ११२ इदं शेषैकरत्नमौल्येन २४।१।६६ युतं समधनं २३३ ।

एवं सप्तनवतिमुक्ताफलमौल्यं ९७ शेषरत्नमौल्येन २४।१६।६६ युतं समधनं २३३

एवं वज्रैकमौल्यं द्विगुणितं वज्रद्वयमूल्यं १९२ इदं शेषरत्नमौल्येन २४।१६।१ युतं तदेवसमधनं २३३ एवं सर्वत्र ॥

विमला०—आठ मणिक्य, दश नीलमणि, सौ मोती और पांच हीरा ये क्रम से चार जौहरियों के पास में धन थे। वे सब साथी होने के कारण स्नेहवश अपने अपने धन से एक२ रत्न आपस में दिये तो समधन हो गये। इन रत्नोंका मोल अलग २ बताओ।

उदाहरण—

इस गणित में अव्यक्त राशियों के मान यावत्तावत् आदि कल्पना करने के लिये जो कहा है वे उपलक्षण मात्र हैं, अतः प्रत्येक रत्नों को अपने २ नामाद्यक्षर से ही अङ्कित कर के समीकरण करते हैं।

परस्पर एक एक देने से चारों का समधन—

मा ५ नी १ मु १ व १
मा १ नी ७ मु १ व १
मा १ नी १ मु९७ व १
मा १ नी १ मु १ व २

इन में समान रत्न घटाने से भी समान ही रहेंगे, अतः चारों के धनों में (मा १ नी १ मु १ व १) इस को घटाने से शेष—

मा ४ नी ० मु ० व ०
मा ० नी ६ मु ० व ०
मा ० नी ० मु ९६ व ०
मा ० नी ० मु ० व १

मा ४ नी ६ मु ९६ व १ यह शेष है। अब यहां जो एक वज्र का मोल है वही चार माणिक्य, छै नीलमणि, और छैयानबे मोतियों का है । इसलिये इष्ट समधन=९६, कल्पना किया। अब त्रैराशिक द्वारा एक २ रत्नों का अलग२ मौल्य लाते हैं। "यदि चार माणिक्य का ९६ मौल्य पाते हैं तो एक का क्या"

इस से एक मणिक्य का मौल्य $= \frac{९६ \times १}{४} =$ २४ ।

एवं एक नीलमणि का मौल्य $= \frac{९६ \times १}{६} =$ १६ ।

तथा एक मुक्ता का मौल्य $= \frac{९५ \times १}{९६} = १$ ।

और एक वज्र का मौल्य $= \frac{९६ \times १}{१} = ९६$ ।

अब अनुपात से प्रत्येक का धन लाते हैं, कि "एक माणिक्य का २४ मौल्य पाते है तो पांच का क्या"

पांच मणिक्य का मोल $= \frac{२४ \times ५}{१} = १२०$ ।

इस में एक एक नील मणि आदि का मौल्य जोड़ने से—

प्रथम का धन $= १२० + १६ + १ + ९६ = २३३$ ।

इसी तरह "यदि एक नीलमणि के मौल्य १६ पाते हैं तो सात का क्या"

सात नील मणिक्य का मौल्य $= \frac{१६ \times ७}{१} = ११२$, इस में एक मणिक्य आदि जोड़ ने से—

दूसरे का धन $= ११२ + २४ + १ + ९६ = २३३$ ।

इसी तरह सत्तानवे मुक्ता के मौल्य में एक एक शेष रत्नों के मौल्य जोड़ने से

तृतीय का धन $= ९७ + २४ + १६ + ९६ = २३३$ ।

एवं दो वज्र के मौल्य में एक एक शेष रत्नों के मौल्य जोड़ ने से—

चतुर्थ का धन $= १९२ + २४ + १६ + १ = २३३$ ।

इस तरह चारों आपस में समान धन के हो गये ॥

उदाहरणम्—

पञ्चकशतेन दत्तं मूलं सकलान्तरं गते वर्षे ।
द्विगुणं षोडशहीनं लब्धं मूलं समाचक्ष्व ॥ १० ॥

अत्र मूलधनं यावत् १ । अतः पञ्चराशिकेन

१	
१००	१२
५	या

कलान्तरम् या $\frac{३}{५}$ । एतन्मूलयुतं जातम् या $\frac{८}{५}$ । द्विगुणमूलधनस्य षोडशहीनस्य या २ रू १६̇ सममिति करणेन—

$$\begin{cases} \text{या २ रू १६̇ ।} \\ \text{या } \frac{८}{५} \text{ रू ० ।} \end{cases}$$

लब्धं मूलम् ४० । कलान्तरं च २४ ॥

सु०—अथोदाहरणान्तरमार्ययाह—

भो गणक पांचकशतेन यद्धनं दत्तं तद्वर्षे गते सति सकलान्तं यद्भवति तच्च मूलधनेन द्विगुणेन षोडशहीनेन तुल्यमित्यर्थः, एवं सति मूलधनं किं स्यादिति कथय ।

उदाहरणम्—

अत्र मूल धनं या १।

अतः पञ्चराशिकेन कलान्तरं यथा यद्येकस्मिन् मासे शतस्य पंच कलान्तरं तदा द्वादशभिर्मासै रेकस्य यावत्तावतःकिमिति—

न्यासः— $\left\{\begin{matrix} १ & \\ १०० & १२ \\ ५ & या\ १ \end{matrix}\right.$

अत्रान्योन्यपक्षनयने बहुराशिवधे या ६० स्वल्पराशिवधेन १०० भक्ते विंशत्याऽपवर्त्तिते जातं या $\frac{३}{५}$ एतन्मूलधनेन या १ युतं या$\frac{८}{५}$ द्विगुणमूलधनस्य षोडशोनस्यास्य या२ रू१६ सममिति न्यासः—

$$\left\{\begin{matrix} \frac{या\ ८\ रू०}{५} \\ या\ २\ रू\ १६ \end{matrix}\right.$$

समच्छेदीकृत्य च्छेदगमे समक्रियया लब्धं मूलधनं ४०।

अतोनुपातेन कलान्तरं यथा यद्येकस्मिन्मासे शतस्य पञ्च कलान्तरं तदा द्वादशभिर्मासैश्चत्वारिंशतः किमिति पंचराशिकेन कलान्तरं २४ मूल ४० युतं ६४ इदं मूलेन ४० द्विगुणेन ८० षोडश १६ हीनेन सम ६४ मिति॥

विमला०—पांच रुपये सैकड़े के व्याज पर दिया गया धन एक वर्ष के बाद व्याज सहित मूल धन द्विगुणित सोलह हीन मूल धन के बराबर होता है तो मूल धन क्या होगा?

उदाहरण—

यहां,मूल धन का प्रमाण यावत्तावत् कल्पना कर के पञ्चराशिक द्वारा व्याज लाते है। जैसे एक महीने में सौ का पांच व्याज पाते हैं तो बारह महीने में यावत्तावत् का क्या—

$$\left\{\begin{matrix} १ & \\ १०० & १२ \\ ५ & या \end{matrix}\right.$$

अन्योन्यपक्षानयन करने से—

$$\left\{\begin{matrix} १ & १२ \\ १०० & या \\ & ५ \end{matrix}\right.$$

$$अतः\ फल = \frac{१२ \times या \times ५}{१ \times १००} = \frac{६०या}{१००} = \frac{३या}{५},$$

इस को मूल धन में जोड़ने से—

$$\text{या} + \frac{३\text{या}}{५} = \frac{८\text{या}}{५},$$

यह मूल धन द्विगुणित सोलह हीन के (२या — १६) बराबर है।

$$\text{अतः } \frac{८\text{या}}{५} = २\text{या} - १६$$

$$\therefore ८ \text{ या} = १० \text{ या} - ८०$$

$$\therefore ८० = १० \text{ या} - ८ \text{ या} = २\text{या}$$

$$\therefore \text{या} = \frac{८०}{२} = ४० ।$$

आलाप—एक महीने में सौ का पांच तो बारह महीने में चालीस का क्या—

$$\begin{cases} १ & १२ \\ १०० & ४० \\ ५ & \end{cases}$$

$$\text{अन्योन्यपक्षनयन करने से } \begin{cases} १ & १२ \\ १०० & ४० \\ & ५ \end{cases}$$

$$\text{अतः फल} = \frac{१२ \times ४० \times ५}{१००} = \frac{१२ \times २}{१} = २४ ।$$

इस में मूल धन जोड़ देने से सकलान्तर मूल धन=२४ + ४० = ६४।

यह मूल धन द्विगुणित षोड़श हीन के २ × ४० – १६ = ६४ बराबर है।

उदाहरणम्—

यत् पञ्चकत्रिकचतुष्कशतेन दत्तं
खण्डैस्त्रिभिर्नवतियुक् त्रिशतीधनं तत्।
मासेषु सप्तदशपञ्चसु तुल्यमाप्तं
खण्डत्रयेऽपि सफलं वद खण्डसंख्याम् ॥ ११ ॥

अत्र सफलस्य खण्डस्य समधनस्य प्रमाणं यावत्तावत् १। यद्येकेन मासेन पञ्च फलं शतस्य तदा माससप्तकेन किमिति लब्धं शतस्य फलम् ३५। एतच्छते प्रक्षिप्य जातम् १३५। यद्यस्य सफलस्य शतं मूलं तदा यावत्तावन्मितस्य सफलस्य किमिति लब्धं प्रथमखण्डप्रमाणम् या $\frac{२०}{२७}$।

पुनर्यदि मासेन द्वौ फलं शतस्य तदा दशभिर्मासैः किमित्याद्युक्तप्रकारेण द्वितीयखण्डम् या $\frac{५}{६}$। एवं तृतीयम् या $\frac{५}{६}$। एषामैक्यम् या $\frac{६५}{२७}$।

सर्वधनस्यास्य ३९० समं कृत्वा यावत्तावन्मानेन १६२ अनेनोत्थापितानि खण्डानि १२०, १३५, १३५। सकलान्तरं सममेतत्। १३६

सु०—अथान्योदाहरणं वसन्ततिलकमाह—
यन्नवतियुक्त्रिशतीरूपं धनं ३९० त्रिभिः खण्डैः पञ्चकद्विकचतुःकशतेन-दत्तं तत्सप्त ७ दश १० पञ्चसु ५ मासेषु क्रमेण खण्डत्रयेऽपि सफलं तुल्यं प्राप्तं चेत्खण्डसंख्यां वद।

एतदुक्तं भवति। मूलधनं नवतियुक्शतत्रयमस्ति ३९०, अस्य त्रीणि खण्डानि कृत्वा एकं खण्डं पञ्चशतकप्रमाणेन दत्तं द्वितीयं द्विकशतेन दत्तं तृतीयं चतुष्क-शतेन दत्तं तत्र प्रथमखण्डं माससप्तके सकलान्तरं यावद्भवति तावदेव द्वितीयं सकलान्तरं मासदशकेन भवति तृतीयमपि मासपञ्चके गते सकलान्तरं तावदे-व भवतीति यद्येवं तर्हि कानि खण्डानि सम्भवन्ति तद्वदेत्यर्थः।

उदाहरणम्—

अत्र सफलस्य खण्डस्य समधनरूपस्य प्रमाणं या १।

यद्येकेन मासेन शतस्य पञ्च कलान्तरं ५ तदा माससप्तकेन ७ किमिति जातं ३५ एतच्छते १०० प्रक्षिप्तं १३५ यद्यस्य खण्डस्य सफलस्य मूलधनं शतं तदा यावत्तावन्मितस्य सफलखण्डस्य किमिति १३५।१००। या१,

अत्र फलमिच्छागुणमाद्यभक्तं $\frac{\text{या}१००}{१३५}$, पञ्चभिरपवर्त्तितमिदं प्रथमखण्डं $\frac{\text{या } २०}{२७}$,

एवं यदि मासे शतस्य द्वयं फलं २ तदा मासदशकेन किमिति १।२।१० जातं २० शत १०० युतं १२० यद्यस्य मूलं शतं तदा यावन्मितस्य किमिति १२०।१००। या १ हारभाज्यौ विंशत्याऽपवर्त्य जातं द्वितीयं खण्डं $\frac{\text{या}५}{६}$,

एवं तृतीयमपि $\frac{\text{या}५}{६}$,

यथा क्रमेण न्यासः $\frac{\text{या } २०}{२७}$, $\frac{\text{या } ५}{६}$, $\frac{\text{या } ५}{६}$,

एषां समच्छेदेनैक्यं या $\frac{\text{या } ३९०}{१६२}$ षड्भिरपवर्तितं $\frac{\text{या } ६५}{२७}$ इदं सर्वधनस्यास्य ३९० सममिति न्यासः—

$$\begin{cases} \dfrac{\text{या } ६५ \text{ रू}०}{२७} \\ \text{या}० \text{ रू } ३९० \end{cases}$$

समच्छेदीकृत्य च्छेदगमे जातं $\begin{cases} \text{या } ६५ \text{ रू}० \\ \text{या}० \text{ रू } १०५३० \end{cases}$

समीकरणक्रियया लब्धं यावन्मानं १६२।

अनेन खण्डत्रयेऽप्युत्थापनं कार्यं तद्यथा इदं मानं १६२ प्रथमखण्डेनं $\frac{२०}{२७}$।

गुणितं ३२४० स्वहर २७ भक्तं प्रथमखण्डं १२० व्यक्तम्।

एवं यावन्मानं १६२ पञ्चगुणितं ८१० षड्भक्तं द्वितीयखण्डं १३५।

एवं तृतीयखण्डमपि व्यक्तं १३५।

अथालापो यथा यदि शतस्य पञ्च कलान्तरं तदा विंशत्यधिकशतस्य किमिति न्यासः १००।५।१२०।

पूर्ववल्लब्धं ६, एकमासे यदीदं तदा सप्तभिर्मासैः किमिति १।६।७ लब्धं ४२ मूलधनेन १२० युतं सकलान्तरमूलमिदं १६२।

एवं मासे १ यदि द्वौ कलान्तरं तदा दशभिर्मासैः किमिति १।२।१० जातं २०

यदि शतस्येदं तदा द्वितीयखण्डस्य १३५ किमिति १००।२०।१३५ जातं २७

इदं मूलधनेन १३५ युतं जातं द्वितीयखण्डं १६२।

एवं मासे शतस्य चतुः कलान्तरं तदा पञ्चभिर्मासैः किमिति १।४।५ जातं २०

मूलधनस्यास्येदं तदा तृतीयखण्डस्य किमिति न्यासः १००।२०।१३५ जातं फलं २७ मूलधन १३५ युतं तृतीयखण्डं १६२।

एवं खण्डत्रयेऽपि तुल्यमेव १६२।१६२।१६२॥

विमला०—तीन सौ नब्बे रुपयों को तीन खण्ड कर के प्रथम खण्ड को सैकड़े पांच रुपये के व्याज पर, द्वितीय खण्ड को सैकड़े दो रुपये के व्याज पर और तृतीय खण्ड को सैकड़े चार रुपये के व्याज पर दिया।

तथा पहला खण्ड का सात महीने बाद मूल धन सहित व्याज जितना होता है, उतना ही दश महीने के बाद व्याज सहित दूसरा खण्ड और पांच महीने के बाद व्याज सहित तीसरा खण्ड होता है तो उन तीनों खण्डों का अलग २ मान बताओ?

उदाहरण—

यहां समधन (व्याजसहितखण्ड) का मान यावत्तावत् कल्पना कर के सात महीने में सौ का व्याज लाने के लिये पञ्च राशिक—

$$\begin{cases} 1 & 7 \\ 100 & 100 \\ 5 & \end{cases}$$

अन्योन्यपक्षनयन करने से— $\begin{cases} 1 & 7 \\ 100 & 100 \\ & 5 \end{cases}$

अतः फल $= \dfrac{7 \times 100 \times 5}{100} = 35$।

इस को सौ में जोड़ दिया तो व्याज सहित मूल धन = १३५ हुआ।

पुनः अनुपात "यदि व्याज सहित मूल धन १३५ में सौ मूल धन पाते हैं तो यावत्तावत् में क्या" इस तरह

पहला खण्ड का मान $=\frac{१०० \times या}{१३५}=\frac{२० या}{२७}$,

इसी तरह "एक महीने में सौ का दो व्याज पाते हैं तो दश महीने में सौ का क्या" इस पञ्च राशिक से—

$$\left\{\begin{matrix} १ & १० \\ १०० & १०० \\ २ & \end{matrix}\right.$$

पक्षानयन करने से $\left\{\begin{matrix} १ & १० \\ १०० & १०० \\ & २ \end{matrix}\right.$

अतः फल $=\frac{१० \times १०० \times २}{१००}=२०$ ।

इस को सौ में जोड़ने से व्याज सहित मूल धन $=१२०$ ।

पूर्ववत् त्रैराशिक से दूसरा खण्ड $=\frac{१०० \times या}{१२०}=\frac{५ या}{६}$,

एवं "एक महीने में सौ का चार तो पांच महीने में सौ का क्या" इस तरह न्यास करने से— $\left\{\begin{matrix} १ & ५ \\ १०० & १०० \\ ४ & \end{matrix}\right.$

पक्षानयन करने से $\left\{\begin{matrix} १ & ५ \\ १०० & १०० \\ & ४ \end{matrix}\right.$

अतः फल $=\frac{५ \times १०० \times ४}{१००}=२०$ ।

पुनः त्रैराशिक से तृतीय खण्ड $=\frac{१०० \times या}{१२०}=\frac{५ या}{६}$ ।

सब खण्डों का क्रम से न्यास—

$\frac{२० या}{२७}$, $\frac{५ या}{६}$, $\frac{५ या}{६}$,

इन का योग $=$

$\frac{२० या}{२७}+\frac{५ या}{६}+\frac{५ या}{६}=$

$\frac{८० या}{१०८}+\frac{९० या}{१०८}+\frac{९० या}{१०८}=$

$\frac{२६० या}{१०८}=\frac{६५ या}{२७}$,

यह सर्वधन (३६०) के समान है

अतः $\frac{६५ या}{२७} = ३६०$,

$\therefore$ या $= \frac{३६० \times २७}{६५} = \frac{३० \times २७}{५} = ६ \times २७ =$

१६२=यावत्तावत् का मान।

इस से उत्थापन देने से—

पहला खण्ड$= \frac{२० या}{२७} = \frac{२० \times १६२}{२७} = २० \times ६ = १२०$।

दूसरा खण्ड$= \frac{५ या}{६} = \frac{५ \times १६२}{६} = ५ \times २७ = १३५$।

तीसरा खण्ड$= \frac{५ या}{६} = \frac{५ \times १६२}{६} = ५ \times २७ = १३५$।

आलाप—यदि सौ का पाच व्याज पाते हैं तो १२० का क्या $= \frac{५ \times १२०}{१००} =$ ६ = एक महीने में १२० का व्याज।

एक महीने में यह व्याज पाते है तो सात महीने में क्या$= \frac{६ \times ७}{१} = ४२$।

इस में १२० मूल धन जोड़ देने से व्याज सहित मूल धन = १६२।

इसी तरह "सौ का दो व्याज पाते हैं तो १३५ का क्या" इस से एक महीने में एक सौ पैंतीस का व्याज$= \frac{२ \times १३५}{१००} = \frac{२७}{१०}$।

"एक महीने में यह तो दश महीने में क्या" इस अनुपात से दश महीने में $\frac{\frac{२७}{१०} \times १०}{१} = \frac{२७ \times १०}{१०} = २७$।

इस को मूल धन में युत करने से व्याज सहित दूसरा मूल धन$= २७ + १३५ = १६२$।

एवं एक महीने में सौ का चार व्याज पाते हैं तो ५ महीने में सौ का

$$क्या = \begin{cases} १ & ५ \\ १०० & १०० \\ ४ & \end{cases}$$

$$अन्योन्य पक्षनयन से \begin{cases} १ & ५ \\ १०० & १०० \\ & ४ \end{cases}$$

अतः फल$= \frac{५ \times १०० \times ४}{१००} = २०$,

यदि मूल धन सौ में बीस व्याज पाते हैं तो १३५ में क्या =

(२० × १३५) / १०० = २७ ।

इस को मूल धन में जोड़ने से व्याज सहित तीसरा मूल धन = २७ + १३५ = १६२ ।

इस तरह व्याज सहित मूल धन तीनों में समान हुआ ॥

उदाहरणम्—

पुरप्रवेशे दशदो द्विसंगुणं विधाय शेषं दशभुक् च निर्गमे ।
ददौ दशैवं नगरत्रयेऽभवत् त्रिनिघ्नमाद्यं वद तत् कियद्धनम् ॥१२॥

अत्र धनम् या १ । अस्यालापवत् सर्वं कृत्वा पुरत्रयनिवृत्तौ जातं धनम् या ८ रू २८̇० ।

एतदाद्यस्य त्रिगुणितस्य या ३ समं कृत्वाऽऽप्तं यावत्तावन्मानम् ५६॥

सु० —अथोदाहरणान्तरं वंशस्थेनोपदिशति—

कश्चिद्वैश्यो वणिक् किञ्चिद्धनं संपाद्य व्यापारकरणार्थं पुरान्तरं गतवान् तस्य पुरप्रवेशार्थं शुल्कं दश दत्वा पुरं प्रविश्य शेषं धनं व्यापारेण द्विगुणितं विधाय तन्मध्ये दश भुक्त्वा निर्गमनार्थं पुनर्दश दत्तवान् ।

अथ तच्छेषमवशिष्टं धनं गृहीत्वा पुरान्तरं गतवान्, तत्रापि प्रवेशे दश दत्वा द्विगुणीकृत्य दश भुक्त्वा दश दत्वा च ततस्तृतीयनगरं प्रति गतवान् तत्रापि प्रवेशे दश दत्वा शेषं धनं व्यापारेण द्विगुणं कृत्वा दश भुक्त्वा दश दत्वा च स्वगृहं गतवान् ।

एवं सति यत्प्रथमं धनं तत्त्रिगुणितमभवत् तर्हि तत्प्रथमं धनं कियदिति वदेत्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्र कल्पितो राशिः या १,

पुरप्रवेशे दशददाविति या १ रू १०̇ शेषमिदं द्विगुणं या २ रू २०̇ दश भुक्तं या २ रू ३̇० निर्गमे दश ददौ या २ रू ४०̇,

पुनर्द्वितीयनगरप्रवेशे दश ददौ या रू ५०̇ शेषमिदं द्विगुणं या४ रू१०̇०,

अस्माद्दश भुक्तं या ४ ११̇० निर्गमे दश ददौ या ४ रू १२̇० ।

पुनस्तृतीयनगरप्रवेशे दश ददौ या ४ रू १३०̇ शेषं तत्रैव द्विगुणं जातं या ८ रू २६० अस्माद्दश भुक्तं या ८ रू २७̇० निर्गमे दश ददौ या ८ रू २८̇०,

एतदेव नगरत्रयनिवृत्तौ धनं या ८ रू २८̇० एतदाद्यस्य त्रिगुणस्य या ३ सममिति न्यासः { या ३ रू ०
या ८ रू २८̇०

समीकरणाल्लब्धं यावत्तावन्मानं ५६ ।

अत्रालापो यथा पुरप्रवेशे दश दत्वा शेषं ४६ द्विगुणं ९२ दश भुक्त्वा ८२ दश दत्वा शेषं ७२।

पुनरन्यपुरप्रवेशे दश दत्वा शेषं ६२ द्विगुणं १२४ विधाय दश भुक्त्वा ११४ दश दत्वा शेषं १०४।

पुनरन्यपुरप्रवेशे दश दत्वा ९४ शेषं द्विगुणं १८८ विधाय दश भुक्त्वा १७८ दश दत्वा शेषं गृहीत्वा १६८ स्वगृहं गतः।

इदं पूर्वधनं ५६ त्रिगुणमेवजातं १६८ ॥

विमला—कोई एक व्यापारी कुछ धन लेकर किसी नगर से व्यापार के लिये गया। वहां द्वार प्रवेश के समय दश रुपये टेक्स दिया। फिर उस नगर में शेष धन को व्यापार से दूना कर उस में से दश रुपये भोजन में व्यय किया। और लौटते समय दश रुपये फिर नगर का टेक्स दिया।

इस प्रकार तीन नगरों में व्यापार कर अपने घर लौट आया, तो उस का धन पहले से त्रिगुणित हो गया। बताओ कितना धन लेकर वह व्यापार के लिये गया था।

उदाहरण—

यहां धन प्रमाण यावत्तावत् कल्पना किया। नगर में प्रवेश करते समय दश दिया, अतः धन प्रमाण = या — १०, रहा।

प्रवेश के बाद शेष धन दूना किया अतः = २ (या — १०) = २ या – २० इतना हुआ।

इस में से दश भोजन में और दश नगर से निकलते समय टेक्स दिया।

अतः धन का स्वरूप = २ या — ४०।

इसी तरह दूसरे नगर में प्रवेश करते समय दश देकर शेष धन (२ या — ५०) को व्यापार से दूना कर के दश भोजन और दश लौटते समय टेक्स दिया तो धन का स्वरूप =

२ (२ या — ५०) — २० = ४ या — १२० इतना हुआ।

फिर तीसरे नगर में प्रवेश के समय दश देकर शेष धन (४ या — १३०) को व्यापार से दूना कर के दश भोजन और लौटते समय दश नगर की टेक्स दिया तो धन का स्वरूप =

२ (४ या — १३०) — २० = ८ या — २८०, यह हुआ।

यह पहले के धन (या) से तिगुना है अतः पूर्व के धन को त्रिगुणित कर के समीकरण करते हैं।

८ या – २८० = ३ या,

∴ ८ या — ३ या = २८०,

वा ५ या=२८०

$\therefore$ या = $\frac{२८०}{५}$=५६ ।

आलाप—घर का धन ५६ इतना है। इस में से प्रवेश करते समय दश दिया तो शेष ४६ रहा, इस को व्यापार से दूना किया तो ९२ हुआ। इस में से दश भोजन और दश लौटते समय टेक्स दिया तो शेष=९२—२०=७२ रहा।

फिर दूसरे नगर में प्रवेश करते समय दश देकर शेष ६२ को दूना कर के १२४ दश भोजन और दश फिर टेक्स दिया तो शेष=१२४—२०=१०४ रहा!

फिर तीसरे नगर में प्रवेश करते समय दश देकर शेष धन ९४ को दूना कर के १८८ दश भोजन और दश लौटते समय टेक्स दिया तो शेष धन= १८८—२०=१६८।

यह पहले के धन ५६ से त्रिगुणित=५६ × ३ = १६८ हुआ।

उदाहरणम्—

साधं तण्डुलमानकत्रयमहो द्रम्मेण मानाष्टकं
मुद्गानां च यदि त्रयोदशमिता एता वणिक् काकिणीः।
आदायार्पय तण्डुलांशयुगलं मुद्गैकभागान्वितं
क्षिप्रं क्षिप्रभुजो व्रजेमहि यतः सार्थोऽग्रतो यास्यति ॥१३॥

अत्र तण्डुलमानम् या २। मुद्गमानम् या १। यदि सार्धमानत्रयेणैको द्रम्मो लभ्यते तदा या २ अनेन किमिति लब्धं तण्डुलमौल्यम् या $\frac{४}{७}$।

यदि मानाष्टकेनैको द्रम्मस्तदा या १ अनेन किमिति लब्धं मुद्गमौल्यम् या $\frac{१}{८}$।

अनयोर्योगः $\frac{३९}{५६}$ त्रयोदशकाकिणीसम इति द्रम्मजात्या $\frac{१३}{६४}$ साम्यकरणाल्लब्धं यावत्तावन्मानम् $\frac{७}{२४}$।

अनेनोत्थापिते तण्डुलमुद्गमूल्ये $\frac{१}{६}$, $\frac{७}{१९२}$। तण्डुलमुद्गमानभागाश्च $\frac{७}{१२}$, $\frac{७}{२४}$।

सु०—अथोदाहरणान्तरं शार्दूलविक्रीडितेनाह—

अहो वणिक् यदि तण्डुलानां सार्द्धं मानकत्रयं मानमेव मानकं तस्य त्रयं सार्द्धएकमानस्यार्द्धेन सहितं द्रम्मेण लभ्यते, तथा मुद्गानां मानाष्टकं च द्रम्मेण लभ्यते तर्हि एता मद्धस्तस्थास्त्रयोदशमिताः काकिणीस्त्वमादाय गृहीत्वा तण्डुलांशयुगलं मुद्गैकभागान्वितं यथा स्यात्तथा क्षिप्रमर्पय देहीति क्षिप्रं भुजन्ते ते क्षिप्रभुजो वयं व्रजेमहि गच्छामः यतो हेतोः सार्थः अर्थः स्वाभिमतं कार्यं तेन सह वर्तमानो जनः सार्थः यदधीनमस्मत्कार्यं स इत्यर्थः अग्रतो यास्यति गच्छतीति।

अत्र सूर्यदैवज्ञास्तु किं भूतस्य मे क्षिप्रभुजः क्षिप्रं भुनक्तीति क्षिप्रभुक् तस्य

ममेत्यर्थः क्षिप्रिर्मिश्रितान्नपर्यायः कश्चित् , क्षिप्रिभोजनानन्तरं वयं व्रजेमहि गच्छाम: यतः कारणात्सार्थः समागमोऽग्रतो यास्यतीति वदन्ति ।

उदाहरणम्—

अत्र तण्डुलमानं या २, मुद्गमानं या १, यदि सार्द्धमानत्रयेणैको द्रम्मो लभ्यते तदानेन या २ किमिति न्यासः $\frac{७}{२}$ । १ । या २,

उक्तवल्लब्ध तण्डुलमौल्यं= $\frac{\text{या } ४}{७}$,

यदिमानाष्टकेनैको द्रम्मस्तदाऽनेन या १ किमिति न्यास ८।१। या १, एवमनुपातेन लब्धं मुद्गमौल्यं $\frac{\text{या } १}{८}$,

अनयोस्तण्डुलमुद्गमौल्योः समच्छेदेन योगः $\frac{\text{या } ३९}{५६}$

त्रयोदशकाकिण्या द्रम्मजात्या सम इति न्यासः $\begin{cases} \frac{\text{या } ३९ \text{ रू} ०}{५६} \\ \text{या } ० \frac{\text{रू } १३}{६४} \end{cases}$

अत्राष्टापवर्तितहराभ्यामाभ्यां ७।८ पक्षौ समच्छेदीकृत्य च्छेदगमे न्यासः—

$$\begin{cases} \text{या } ३१२ \text{ रू} ० \\ \text{या } ० \text{ रू } ९१ \end{cases}$$

पश्चादव्यक्तशेषेण ३१२ रूपशेषे ९१ भक्ते हारभाज्यौ त्रयोदशभिरपवर्त्य जातं यावत्तावन्मानं व्यक्तं $\frac{७}{२४}$ ।

अनेन सर्वेषामुत्थापनं यथा तण्डुलमौल्यं या $\frac{४}{७}$ अनेन यावन्मानं $\frac{७}{२४}$ गुणितं अंशाहतिश्छेदवधेन भक्ता इति जातं $\frac{२८}{१६८}$ अंशा २८ पवर्तितं तण्डुलमौल्यं $\frac{१}{६}$ ।

एवं मुद्गमौल्यं $\frac{१}{८}$ यावन्मानेन $\frac{७}{२४}$ गुणितं जातं मुद्गमौल्यं $\frac{७}{१९२}$

पुनर्यावन्मानेन $\frac{७}{२४}$ तण्डुलमुद्गभागौ या २ या १ संगुण्य जातौ तण्डुल $\frac{१४}{२४}$, मुद्गभागौ $\frac{७}{२४}$ ॥

विमला—एक पथिक किसी वनिये से कहता है कि हे वणिक् एक द्रम्म में साढे तीन सेर चावल और आठ सेर मूङ्ग आता है।

इस भाव पर तेरह काकिणी में दो भाग चावल और एक भाग मूंग दो मुझे शीघ्र भोजन कर जाना है। क्यों कि मेरा साथी आगे चला जायगा। तो बताओ उन के दाम और भाग कितने हैं।

उदाहरण—

यहां चावल का प्रमाण = २ या, और मूंग का प्रमाण = या, कल्पना किया।

अनुपात किया कि "साढेतीन सेर चावल में एक द्रम्म पाते हैं तो २या में क्या"

इस तरह चावल का मौल्य $= \frac{१ \times २ \text{ या}}{\frac{७}{२}} = \frac{४ \text{ या}}{७}$

फिर अनुपात—"यदि आठ सेर मूङ्ग में एक द्रम्म पाते हैं तो या में क्या"

इस प्रकार मूङ्ग का मौल्य $= \frac{१ \times \text{या}}{८} = \frac{\text{या}}{८}$

यहां तण्डुल और मूङ्ग के मोल का योग तेरह काकिणी के बराबर है अतः तेरह काकिणी को द्रम्म बना कर ($\frac{१३}{६४}$) समीकरण—

$\frac{\text{या } ४}{७} + \frac{\text{या}}{८} = \frac{१३}{६४}$,

वा $\frac{३२ \text{ या} + ७ \text{ या}}{५६} = \frac{१३}{६४}$

$\frac{३९ \text{ या}}{५६} = \frac{१३}{६४}$

$\therefore ३९ \times ६४ \text{ या} = ५६ \times १३$,

$\therefore \text{या} = \frac{५६ \times १३}{३९ \times ६४} = \frac{७ \times १}{३ \times ८} = \frac{७}{२४}$।

इस से उत्थापन देने से चावल का मौल्य $= \frac{४ \text{ या}}{७} = \frac{४}{७} \times \frac{७}{२४} = \frac{१}{६}$।

इसी तरह मुङ्ग का मौल्य $= \frac{\text{या}}{८} = \frac{७}{२४ \times ८} = \frac{७}{१९२}$।

एवं चावल का भाग $= \frac{७ \times २}{२४} = \frac{७}{१२}$।

मूङ्ग का भाग $= \frac{७}{२४}$।

अतः क्रम से भाग $= (\frac{७}{१२}, \frac{७}{२४})$,

मौल्य $= (\frac{१}{६}; \frac{१}{१९२})$॥

उदाहरणम्—

स्वार्धपञ्चांशनवमैर्युक्ताः के स्युः समास्त्रयः।
अन्यांशद्वयहीनाश्च षष्टिशेषाश्च तान् वद॥ १५॥

अत्र समराशिमानं यावत्तावत् १। अतो विलोमविधिना, 'अथ स्वांशाधिकोने" इत्यादिना राशयः या $\frac{२}{३}$, या $\frac{५}{६}$, या $\frac{९}{१०}$। इहान्यभागद्व-

येनोनाः सर्वेऽप्येवं शेषाः स्युः या $\frac{३}{६}$ । एतत् षष्टिसमं कृत्वाऽऽसयावत्ता-वन्मानेन १५० उत्थापिता जाता राशयः १००, १२५, १३५ ।

सु०—अथान्योदाहरणमनुष्टुभाऽऽह—

के राशयः स्वार्द्धपंचाशनवमैर्युक्ताः सन्तः समाः स्युः, अथवा अन्यांश-द्वयहीनाः सन्तः षष्टिशेषाः स्युरिति ते के भवन्तीति तान्वद ।

एतदुक्तं भवति अत्र राशित्रयमस्ति तत्राद्यः स्वार्द्धेन द्वितीयः स्वपञ्चांशेन तृतीयः स्वनवांशेन युक्तः सन् सम एव भवति ।

तथा प्रथमराशिर्द्वितीयस्य पञ्चांशेन तृतीयस्य नवमांशेन हीनः सन् षष्टिर्भवतिः,
एवं द्वितीयराशिः प्रथमस्यार्द्धेन तृतीयस्य नवमांशेन च हीनः सन् षष्टिर्भवति
एवं तृतीयराशिरपि प्रथमस्यार्द्धेन द्वितीयस्य पञ्चांशेन च हीनः सन् षष्टिर्भवति तर्हि के ते राशय इति तान्वदेत्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्र समराशिमानं यावत्तावत् कल्पितं या १, राशीनामज्ञानात् ।

अतो विलोमविधिना राशयो ज्ञेयास्तद्यथा यदि राशिः स्वार्द्धेन युतश्चेत्समरा-शिर्भवति ।

अथ यदि समराशिः स्वत्रिलवेन हीनश्चेद्राशिर्भवत्येवेति यतोऽर्द्धं $\frac{१}{२}$ पंचांशः $\frac{१}{५}$ नवमांशः $\frac{१}{९}$, अथ स्वांशाधिकोने तु लवाढ्योनो हरो हरः अंशस्त्वविकृत एवेति

जाताः $\frac{या १}{३}$, $\frac{या १}{६}$, $\frac{या १}{१०}$,

एते भागास्समराशौ प्रत्येकं रहिता कार्याः स्वमृणमित्युक्तत्वात् ते प्रत्येकं राशयो भवन्ति ।

अथवा राशिः रा१ अयं स्वार्द्धेन रा $\frac{१}{२}$ युतः रा $\frac{३}{२}$ अस्य तृतीयांश एव रा $\frac{१}{२}$, राश्यर्द्धमेवमन्येष्वपि ।

अथ प्रकृते समराशिः या १ स्वत्रिलवेन या $\frac{१}{३}$ समच्छेदेन हीनः प्रथमराशिः $\frac{या २}{३}$,

पुनस्स एव समराशिः स्वषष्ठांशेनानेन या $\frac{१}{६}$ हीनो द्वितीयो राशिः या $\frac{५}{६}$,

पुनस्स राशि या १ स्वदशमांशेन $\frac{या १}{१०}$ समच्छेदेन हीनस्तृतीयो राशि $\frac{या ९}{१०}$,

यथा क्रमेण न्यासः $\frac{या २}{३}$, $\frac{या ५}{६}$, $\frac{या ९}{१०}$,

एतेऽन्यभागद्वयेन हीनाः कार्यास्तद्यथा यथात्र प्रथमराशिः या $\frac{२}{३}$ द्वितीयस्य पञ्चांशेन $\frac{५}{३०}$ हीनार्थं न्यासः $\frac{२}{३}$, $\frac{५}{३०}$ ।

समच्छेदौ $\frac{६०}{९०}$, $\frac{१५}{९०}$ अन्तरं पञ्चचत्वारिंशताऽपवर्तितं या $\frac{१}{२}$ इदं तृतीयराशे या $\frac{९}{१०}$ नवमांशेन $\frac{१}{१०}$ हीनं समच्छेदेन जातं $\frac{७२}{१८०}$ षट्त्रिंशताऽपवर्तितं या $\frac{२}{५}$,

एवं प्रथमस्यार्द्धेन $\frac{३}{९}$ तृतीयस्य नवमांशेन $\frac{९}{९०}$ अर्थादनयोर्योगेन $\frac{३९}{९०}$ द्वितीयराशि या $\frac{५}{६}$ हीनः $\frac{३६}{९०}$ अष्टादशभिरपवर्तितः या $\frac{२}{५}$ स एव शेषो जातः।

एव प्रथमार्द्धेन त्र्यपवर्तितेन $\frac{१}{३}$ द्वितीयस्य पञ्चांशेन पञ्चापवर्तितेन $\frac{१}{६}$ द्वयोर्योगेन नवापवर्तितेन $\frac{१}{२}$ तृतीयो $\frac{९}{१०}$ हीनः $\frac{४}{१०}$ चतुरपवर्तितस्स एव शेषः या $\frac{२}{५}$,

अयं षष्टिसम इति न्यासः $\left\{\begin{array}{l} \frac{\text{या २ रू०}}{५} \\ \text{या रू ६०} \end{array}\right.$

समच्छेदीकृत्य समक्रियया लब्धं यावत्तावन्मानं व्यक्तं १५०,

अनेनोत्थापनं यथा प्रथमराशिः या $\frac{२}{३}$ अस्यांशेन यावन्मानं संगुणितं ३०० हरेण भक्तं प्रथमो राशिः १००,

एवं द्वितीयराशिना या $\frac{५}{६}$ यावन्मानं गुणितं द्वितीयो राशिः १२५,

एवं तृतीयराशिः १३५,

यथा क्रमेण १००।१२५।१३५ स्वार्द्धपञ्चाशनवमै ५०।२५।१५ र्युक्ता समाः १५०।१५०।१५०।

एतन्मानमेव पूर्वं यावत्तावत्कल्पितं कृतं। अथाद्यराशि १०० रन्यांशयो २५।१५ र्योगेन ४० हीनः षष्टिशेषः ६०।

एवं द्वितीयाराशि १२५ रन्यांश ५०।१५ योगेन ६५ हीनः षष्टिशेषः ६०,

तथा तृतीयराशि १३५ रन्यांशद्वयाभ्यां ५०।१५ हीनः षष्टिशेष ६० इति ॥

विमला—कोई तीन राशियां है, जिन में पहली राशि अपने आधे से, दूसरी अपने पञ्चमांश से और तीसरी राशि अपने नवमांश से युक्त करने से समान हो जाती है।

तथा पहली राशि दूसरे के पञ्चमांश से, तीसरे के नवमांश से घटाने से साठ के तुल्य हो जाती है।

दूसरी राशि पहले के आधे से और तीसरे के नवमांश से घटाने से साठ हो जाती है।

तीसरी राशि पहले के आधे से और दूसरे के पञ्चमांश से घटाने साठ हो जाती है। बताओ वे कौन राशियां है।

उदाहरण—

यहां समराशि का प्रमाण=या।

राशियां अज्ञात हैं, उन को विलोम विधि से जानना होगा।

अब राशि का अर्ध पञ्चमांश और नवमांश "अथ स्वांशाधिकोने तु लवाढ्योनो हरो हरः। अंशस्त्वविकृतस्तत्र" इस सूत्र के अनुसार—

$\frac{\text{या}}{३}$, $\frac{\text{या}}{६}$, $\frac{\text{या}}{१०}$, ऐसा हुआ।

इन राशियों को समराशि (यावत्तावत्) में घटाना होगा क्योंकि "स्वमृणं' ऐसा उक्त विधि में कहा है ।

यहां समराशि का प्रमाण=या, है। इस को अपने तृतीयांश से हीन करने से पहली राशि $= \text{या} - \frac{\text{या}}{३} = \frac{२\ \text{या}}{३}$।

अपने षष्ठांश हीन करने दूसरी राशि $= \text{या} - \frac{\text{या}}{६} = \frac{५\ \text{या}}{६}$।

अपने दशमांश हीन करने से तीसरी राशि $= \text{या} - \frac{\text{या}}{१०} = \frac{९\ \text{या}}{१०}$।

अब इन राशियों में से पहली राशि $= \frac{२\ \text{या}}{३}$ में दूसरी राशि के पञ्चमांश और तीसरी राशि के नवमांश घटाने से

$$\text{शेष} = \frac{२\ \text{या}}{३} - \left(\frac{५\ \text{या}}{६ \times ५} + \frac{९\ \text{या}}{१० \times ९} \right) =$$

$$\frac{२\ \text{या}}{३} - \left(\frac{\text{या}}{६} + \frac{\text{या}}{१०} \right) =$$

$$\frac{२\ \text{या}}{३} - \left(\frac{५\ \text{या}}{३०} + \frac{३\ \text{या}}{३०} \right) =$$

$$\frac{२\ \text{या}}{३} - \frac{८\ \text{या}}{३०} = \frac{२०\ \text{या}}{३०} - \frac{८\ \text{या}}{३०} =$$

$$\frac{१२\ \text{या}}{३०} = \frac{२\ \text{या}}{५}।$$

इसी तरह दूसरी राशि में पहली राशि के अर्ध और तीसरी राशि के नवमांश घटाने से

$$\text{शेष} = \frac{५\ \text{या}}{६} - \left(\frac{२\ \text{या}}{३ \times २} + \frac{९\ \text{या}}{१० \times ९} \right) =$$

$$\frac{५\ \text{या}}{६} - \left(\frac{\text{या}}{३} + \frac{\text{या}}{१०} \right)$$

$$\frac{५\ \text{या}}{६} - \left(\frac{१०\ \text{या}}{३०} + \frac{३\ \text{या}}{३०} \right) =$$

$$\frac{५\ \text{या}}{६} - \frac{१३\ \text{या}}{३०} = \frac{२५\ \text{या}}{३०} - \frac{१३\ \text{या}}{३०} =$$

$\frac{१२ \text{ या}}{३०} = \frac{२ \text{ या}}{५}$, पूर्व तुल्य आया।

एवं तीसरी राशि में पहली राशि के आधा और दूसरी राशि के पञ्चमांश घटाने से

शेष $= \frac{६ \text{ या}}{१०} - \left(\frac{२ \text{ या}}{३ \times २} + \frac{५ \text{ या}}{६ \times ५} \right) =$

$\frac{६ \text{ या}}{१०} - \left(\frac{\text{या}}{३} + \frac{\text{या}}{६} \right) =$

$\frac{६ \text{ या}}{१०} - \left(\frac{२ \text{ या}}{६} + \frac{\text{या}}{६} \right) =$

$\frac{६ \text{ या}}{१०} - \frac{३ \text{ या}}{६} =$

$\frac{२७ \text{ या}}{३०} - \frac{१५ \text{ या}}{३०} =$

$\frac{१२ \text{ या}}{३०} = \frac{२ \text{ या}}{५}$, पूर्वतुल्य ही आया।

यह साठ के समान है, अतः समीकरण—

$\frac{२ \text{ या}}{५} = ६०, \therefore २ \text{ या} = ३००,$

$\therefore \text{या} = \frac{३००}{२} = १५०$।

इस से पहली राशि में उत्थापन देने से

पहली राशि $= \frac{२ \text{ या}}{३} = \frac{२ \times १५०}{३} = २ \times ५० = १००$।

दूसरी राशि $= \frac{५ \text{ या}}{६} = \frac{५ \times १५०}{६} = ५ \times २५ = १२५$।

तीसरी राशि $= \frac{६ \text{ या}}{१०} = \frac{६ \times १५०}{१०} = ६ \times १५ = १३५$।

ये राशियां क्रम से अपने अर्ध, अपने पञ्चमांश और अपने नवमांश से युत होने से समान होती है।

जैसे प्रथम राशि अपने आधे से युत $= १०० + ५० = १५०$।

दूसरी राशि अपने पञ्चमांश से युत $= १२५ + २५ = १५०$।

तीसरी राशि अपने नवमांश से युत $= १३५ + १५ = १५०$।

सब समान हो गये । यही समराशि है और इन्ही के मान को पहले यावत्तावत् कल्पना किया था ।

आलाप—पहली राशि में अन्य दो राशियों के भाग घटाने से

शेष=१०० — ($\frac{१२५}{५}$ + $\frac{१३५}{६}$ =१००—४०=६० ।

दूसरी राशि में अन्य दो राशियों के भाग घटाने से

सेष=१२५—($\frac{१००}{२}$ + $\frac{१३५}{६}$) १२५—६५=६० ।

तीसरी राशि में अन्य दो राशियों के भाग घटाने से

शेष=१३५—($\frac{१००}{२}$ + $\frac{१२५}{५}$)=१३५ – ७५ = ६० ।

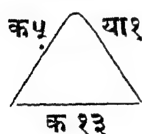
सब जगह साठ शेष होने के कारण आलाप ठीक हुआ ॥

उदाहरणम्—

त्रयोदश तथा पञ्च करण्यौ भुजयोर्मिती ।
भूरज्ञाता च चत्वारः फलं भूमिं वदाशु मे ॥ १५ ॥

अत्र भूमेर्यावत्तावत्कल्पने क्रिया प्रसरतीति स्वेच्छया त्र्यस्रे क १३ भूमिः कल्प्यते फलविशेषाभावात् । अत्रोऽत्र कल्पितं त्र्यस्रम् ।

न्यासः —



अत्र "लम्बगुणं भूम्यर्धं स्पष्टं त्रिभुजे फलं भवति" इति व्यत्ययेन फललम्बो जातः क $\frac{६४}{१३}$ । एतद्वर्गं भुज ५ करणीवर्गात् रू ५ अस्मादपास्य रू $\frac{१}{१३}$ ।

मूलं जाताऽऽबाधा क $\frac{१}{१३}$ । इमां भूमेरपास्य "योगं करण्योर्महतीं प्रकल्प्य" इति जाताऽन्याऽऽबाधा क $\frac{१४४}{१३}$ अस्या वर्गात् रू $\frac{१४४}{१३}$ । लम्बवर्ग-रू $\frac{६४}{१३}$ युतात् रू $\frac{२०८}{१३}$ मूलं जातो भुजः ४ । इयमेव भूमिः ।

सु०—अथान्यदुदाहरणमनुष्टुभा प्रदर्शयति—

भो गणक यत्र क्षेत्रे त्रयोदशपञ्चकरण्यौ भुजयोर्मिती प्रमाणे स्तः, भूरज्ञाता फलं चत्वारस्तत्र भूमिं शीघ्रं वदेत्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्र भूमेर्यावत्तावत्तावत्कल्पनेन क्रिया प्रसरति मध्यमाहरणं विना न निर्वहति च तथाहि भूमिः या १ ।

अत्र त्रिभुजे भुजयोर्योगस्तदन्तरगुणो हि वर्गान्तरतुल्यः भुजयोर्वर्गौ क १६९, क २५, एतौ रूपात्मकौ रू१३रू५, अनयोरन्तरं रू८ भूम्या या १ भक्तं लब्धेन= $\frac{रू ८}{या १}$

भूरूनयुता दलिता च जाते आबाधे—

$$\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\text{याव १ रू ८}}{\text{या २}}\\[2ex]\dfrac{\text{याव ० रू ८}}{\text{या २}}\end{array}\right.$$

एवं लघ्वाबाधाया वर्गेण

$$\frac{\text{यावव १ याव१६रू ६४}}{\text{याव ४}}$$

लघुभुजवर्गो रू५हि समच्छेदतया हीनो लम्बवर्गः =

$$\frac{\text{यावव १ याव ३६ रू ६४}}{\text{याव ४}},$$

एवं बृहदाबाधावर्गेण बृहद्भुजवर्गो रू १३ हीनश्चेत्तदा स एव लम्बवर्गः स्यात्,

अथ प्रकारान्तरेण लम्बगुणं भूम्यर्द्धं क्षेत्रफलं भवतीति व्यस्तविधिना भूम्यर्द्धेन या $\frac{१}{२}$ क्षेत्रफलं४भक्तं जातो लम्बः = $\frac{\text{रू ८}}{\text{या १}}$,

अस्य वर्गेण $\frac{\text{रू ६४}}{\text{याव १}}$, पूर्वानीतलम्बवर्गः सम इति न्यासः—

$$\left\{\begin{array}{c}\dfrac{\text{यावव१ याव ३६ रू ६४}}{\text{याव ४}}\\[2ex]\dfrac{\text{रू ६४}}{\text{याव१}}\end{array}\right.$$

पक्षौ समच्छेदीकृत्य च्छेदापगमे न्यासः—

$$\left\{\begin{array}{l}\text{यावव१ याव३६ रू ६४}\\\text{यावव० याव० रू२५६}\end{array}\right.$$

समशोधने जातम्—

$$\left\{\begin{array}{l}\text{यावव१ याव३६ रू०}\\\text{यावव० याव० रू३२०}\end{array}\right.$$

पक्षयोरष्टादशवर्गं ३२४ प्रक्षिप्य मूले—

$$\left\{\begin{array}{l}\text{याव १ रू १८}\\\text{याव ० रू २}\end{array}\right.$$

अत्राव्यक्तपक्षर्णगरूपतोऽल्पं व्यक्तस्य पक्षस्य पदं यदि स्यादिति रीत्या द्विविधं यावत्तावद्वर्गमानं २०।१६।

अत्र द्वितीयमानमूलं ४ भूमिमानं क्वचिदाद्यमान २० मूलमपि ज्ञेयम्।

अथवा पूर्वसिद्धलम्बवर्गो भूम्यर्द्धवर्गेण याव $\frac{१}{४}$ गुणितस्तत्र यावद्वर्गयोर्गुणहरयोर्नाशे जातः फलवर्गः =

$$\frac{\text{यावव १ याव ३६ रू ६४}}{१६},$$

अयं क्षेत्रफलस्यास्य वर्गेण १६ सम इति पक्षौ समच्छेदीकृत्य छेदगमे न्यासः—

$$\begin{cases} \text{यावव } \dot{1} \text{ याव ३६ रू ६४} \\ \text{यावव ० याव० रू २५६} \end{cases}$$

समशोधने कृते पक्षयोरष्टादशवर्गं प्रक्षिप्य मूले—

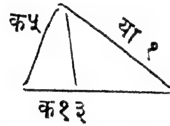
$$\begin{cases} \text{याव १ रू } \dot{1}\text{८} \\ \text{याव ० रू २} \end{cases}$$

पुनरनयोस्समीकरणाल्लब्धं द्विविधमानं तदेव २०।१६,

इदं यावद्वर्गमानस्य मूलं यावन्मानं सैव भूमिरिति।

एवं गौरवं हित्वा लाघवेनाह—

अतः स्वेच्छया त्र्यस्ने भूमिः कल्प्यते फले विशेषाभावात्, ततः क्षेत्रं परिवर्त्य न्यासः—



अत्र बृहद्भुज एव भूः लघुभुज एकभुजः द्वितीयभुजो यावत्तावत् या १ !

लम्बगुणं भूम्यर्द्धं फलं तर्हि भूम्यर्द्धेन भक्तं फलं लम्ब एव स्यादिति विलोमविधिना यद्यप्यत्र द्वाभ्यां भागेऽर्द्धं भवति भूमेरर्द्धार्थं द्वाभ्यां भाग उचितस्तथापि वर्गेण वर्गं गुणयेद्भजेदित्युक्तत्वात्प्रकृते वर्गरूपाया भुवोऽर्द्धार्थं चतुर्भिरेव भाग उचितः एवं जातं भूम्यर्द्धं $\frac{\text{क १३}}{४}$,

अनेन क्षेत्रफलवर्गौ भक्तो जातो लम्बः= $\frac{\text{क ६४}}{१३}$,

अस्य कोटिरूपस्य वर्गं $\frac{\text{का ४०९६}}{१६९}$, ज्ञातभुजस्य कर्णरूपस्य क ५ वर्गा क २५ च्छोधनार्थं समच्छेदीकृते जातं $\frac{४०९६}{१६९} \Big| \frac{४२२५}{१६९}$,

अनयोर्योगं करणयोरित्यादिना योगे जाता महती $\frac{८३२१}{१६९}$,

तथा तयोर्घातस्य $\frac{१७३०५६००}{२८५६१}$ मूलं $\frac{४१६०}{१६९}$ द्विगुणं $\frac{८३२०}{१६९}$ लघु, अस्या महत्या सहान्तरं $\frac{१}{१६९}$ अस्य मूलं $\frac{\text{क १}}{१३}$ जाता लघ्वाबाधा $\frac{\text{क १}}{१३}$,

अथवा लम्बः $\frac{\text{क ६४}}{१३}$ अस्य वर्गं $\frac{\text{रू ६४}}{१३}$ भुजस्य क ५ वर्गा रू ५ दपास्य $\frac{\text{रू ६४}}{१३}$ मूलं $\frac{\text{क १}}{१३}$ सैव लघ्वाबाधा।

यथा करणीवर्गे करणीतुल्यानि रूपाणि भवन्ति तथा रूपाणां मूले रूपतुल्या करणी भवतुमर्हतीति यथा क ५ अस्या वर्गः रू ५ अस्य मूलं सैव करणी क ५ यतो यस्य राशेर्यो वर्गस्तस्य वर्गस्य मूलं स एव राशिरित्यर्थः ।

अथावाधाया $\frac{\text{क } १}{१३}$ भूमे क १३ स्संशोधनार्थं न्यासः- $\frac{\text{क } १}{१३}$, क १३,

अनयोस्समच्छेदेन योगो महती $\frac{\text{क } १७०}{१३}$,

अथ तयोर्घातः $\frac{\text{क } १३}{१३}$ हरभक्तो लब्धं १, अस्य मूलं द्विगुणं लघ्वी क २,

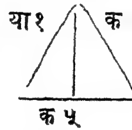
अस्या महत्या सह $\frac{\text{क } १७०}{१३}$ समच्छेदेनान्तरं जाताऽन्याबाधा $\frac{\text{क } १४४}{१३}$,

परमिमन्तर्लम्बक्षेत्रे । बहिर्लम्बक्षेत्रे तु लघ्व्या क २ महत्या योगो जाताऽन्याबाधा $\frac{\text{क } १६६}{१३}$ ।

अथान्तर्लम्बक्षेत्रे आबाधावर्गो $\frac{\text{रू } १४४}{१३}$ ल्लम्बवर्ग $\frac{\text{रू } ६४}{१३}$ युता $\frac{२०८}{१३}$ हरभक्तादास्य रू १६ मूलं जातो यावत्तावन्मितो भुजः क ४ इयमेव सा भूः ।

अथ बहिर्लम्बक्षेत्रे तु अन्याबाधावर्गस्य $\frac{\text{रू } १६६}{१३}$ लम्बवर्ग $\frac{\text{रू } ६४}{१३}$ युतस्य $\frac{२६०}{१३}$ हरभक्तस्य २० मूलं भूमिः स्यादियमेव पूर्वं मध्यमाहरणक्रियया द्विविधमाने समागताऽस्ति

बहिर्लम्बक्षेत्रे आबाधाद्वयान्तररूपा भूमिस्तेन लघ्वाबाधाभूमियोगरूपा बृहदाबाधा भवति, अथान्यं भुजं भूमिं प्रकल्प्य न्यासः



अत्रापि पूर्ववत्फलाल्लम्बः $\frac{\text{क } ६४}{५}$, लम्बवर्ग $\frac{\text{रू } ६४}{५}$ भुज क १३ वर्गा रू १३ दपास्य $\frac{\text{रू } १}{५}$ मूलं जाता एकाबाधा $\frac{\text{क } १}{५}$ अस्या भूमेस्समच्छेदौ $\frac{\text{क } १}{५}$, $\frac{\text{क } २५}{५}$ योगो महती $\frac{\text{क } २६}{५}$ ।

तथा घातस्य हरभक्तस्य १ मूलं द्विगुणं लघुः क २, अनयोस्समच्छेदेनान्तरमन्याबाधा $\frac{\text{क } १६}{५}$ इयमन्तर्लम्बक्षेत्रे,

अथ बहिर्लम्बक्षेत्रे तु लघुमहत्योर्योगोन्याबाधा $\frac{\text{क } ३६}{५}$ ।

अथान्तर्लम्बक्षेत्रेऽन्यावाधावर्गो रू $\frac{१६}{५}$ र्लम्बवर्ग रू $\frac{६४}{५}$ युता $\frac{८०}{५}$ ह्रभक्ता १६ न्मूलं भूमिस्सैव क ४,

एवं बहिर्लम्बक्षेत्रेऽप्यन्यावाधावर्गस्य रू $\frac{३६}{५}$ लम्बवर्ग रू $\frac{६४}{५}$ युतस्य $\frac{१००}{५}$ हरभक्तस्य रू२० मूलं भूमिर्भुजरूपा यावत्तावन्मानमिता समागता।

अथोद्दिष्टे क्षेत्रे त्रयोदशपंचकरण्यौ भुजौ षोडशकरणी मूलं ४ भूमिस्तत्र त्रिभुजे भुजयोर्योग इत्यादिना एकावाधा रू१ अन्यावाधा रू ३, लम्बश्च रू २।

भूम्यर्द्ध २ लम्ब २ गुणं जातं फलं ४।

एवं यदि त्रयोदशपंचकरण्यौ भुजौ विंशतिकरणी भूमिस्तत्र विंशत्या आसन्नमूलं भूमिः ४।२८,

भुजयोर्वर्गान्तरं रू ८, भूम्या भक्तं १।४८ अनेन भू ४।२८ रूनयुता दलिता लघु १।२० बृहदावाधे ३।८।

अतो लम्बः १।४८ अनेन भूम्यर्द्धे २।१४ गुणितं जातं फलं ४,

अथवा पंचमितविंशतिमितकरण्यौ भुजौ त्रयोदशकरणी भूमिस्तत्र लघ्वावाधा ०।१७ बृहदावाधा ३।५३ इदं बहिर्लम्बक्षेत्रं त्रिभुजं यतो भुजयोर्वर्गान्तरे रू१५ भूमि ३।३६ भक्ते लब्धं ४।१० इदं भूमितो ३।३६ न शुद्ध्यतीति विलोमशोधित ०।३४ स्यार्द्धं लघ्वावाधा०।१७, योगस्यार्द्धं ३।५३ बृहदावाधा।

अत्रावाधान्तरं भूमिरिति ३।३६ लम्बश्च २।१३ अनेन भूम्यर्द्धं १।४८ गुणितं जातं फलं ४।

अथवा विंशतित्रयोदशकरण्यौ भुजौ पंचकरणी भूमिस्तत्रापि भुजयोर्वर्गान्तरं ७ भूम्या २।१४ भक्तं फलं ३।८ भूमितो विलोमेन शोधितं ०।५४ युक्तं च ५।२२ तदर्द्धे लघु ०।२७ बृहदावाधे २।४१।

लघ्वावाधावर्गं ०।१२ लघुभुजवर्गा रू १३ दपास्य १२।४८ मूलं लम्बः ३।३४ अनेन भूम्यर्द्धं १।७ गुणितं जातं क्षेत्रफलं ४, इदमपि बहिर्लम्बक्षेत्रं त्रिभुजमेव एवं सर्वत्र।

एतेन भुजद्वयस्थिरत्वे तृतीयभुजस्यान्यत्वेऽपि क्षेत्रफलं तुल्यं भवति तत्र रेखागणितस्य प्रथमाध्यायैकचत्वारिंशत्क्षेत्राद्भुजद्वयसाम्यं त्रिभुजयोः फलसाम्ये विशेषेयमिति

विमला—जिस त्रिभुज क्षेत्र में एक भुज का मान करणी पाँच और दूसरे का करणी तेरह है। भूमि अज्ञात है, तथा क्षेत्र फल चार है वहाँ भूमि का क्या मान होगा शीघ्र बताओ।

उदाहरण—

यहां पर यदि भूमि मान यावत्तावत् कल्पना करते हैं तो मध्यमाहरण के विष राशि का ज्ञान नहीं होता। इस को स्पष्ट रूप से दिखाते हैं।

भूमिमान = या । अब "त्रिभुजे भुजयोर्योगस्तदन्तरगुणः" इत्यादि सूत्र के अनुसार आबाधा का ज्ञान करते हैं।

भुजद्वय के योग (क १३ + क ५) को इस के अन्तर (क १३ − क ५) से गुण देने से —

$$(\text{क } १३ + \text{क } ५)(\text{क } १३ - \text{क } ५) =$$

$$(\text{क } १३)^{२} - (\text{क } ५)^{२} = १३ - ५ = ८ ।$$

इस में भूमान का भाग दिया तो $\frac{८}{\text{या}}$, हुआ।

इस में एक जगह भूमान ऊन और दूसरे जगह युत कर के आधा किया तो—

$$\text{लघ्वाबाधा} = \frac{\frac{८}{\text{या}} - \text{या}}{२} = \frac{८ - \text{या}^{२}}{२ \text{ या}},$$

$$\text{बृहदाबाधा} = \frac{\frac{८}{\text{या}} + \text{या}}{२} = \frac{८ + \text{या}^{२}}{२ \text{ या}},$$

लघ्वाबाधा और लघुभुज का वर्गान्तर = लम्बवर्ग =

$$\text{ल}^{२} = (\text{५ क})^{२} - \left(\frac{८ - \text{या}^{२}}{२\text{या}}\right)^{२} =$$

$$५ - \frac{६४ - १६ \text{ या}^{२} + \text{या}^{४}}{४ \text{ या}^{२}} = \frac{२० \text{ या}^{२} - ६४ + १६ \text{ या}^{२} - \text{या}^{४}}{४ \text{ या}^{२}} =$$

$$\frac{-\text{या}^{४} + ३६ \text{ या}^{२} - ६४}{४ \text{ या}^{२}} ।$$

बृहदाबाधा और बृहद्भुज का अन्तर लम्बवर्ग =

$$\text{ल}^{२} = (\text{क } १३)^{२} - \left(\frac{८ + \text{या}^{२}}{२ \text{ या}}\right)^{२} =$$

$$१३ - \frac{६४ + १६ \text{ या}^{२} + \text{या}^{४}}{४ \text{ या}^{२}} =$$

$$\frac{५२ \text{ या}^{२} - ६४ - १६ \text{ या}^{२} - \text{या}^{४}}{४ \text{ या}^{२}} =$$

$$\frac{-\text{या}^{४} + ३६ \text{ या}^{२} - ६४}{४ \text{ या}^{२}}$$

इसके बाद "भूम्यर्धं लम्बगुणं स्पष्टं त्रिभुजे फलं भवति" इस सूत्र के अनुसार फल = फ =

$$\frac{\text{भू}}{२} \times \text{ल}, \therefore \text{ल} = \frac{\text{फ}}{\frac{\text{भू}}{२}} = \frac{२\text{फ}}{\text{भू}} =$$

$\frac{२ \times ४}{या} = \frac{८}{या}$,

$\therefore ल^{२} = \frac{६४}{या^{२}}$,

यह लम्बवर्ग पूर्वानीत लम्बवर्ग के समान है,

अतः $\frac{-या^{४} + ३६ \; या^{२} - ६४}{४ \; या^{२}} = \frac{६४}{या^{२}}$,

$\therefore \frac{-या^{४} + ३६ \; या - ६४}{४} = ६४$

$\therefore -या^{४} + ३६ \; या^{२} - ६४ = ६४ \times ४ = २५६$,

$\therefore या^{४} - ३६ \; या^{२} = -३२०$,

यहां "अव्यक्त वर्गादि यदावशेषं" इत्यादि वक्ष्यमाण मध्यमाहरण के युक्ति से दोनों पक्षों में अठारह का वर्ग जोड़ देने से—

$या^{४} - ३६ \; या^{२} + ३२४ = -३२० + ३२४$,

वा $या^{४} - ३६ \; या^{२} + ३२४ = ४$,

$\therefore या^{२} - १८ = २$,

अब यहाँ पर "अव्यक्त पक्षर्णगरूपतोऽल्पं व्यक्तस्य पक्षस्य पदं यदि स्यात्" इत्यादि सूत्र के अनुसार यावत्तावद्वर्ग का मान दो आवेंगे एक = २० और दूसरा = १६ ।

अतः $या = \sqrt{२०}$, $या = ४$ = भूमान ।

पूर्वोक्त पाटीगणितोक्त नियम के अनुसार भूम्यर्धवर्ग को लम्बवर्ग से गुण देने से फलवर्ग के बराबर होगा ।

अतः समीकरण—

$\left(\frac{या}{२}\right)^{२} \times \left(\frac{-या^{४} + ३६ \; या^{२} - ६४}{४ \; या^{२}}\right) =$

$\frac{या^{२}}{४} \times \left(\frac{-या^{४} + ३६ \; या^{२} - ६४}{४ \; या^{२}}\right) =$

$\frac{-या^{४} + ३६ \; या^{२} - ६४}{१६} = फ^{२} = १६$,

$\therefore -या^{४} + ३६ \; या^{२} - ६४ = २५६$,

$\therefore -३२० = या^{४} - ३६ या^{२}$,

$\therefore ३२४ - ३२० = या^{४} - ३६ \; या^{२} + ३२४$

$\therefore = या^{४} - ३६ \; या^{२} \times ३२४$,

$\therefore २ = या^{२} - १८$,

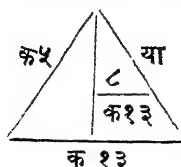
$\therefore$ या^{२} = २०, वा या^{२} = १६,

$\therefore$ या = $\sqrt{२०}$, वा या = ४,

इस तरह क्रिया बढ़ जाने के कारण आचार्य दूसरी तरह से आनयन करते हैं।

अपनी ईच्छानुसार क १३ को भूमि कल्पना किया। क्यों कि इस तरह कल्पन करने से फल में कुछ अन्तर नहीं होता है।

अब क्षेत्र की स्थिति ऐसी हो गयी—



अब "भूम्यर्धं लम्बगुणं" इस के अनुसार ल × $\frac{भू}{२}$ =

$\therefore$ ल = $\frac{फ}{\frac{भू}{२}} = \frac{४}{\frac{क\ १३}{२}} = \frac{८}{क\ १३}$

लघु भुज (क ५) वर्ग में लम्बवर्ग को घटाने से

लघु आवाधा वर्ग = (क ५)^{२} – $(\frac{८}{क\ १३})^{२}$ =

५ – $\frac{६४}{१३} = \frac{१}{१३}$,

इस का मूल लघु आवाधा = $\sqrt{\frac{१}{१३}}$ ।

इस आवाधा को भूमि में घटाने से बृहदावाधा होगी। अतः "योगं करण्योर्महतीं प्रकल्प्य" इत्यादि प्रकार से—

महती = १३ + $\frac{१}{१३} = \frac{१७०}{१३}$ ।

लघु = २$\sqrt{१३ \times \frac{१}{१३}}$ = २$\sqrt{\frac{१३}{१३}}$ = २ ।

अतः करणीयों का अन्तर बृददावाधा = $\frac{१७०}{१३}$ – २ = $\frac{१७० - २६}{१३} = \frac{१४४}{१३} = \frac{१२}{क १३}$ ।

अब बृहदावाधा और लम्ब का वर्गयोग मूल कर्ण यावत्तावत् का मान =

$\sqrt{(\frac{८}{क\ १३})^{२} + (\frac{१२}{क १३})^{२}}$ =

$\sqrt{\frac{६४}{१३} + \frac{१४४}{१३}} = \sqrt{\frac{२०८}{१३}}$ =

$\sqrt{१६}$ = ४ = या ।

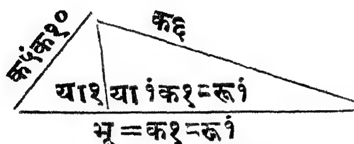
इसी तरह क ५ को भूमि कल्पना कर के यावत्तावत् का मान लाया जाता है॥

उदाहरणम्—

दशपञ्चकरण्यन्तरमेको बाहुः परश्च षट्करणी ।
भूरष्टादशकरणी रूपोना लम्बमानमाचक्ष्व ॥ १६ ॥

अत्राबाधाज्ञाने लम्बज्ञानमिति लब्धाबाधा = या । एतदूना भूरन्याबाधाप्रमाणमिति तथा—

न्यासः—



स्वाबाधावर्गं स्वभुजवर्गादपास्य जातो लम्बवर्गः =
याव १̇ रू १५ क २̇०० ।
द्वितीयाबाधावर्गं = याव १ याक ७̇२ या २ रू १६ क ७२̇ ।
स्वभुजवर्गात् रू ६ अपास्य जातो द्वितीयो लम्बवर्गः=
याव १̇ या २̇ याक ७२ रू १३̇ क ७२ ।
एतौ समाविति समशोधने कृते जातौ पक्षौ

रू २८ क ५१२ ।
या २ याक ७२̇ ।

अत्र भाजकस्याव्यक्तशेषस्य याकारस्य प्रयोजनाभावादपगमे कृते भाज्यभाजकौ जातौ

"अत्र धनर्णताव्यत्ययमीप्सितायाश्छेदे करण्या असकृद्विधाय" इति द्विसप्ततिमितकरण्या धनत्वं प्रकल्प्य क ४ क ७२ । अनया भाज्यं गुणिते जातम्

क ३̇६८६४ क ३१३̇६ क ५̇६४४८ क २०४८ ।

एतास्वेतयोः क ३६८६४ क ३१३̇६ । मूले १९२ । ५̇६ । अनयोर्योगः रू १३६ ।

शेषकरण्योरनयोः क ५̇६४४८, क २०४८ अन्तरं योग इति जातो योगः क ३̇६९९२ ।

भाजके च क ४̇६२४ । अनया भाज्ये हृते लब्धं यावत्तावन्मानम् रू १̇ क ८ ।

इयमेव लब्धाबाधा, एतदूना भूरन्याबाधा रू १ क २ । यावत्तावन्मानेन लम्बवर्गावुत्थाप्य स्वबाधावर्गं स्वभुजवर्गादपास्य वा जातो लम्बवर्गः रू ३ क ८ । एतस्य मूलसममेव लम्बमानम् रू १̇ क २ ।

सु०—अथान्यदुदाहरणमार्ययोपदिशति—

यत्र क्षेत्रे दशपंचकरण्यन्तरमेको बाहुर्भुजः परश्च भुजः षट् करणी तथाऽष्टादश-करणी रूपोना भूरस्ति तत्र हे गणक लम्बमानमाचक्ष्व कथयेत्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्राबाधाज्ञाने लम्बज्ञानमिति लघ्वाबाधा या१, एतदूना भूरन्याबाधा या १̇ क १८ रू १̇

तथा न्यासः—



अत्राबाधे भुजौ तु कर्णौ कोटिस्तूभयत्र लम्ब एवेति स्वाबाधावर्गोनौ स्वभुज-वर्गौ लम्बवर्गौ भवतः ।

तत्र लघ्वाबाधा या १ अस्या वर्गः याव१ लघुभुजस्यास्य क१०क५ वर्गः स्थाप्योन्त्यवर्गश्चतुर्गुणान्त्यनिघ्ना इत्यादिना क१००क२०̇०क२५ आद्यन्त्ययो योगं करण्योरित्यादिना योगःक२२५ अस्य मूलं रू १५ एवं वर्गः रू१५क२०̇०,

अयं भुजवर्गः स्वाबाधावर्गेण याव१ हीनः सन् जातो लम्बवर्गः याव१̇रू१५क२०̇०

एवं द्वितीयाबाधायाः या१̇क१८रू१̇ स्थाप्योन्त्यवर्ग इति यथासंभवं द्विगुणान्त्यनिघ्नाश्चेति चतुर्गुणान्त्यनिघ्नाश्चेति जातो वर्गं याव १ या२ याक७̇२ रू१७̇२ क ३२४ ।

अथान्त्यकरण्या क३२४ मूलं रू१८रूपेण१संयोज्य १६ परखण्डानां भिन्नजातित्वात्पृथक्स्थितौ च जातं याव१ या२ याक७२̇ रू१६ क७२̇, एवमाबाधावर्गं स्वभुजस्यास्य क६वर्गादस्मा रू६ द्विशोध्य जातो लम्बवर्गः याव१̇ या२̇ क७२ रू१३̇ क७२,

एतौ लम्बवर्गौ समाविति समशोधनार्थं न्यासः—

$$\begin{cases} \text{याव१̇ रू १५ क २०̇०} \\ \text{याव१̇या२̇याक७२रू१३̇क७२} \end{cases}$$

अत्र द्वितीयपक्षस्याद्याव्यक्तखण्डत्रयं प्रथमपक्षाच्छोधितं तथा प्रथमपक्षस्यरूपकरण्यात्मकखण्डद्वयं द्वितीयपक्षाच्छोधितं शेषं अत्र द्वितीयपक्षे करण्योरनयोक७२क२००योगंकरण्योरित्यादिना योगः कृतः क ५१२ एवं जातौ पक्षौ—

$$\begin{cases} \text{या २ याक ७२̇} \\ \text{रू २८ क ५१२} \end{cases}$$

एतौ समावेव समयोः पक्षयोस्तुल्यशोधनात् ।

अथानुपातः यद्यस्याव्यक्तशेषस्य या२ याक७२̇ व्यक्तमानमिदं रू२८ क ५१२ लभ्यते तदैकस्य यावत्तावतः किमित्यत्र प्रमाणेच्छे यावताऽपवर्त्य

न्यासः रू२क७२̇॥ रू२८ क ५१२॥ रू१

फलमिच्छागुणं प्रमाणभक्तं लब्धम् =

$$\left\{ \frac{\text{रू २८ क ५१२}}{\text{रू२ क७२}} \right.$$

अत उक्तं ग्रन्थकृता अत्र भाजकस्याव्यक्तशेषस्य याकारस्य प्रयोजनाभावात्तदप गमे कृते समभाज्यभाजकौ जाताविति, एवं सर्वत्र भाजके याकारस्य त्याग एव युक्त स्तुल्यता दर्शनात्।

अथ भाज्ये रू २८ क ५१२ भाजकेन रू २ क ७२ भागार्थे धनर्णताव्यत्यय-मीप्सिताया इत्यादिना द्विसततिमितकरण्या धनत्वं प्रकल्प्य तथारूपद्वयस्य वर्गः करणीत्वहेतोः कृतः तादृक्छिदा क४क७२ भाज्यभाजकयोर्गुणनार्थं तत्र भाज्येऽपि रूपस्य करण्यर्थं वर्गः कृतः क७८४।

क्षयो भवेच्चेत्क्षयरूपवर्गश्चेत्साध्यतेऽसौकरणीत्वहेतोरिति जातमृणं न्यासः—

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{क ४ (क ७८४ क ५१२)} \\ \text{क७२(क ७८४ क ५१२)} \end{array} \right.$$

भाज्ये गुणिते जातानि खण्डानि—

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{क ३१३६ क २०४८} \\ \text{क५६४४८ क३६८६४} \end{array} \right.$$

अत्राद्यान्त्ययोर्मूले ५६।१६२ अनयोरन्तरं धनं रू १३६।

अस्य वर्गः करणी क १८४९६ द्वितीयतृतीयौ द्वाभ्यामपवर्तितौ जातौ १०२४। २८२२४ अनयोर्मूले ३२।१६८ अन्तरं १३६ अस्य वर्गः १८४९६ अपवर्ताङ्केन २ गुणितो जाता करणी ३६९९२।

अथवा योगं करण्योरित्यादिना वा धनर्णयोरन्तरमेव योग इति प्रथमचतुर्थयो-स्तथा द्वितीयतृतीययोश्चान्तरं क १८४९६ क ३६९९२ ऋणकरण्या अधिकत्वा-दृणमिदं एवं जाते भाज्यकरण्यौ।

अथ भाजके न्यासः—

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{क ४ (क ४ क ७२)} \\ \text{क७२(क ४ क ७२)} \end{array} \right.$$

गुणिते जातानि करणीखण्डानि क१६ क २८८ क २८८ क ५१८४

अत्र द्वितीयतृतीययोर्द्धनर्णयोरन्तरमेवयोग इति तुल्यत्वान्नाशः, आद्यन्तयो-र्योगं करण्योरित्यादिनाऽन्तरं वा मूले ४।७२ अन्तरं ६८ अस्य वर्गः करणी ४६२४ अनया भाज्ये क १८४९६ क ३६९९२ भक्ते लब्धं यावत्तावन्मानं क ४ क ८,

अत्र हरस्य ऋणत्वात् भाज्ये प्रथमखण्डे धनात्मके ऋणहरभक्ते लब्धमृणं एवं द्वितीयखण्डमृणमृणहरभक्तं लब्धं धनमिति।

अत्र प्रथमकरण्या क ४ मूले गृहीते रू २ ऋणात्मिकायाश्च तथा करण्या मूलं क्षयो रूपविधानहेतोरिति लब्धावाधा रू २ क ८।

एतदूना भुः रू१क१८ योगं करणयोरित्यादिनाऽन्तरे कृते जाता द्वितीयाबाधा रू १ क२।

अथागतयावन्मानेन लम्बवर्गस्योत्थापनार्थं न्यासः याव १ रू १५ क २०० अत्राद्यखण्डं यावद्वर्गोऽस्ति, अतो यावन्मानस्यास्य क ४ क ८ वर्गः कार्यस्तत्रप्रथममन्त्यवर्गः क १६ चतुर्गुणान्त्येन १६ अपरो क८ गुणितः क १२८ पुनरन्त्यस्य क ८ वर्गः क ६४।

न्यासः क १६ क १२८ क ६४।

आद्यन्त्ययोर्मूल रू४रू८ योगः रू १२ क १२८, इदं यावद्वर्गमानं यावद्वर्गस्य ऋणगतत्वादृणरूपगुणितं जातमृणयावद्वर्गमानम् रू १२ क १२८,

उत्तरखण्डस्य व्यक्तत्वाद्यथास्थितत्वमेव रू१५ क २००,

अत्रानयोर्धनर्णयोरन्तरमेव योग इति रूपयोरन्तरं रू ३ करणयोस्तु योगं करणयोरित्यादिनाऽन्तरमृणं क ८, एवं जातो लम्बवर्गः रू३क८,

एवं द्वितीयलम्बवर्गस्योत्थापनार्थं न्यासः याव १ या २ याक ७२ रू१३ क७२

अत्राद्यखण्डत्रयमव्यक्तं तत्र पूर्वखण्डस्य ऋणयावद्वर्गस्य पूर्ववन्मानम् रू १२ क १२८

द्वितीयखण्डमृणयावद्द्वयं तत्र यावत्तावन्मानं रू२क८ प्रथमखण्डद्वय २ गुणितं द्वितीयखण्डमृणचतुष्टयगुणितं वर्गेण वर्गं गुणयेद्भजेच्चेत्युक्तेः एवमृणयावद्द्वयमानं रू ४ क ३२,

अथ तृतीयखण्डं याक७२अनेन यावन्मानं क४क८ गुणितं क २८८ क ५७६ द्वितीयमूलं गृहीतं रू २४,

एवं तृतीयखण्डमानं रू२४क२८८, अत्र सर्वत्र यद्येकस्य यावत्तावतो मानमि क४क८तदा यावद्वर्गस्य वा यावद्द्वयस्य वा यावद्गुणितद्विसप्ततिकरण्याश्च किमित्यनुपाते प्रमाणेच्छयोर्यावत्तावताऽपवर्त्तने सिद्धान्येतानि मानानि, चतुर्थखण्डं तु व्यक्तमेवास्ति रू १३ क ७२, अत्र सर्वेषां योगो लम्बवर्गो भवितुमर्हति।

तद्यथा न्यासः—

रू १२ क १२८
रू ४ क ३२
रू २४ क २८८
रू १३ क ७२

अत्र रूपाणां योगे जातं रूपत्रयं रू३, प्रथमद्वितीयकरण्यो क१२८ क ३२ रन्तरं तु लघ्व्याहतायास्तु पदमित्यादिना जातं क३२ अस्या स्तृतीयकरण्या २८८ सहान्तरं लघ्व्याहताया इति सूत्रेण जातमृणं क १२८ अस्याश्चतुर्थकरण्या क७२ सहान्तरं योगं करणयोरित्यादिना जातमृणं क ८।

एवं न्यासः रू ३ क८, अयं लम्बवर्गः।

अथान्यथा लम्बवर्गः साध्यते—

लघुभुजस्य कर्णरूपस्य क ५ क १० वर्गात् रू १५ क २०० लब्ध्याबाधाया भुजरूपाया क ४ क ८ वर्गं रू १२ क १२८ विशोध्य संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेति स्वत्वं व्रय इत्यादिना रूपयोरन्तरं रू ३ करण्योस्तु योगं करण्योरित्यादिनाऽन्तर-मृणं क ८ जातो लम्बवर्गः रू३क ८ स एव।

एवं बृहदाबाधायाः क१क२ वर्गे रू३ क८ बृहद्भुज क ६ वर्गा रू६ त्संशोध्य-जातो लम्बवर्गः स एव रू३क८।

अथास्य मूलं यथा ऋणात्मिका चेत्करणीकृतौ स्याद्धनात्मिकां तां परिकल्प्येति रू३ कृतेः ९ करणीतुल्यानि रूपाणि ८ विशोध्य शेषस्य १ पदेन १ रूपाणि ३ युतोनितानि ४।२ तदर्द्धे २।१ ऋणात्मिकैका सुधियावगम्येत्यल्पकरण्या ऋणत्वे कृते जातो लम्बः क १ क २।

प्रथमकरण्या मूले गृहीते जातो लम्बः रू१कर।

इदमुदाहरणं व्यक्तमार्गेणापि सिद्ध्यति।

तत्र भुजयोर्वर्गौ रू १५ क २०० । रू६ संशोध्यमानं धनमृणं तथा ऋणं धन-मिति न्यासः रू १५ क २००।रू६।

अनयोर्योग एवान्तरं रू९क२०० इदं भुजवर्गांतरमाबाधावर्गान्तरसमं वर्गान्तरं तु योगान्तरघातसममिति भूम्या आबाधायोगरूपया क१८रू१भाज्यं तत्र रूपस्य वर्गः करणी क १क१८ अस्य धनर्णताव्यत्ययं कृत्वा क१क१८ अनेन भाज्यहरयोर्गुण-नार्थं न्यासः

{ क १ (क ८१ क २००)
{ क१८(क ८१ क २००)

{ क १ (क १ क १८)
{ क१८(क १ क १८)

भाज्ये गुणिते जातानि करणीखण्डानि क८१ क२०० क१४५८ क ३६००,

आद्यन्त्यकरण्योर्मूला ९।६०न्तर ५१ वर्गः करणी २६०१।

मध्यकरण्यो द्वाभ्यामपवर्तिते १००।७२९ तन्मूला १०।२७ न्तर १७ वर्गः २८९ द्वाभ्यांगुणितः करणी ५७८।

एवं भाज्यःक २६०१क५७८।

अथ भाजके गुणिते करणीखण्डकानि क१ क१८ क१८ क३२४,

मध्यकरण्योर्नाशे आद्यन्त्यकरण्योर्मूला १।१८ न्तर १७वर्गः करणी क२८९,

अनया भाज्ये भक्ते लब्धिः क९, क२।

प्रथमाया मूलं गृहीतं रू३क२।

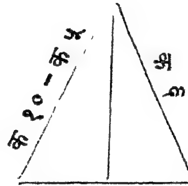
इदमाबाधान्तरं अनेनभूरियं रू१क१८ हीना रू४क ३२ युता रू२क८ दलिता रू१क८।रू१क२जाते आबाधे पूर्वतुल्ये एव करण्या अर्द्धस्थाने चतुर्भक्तं कृतं रूपस्थाने

द्विभक्तमेव अतो लम्बः पूर्ववदेव साध्य इति ॥

जिस त्रिभुज क्षेत्र में दश और पांच करणियों का अन्तर एक भुज है। छै करणी सम दूसरा भुज है। तथा रूपोन अठारह करणी भूमि है, वहां लम्बमान क्या होगा ?

उदाहरण—

आवाधा के ज्ञान से लम्ब का ज्ञान होगा, अतः लघु आवाधा के मान यावत्तावत् कल्पना किया। उस को भूमान में घटाने से बड़ी आवाधा = − या + क १८ − १



"स्वाबाधाभुजकृत्योरन्तरमूलं प्रजायते लम्बः" इस युक्ति से

ल^{२} = (क १० − क ५)^{२} − या^{२} =

− या^{२} + १५ − क २०० ।

एवं द्वितीयलम्बवर्ग = ल$'^{२}$ =

(क ६)^{२} − (− या + क १८ − १)^{२} =

६ − (या^{२} + २ या − ७२ क·या + क ३२४ − ७२ क + १) =

६ − (या^{२} + २ या − ७२ क·या ७२ क + १६) =

— या^{२} — २ या + ७२ क·या + ७२ क − १३

दोनों लम्बवर्ग सम है, अतः समीकरण—

− या^{२} + १५ — क २०० =

− या^{२} − २ या + ७२ क·या + ७२ क — १३,

∴ १५ − क २०० =

—२या − ७२ क·या + ७२ क − १३,

∴ २८ + २ या = ७२ क·या + ७२ क + २०० क,

∵ ७२ क + २०० क = ५१२ क,

∴ २ या + २८ = ७२ क·या + क ५१२,

∴ २ या − ७२ क·या = क ५१२ − २८

अब अनुपात किये कि इस अव्यक्त पक्ष (२ या − ७२ क·या) में यह व्यक्त मान (क ५१२ − २८) पाते हैं तो यावत्तावत् सम अव्यक्त में क्या आया यावत्तावत् सम्बन्धी व्यक्तमान =

$\frac{\text{या (क ५१२ − २८)}}{\text{२ या − ७२ क·या}}$ =

$\frac{\text{या (क ५१२ − २८)}}{\text{या (२ − ७२ क)}}$ =

$\frac{\text{क ५१२ − २८}}{\text{२ − ७२ क}}$, अतः आचार्य ने "अत्र भाजकस्याव्यक्तशेषस्य याकारस्य प्रयोजनाभावादपगमे कृते समभाज्यभाजकौ जातौ" (भाजक के अव्यक्त शेष (या) का कुछ प्रयोजन नहीं है, इसलिये उस को अपगम करने (हटाने) से भाज्य भाजक दोनों समान हुए) ।

अब "धनर्णताव्यत्ययमिप्सितायाः" इत्यादि सूत्र के अनुसार यहां ($\frac{\text{क५१२ − २८}}{\text{२ − ७२क}}$) भाजक गत ऋण करणी ७२ को धन कल्पना करने से

गुणक = २ + ७२ क = क४ + ७२ क ।

"ऋणो भवेच्च ऋणरूपवर्गश्चेत्साध्यतेऽसौ करणीत्वहेतोः" इस सूत्र के अनुसार भाज्यगत ऋण रूप अठाईस का वर्ग ऋण ही हुआ ।

अतः भाज्य = क५१२ − क७८४ ।

गुणक से भाज्य को गुण देने से गुणन फल =

(क४क७२) (क ५१२ − क७८४) =

क २०४८ − क ३१३६ + क३६८६४ − क ५६४४८ =

क २०४८ − क ५६४४८ + (क ३६८६४ − क ३१३६) =

क २०४८ − क ५६४४८ + (१९२ − ५६) =

क २०३८ − क ५६४४८ + १३६ =

$\sqrt{\text{२०४८}}$ − $\sqrt{\text{५६४४८}}$ + १३६ =

$\sqrt{\text{१०२४} \times \text{२}}$ − $\sqrt{\text{२८२२४} \times \text{२}}$ + १३६ =

$\sqrt{\text{१०२४}} \times \sqrt{\text{२}}$ − $\sqrt{\text{२८२२४}} \times \sqrt{\text{२}}$ + १३६ =

३२$\sqrt{\text{२}}$ − १६८$\sqrt{\text{२}}$ + १३६ =

(३२ − १६८) $\sqrt{\text{२}}$ + १३६ = − १३६ $\sqrt{\text{२}}$ + १३६ =

$-\sqrt{(\text{१३६})^2} \times \sqrt{\text{२}} + \sqrt{(\text{१३६})^2} = \sqrt{\text{१८४९६}} \times \sqrt{\text{२}}$ + $\sqrt{\text{१८४९६}} = -\sqrt{\text{३६९९२}} + \sqrt{\text{१८४९६}}$ = − क ३६९९२ + क १८४९६ ।

अब भाजक को गुणक से गुणने के लिये न्यास—

(क ४ + क ७२) (क ४ − क ७२) =

क १६ − क २८८ + क २८८ − क ५१८४ =

क १६ − क ५१८४ =

४ - ७२ = — ६८ =

— क ४६२४ = भाजक ।

अब भाजक से भाज्य में भाग देने के लिये न्यास—

भाजक　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　लब्धि

— क ४६२४) — क ३६९९२ + क १८४९६ (क ८ — क ४

　　　　　　— क ३६९९२

　　　　　　——————————

　　　　　　　　क १८४९६

　　　　　　　　क १८४९६

　　　　　　　　——————

　　　　　　　　　० ०

"ऋणात्मिकायाश्च तथा करण्या मूलं त्वय:" इस सूत्र के अनुसार लब्धि गत ऋण करणी चार का मूल भी ऋण ही होगा ।

अतः लब्धि = क ८ — २ ।

यह छोटी आबाधा हुई, इस को भूमि मान में घटाने से

बड़ी आबाधा = (क १८ — १) — (क ८ — २) =

क १८ — क ८ + १ =

क २ + १ ।

अब लब्ध यावत्तावत् (लघु आबाधा) के मान से उत्थापन देने से

लम्बवर्ग = — या^{2} + १५ — क २०० =

— (क ८ — ४ क)^2 + १५ — क २०० =

— (क ६४ — १२८ क + १६ क) + १५ — क २०० =

— १२ + क १२८ + १५ — क २०० =

३ + क १२८ — क २०० = ३ — क ८ ।

एवं द्वितीय लम्बवर्ग में उत्थापन देने से—

ल^2 = — या^{2} — २ या + ७२ क· या — १३ + क ७२ =

— (क ८ — क ४)^2 — २ (क ८ — क ४) +

७२ क (क ८ — क ४) — १३ + क ७२ =

— (क ६४ — १२८ क + क १६) — (क ३२ — क १६) +

क ५७६ — २२८ क — १३ + क ७२ =

— (क ६४ - १२८ क + क १६) — क ३२ + क १६ +

क ५७६ - २८८ क - १३ + क ७२ =

- १२ + १२८ क - क ३२ + ४ +

२४ - क २८८ - १३ + क ७२ =

- १२ + ४ + २४ - १३ + १२८ क - ३२ क - क २८८ + क ७२ =

३ + १२८ क - ३२ क - २८८ क + क ७२ =

अब यहां पर "लब्ध्याहृतायास्तु पदं महत्या" इत्यादि सूत्र के अनुसार

क १२८ और क ३२ का अन्तर करने से धन करणी ३२ हुआ।

फिर इस का और तीसरी करणी २८८ का उक्त सूत्र के अनुसार अन्तर किया तो ऋण करणी १२८ हुआ।

फिर इस का और चौथी करणी ७२ का "योगं करण्योर्महतीं प्रकल्प्य" इस सूत्र के अनुसार अन्तर किया तो ऋण करणी ८ हुआ।

अतः लम्बवर्ग = ३ − क ८।

इसके मूल लाने के लिये प्रयास—

"ऋणात्मिका चेत्करणी कृतौ स्याद्धनात्मिकां तां परिकल्प्य साध्ये" इस सूत्र के अनुसार रूप के वर्ग ९ में धन करणी आठ के समान रूप घटाने से शेष = १, रहा। इस के मूल से रूप ३ को युत, ऊन किया तो ४।२ हुआ, आधा किया तो २।१ हुआ।

"ऋणात्मिकैका सुधियावगम्याः" इस सूत्र के अनुसार करणी एक को ऋण कल्पना किया तो

लम्ब=क २ − क १, "ऋणात्मिकायाश्च तथा करण्या मूलं क्षयो रूप विधान हेतोः" इस सूत्र के अनुसार पहली करणी का मूल = १।

अतः क २ − १।

अथवा प्रकारान्तर से लम्बवर्ग का ज्ञान—

लघु भुज वर्ग में लघु आबाधा वर्ग घटाने से—लम्बवर्ग = ल^{२} = (क १० − क ५)^{२} — (क ८ − क ५)^{२} =

(१५ − क २००) − (१२ − क १२८) =

(१५ − १२) − (क २०० − क १२८) = ३ − क ८।

इस का मूल लम्ब = क २ − १।

इसी तरह "त्रिभुजे भुजयोर्योगः" इत्यादि पाटी गणित में कथित युक्ति के अनुसार आबाधा का ज्ञान कर के पूर्ववत् लम्ब का ज्ञान करना चाहिए॥

उदाहरणम्—

असमानसमच्छेदान् राशींस्तांश्चतुरो वद।
यदैक्यं यद्घनैक्यं वा येषां वर्गैक्यसंमितम्॥ १७॥

अत्र राशयः या १, या २, या ३, या ४। एषां योगः या १०। वर्ग-योगेनानेन याव ३० सम इति पक्षौ यावत्तावताऽपवर्त्य न्यासः—

{ या ३० रू ०।
{ या ० रू १०।

समशोधनादिना प्राग्वल्लब्धयावत्तावन्मानेनोत्थापिता राशयः $\frac{१}{३}$, $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{३}$, $\frac{४}{३}$।

अथ द्वितीयोदाहरणे राशयः या १, या ३, या २, या ४।

एषां घनैक्यम् याघ १००। एतद्वर्गैक्यमानेन याव ३० सममिति पक्षौ यावद्वर्गेणापवर्त्य प्राग्वल्लब्धयावत्तावन्मानेनोत्थापिता जाता राशयः $\frac{3}{10}$ $\frac{6}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{12}{10}$, ।

सु०—अथ पक्षयोस्समशोधनानन्तरमव्यक्तवर्गघनादिकेऽपि शेषे यथा संभवमपवर्तनमध्यमाहरणं विनैवोदाहरणसिद्धिरस्तीति प्रदर्शयितुमुदाहरणान्यनुष्टुभाह—

असमानाश्च ते समच्छेदाश्च ते असमानसमच्छेदाः तांश्चतुरो राशीन्वद तान्कान् यदैक्यं येषामैक्यं वर्गैक्यसंमितमित्येकं यद्घनैक्यं येषांवर्गैक्यसम्मितमिति द्वितीयम्।

उदाहरणम्—

अत्र राशयः कल्पिताः या १, या२, या३, या४।

एषां योगः या१० वर्गयोगेनानेन याव ३०सम इति न्यासः

$$\begin{cases} \text{याव } 30 \text{ या } 0 \\ \text{याव } 0 \text{ या } 10 \end{cases}$$

पक्षौ यावताऽपवर्त्य न्यासः—

$$\begin{cases} \text{या } 30 \text{ रू } 0 \\ \text{या } 0 \text{ रू } 10 \end{cases}$$

संशोध्य लब्धं यावन्मानम् $= \frac{10}{30}$,

दशभिरपवर्त्य जातं $\frac{1}{3}$ यावत्तावदेकस्य मानं $\frac{1}{3}$।

इदं त्रिधा द्वित्रिचतुर्भिर्गुणितमन्येषां राशीनां मानमेवं राशयः =

$$\left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \right.$$

एते असमाना अर्थात्परस्परं विसदृशास्तथा समच्छेदाश्च सन्ति एषां वर्गयोगेन $\frac{30}{9}$ तेषामेव योग $\frac{10}{3}$ स्तुल्योऽस्ति

अथ द्वितीयोदाहरणेऽपि त एव राशयः या१, या२, या३, या४।

एषां घनाः याघ१, याघ८, याघ२७, याघ६४।

एषां योगः याघ१००, तेषामेव वर्गयोगेन याव३० सम इति न्यासः—

$$\begin{cases} \text{याघ } 100 \text{ याव } 0 \\ \text{याघ } 0 \text{ याव } 30 \end{cases}$$

पक्षौ यावद्वर्गेणापवर्त्य न्यासः—

$$\begin{cases} \text{या } 100 \text{ रू } 0 \\ \text{या } 0 \text{ रू } 30 \end{cases}$$

संशोध्य लब्धं यावन्मानम् $\frac{30}{100}$ दशभिरपवर्तितम् $\frac{3}{10}$,

यद्येकयावत्तावत इदं मानं तदा द्व्यादीनां यावतां २।३।४किमिति जाता राशयः।

$$\left\{ \frac{3}{10}, \frac{6}{10}, \frac{9}{10}, \frac{12}{10} \right. ।$$

एषां घनाः $\left\{ \frac{२७}{१०००}, \frac{२१६}{१०००}, \frac{७२९}{१०००}, \frac{१७२८}{१०००} \right.$ ।

वर्गाश्च $\left\{ \frac{९}{१००}, \frac{३६}{१००}, \frac{८१}{१००}, \frac{१४४}{१००} \right.$,

घनैक्यं $\frac{२७००}{१०००}$ दशभिरपवर्तितं $\frac{२७०}{१००}$

वर्गैक्ये $\frac{२७०}{१००}$ सममिति ॥

विमला०—अतुल्य और समच्छेद वाली चार राशियां कौन सी हैं, जिन का योग या घनों का योग उन के वर्गों के योग के समान होता है।

उदाहरण—

प्रथमादि राशियां या, २या, ३या, ४या कल्पना किया। अब इन का योग= या + २या + ३या + ४या=१० या, इन के वर्ग योग=या^{२} + ४या^{२} + ९या^{२} + १६या^{२}=३० या^{२}, के समान है।

अतः समीकरण—

३०या^{२}=१०या, ∴ ३०या = १० ∴ या = $\frac{१०}{३०}$ = $\frac{१}{३}$,

उत्थापन देने से प्रथमादि राशियों के मान—

$\frac{१}{३}$, $\frac{२}{३}$, $\frac{३}{३}$, $\frac{४}{३}$ ।

ये सब राशियां आपस में अतुल्य हैं। और इन का योग = $\frac{१०}{३}$, इन के वर्ग योग=$\frac{३०}{९}$=$\frac{१०}{३}$ के समान है।

दूसरा उदाहरण—

जिन के घनयोग के तुल्य वर्ग योग होता है, वे चार राशियां कौन हैं।

यहां पर कल्पित राशियां या, २या, ३या, ४या।

अतः या^{३} + ८या^{३} + २७या^{३} + ६४या^{३}=या^{२} + ४या^{२} + ९या^{२} + १६या^{२},

वा १००या^{३}=३०या^{२},

अतः १०० या = ३०,

अतः या=$\frac{३०}{१००}$ $\frac{३}{१०}$,

उत्थापन देने से राशियां—

$\frac{३}{१०}$, $\frac{६}{१०}$, $\frac{९}{१०}$, $\frac{१२}{१०}$ ।

इन के घनयोग=$\frac{२७}{१०००}$ + $\frac{२१६}{१०००}$ + $\frac{७२९}{१०००}$ + $\frac{१७२८}{१०००}$=

$\frac{२७००}{१०००}$ = $\frac{२७}{१०}$ ।

इन के वर्ग योग = $\frac{९}{१००}$ + $\frac{३६}{१००}$ + $\frac{८१}{१००}$ + $\frac{१४४}{१००}$ =

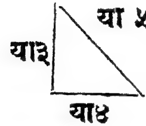
$\frac{२७०}{१००}$ = $\frac{२७}{१०}$

अतः वर्गैक्य, घनैक्य दोनों बराबर है ।

उदाहरणम्—

त्र्यस्रक्षेत्रस्य यस्य स्यात् फलं कर्णेन संमितम् ।
दोःकोटिश्रुतिघातेन समं यस्य च तद्वद ॥ १८ ॥

न्यासः—



अत्रेष्टक्षेत्रभुजानां यावत्तावद्गुणितानां न्यासः या ३, या ४, या५ ।

अत्र च भुजकोटिघातार्धं फलम् याव ६ । एतत् कर्णेनानेन या ५ सममिति पक्षौ यावत्तावताऽपवर्त्य प्राग्वल्लब्धेन यावत्तावन्मानेनोत्थापिता जाता भुजकोटिकर्णाः $\frac{५}{२}$, $\frac{१०}{३}$, $\frac{२५}{६}$, । एवमिष्टवशादन्येऽपि ।

अथ द्वितीयोदाहरणे कल्पितं तदेव क्षेत्रम् । यस्य फलम् = याव ६ । एतद्दोःकोटिकर्णघातेनानेन याघ ६० सममिति पक्षौ यावद्वर्गेणापवर्त्य समीकरणेन प्राग्वज्जाता दोःकोटिकर्णाः $\frac{३}{१०}$, $\frac{२}{५}$, $\frac{१}{२}$, । एवमिष्टवशादन्येऽपि ॥

सु०—अथान्यदनुष्टुभाह—

यस्य त्र्यस्रक्षेत्रस्य फलं कर्णसमं स्यादित्येकम् । अथ यस्य च दोःकोटिश्रुतिघातेन भुजकोटिकर्णघातेन तुल्यं फलं स्यादिति तद्वदेति प्रश्नद्वयम् ।

उदाहरणम्—

अत्र कल्पिता भुज या ३ कोटि या ४ कर्णाः या ५ । त्र्यस्रे भुजकोटिघातार्द्धमेव फलं याव ६ एतत्कर्णेन या ५ सममिति न्यासः—

$$\begin{cases} \text{याव ६ या ०} \\ \text{याव ० या ५} \end{cases}$$

पक्षौ यावत्तावदर्त्य संशोधनाल्लब्धं यावन्मानं $\frac{५}{६}$,

अनेन पूर्वकल्पिता उत्थापिताः $\frac{१५}{६}$, $\frac{२०}{६}$, $\frac{२५}{६}$,

प्रथमं त्रिभिरपवर्त्य द्वितीयं द्वाभ्यां तृतीयं यथास्थितमिति जाता भुजकोटि कर्णाः $\frac{५}{२}$, $\frac{१०}{३}$, $\frac{२५}{६}$,

अत्र भुजकोटिघातः $\frac{५०}{६}$ अस्यार्द्धम् $\frac{५०}{१२}$ द्वाभ्यामपवर्तितम् $\frac{२५}{६}$ फलमिदं कर्ण-तुल्यमेवेति ।

अथ द्वितीयप्रश्ने तदेव फलं याव ६ भुजकोटिकर्णघातेनानेन याघ ६० सम मिति न्यासः—

याघ ० याव ६
याघ ६० याव ०

पक्षौ यावत्तावद्वर्गेणापवर्त्य न्यासः —

या ० रू ६
या ६० रू ०

संशोध्य लब्धं यावन्मानं षड्भिरपवर्तितम् $\frac{१}{१०}$,

अनेन कल्पिता गुणिता जाता अभीष्टा भुजकोटिकर्णाः $\frac{३}{१०}$ $\frac{२}{५}$, $\frac{१}{२}$,

अत्र भुजकोटिघातार्द्धं $\frac{६}{१००}$ क्षेत्रफलमिदं भुजकोटिकर्णघातेन $\frac{६}{१००}$ सममिष्टवशादन्येऽपि ।

अथवा फलं द्विगुणकर्णगुणितं भुजकोटिकर्णघातमितं भुजकोटिघातार्द्धस्य द्विगुणकर्णगुणनेन भुजकोटिकर्णघाततुल्यत्वात् ॥

विमला—जिस त्रिभुज क्षेत्र में कर्ण के समान या भुज, कोटि, कर्ण तीनों के घाततुल्य फल है । उस के भुज आदि सब अवयवों को अलग २ कहो ?

उदाहरण—

यहां भुज, कोटि और कर्ण का क्रम से मान = ३ या, ४ या, ५या ।

त्र्यस्र क्षेत्र में भुज, कोटि दोनों के घातार्ध सम फल होता है ।

अतः फल $= \frac{३ \text{ या} \times ४ \text{ या}}{२} = ६\text{या}^२$ ।

यह कर्ण के समान है—

अतः ६ या^{२} = ५ या,

∴ ६ या=५,

∴ या=$\frac{५}{६}$,

इस से उत्थापन देने से—

भुज = ३या = $\frac{३ \times ५}{६} = \frac{१५}{६} = \frac{५}{२}$,

कोटि = ४ या = $\frac{४ \times ५}{६} = \frac{२०}{६} = \frac{१०}{३}$,

कर्ण = ५या = $\frac{५ \times ५}{६} = \frac{२५}{६}$,

आलाप—क्षेत्र फल = $\frac{\frac{५}{२} \times \frac{१०}{३}}{२} = \frac{५०}{६ \times २} = \frac{२५}{६}$ ।

कर्ण के बराबर हुआ ।

दूसरा उदाहरण—

इस उदाहरण में भुज, कोटि, कर्ण तीनों के घात के समान फल है।

अतः समीकरण—

६या^{२}=३ या × ४ या × ५ या = ६० या^{३},

अतः ६ = ६० या,

∴ या = $\frac{६}{६०}$ = $\frac{१}{१०}$ ।

इस से उत्थापन देने से—

भुज = ३या = $\frac{३ \times १}{१०} = \frac{३}{१०}$ ।

कोटि = ४ या = $\frac{४ \times १}{१०} = \frac{४}{१०} = \frac{२}{५}$ ।

कर्ण = ५या = $\frac{५ \times १}{१०} = \frac{५}{१०} = \frac{१}{२}$ ।

आलाप—भुज, कोटि, कर्ण तीनों के घात =

$\frac{३}{१०} \times \frac{२}{५} \times \frac{१}{२} = \frac{६}{१००} = \frac{३}{५०}$ ।

क्षेत्रफल = $\frac{\frac{३}{१०} \times \frac{२}{५}}{२} = \frac{६}{१००} = \frac{३}{५०}$ ।

अतः क्षेत्र फल के समान भुज, कोटि, कर्ण तीनों के घात सिद्ध हुआ ॥

उदाहरणम्—

युतौ वर्गोऽन्तरे वर्गो ययोर्घाते घनो भवेत् ।
तौ राशी शीघ्रमाचक्ष्व दक्षोऽसि गणिते यदि ॥ ६ ॥

अत्र राशी याव ५, याव ४ । योगेऽन्तरे,च यथा वर्गः स्यात् तथा कल्पितौ । अत्रानयोर्घातः यावव २० । एष घन इति इष्टयावत्तावद्दशकस्य घनेन समीकरणे पक्षौ यावत्तावद्घनेनापवर्त्य प्राग्वज्जातौ राशी १००००, १२५०० ॥

सु०—अथान्दुदाहरणमनुष्टुभाह—

ययो राश्योर्युतावन्तरे च वर्गौ भवेत् ययोर्घाते घनः स्यात् तौ राशी वद यदि गणिते दक्षोऽसीति ।

उदाहरणम्—

अत्र राशी याव ४ याव ५ योगेऽन्तरे च यथा वर्ग स्यात्तथा कल्पितौ एतयो-र्योगे ६ याव वर्ग एव तयोरन्तरे १ याव च वर्ग एव ।

अथ राश्यो याव ४। याव ५ घातः यावव २० एष घन इति इष्टयावत्तावद्दशकस्य घनेन समीकरणार्थं न्यासः—

{ यावव २० याघ०
 यावव ० याघ १०००

पक्षौ यावद्घनेनापवर्त्य जातौ—

{ या २० रू०
 या० रू० १०००

संशोधनाल्लब्धं यावन्मानं ५० ।

अनेन पूर्वराश्यो याव ४ याव ५ रुत्थापने वर्गेण वर्गं गुणयेदित्यस्य वर्गः २५०० कृतः, यद्येकस्य यावद्वर्गस्येदं मानं तर्हि यावद्वर्गचतुष्टयस्य पंचकस्य च किमिति जातौ राशी १०००० । १२५००

अनयोर्युतिः २२५०० अयं सार्द्धशतस्य १५० वर्गः, तयोरन्तरं च २५००· पंचाशद्वर्गोऽयम् तयोर्घातो घन इति ॥

विमला—जिन दो राशियों का योग या अन्तर किसी राशि के वर्ग के समान होता है, और उन का घात घन (किसी राशि के घन के समान) होता है । वे कौन सी राशियां हैं ।

उदाहरण—

यहां पहले राशि इस तरह से कल्पना किया जिन का योग या अन्तर वर्ग हो ।

जैसे प्रथम राशि $=$ ४ या^{2},

द्वितीय राशि $=$ ५ या^{2},

इन का योग $=$ ४या^{2} $+$ ५या^{2} $=$ ९या^{2},

अन्तर $=$ ५या^{2} $-$ ४या^{2} $=$ या^{2},

दोनों वर्गात्मक हैं ।

इस प्रकार इन राशियों में दो आलाप घटते हैं ।

फिर इन राशियों के घात घन है, इस लिये इष्ट यावत्तावत् १० के घन के साथ समीकरण—

$$४\text{या}^{2} \times ५\text{या}^{2} = (१० \text{ या})^{3}$$

$$\therefore २० \text{ या}^{4} = १००० \text{ या}^{3}$$

$$\therefore २० \text{ या} = १००० ।$$

$$\therefore \text{या} = \frac{१०००}{२०} = ५० ।$$

उत्थापन देने से प्रथम राशि $=$ ४या^{2} $=$ $४ \times (५०)^{2} =$

$४ \times २५०० = १००००$ ।

द्वितीय राशि $= ५या^२ = ५ \times (५०)^२ =$
$५ \times २५०० = १२५००$ ।
इन का योग $= २२५०० =$ वर्गात्मक ।
अन्तर $= १२५०० - १०००० = २५०० =$ वर्गात्मक ।
दोनों का घात $= १०००० \times १२५०० =$
$१२५०००००० =$ घनात्मक है ।

उदाहरणम्—

घनैक्यं जायते वर्गो वर्गैक्यं च ययोर्घनः ।
तौ चेद्वेत्सि तदाऽहं त्वां मन्ये बीजविदां वरम् ॥ २० ॥

अत्र कल्पितौ राशी याव १, याव २ । अनयोर्घनयोगः यावघ ९ । एष स्वयमेव वर्गो जातोऽस्य मूलम् = याघ ३।

ननु यावत्तावद्वर्गघनोऽयं राशिर्न घनवर्गः कथमस्य घनात्मकं मूलमिति चेदुच्यते यावानेव घनवर्गस्तावानेव वर्गघनः स्यादित्यत एव द्विगतचतुर्गतषड्गताष्टगता वर्गाः स्युः एषामेकद्वित्रिचतुर्गतानि मूलानि यथाक्रमं स्युः एवं त्रिषण्णवगता घनाः । एकद्वित्रिगतानि तेषां मूलानि । एवं सर्वत्र ज्ञातव्यम् ।

अथ राश्योर्वर्गयोगः यावव ५ । अयं घन इतीष्टयावत्तावत्पञ्चघनसमं कृत्वा पक्षौ यावत्तावद्घनेनापवर्त्य प्राग्वजातौ राशी ६२५ । १२५० । एवमव्यक्तापवर्त्तनं यथा सम्भवति तथा चिन्त्यम् ॥

सु०—उदाहरणान्तरमनुष्टुभाह—

भो गणक तौ राशी चेद्वेत्सि जानासि तदा त्वामहं बीजविदां बीजज्ञानां वरं मन्ये तौ कौ ययोर्घनैक्यं वर्गो जायते, ययोर्वर्गैक्यं च घनः स्यात् ।

उदाहरणम्—

अत्रापि यथैक आलापः स्वत एव संभवति तथा राशी कल्पितौ याव १। याव२ अनयोर्घनयोगः यावघ ९ एष स्वयमेव वर्गो जातः यतोऽस्य वर्गमूलमिदं याव ३ ।

ननु यावत्तावद्वर्गघनस्यास्य यावघ ९ मूलं याघ ३ कथमिदं संभवति यतो वर्गस्यैव वर्गमूलं घनस्यैव घनमूलमुचितं प्रकृते तु घनस्य वर्गमूलं नोचितमिति चेदुच्यते

यावानेव घनस्य वर्गस्तावानेव वर्गस्य घनः स्यात तथाहि स्थानद्वयगतसमाङ्कघातो वर्गः स्थानचतुष्टयगतसमाङ्कघातो वर्गवर्गः सोपि वर्गात्मक एव ।

एवं स्थानषड्कगतसमाङ्कघातो वर्गवर्गवर्गघातः सोपि वर्ग एव ।

एवमष्टस्थानगतसमाङ्कघातो वर्गवर्गवर्गवर्गघात इति सोपि वर्ग एवमग्रेपि ।

अथैवं वर्गस्य मूलं स्थानैकगतसमाङ्कतुल्यं तथा वर्गमूलं स्थानद्वयगतसमङ्कघा-

तसमं तथा वर्गवर्गः वर्गवर्गघातमूलं स्थानत्रयगतसमाङ्कघातसमं तथा वर्गवर्गवर्गवर्गघातमूलं स्थानचतुष्टयगतसमङ्काघातसमं एवं स्थितिर्वर्गमूलस्याग्रेऽपि ।

अथ स्थानत्रयगतसमाङ्कघातो घनः, स्थानषङ्कगतसमांकघातो घनघनघातः स्थाननवकगतसमाङ्कघातो घनघनः द्वादशस्थानगत समङ्कघातो घनघनघनघात इत्येव मग्रेपीति । परमेतेषां घनत्वे हानिर्नास्त्येव ।

अथ घनस्य मूलं स्थानैकगतसमङ्कतुल्यं घनघनस्य मूलं स्थानद्वयगतसमाङ्कघाततुल्यं घनघनघनहतिमूलं स्थानत्रयगतसमाङ्कघाततुल्यं घनघनघनघनहतिमूलं स्थानचतुष्टयगतसमांकघाततुल्यमेतानि घनमूलान्येव एवं स्थितिर्घनमूलस्याग्रेपि ।

प्रकृते तु यावद्वर्गस्य घनः षङ्कस्थानगतसमाङ्कघातोऽस्ति स च समद्विघातस्य समत्रिघातरूप एवं समत्रिघातस्य समद्विघातो घनवर्गो भवति सोपि स्थानषङ्कगतसमाङ्कघात एव अत उक्तं यावानेव घनस्य वर्गस्तावानेव वर्गस्य घन इति युक्तम् ।

अतोऽस्यास्य यावव ६ स्वरूपान्तरं यावव ६ अस्य मूलमिदं याघ ३ गृहीतं अतोऽयं यावव ६ स्वयमेव वर्गः वायं वर्गं यावघ ६ इति ।

अथ तयो राश्योः (याव १, याव २) वर्गौ यावव १ यावव ४ अनयोर्योगः यावव ५ अयं घन इति यावत्तावत्पंचकघनेन सम इति न्यासः—

{ यावव ५ याघ०
{ यावव ० याघ १२५

पक्षौ यावत्तावद्घनेनापवर्त्य जातौ—

{ या ५ रू०
{ या ० रू १२५

संशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानम् २५ ।

अत्रापि वर्गेण वर्गं गुणयेद्भजेदित्यस्य वर्गः ६२५ अनेन राशी (याव१ याव२) उत्थापितौ जातौ राशी ६२५।१२५० अनयोर्घनौ २४४१४०६२५।१९५३१२५००० अनयो रैक्यं २१९७२६५६२५ अस्य मूलं ४६८७५ ।

अथ राश्योर्वर्गौ ३९०६२५।१५६२५०० अनयोरैक्यं १९५३१२५ अयं घनः सपादशतस्य १२५ ।

एवमव्यक्तापवर्तनं यथा संभवं चिन्त्यमिति ॥

विमला—वे दो राशियाँ कौनसी हैं, जिन का घनयोग वर्ग और वर्गयोग घन होता है। इन को अगर जानो तो बीजगणित जानने वालों में श्रेष्ठ तुम को मैं मानूं ।

उदाहरण—

यहां एक आलाप घटित दो राशियां हैं । यथा प्रथम राशि $=$ या^{2}, द्वितीय राशि $=$ २या^{2}

इन दोनों का घन योग $=$ (या^{2})^3 $+$ (२या^{2})^3 $=$

या^{6} $+$ ८या^{6} $=$ ९ या^{6} ।

यह वर्गात्मक है क्योंकि इस का वर्ग मूल = ३या^{३} होता है । अतः यह वर्गात्मक सिद्ध हुआ ।

तथा दोनों राशियों का वर्गैक्य घन होता है । अतः दोनों राशियों के वर्गयोग को अभीष्ट यावत्तावत् पांच के घन के साथ समीकरण करते हैं—

$(\text{या}^{२})^{२} + (२\ \text{या}^{२})^{२} = (५\text{या})^{३}$,

वा या^{४} + ४ या^{४} = १२५ या^{३},

वा ५ या^{४} = १२५ या^{३},

∴ ५ या = १२५,

$\therefore \text{या} = \frac{१२५}{५} = २५$,

इस से उत्थापन देने से प्रथम राशि = या^{२} = $(२५)^{२}$ = ६२५,

द्वितीय राशि = २ या^{२} = २ $(२५)^{२}$ = २ × ६२५ = १२५०,

आलाप—दोनों राशियों के घन योग=

$(६२५)^{३} + (१२५०)^{३}$ =

२४४१४०६२५ + १९५३१२५००० =

२१९७२६५६२५,

इस का वर्गमूल = ४६८७५, अतः घनैक्य वर्गात्मक सिद्ध हुआ ।

दोनों राशियों का वर्गैक्य =

$(६२५)^{२} + (१२५०)^{२}$=३९०६२५ + १५६२५००=

१९५३१२५,

इस का घनमूल=१२५, अतः वर्गैक्य घनात्मक सिद्ध हुआ ।

यहां प्राचीन ढङ्ग के लेख में शङ्का इस बात की होती है कि पहले कल्पित राशियों के घनैक्य करने से यावघ + ८ यावघ=९ यावघ हुआ । इस का वर्ग मूल घनात्मक नहीं हो सकता । क्यों कि वर्ग का वर्ग मूल और घन का घन मूल ही आना उचित है । अतः घन का वर्ग मूल लेना ठीक नहीं ।

परञ्च इस तरह कहना ठीक नहीं है क्योंकि वर्ग का घन घन का वर्ग दोनों समान होता है ।

यथा या, का वर्ग याव=(या^{२}) इस का घन=यावघ=$(\text{या}^{२})^{३}$=या^{६},

एवं या, का घन = याघ = या^{३}, इस का वर्ग = याघव=$(\text{या}^{३})^{२}$ = या^{६} ।

दोनों वर्गात्मक सिद्ध हुए । यतः इस (या^{६}) का मूल या^{३}=याघ ।

अथवा याघव, यावघ इन दोनों का मूल=याघ ।

यह सिद्धान्त है कि दो स्थानगत समाङ्क का घात वर्ग, चार स्थान गत समाङ्क का घात वर्गवर्ग, छै स्थानगत समाङ्क का घात वर्गवर्गवर्ग घात, आठ स्थानगत समाङ्क के घात वर्गवर्गवर्गवर्ग घात इत्यादि सब वर्गात्मक हैं ।

एवं एक स्थानगत अङ्क के तुल्य वर्ग मूल, दो स्थानगत समाङ्क के घात तुल्य वर्गवर्गमूल, तीन स्थानगत समाङ्क घात तुल्य वर्गवर्गवर्गघातमूल, चार स्थानगत समाङ्क के घात तुल्य वर्ग ४ घात मूल, इत्यादि होता है।

एवं घन, घनमूल की भी व्यवस्था जाननी चाहिए।

जैसे-तीन स्थान गत समाङ्क घात घन, छै स्थान गत समाङ्क घात घनघन घात, नव स्थानगत समाङ्क घात घनघनघन घात इत्यादि होता है।

एवं एक स्थानगत अङ्क के तुल्य घन मूल, दो स्थानगत समाङ्क घात के तुल्य घनघनघातमूल, तीन स्थान गत समाङ्क के घात घनघनघनघातमूल, इत्यादि होता है।

अतः छै स्थान गत समाङ्क घात के वर्गमूल तीन स्थानगत समाङ्क घात के तुल्य होना उचित ही है।

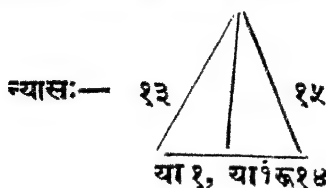
अतः "यावान्नेव घनवर्गस्तावानेव वर्गघनः" यह आचार्य का कहना ठीक है।

उदाहरणम्—

यत्र त्र्यस्रक्षेत्रे धात्री मनुसंमिता सखे बाहू।
एकः पञ्चदशान्यस्त्रयोदश वदावलम्बकं तत्र ॥ २१ ॥

आबाधाज्ञाने सति लम्बज्ञानमिति लघ्वाबाधा यावत्तावन्मिता कल्पिता या १। एतदूना चतुर्दशान्याबाधा या १ रू १४।

न्यासः—



स्वाबाधावर्गोनौ स्वभुजवर्गौ समाविति समशोधनार्थं

न्यासः—याव १ या ० रू १६९।
याव १ या २८ रू २९।

अनयोः समवर्गगमे लब्धं यावत्तावन्मानम् ५। अनेनोत्थापिते जाते आबाधे ५, ९। लम्बवर्गयोश्चोत्थापितयोरुभयतः सम एव लम्बः १२।

अत्रोत्थापनं वर्गस्य वर्गेण।घनस्य,घनेनैवेति सुधिया ज्ञातव्यम् ॥

सु०—अन्यदुदाहरणं गीत्याह—

भो सखे यत्र क्षेत्रे धात्री मनुसम्मिता चतुर्दशतुल्यास्ति पंचदशतुल्य एको बाहुस्त्रयोदशमितो द्वितीयस्तत्र तस्मिन् क्षेत्रे अवलम्बकं कथयेत्यर्थः।

उदाहरणम्—

अत्राबाधाज्ञाने सति लम्बज्ञानमिति लघ्व्याबाधा, यावत्तावन्मिता या १।
अनयोना भूश्चतुर्दशमिता जाताऽन्याबाधा या १ रू १४।

अस्या वर्गः यावश्या२८ रू १६६ अयं स्वभुजवर्गात् २२५ शोधितो जातो लम्बवर्गः याव१या२८रू२६।

एवं प्रथमाबाधाया वर्गः याव१स्वभुजवर्गात् १६६ संशोधितो जातो लम्बवर्गः याव१रू१६६

एतौ समावतः शोधनार्थं न्यासः—

{ याव १ या २८ रू २६
{ याव १ या ० रू१६६

अनयोस्समीकरणेन लब्धं यावन्मानम् ५, इयमेव लघ्व्याबाधा, अनया अन्याबाधा या१रू१४ उत्थापिता जाता द्वितीयाबाधा ६।

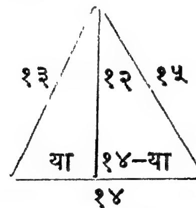
लम्बवर्गोत्थापने तु वर्गेण वर्गं गुणयेद्भजेच्चेदिति यावद्वर्गः २५ लम्बवर्गरूपा १६६ च्छोधितो लम्बवर्गः १४४ अस्य मूलं लम्बः १२ एवमन्यत्रापि।

यावद्वर्गमानमृणं २५ यावन्मान ५ मष्टाविंशतिगुणं धनं १४० रूपाणि २६ धनं एषां योगस्तत्र धनयोर्योगः १६६ अस्मादिदं २५ शोधितं १४४ अस्य पदं स एव लम्बः १२।

विमला-जिस त्रिभुज क्षेत्र में एक भुज पन्द्रह, दूसरा भुज तेरह और भूमान चौदह है, वहां लम्बमान क्या होगा ?

उदाहरण—

यहां छोटी आबाधा के मान यावत्तावत् कल्पना किया, उस को भूमि में घटाया तो बड़ी आबाधा = १४—या।



अब "स्वाबाधाभुजकृत्योरन्तरमूलं प्रजायते लम्बः" इस के अनुसार लघुभुज और लघु आबाधा के वश—

प्रथम लम्बवर्ग=१६६ — या^{२}।

द्वितीय लम्बवर्ग=२२५—(१४—या)^{२}=

२२५—(१६६—२८या + या^{२})=

२२५—१६६ + २८ या—या^{२} =

२६ + २८ या—या^{२}।

दोनों लम्बवर्ग बराबर हैं अतः—

१६६—या^{२} = २६ + २८ या—या^{२},

$\therefore$ १६६ = २६ + २८ या,

$\therefore$ १६६ − २६ = २८ या

$\therefore$ १४०=२८ या,

$\therefore$ या=$\frac{१४०}{२८}$=५ ।

यह छोटी आबाधा है । उत्थापन देने से—

बड़ी आबाधा=१४ − या=१४ − ५=९ ।

प्रथम लम्बवर्ग=१६९ − या^{२} = १६९ − २५=१४४ ।

द्वितीय लम्बवर्ग = २६ + २८ या − या^{२}=

२६ + २८ × ५ − (५)^{२}=

२६ + १४० − २५=१४४ ।

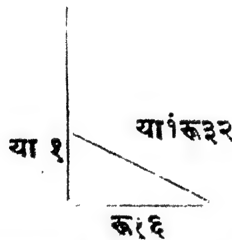
इस का मूल=१२=लम्ब हुआ ।

उदाहरणम्—

यदि समभुवि वेणुर्द्वित्रिपाणिप्रमाणो
गणक पवनवेगादेकदेशे स भग्नः ।
भुवि नृपमितहस्तेष्वङ्ग लग्नं तदग्रं
कथय कतिषु मूलादेष भग्नः करेषु ॥ २२ ॥

अत्र वंशाधरखण्डं कोटिस्तत्प्रमाणम् = या १ । एतदूना द्वात्रिंशदूर्ध्वखण्डम् = या ׀ रू ३२ = कर्णः । मूलाग्रयोरन्तरं भुजः=रू १६ ।

न्यासः—



भुजकोटिवर्गयोगः=याव १ रू २५६ । कर्णवर्गस्यास्य याव १ या ६४ रू १०२४ सम इति समवर्गगमे प्रागवदाप्तयावत्तावन्मानेन १२ उत्थापितौ कोटिकर्णौ १२, २० । एवं भुजकोटियुतावपि ॥

सु०—अथ भुजे कोटिकर्णयोगे च ज्ञाते तयोः पृथक्करणं दर्शयितुमुदाहरणं मालिन्या दर्शयति—

भो गणक जलवत्समायां भूमौ स्थितो वेणुवंशो द्वित्रिपाणिप्रमाणः द्वात्रिंशत्करात्मकः, सोऽयं वेणुर्वायुवेगवशेन एकस्मिन् प्रदेशे भग्नः सन् तस्य वेणोरग्रं मूलात्षोडशमितहस्तेषु लग्नं तदायं वेणुर्मूलात्कतिकरेषु भग्न इति कथय ।

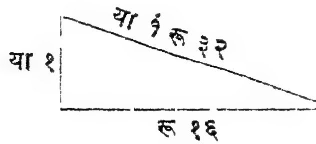
उदाहरणम्—

अत्र वंशाधःखण्डं कोटिः तत्प्रमाणं या १।

एतदूनं वंशमानं ३२ तदा वंशोर्ध्वखण्डं कर्णः या १̇ रू ३२, मूलाग्रयोरन्तरं भुजः।

अत्र भुजकोट्योर्वर्गयोगः याव१रू२५६ कर्णवर्गस्यास्य याव१या६̇४रू१०२४ सम इति न्यासः—

याव १ या ० रू २५६
याव १ या ६̇४ रू १०२४



पक्षयोस्समशोधनाल्लब्धं यावन्मानम् १२।

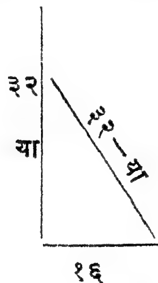
इयमेव कोटिः यावत्तावन्मानमिदं वंशमानाद्विशोध्य जातः कर्णः २०, इदमेवोर्ध्वखण्डमवगन्तव्यम् ॥

विमला०—समान भूमि पर बत्तीस हाथ लम्बा एक बांस था। वह वायु के वेग से एक जगह टूट कर उस का अग्र भाग मूल से सोलह हाथ की दूरी पर जा कर लगा तो बताओ वह मूल से कितने हाथ पर टूटा।

उदाहरण—

यहां बांस के नीचे का खण्ड (कोटि रूप) का मान यावत्तावत् कल्पना किया, इस को बांस के मान ३२ में घटाने से—

ऊपर का खण्ड कर्णरूप=३२—या, हुआ।



यहां भुज रूप मूल और अग्र के अन्तर सोलह है।

भुज और कोटि का वर्गयोग कर्ण वर्ग के समान होता है।

अतः समीकरण—

२५६ + या^{2} = (३२—या)^{2}=

१०२४ — ६४ या + या^{2}

∴ २५६ = १०२४ − ६४ या,

∴ ६४ या = १०२४ − २५६ = ७६८,

∴ या = $\frac{७६८}{६४}$ = १२ ।

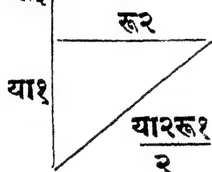
यही कोटि का मान है इस को बांस के मान में घटाने से कर्ण मान=२० यही बास के ऊपर भाग का खण्ड है ॥

अत्र कोटिकर्णान्तरे भुजे च ज्ञाते उदाहरणम्—

चक्रक्रौञ्चाकुलितसलिले क्वापि दृष्टं तडागे
तोयादूर्ध्वं कमलकलिकाग्रं वितस्तिप्रमाणम् ।
मन्दं मन्दं चलितमनिलेनाहतं हस्तयुग्मे
तस्मिन् मग्नं गणक गणय क्षिप्रमम्भःप्रमाणम् ॥ २३ ॥

अत्र नलप्रमाणं जलगाम्भीर्यमिति तत्प्रमाणम् = या १ । इयं कोटिः । सा कलिकामानयुता जातः कर्णः = $\frac{\text{या २ रू १}}{\text{२}}$ । हस्तद्वयं भुजः = रू २ ।

न्यासः- रू$\frac{१}{२}$



अत्रापि दोःकोटिवर्गयोगं कर्णवर्गसमं कृत्वा लब्धं जलगाम्भीर्यम् = $\frac{१५}{४}$ । कर्णमानम् = $\frac{१७}{४}$ ॥

सु०—अथ कोटिकर्णान्तरे भुजे च ज्ञाते कोटिकर्णज्ञानं भवतीति प्रदर्शयितुमुदाहरणं मन्दाक्रान्तयाऽऽह—

क्वापि कस्मिन्नपि तडागे सरोवरे चक्राश्चक्रवाकाः क्रौञ्चा जलवकाः एतैराकुलितं सलिलं जलं यस्मिन् कस्मिन्नपि प्रदेशे जलादूर्ध्वमुपरि कमलकलिकाग्रं वितस्तिप्रमाणं अर्द्धहस्तपरिमितं दृष्टं अनिलेन वायुना आहतं मन्दं मन्दं शनैः शनैश्चलितं स्वाधिष्ठितस्थानात् स्थानान्तरे यथोत्तरं गतं यद्धस्तद्वयान्तरे तस्मिन् तडागे जले मग्नं एवं सति हे गणक गणय गणनाविषये कुरु तद्वदेति प्रश्नार्थः ।

उदाहरणम्—

अत्र नलिनीदलप्रमाणञ्च जलगाम्भीर्य्यमिति, तत्र नलप्रमाणं अम्बुप्रमाणं जलप्रमाणं या १ इयं कोटिः सा समच्छेदेन कलिकामान $\frac{१}{२}$ युता जातः कर्णः $\frac{\text{या२ रू१}}{\text{२}}$

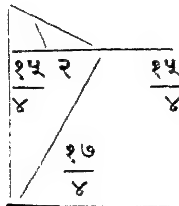
हस्तद्वयं भुजः २, अत्रापि भुजकोट्योर्वर्गौ याव १। रू ४ अनयोर्योगः याव १ रू ४ कर्णवर्गेणानेन $\frac{\text{याव४ या४ रू१}}{\text{४}}$ सम इति शोधनार्थं न्यासः—

$$\begin{cases} \frac{\text{याव } ४ \text{ या } ४ \text{ रू } १}{४} \\ \text{याव } १ \text{ या० रू } ४ \end{cases}$$

समच्छेदीकृत्य च्छेदगमे न्यासः—

$$\begin{cases} \text{याव } ४ \text{ या } ४ \text{ रू } १ \\ \text{याव } ४ \text{ या० रू } १६ \end{cases}$$

समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं तदेव जलगाम्भीर्यम् $\frac{१५}{४}$ । इदं समच्छेदेनार्द्ध-हस्त $\frac{१}{२}$ युतं कर्णमानम् $\frac{१७}{४}$ कोटिः $\frac{१५}{४}$ भुजश्च २ क्षेत्रदर्शनम्—



विमला०—किसी तालाब में जल से एक बित्ता ऊँचा कमल के कलिकाग्र को देखा। वह मन्द २ वायु के वेग से अपने स्थान से दो हाथ पर जाकर डूब गया। तो हे गणक गणना करो कि उस तालाब में कितना गहरा जल है।

उदाहरण—

यहां कमल के डाड़ी के तुल्य जल की गहराई कोटिरूप है। इस का मान=या, इस में बित्ता भर जोड़ने से कर्णमान $=\text{या}+\frac{१}{२}=\frac{२\,\text{या}+१}{२}$ । भुज प्रमाण $=२$ ।

अब यहां भुज, कोटि के वर्ग योग को कर्ण वर्ग के तुल्य करके समीकरण—

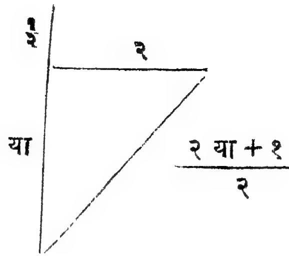
$\text{या}^२+४=\frac{४\,\text{या}^२+४\,\text{या}+१}{४}$,

$\therefore ४\,\text{या}^२+१६=४\,\text{या}^२+४\,\text{या}+१$,

$\therefore १६=४\,\text{या}+१$

$\therefore १५=४\,\text{या}$, $\therefore \text{या}=\frac{१५}{४}$,

यही जल प्रमाण है, अत कर्णमान $=\frac{१५}{४}+\frac{१}{२}=\frac{१७}{४}$ ।

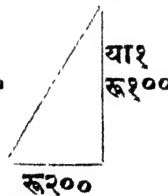


उदाहरणम्—

वृक्षाद्धस्तशतोच्च याच्छतयुगे वापीं कपिः कोऽप्यगा-
दुत्तीर्याथ परो द्रुतं श्रुतिपथात् प्रोड्डीय किञ्चिद् द्रुमात् ।
जातैवं समता तयोर्यदि गतावुड्डीनमानं कियद्-
विद्वंश्चेत् सुपरिश्रमोऽस्ति गणिते क्षिप्रं तदाऽऽचक्ष्व मे ॥२४॥

अत्र समगतिः = ३०० । उड्डीनमानम् = या १ । एतद्युतो वृक्षोच्छ्रायः कोटिः । यावत्तावदूना समगतिः कर्णः । तरुवाप्यन्तरं भुजः ।

न्यासः—



भुजकोटिवर्गैक्यं कर्णवर्गसमं कृत्वा लब्धमुड्डीनमानम् = ५० ॥

सु०—अथान्यदुदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेन दर्शयति—

कोपि कश्चिदेकः कपिर्वानरः हस्तैः कृत्वा शतमुच्छ्रायो यस्य एतादृशताल-वृक्षादुत्तीर्यावतीर्य वृक्षाग्राद्वृक्षमूलमागत्येत्यर्थः शतयुगे मूलाद्धस्तशतद्वयान्तरित-भूप्रदेशे स्थितां वापीं प्रत्यगमत् गतवानित्यर्थः ।

अथानन्तरं परो द्वितीयः कपिः द्रुमात् वृक्षात् द्रुतं शीघ्रं प्रकर्षेण वेगेनोड्डीय उड्डयनं कृत्वा श्रुतिपथात् तिर्यक्कर्णपथमाकाशीयमार्गमाश्रित्येत्यर्थः ल्यब्लोपे पञ्चमी वापीमगमत् ।

तयोर्वृक्षाद्गतयोर्वानरयोर्यदि गतौ गतिप्रमाणे समता जाता यावान्प्रथमश्चलितो वृक्षाग्रमारभ्य तावान् द्वितीय आकाशमार्गे चलित इत्यर्थः ।

एवं सति हे विद्वन् चेद्गणिते सुतरां परिश्रमोऽस्ति तर्हि मां प्रति उड्डीयमानं कथय कियत्संख्यं परिमितमिति यावत् ।

उदाहरणम्—

अत्र समगतिः ३०० उड्डीयमानं या १ एतद्युतो वृक्षोच्छ्रायः कोटिः या१

रू १०० यावत्तावदूना समगतिः कर्णः या १ रू ३०० तरुवाप्यन्तरं भुजः २००

दर्शनं यथा अत्र कोटिभुजयोर्वर्गयोगः कर्णवर्गेण सम इति पक्षौ ।

{ याव १ या २०० रू ५००००
{ याव १ या ६०० रू ९००००

अनयोस्समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानम् ५० इदमेवोड्डीयमानम् ।

अत्र कोटिः १५० भुजः २०० कर्णः २५० ।

आलापो—यथा प्रथमो वानरो वृक्षाग्राद्वृक्षमूलमागत्य १०० पुनर्मूलाच्छतद्वयान्तरितां वापीं २०० गतः एवं तद्गतिर्हस्तात्मिका ३०० ।

द्वितीय उड्डीयमानेन ५० युतकर्ण २५० प्रमाणेन ३०० कर्णगत्या गतः एवं द्वयोस्समगतिरेव ।

अत्रोपपत्तिः—

अत्र पूर्वं यावत्तावद्युतस्तालोच्छ्रायः कोटिः या १ ता १ यावत्तावदूना समगतिः कर्णः या १ ता १ भु १, अनयोर्योगे तुल्ययोर्धनर्णयोर्नाशे जातं ता २ भु १ तालमानं द्विगुणं भुजयुतं कोटिकर्णयोगस्तेन कोटिकर्णवर्गान्तररूपे भुजवर्गे भक्ते लब्धं कोटिकर्णान्तरं ततः संक्रमणेन कोटिकर्णौ ज्ञातौ भवतः ।

अत्र पद्यम्—

तालोच्छ्रितिर्द्विगुणिता भुजसंयुता चेत्स्यात्कोटिकर्णयुतितुल्यमनेन भक्तः ।
दोर्वर्ग एव विवरं श्रुतिकोटिजातं ताभ्यां तु संक्रमणतः श्रुतिकोटिसिद्धिः ॥

यथा तालमानं द्विगुणं भुजयुतं युतिः ता २ भु १ ।

अथ भुजवर्गो युति भक्तः $\frac{\text{भुव १}}{\text{यु १}}$ अनेनयुतिर्हीना दलिता जाता कोटिः $\frac{\text{भुव १ युव १}}{\text{२ यु}}$ ।

इयं तालमानेन हीना शेषमुड्डीयमानम् $\frac{\text{भुव १ युता २ युव १}}{\text{यु २}}$, अत्र भाज्ये युतिः ता २ भु १ तालगुणिता ताव २ ताभु १ ऋणद्वयगुणिता ताव ४ ताभु २ इदं द्वितीयखण्डम् ।

अथ युतिवर्गः ताव ४ ताभु ४ भुव १ ।

इदं तृतीयखण्डमेवं भाज्यस्य न्यासः

$\frac{\text{भुव १ ताव ४ ताभु ४ भुव १ ताव ४ ताभु २}}{\text{यु २}}$

तुल्ययोर्धनर्णयोर्नाशेशेषयोगः $\frac{\text{ताभु २}}{\text{यु २}}$ द्वाभ्यामपवर्तितः $\frac{\text{ताभु १}}{\text{यु १}}$

एतेन तालोच्छ्रितिर्भुजगुणिता द्विगुणतालोच्छ्रित्या भुजयुतया भक्ता लब्ध-

मुड्डीयमानं तर्हि द्विनिघ्नतालोच्छ्रितिसंयुतमित्यादिपाटीस्थसूत्रमुपपपन्नम् ॥

अथवा—समगतिः ता १ भु १ इयं यावदूना कर्णः या १̇ ता १ भु १,

अत्र तालमानं यावद्युतं कोटिः या १ ता १,

कोटिवर्गभुजवर्गयोगः याव १ याता २ ताव १ भुव १,

अयं कर्णवर्गेण (याव १ याता २̇ याभु २̇ ताव १ ताभु २ भुव १)

सम इति समशोधनात्पक्षौ याता ४ याभु २ = ताभु २

द्वाभ्यामपवर्तितौ याता २ या भु १ = ताभु १

याकारस्यापगमे न्यासः { (ता २ भु १) या / ताभु १

ऊर्ध्वपक्षेणाधस्तनपक्षे भक्ते यावन्मानं लभ्यते तदा द्विनिघ्नतालोच्छ्रितिभुजघातोभाज्य एतेनापि पाटीस्थसूत्रमुपपन्नम्

विमला०—सौ हाथ ऊंचे ताल के वृक्ष पर दो बन्दर बैठे थे, उनमें से एक उतर कर वृक्ष के जड़ से दो सौ हाथ के दूरी पर एक तालाब को गया, और दूसरा कुछ उछल कर्ण मार्ग से उसी तालाब को गया, इस तरह दोनों की गति समान है तो शीघ्र बताओ कि वह कितना उछला ?

उदाहरण—

यहां पर समगति = ३००, है। उछलने का मान अज्ञात है, अतः उस का प्रमाण = या,

इस को तालके ऊँचाई में जोड़ने से कोटिमान = या + १००,

समगति (३००) में उड्डीयमान (या) को घटाने से कर्णमान = ३०० — या ।

वृक्ष के मूल और तालाब के अन्तर मान (२००) भुज हुआ ।

भुज कोटि का वर्ग योग कर्ण वर्ग के समान है, अतः समीकरण—

$(२००)^२ + (या + १००)^२ = (३०० — या)^२$,

वा $४०००० + या^२ + २००या + १०००० =$

$९०००० — ६००या + या^२$,

$\therefore$ ४०००० + २००या + १०००० = ९०००० — ६००या,

वा ५०००० + २००या = ९०००० — ६००या

$\therefore$ ६००या + २००या = ९०००० — ५००००,

वा ८०० या = ४००००,

$\therefore या = \frac{४००००}{८००} = ५०$ ।

उत्थापन देने से कोटि = या + १०० = ५० + १०० = १५० ।

कर्ण=३०० — या=३०० — ५० = २५०

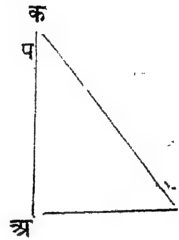
आलाप—उड्डीयमान (५०) में कर्ण मान २५० जोड़ने से एक वन्दर की गति=२५० + ५०=३०० ।

तालोच्छ्रिति और सरोन्तर के योग समान दूसरे की गति=१०० + २००=३०० ।

दोनों समगति हुए ।

नवीनोपपत्तिः—

अत्रागतद्विनिघ्नतालोच्छ्रितीत्यादेः ।



अत्र अप + अग=कप + कग, इत्यस्ति ।

२ ताउ + तासअं=२अप + अग=

अप + अप + अग=अप + कप + कग=

अक + कग=को + क ।

इत्थं कोटिकर्णयोर्योगज्ञानं जातम् ।

तथा भु^{२}=क^{२} — को^{२}=(क + को)(क — को)'

$$\therefore \frac{\text{भु}^{२}}{२\ \text{ताउ} + \text{ताअअं}} = \frac{(\text{क} + \text{को})\ (\text{क} - \text{को})}{\text{क} + \text{को}} = \text{क} - \text{को},$$

इत्थमन्तरं ज्ञानं भवेत् ।

अतः संक्रमणगणितेन कोटिकर्णयोर्ज्ञानं पृथग् भवेत्ततः कोटितालोच्छ्रित्योरन्तर मुड्डीयमानं स्यादेवं सर्वमुपपन्नम् ।

उदाहरण—

तालोच्छ्रिति १०० को दूना कर तालसरोन्तर रूपभुज २०० में जोड़ने से ४०० हुआ । इस से भुज वर्ग (२००)^{२}=४०००० में भाग दिया तो $\frac{४००००}{४००}$ =१०० आया ।

इस लब्धि १०० को द्विगुणित तालोच्छ्रिति से युत तालसरोन्तर ४०० में अलग २ युत, ऊन करके आधा किया तो—

$$\text{कर्ण} = \frac{४०० + १००}{२} = \frac{५००}{२} = २५० ।$$

$$\text{कोटि} = \frac{४०० - १००}{२} = \frac{३००}{२} = १५० ।$$

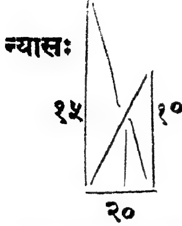
अतः उड्डीयमान = १५० — १०० = ५० ।

उदाहरणम्—

पञ्चदशदशकरोच्छ्रयवेणवोरज्ञातमध्यभूमिकयोः ।

इतरेतरमूलाग्रगसूत्रयुतेर्लम्बमानमाचक्ष्व ॥ २५ ॥

न्यासः



अत्र क्रियावतरणार्थमिष्टं वेण्वतरभूमानं कल्पितम् = २० । सूत्रसंपाताल्लम्बमानम् = या १ ।

यदि पञ्चदशकोट्या विंशतिर्भुजस्तदा यावत्तावन्मितया किमिति लब्धा लघुवंशाश्रिताबाधा या $\frac{४}{३}$ ।

पुनर्यदि दशमितकोट्या विंशतिर्भुजस्तदा यावन्मितकोट्या किमिति लब्धा बृहद्वंशाश्रिताबाधा या २ ।

अनयोर्योगं या $\frac{१०}{३}$ विंशतिसमं कृत्वा लब्धो लम्बः ६ । उत्थापनेनाबाधे च ८,१२ ।

अथवा वंशसम्बन्धेनाबाधे तद्युतिर्भूमिरिति यदि वंशद्वययोगेन २५ अनेनाबाधायोगो=२० लभ्यते तदा वंशाभ्यां १५, १० किमिति जाते आबाधे ८,१२। अत्रानुपातात् सम एव लम्बः ६। किं यावत्तावत्कल्पनया।

अथवा वंशयोर्वधो योगहृतो यत्र कुत्रापि वंशान्तरे लम्बः स्यादिति किं भूमिकल्पनयाऽपि एतद्भुवि सूत्राणि प्रसार्य बुद्धिमतोह्यम् ।

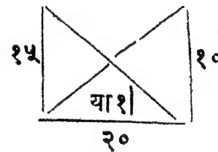
इति श्रीभास्करीयबीजगणिते एकवर्णसमीकरणं समाप्तम् ॥

सु०—अथान्यदुदाहरणमार्ययाह—

पंचदशदशकरौ उच्छ्रायौ ययोः तयोर्वेण्वोरज्ञातमध्यभूमिकयोः अज्ञाता मध्यभूमिर्ययोस्तयोः परस्परं मूलाग्रगतयोः सूत्रयोर्युतेर्लम्बमाचक्ष्व कथयेत्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्र क्रियानिर्वाहार्थे वेण्वन्तरालभूमिं विंशतिमितां २० प्रकल्प्य सूत्रसंपाताल्लम्बमानं या १ दर्शनम्—



यदि पंचदशकोटथा विंशतिर्भुजस्तदा

यावत्तावमितया को भुज इति १५।२०। या १ जातम्= $\frac{\text{या } २०}{१५}$ ६

हारभाज्यौ पंचभिरपवर्त्य जाता लघुवंशाश्रिताबाधा $\frac{\text{या } ४}{३}$ ।

पुनर्यदि दशमितकोटेर्विंशतिर्भुजस्तदा लम्बरूपकोटेः किमिति लब्धा बृहद्वंशाश्रिताबाधा या २ ।

अनयोस्समच्छेदेन योगं या $\frac{१०}{३}$ विंशतिसमं कृत्वा न्यासः—

$$\begin{cases} \text{या } \frac{१०}{३} \text{ रू० } \\ \text{या } ० \text{ रू२०} \end{cases}$$

समच्छेदीकृत्यच्छेदगमे ततः समीकरणाल्लब्धं यावन्मानं ६, अयमेव लम्बः । अनेनाबाधे या $\frac{4}{3}$ । या२ उत्थापिते जाते आबाधे ८।१२ ।

अत्रानुपाते यावन्मानं भूमिगुणं बृहद्वंशलघुवंशाभ्यां पृथग्भक्तं जाते आबाधे-

$$\frac{\text{या} \times \text{भू}}{\text{बृवं}}, \quad \frac{\text{या} \times \text{भू}}{\text{लवं}},$$

अनयोस्समच्छेदेन योगः

$$\frac{\text{या·भू·लवं} + \text{या·भू·बृवं}}{\text{बृवं} \times \text{लवं·}}$$

अयं भूसम इति पक्षयोस्समच्छेदीकृतयोश्छेदापगमे न्यासः—

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{या·भू·लवं} + \text{या·भू·बृवं} = \\ \text{लवं·बृवं·भू} \end{array} \right.$$

एतौ भूम्यापवर्तितौ—

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{या·ल} + \text{या·बृ} = \\ \text{ल·बृ,} \end{array} \right.$$

अनयोस्समीकरणेन वेरवोर्वधे वेणुयोगहृते लम्बः स्यादिति सिद्धम् ।

अत्र भूमिः स्वेच्छया यत्किंचित्परिमिता कल्प्या सर्वत्र लम्ब एक एव भवति ।

अथ लम्बः =

$$\frac{\text{लवं· बृवं}}{\text{वंयो}}$$

भूमिगुणः बृहद्वंशभक्तो लघ्वाबाधा =

$$\frac{\text{लवं·बृवं·भू}}{\text{यो· बृवं·}}$$

बृहद्वंशापवर्तिता =

$$\frac{\text{लवं· भू}}{\text{यो}},$$

एतेन लघुवंशमानं भूमिगुणं वंशयोगभक्तं लघ्वी आबाधा भवति ।

एवं लम्बः =

$$\frac{\text{लवं· बृवं}}{\text{वंयो}}$$

भूमिगुणो लघुवंशभक्तो बृहदाबाधा तत्र लघुवंशापवर्तनेन बृहद्वंशमानं भूमिगुणं वंशयोगहृतं बृहदाबाधा स्यात् ।

एतेन वंशौ स्वयोगेन हृतावभीष्टभूघ्नौ च लम्बोभयतः कुखण्डे इति पाठ्युक्तमुपपन्नम् ।

अत एव वंशद्वययोगेनानेन २५ आबाधयोर्योगोऽयं २० लभ्यते तदा पृथग्वंशाभ्यां किमित्याबाधे भवत इत्यनुपातो युक्तः स्यात् ।

अथवात्र पूर्वानीतलघ्वाबाधया

$$\frac{\text{या·भू}}{\text{बृव}}$$

बृहदाबाधायां

$$\frac{\text{या·भू}}{\text{लवं}}$$

भक्तायां तुल्ययोर्गुणहरयोर्नाशे फलं =

$$\frac{\text{बृवं}}{\text{लव}}$$

बृहद्वंशस्य लघुवंशभक्तस्य फलेन समं तेनाबाधयोर्या निष्पत्तिस्सैव वंशयोरपि निष्पत्तिः सिद्धा, अत्र वंशद्वययोगरूपा कोटिः भूमिर्भुजः तदग्रयोर्बद्धं कर्ण इति बृहज्जात्यम् ।

तदन्तर्गतं तत्सजातीयं लघुजात्यं तत्र बृहद्वंशः कोटिः बृहदाबाधा भुजः तदग्रबद्धं सूत्रं कर्ण इति अत्र कर्णौ समानान्तरावेव रेखागणितषष्ठाध्यायद्वितीयक्षेत्रात्,

त्रिभुजे कर्णसमानान्तरा अन्या रेखा लघुकर्णरूपा तद्रेखाविभक्तभुजखण्डयोर्निःपत्तिः समैव तत्र बृहज्जात्यभुजखण्डे वंशरूपे तथाबाधारूपे च तत्र वंशयोर्निष्पत्तिराबाधयोर्निष्पत्त्या समानेति पूर्वं निरूपितत्वात्प्रकृते बृहत्कर्णसमानान्तरगतो लघुकर्ण इति सिद्धं रेखागणितद्वितीयक्षेत्रविलोमरीत्या ।

एवमन्यदिश्यपि वंशद्वययोगः कोटिः भूमिर्भुजः तदग्रयोर्बद्धं सूत्रं कर्ण इति बृहत्क्षेत्रं तथा तदन्तर्गतं लघुवंशः कोटिः लघ्वाबाधा भुजस्तदग्रबद्धं सूत्रं कर्ण इति लघु क्षेत्रमस्ति ।

अत्रानुपातः यदि वंशद्वययोगमितकोटौ भूमिर्भुजस्तदा पृथग्वंशकोटौ को भुज इत्याबाधे भवतः

अथ च भूमितुल्ये भुजे वंशः कोटिस्तदाबाधातुल्ये भुजे केति लम्ब एवोभयतः स्यात् ।

अथ वंशयोगकोटौ भूमिर्भुजस्तदा बृहद्वंशकोटौ क इति बृहदाबाधा

$$\frac{\text{भू· बृवं}}{\text{वंयो}}$$

अथ भूमितुल्ये भुजे लघुवंशः कोटिस्तदाबृहदाबाधाभुजे का कोटिरिति लम्बः

$$\frac{\text{भू·बृवं·लवं}}{\text{भू· वयो}}$$

अत्र भूम्यापवर्तनेन वंशयोर्वधे योगहृते च लम्ब इति सिद्धं एवमन्यदिश्यपि ज्ञेयम् । अथान्यथा क्षेत्रानुपातेनैव सूत्रसिद्धिं क्षेत्रतत्त्वविदो वर्णयन्ति ।

तद्यथा लघुवंशमूलादधोबृहद्वंशसमा रेखा कार्या तदग्राद्बृहद्वंशमूलपर्यन्तं च रेखा

सा तु बृहद्वंशाग्रलघुवंशमूलान्तररूपकर्णेन समानान्तरैव अयमेकभुजः बृहद्वंशमूलाल्लघुवंशाग्रावधिकर्णो द्वितीयभुजः वंशद्वययोगरूपा भूमिः पूर्वभूमिर्लम्ब इति बृहत्त्रिभुजम् ।

तदन्तर्गते तत्सजातीये द्वे त्रिभुजक्षेत्रे तद्यथा अन्योन्यमूलाग्रगसूत्रयोगाल्लम्बः स्वमार्गवर्द्धितः प्रथमभुजपर्य्यन्तं बृहद्वंशतुल्यस्सा भूमिः भुजखण्डे भुजाविति द्वितीयं त्रिभुजम् ।

अथान्योन्यमूलाग्रगसूत्रयोगाल्लघुवंशमूलाग्रगते रेखे भुजौ लघुवंशरूपा भूमिरल्पाबाधातुल्यो लम्ब इति तृतीयं त्रिभुजम् ।

अत्र त्रयाणां त्रिभुजानां कोणत्रयसाम्यं मिथोऽस्ति ।

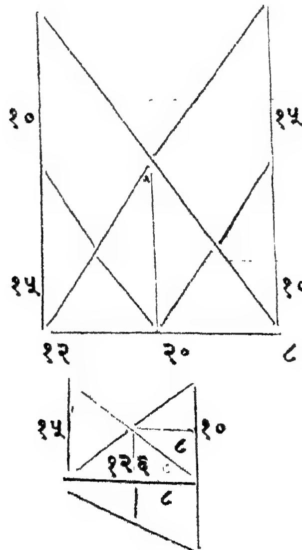
ततोनुपातः यदि वंशद्वययोगभूमेः पूर्वभूमितुल्यो लम्बस्तदा बृहद्वंशतुल्यभूमेः क इति लम्ब एव बृहदाबाधारूपः प्रथमद्वितीयत्रिभुजाभ्यां सिद्धः ।

एवं वंशयोगभूमेः पूर्वभूमिर्लम्बस्तदा लघुवंशभूमेः क इत्यल्पाबाधातुल्यो लम्बः प्रथमतृतीयक्षेत्राभ्यां सिद्धः ।

एतेन वंशौ स्वयोगेन हृतावभीष्टभूघ्नौ च लम्बोभयतः कुखण्डे इत्युपपन्नम् ।

अथ बृहत्त्रिभुजे वंशद्वययोगभूम्या बृहद्वंशतुल्या बृहदाबाधा लभ्यते तदा लघुवंशभूम्या केति लब्धा बृहदाबाधा तृतीयत्रिभुजे ग्रन्थोक्तलम्बतुल्यैव ।

अथवा वंशद्वययोगभूम्या लघुवंशतुल्या लघ्वाबाधा लभ्यते तदा द्वितीयत्रिभुजे बृहद्वंशभूमेः केति लब्धा तदल्पाबाधा लम्बतुल्यैव एवमुभयथा वेणवोर्वधे योगहृते च लम्ब इत्युपपन्नम् ॥



त्रिस्कन्धसिन्धुपरपारगमैथिलार्यश्रीशम्भुनाथगणकात्मजनिर्मितेऽस्मिन् ।
बीजक्रियाविवरणे परिपूर्त्तिमागाद्रम्यैकवर्णजविधिर्वरवासनाढ्यः ॥

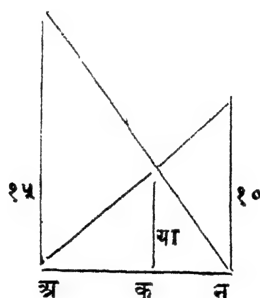
इति जीवनाथदैवज्ञविरचिते बीजोदाहरणे एकवर्णसमीकरणं समाप्तम् ॥

विमला—किसी समान भूमि पर पन्द्रह और दश हाथ ऊँचे दो बांस हैं। इन के मध्य की भूमि अज्ञात है। और उन दोनों के मूल, अग्र में परस्पर सूत्र बांधे हैं (एक के मूल से दूसरे के अग्र पर्य्यन्त, दूसरे के मूल से पहले के अग्र पर्य्यन्त सूत्र बांधे हैं), इस तरह दोनों सूत्रों के योग बिन्दु से भूमि के ऊपर जो लम्ब किया जायगा उस का मान क्या होगा बताओ।

उदाहरण—

यहां लम्ब का प्रमाण = या, और भूमि का प्रमाण = २०, कल्पना किया।

"पन्द्रह हाथ सम कोटि में बीस हाथ भुज पाते हैं तो या, तुल्य कोटि में क्या" इस अनुपात से



कन, आबाधा $= \frac{२० \times या}{१५} = \frac{४ या}{३}$,

इसी तरह "दश हाथ तुल्य कोटि में बीस हाथ सम भुज पाते हैं तो या तुल्य कोटि में क्या" इस अनुपात से

अक आबाधा $= \frac{२० \times या}{१०} = २ या$,

अक + कन = अन,

$\therefore २ या + \frac{४ या}{३} = \frac{६ या + ४ या}{३} =$ अन $=$

$\frac{१० या}{३} = २०, \therefore १० या = ६०$,

$\therefore या = \frac{६०}{१०} = ६ =$ लम्बः ।

अथवा प्रकारान्तर से उत्तर—

यहाँ लम्ब = लं, भूमि=भू, बृहद्वंश=बृ, लघुवंश = ल,

पूर्ववत् अनुपात से कन आबाधा = $\frac{\text{भू}\cdot\text{लं}}{\text{बृ}}$,

अक आबाधा = $\frac{\text{भू}\cdot\text{लं}}{\text{ल}}$ ।

दोनों के योग भू = $\frac{\text{भू}\cdot\text{लं}}{\text{बृ}} + \frac{\text{भू}\cdot\text{लं}}{\text{ल}}$

वा भू = भू $\left(\frac{\text{लं}}{\text{बृ}} + \frac{\text{लं}}{\text{ल}}\right)$

$\therefore \frac{\text{भू}}{\text{भू}} = \frac{\text{लं}}{\text{बृ}} + \frac{\text{लं}}{\text{ल}}$,

वा $१ = \frac{\text{लं}}{\text{बृ}} + \frac{\text{लं}}{\text{ल}} = \text{लं}\left(\frac{१}{\text{बृ}} + \frac{१}{\text{ल}}\right)$

$\therefore \text{लं} = \frac{१}{\frac{१}{\text{बृ}} + \frac{१}{\text{ल}}} = \frac{१}{\frac{१}{१५} + \frac{१}{१०}} =$

$\frac{१}{\frac{१०}{१५०} + \frac{१५}{१५०}} = \frac{१}{\frac{२५}{१५०}} = \frac{१५०}{२५} = ६$ ।

इस तरह विना यावत्तावत् कल्पना से भी लम्बमान ज्ञात हो गया ।

अथवा दोनों बांस के घात में बांस के योग से भाग देने से आया लम्ब = $\frac{१५ \times १०}{२५} = \frac{१५०}{२५} = ६$ ॥

अब नवीन ढङ्ग के कुछ उदाहरणों को दिखलाते हैं ।

(१) उदाहरण—

५य + ४ = य + २४, इस में य का मान क्या है ?

$\because$ ५ य + ४ = य + २४,

$\therefore$ ५ य − य = २४ − ४

वा ४ य = २०

$\therefore$ य = $\frac{२०}{४}$ = ५ ।

(२) उदाहरण—

$\frac{\text{य}}{१२} + \frac{१}{२} = \frac{\text{य}}{६} + \frac{\text{य}}{८}$, इस में य का मान क्या है?

$\because \frac{य}{१२} + \frac{५}{२} = \frac{य}{६} + \frac{य}{८}$,

$\therefore \frac{य}{६} + ५ = \frac{य}{३} + \frac{य}{४}$,

$\therefore १२ \left(\frac{य}{६} + ५ \right) = १२ \left(\frac{य}{३} + \frac{य}{४} \right)$,

वा २ य + ६० = ४ य + ३ य = ७ य,

वा ६० = ७ य − २ य = ५ य

$\therefore य = \frac{६०}{५} = १२$ ।

(३) उदाहरण—

१४ (य − २) − ५१ = ५६ − ३ (१७ − २ य) इस में य का मान क्या होगा ?

∵ १४ (य − २) − ५१ = ५६ − ३ (१७ − २ य),

∴ १४ य − २८ − ५१ = ५६ − ५१ + ६ य,

वा १४ य − ७९ = ५ + ६ य,

∴ १४ य − ६ य = ७९ + ५,

वा ८ य = ८४

$\therefore य = \frac{८७}{८} = १० + \frac{७}{८}$ ।

(४) उदाहरण—

५ य − १४ (२ य + २) = ६ य − ४ (३ य + १५) इस में य का मान क्या है ?

∵ ५ य − १४ (२ य + २) = ६ य − ४ (३ य + १५),

∴ ५ य − २८ य − २८ = ६ य − १२ य − ६०,

वा − २३ य − २८ = − ६ य − ६०,

∴ ६० − २८ = २३ य − ६ य,

वा ३२ = १७ य,

$\therefore य = \frac{३२}{१७} = १ + \frac{१५}{१७}$ ।

(५) उदाहरणम्—

$\frac{य + २}{३} + \frac{४ य - ८}{६} = \frac{४ य + १७}{१५}$, इस में य का मान क्या है ?

$$\because \frac{\text{य}+\text{२}}{\text{३}}+\frac{\text{४ य}-\text{८}}{\text{६}}=\frac{\text{४ य}+\text{१७}}{\text{१५}},$$

$$\therefore \text{३०}\left(\frac{\text{य}+\text{२}}{\text{३}}+\frac{\text{४ य}-\text{८}}{\text{६}}\right)=\text{३०}\left(\frac{\text{४ य}+\text{१७}}{\text{१५}}\right)$$

$$\therefore \text{१० य}+\text{२०}+\text{२० य}-\text{४०}=\text{८ य}+\text{३४},$$

$$\text{वा } \text{३० य}-\text{२०}=\text{८ य}+\text{३४},$$

$$\therefore \text{३० य}-\text{८ य}=\text{३४}+\text{२०},$$

$$\text{वा } \text{२२ य}=\text{५४},$$

$$\therefore \text{य}=\frac{\text{५४}}{\text{२२}}=\frac{\text{२७}}{\text{११}}=\text{२}+\frac{\text{५}}{\text{११}} \text{ ।}$$

(६) उदाहरण—

$$\frac{\text{२य}+\frac{\text{३}}{\text{१०}}}{\text{६}}-\frac{\text{३य}-\frac{\text{१३}}{\text{१५}}}{\text{१०}}=\frac{\text{५य}+\frac{\text{१}}{\text{४}}}{\text{१५}}$$ इस में य का मान क्या है !

$$\because \frac{\text{२य}+\frac{\text{३}}{\text{१०}}}{\text{६}}-\frac{\text{३य}-\frac{\text{१३}}{\text{१५}}}{\text{१०}}=\frac{\text{५य}+\frac{\text{१}}{\text{४}}}{\text{१५}},$$

$$\therefore \text{३०}\left(\frac{\text{२य}+\frac{\text{३}}{\text{१०}}}{\text{६}}-\frac{\text{३य}-\frac{\text{१३}}{\text{१५}}}{\text{१०}}\right)=\text{३०}\left(\frac{\text{५य}+\frac{\text{१}}{\text{४}}}{\text{१५}}\right),$$

$$\therefore \text{५}\left(\text{२य}+\frac{\text{३}}{\text{१०}}\right)-\text{३}\left(\text{३य}-\frac{\text{१३}}{\text{१५}}\right)=\text{२}\left(\text{५य}+\frac{\text{१}}{\text{४}}\right),$$

$$\therefore \text{१० य}+\frac{\text{३}}{\text{२}}-\left(\text{९य}-\frac{\text{१३}}{\text{५}}\right)=\text{१० य}+\frac{\text{१}}{\text{२}},$$

$$\therefore \text{१० य}-\text{९ य}+\left(\frac{\text{३}}{\text{२}}+\frac{\text{१३}}{\text{५}}\right)=\text{१० य}+\frac{\text{१}}{\text{२}},$$

$$\therefore \text{य}+\left(\frac{\text{१५}+\text{२६}}{\text{१०}}\right)=\text{१० य}+\frac{\text{१}}{\text{२}},$$

$$\text{वा } \text{य}+\frac{\text{४१}}{\text{१०}}=\text{१० य}+\frac{\text{१}}{\text{२}},$$

$$\therefore \text{१०य}-\text{य}=\frac{\text{४१}}{\text{१०}}-\frac{\text{१}}{\text{२}},$$

$$\text{वा } \text{९ य}=\frac{\text{४१}}{\text{१०}}-\frac{\text{५}}{\text{१०}}=\frac{\text{३६}}{\text{१०}}=\frac{\text{१८}}{\text{५}}$$

$\therefore$ ४५ य = १८,

$\therefore$ य = $\frac{१८}{४५} = \frac{२}{५}$ ।

(७) उदाहरण—

$\frac{६य + \frac{१}{२}}{२} = \frac{३य - \frac{३}{५}}{५} - \frac{य - १६}{८}$, इस में य का मान क्या है ?

$\because \frac{६य + \frac{१}{२}}{२} = \frac{३य - \frac{३}{५}}{५} - \frac{य - १६}{८}$,

$\therefore ४० \left(\frac{६य + \frac{१}{२}}{२}\right) = ४० \left(\frac{३य - \frac{३}{५}}{५} - \frac{य - १६}{८}\right)$,

$\therefore २० \left(६य + \frac{१}{२}\right) = ८ \left(३य - \frac{३}{५}\right) - ५ (य - १६)$

$\therefore$ १२० य + १० = २४ य $- \frac{२४}{५}$ − (५ य − ८०) = २४ य − ५य + ८० $- \frac{२४}{५}$ = १९य + $\frac{३७६}{५}$,

$\therefore$ १२०य − १९ य = $\frac{३७६}{५}$ − १०

$\therefore$ १०१ य = $\frac{३२६}{५}$,

$\therefore$ ५०५ य = ३२६,

$\therefore$ य = $\frac{३२६}{५०५}$ ।

(८) उदाहरण—

$\frac{य - ४}{५} - \frac{य - ५}{३} + २ = \frac{य}{१५} - \frac{य - १६}{३}$, इस में य का मान क्या है ?

$\because \frac{य - ४}{५} - \frac{य - ५}{३} + २ = \frac{य}{१५} - \frac{य - १६}{३}$,

$\therefore १५ \left(\frac{य - ४}{५} - \frac{य - ५}{३} + २\right) = १५ \left(\frac{य}{१५} - \frac{य - १६}{३}\right)$,

$\therefore$ ३ य − १२ − ५य + २५ + ३० = य − ५ य + ८०,

वा − २ य + ४३ = − ४ य + ८०,

$\therefore$ ४ य − २ य = ८० − ४३,

वा २ य = ३७,

$\therefore$ य $= \frac{३७}{२} = १८ + \frac{१}{२}$ ।

(९) उदाहरण—

$\frac{१० य + १७}{६} - \frac{६य - १३}{४} = \frac{२ य + १}{३} + \frac{११ - ५}{१०}$ इस में य का मान क्या है ?

$\because \frac{१० य + १७}{६} - \frac{६य - १३}{४} = \frac{२ य + १}{३} + \frac{११य - ५}{१०}$,

$\therefore २४ \left(\frac{१० य + १७}{६} - \frac{६य - १३}{४} \right) = २४\left(\frac{२ य + १}{३} + \frac{११य - ५}{१०} \right)$

$\therefore ४ (१० य + १७) - ६ (६य - १३) = ८ (२ य + १) + १२\frac{(११य - ५)}{५}$ ।

$\therefore ४० य + ६८ - ३६ य + ७८ = १६ य + ८ + \frac{१३२य - ६०}{५}$

$\therefore ४य + १४६ = १६ य + ८ - १२ + \frac{१३२य}{५} = १६य - ४ + \frac{१३२य}{५} = \frac{२१२य}{५} - ४$,

$\therefore १४६ + ४ = \frac{२१२य}{५} - ४ य$,

$\therefore १५० = \frac{१९२य}{५}$,

$\therefore ७५० = १९२$ य,

$\therefore$ य $= \frac{७५०}{१९२} = \frac{३७५}{९६}$ ।

(१०) उदाहरण—

$\frac{३ (३ + २य)}{१७} - \frac{४ (४ - ६य)}{५} = \frac{१५ (य + १)}{२} + \frac{७ (७य - १०)}{३}$, इस में य का मान क्या है ?

$\because \frac{३ (३ + २य)}{१७} - \frac{४ (४ - ६य)}{५} = \frac{१५ (य + १)}{२} + \frac{७ (७ य - १०)}{३}$,

$\therefore \frac{१५ (३ + २ य) - ६८ (४ - ६ य)}{८५} =$

$$\frac{\text{४५ (य + १) + १४ (७ य − १०)}}{\text{६}},$$

$$\text{वा } \frac{\text{४५ + ३० य − २७२ + ४०८ य}}{\text{८५}} = \frac{\text{४५ य + ४५ + ९८ य − १९५}}{\text{६}},$$

$$\therefore \frac{\text{४३८ य − २२७}}{\text{८५}} = \frac{\text{१४३ य − २२७}}{\text{६}},$$

$$\therefore \text{६ (४३८ य − २२७) = ८५ (१४३ य − १९५)},$$

$$\therefore \text{२६२८ य − १३६२ = १२२०५ य + ८०७५},$$

$$\therefore \text{८०७५ − १३६५ = १२२०५ य − २६२८ य},$$

$$\text{वा ६७१३ = ९५७७ य},$$

$$\therefore \text{य} = -\frac{\text{६७१३}}{\text{९५७७}} ।$$

अभ्यास के लिये उदाहरण—

(१) य + ३ = २ य − ५, इस में य का मान क्या है ?

(२) ३य + ७ = ५य − ९, ,,

(३) ४य − ५ = ६य − १५, ,,

(४) $\text{य} + \frac{\text{य}}{\text{२}} = \frac{\text{य}}{\text{३}} + \text{७}$, ,, ,,

(५) $\text{य} + \frac{\text{य}}{\text{४}} - \text{७} = \frac{\text{य}}{\text{५}} + \text{१७}$, ,,

(६) $\frac{\text{२ य + १}}{\text{३}} - \frac{\text{३ य − ७}}{\text{५}} + \frac{\text{४ य + ५}}{\text{७}} = \text{५}$, ,,

(७) $\frac{\text{४ य + ३}}{\text{५}} + \frac{\text{५ य − ४}}{\text{६}} - \frac{\text{६ य − ५}}{\text{७}} = \text{९}$, ,,

(८) ४९ + १३ (५य + २७) = ८ (५ + य) − ३ य, ,,

(९) १६ − ५ (७ य − २) = १३ (य − २) + ४ (१३ − य), ,,

(१०) ८य + ५ (य + ७) + ९ (२ य + २३) − ३ (य + ६) = ०, ,,

(११) (य − ७) १८ − १५ (य − १) = १९६, ,,

(१२) $\frac{\text{य}}{\text{६}} - \frac{\text{य}}{\text{५}} = \frac{\text{य}}{\text{१५}} - \frac{\text{य}}{\text{३}} + \text{७}$, ,,

(१३) $\frac{\text{य}}{\text{२}} - \frac{\text{य}}{\text{६}} + \frac{\text{य}}{\text{४}} = \text{२} - \frac{\text{य}}{\text{६}} + \frac{\text{५य}}{\text{१२}}$, ,,

(१४) $\text{३य} + \frac{\text{१२ − ५य}}{\text{२१}} = \text{२य} + \frac{\text{य + ७}}{\text{६}}$, ,,

(१५) $\frac{७\,य+५}{१२}-\frac{४\,य-१}{१५}=७-\frac{३य+२}{२०}$, ,,

(१६) $\frac{२य-१}{३५}+\frac{३\,य+२}{४०}-\frac{४\,य-३१}{५६}=१$, ,,

(१७) $\frac{य-४}{३३}+\frac{५\,य-३}{३६}+\frac{य}{७७}+\frac{४य-१७}{६१}=\frac{६}{१३}$, ,,

(१८) $\frac{य-१}{१८९}+\frac{३\,य-५}{२१६}-\frac{५\,य-६}{७२८}=\frac{१}{११७}$, ,,

(१९) $\frac{य+७}{२}+\frac{य+१३}{५}+\frac{य+१७}{७}=\frac{य+२७}{४}$, ,,

(२०) $६\frac{१}{२}-\frac{य-७}{३}=\frac{४\,य-२}{५}$, ,,

(२१) $\frac{य-१}{३}-\frac{य-९}{२}+\frac{३य-२\,(य-२)}{७}=\frac{१}{२}$, ,,

(२२) $\frac{२\,य-९}{२७}+\frac{य}{१८}-\frac{य-३}{४}=\frac{१६}{२}-य$, ,,

(२३) $\frac{१०य+८}{३}-\left(२य-\frac{२\,य-३}{८}\right)=३७$, ,,

(२४) $\frac{७\,य+९}{४}-\left(य-\frac{२\,य-१}{६}\right)=७$, ,,

(२५) $\frac{४\,य+३}{९}+\frac{१३\,य}{१०८}=\frac{८य+१९}{१८}$, ,,

(२६) $\frac{२य-१३}{९}-\frac{य-१}{११}=\frac{य}{८}+\frac{य}{७}-६$, ,,

(२७) $\frac{२\,य-३}{६}+\frac{३\,य-८}{११}=\frac{४य+१९}{३४}+\frac{१}{२}$, ,,

(२८) $\frac{९\,य+७}{२}-\left(य-\frac{य-२}{७}\right)=३६$, ,,

(२९) $\frac{य+७}{३}-\frac{२३}{४}=\frac{२\,य+५}{७}+\frac{१०-५य}{८}$, ,,

(३०) $य-\left(३य-\frac{२य-५}{१०}\right)=\frac{१}{६}\,(२\,य-५७)-\frac{५}{३}$, ,,

(३१) $\frac{य+\frac{५}{२}}{१०}+\frac{य+\frac{१०}{३}}{२५}=\frac{य+\frac{२५}{६}}{५५}$, ,,

(३२) $$\frac{\text{११ य − १३}}{\text{२५}} + \frac{\text{१९य + ३}}{\text{७}} - \frac{\text{५य} - \frac{\text{७६}}{\text{३}}}{\text{७}} = \text{२८}\frac{\text{१}}{\text{७}} - \frac{\text{१६य + ४}}{\text{२१}},$$,,

(३३) $$\frac{\text{२ य + १}}{\text{२९}} - \frac{\text{४०२ − ३ य}}{\text{१२}} = \text{९} - \frac{\text{४७१ − ६ य}}{\text{२}},$$,,

(३४) $$\frac{\text{य + ५}}{\text{४ य − ९}} = \text{१९०} - \frac{\text{१}}{\text{५}} + \frac{\text{१}}{\text{४}} - \frac{\text{१}}{\text{८}},$$,,

(३५) $$\frac{\text{य}}{\text{४}} + \frac{\text{१५ य}}{\text{७}} - \text{१०} = \text{४ य − ३},$$,,

(३६) $$\frac{\text{१}}{\text{य}} + \text{१५} = \text{१७},$$,,

(३७) $$\frac{(\text{य − ४})^{\text{३}}}{\text{१६}} - \frac{(\text{य − ३})^{\text{२}}}{\text{३}} = \text{२}(\text{य − १०}),$$,,

(३८) $$\frac{\text{१९ − य}}{\frac{\text{१}}{\text{२}}} - \text{१५ य − २} = \frac{\text{य} - \text{३}\frac{\text{१}}{\text{३}}}{\text{५}},$$,,

(३९) $$\frac{(\text{३ य + ७})^{\text{२}}}{\text{७४}} + \frac{\text{५ य − १}}{\text{२}} = \frac{\text{१६}}{\text{९}},$$,,

(४०) $$\frac{\text{य}}{\text{५}} + \frac{\text{य}}{\text{६}} + \frac{\text{य}}{\text{९}} + \frac{\text{१६}}{\text{३}} = \frac{\text{य}}{\text{२५}},$$,,

बुधनिवहवरेण्येणाऽच्युतानन्दनाम्ना विरचित "विमला"ख्या बीजगा चारुटीका ।
नवगणितसुयुक्त्योद्देशकैः संस्कृताऽयाद्गणितविषयरम्यश्चैकवर्णाभिधानम् ॥

इति श्रीअच्युतानन्दशर्म्मविरचितबीजगणितटीकायामेकवर्णसमीकरणं समाप्तम् ॥



अथैकवर्णमध्यमाहरणम्—

अथाव्यक्तवर्गादिसमीकरणम् ।

तच्च मध्यमाहरणमिति व्याचक्षते आचार्याः । यतोऽत्र वर्गराशावेकस्य मध्यमस्याहरणमिति ।

अत्र सूत्रं वृत्तत्रयम्—
अव्यक्तवर्गादि यदाऽवशेषं पक्षौ तदेष्टेन निहत्य किंचित् ।
क्षेप्यं तयोर्येन पदप्रदः स्यादव्यक्तपक्षोऽस्य पदेन भूयः ॥ १ ॥
व्यक्तस्य मूलस्य समक्रियैवमव्यक्तमानं खलु लभ्यते तत् ।
न निर्वहश्चेद्घनवर्गवर्गेष्वेवं तदा ज्ञेयमिदं स्वबुद्ध्या ॥ २ ॥
अव्यक्तमूलर्णगरूपतोऽल्पं व्यक्तस्य पक्षस्य पदं यदि स्यात् ।
ऋणं धनं तच्च विधाय साध्यमव्यक्तमानं द्विविधं क्वचित् स्यात् ॥३॥

यत्र पक्षयोः समशोधने सत्येकस्मिन् पक्षेऽव्यक्तवर्गादिकं स्यादन्यपक्षे रूपाण्येव तत्र द्वावपि पक्षौ केनचिदेकेनेष्टेन तथा गुण्यौ भाज्यौ वा तथा किञ्चित् समं क्षेप्यं शोध्यं वा यथाऽव्यक्तपक्षो मूलदः स्यात् । तस्मिन् पक्षे मूलदे इतरपक्षेणार्थान्मूलदेन भवितव्यं यतः समौ पक्षौ समयोः समयोगादौ समतैवेति । अतस्तत्पदयोः पुनः समीकरणेनाव्यक्तस्य मानं स्यात् । अथ यद्येवं कृते घनवर्गवर्गादिषु सत्सु कथञ्चिदव्यक्तपक्षमूलाभावात् क्रिया न निर्वहति तदा बुद्ध्यैवाव्यक्तमानं ज्ञेयम् । यतो बुद्धिरेव पारमार्थिकं बीजम् । अथ यद्यव्यक्तपक्षमूले यानि ऋणरूपाणि तेभ्योऽल्पानि व्यक्तपक्षमूलरूपाणि स्युस्तदा तानि धनगतानि ऋणगतानि कृत्वाऽव्यक्तमितिः साध्या सा चैवं द्विधा भवति क्वचित् ॥

सु०—अथाव्यक्तवर्गादिसमीकरणं तन्मध्यमाहरणमिति गणका वर्णयन्ति यतोऽत्रवर्गराशावेकस्य मध्यमस्याहरणं नाशस्तस्मान्मध्यमाहरणमिति इन्द्रवज्रयोपजातिकाद्वयेन सूत्रम्—

यत्र तु पक्षयोः समशोधने कृते सति एकस्मिन् पक्षेऽव्यक्तवर्गादिकं स्यात् अन्यपक्षे तु रूपाण्येव तत्र द्वावपि पक्षौ केनचिदेकेनेष्टेन गुणनीयौ भाज्यौ वा तयोः पक्षयोः किञ्चित्समं प्रक्षेप्यं शोध्यं वा यथाव्यक्तपक्षो मूलप्रदः स्यात् तस्मिन् मूलदेतरपक्षेणार्थान्मूलदेन भवितव्यं यतः समपक्षे समयोः समयोगादौ समतैव स्यात् अतस्तत्पदयोरपि साम्यमेव तयोः पुनः समीकरणेनाव्यक्तमानमितिः स्यात्, अथ यद्येव कृते घनवर्गवर्गादिषु सत्सु कथंचिदव्यक्तपक्षमूलाभावात् क्रिया न निर्वहति तदा बुद्ध्यैवाव्यक्तमानं ज्ञेयं यतो बुद्धिरेव पारमार्थिकं बीजम् ।

अथ यद्यव्यक्तपक्षमूले रूपाणि ऋणगतानि तेभ्योऽल्पानि व्यक्तपक्षमूलरूपाणि स्युस्तदा तानि ऋणगतानि धनगतानि च कृत्वा व्यक्तमानमितिः साध्या सा चैवं द्विधा भवति।

अत्रोपपत्तिः—

पक्षयोस्समयोस्समीकरणे कृते प्रथमपक्षे त्वव्यक्तवर्गादिकं शेषं द्वितीयपक्षे रूपाण्येव तदा तावपि पक्षौ तुल्यावेव तयोरिष्टेन गुणने वा भजने समत्वमेव।

एवं पक्षयोस्तुल्ययोजने शोधनेऽपि समत्वं द्वयोर्मूलग्रहणेऽपि समत्वं पुनस्समीकरणेनैकवर्णसमीकरणक्रियैवाव्यक्तराशेर्मानं व्यक्तं जायते।

अथाव्यक्तपक्षे रूपाणामृणत्वे व्यक्तपक्षमूलरूपं धनमृणं च ग्राह्यं स्वमूले धनर्णे इति पूर्वोक्तत्वात् तदनन्तरं समीकरणे क्रियमाणे संशोध्यमानस्याव्यक्तपक्षमूलरूपस्य ऋणगतस्य धनत्वं स्यात्तस्य व्यक्तपक्षमूलरूपस्य धनगतस्य योगे प्रथममानं धनगतमेव एवं व्यक्तपक्षमूलरूपस्य, ऋणत्वस्वीकारेऽपि तस्याव्यक्तपक्षमूलरूपस्य धनगतस्यान्तरे कृते शेषस्य धनत्वमेवेदं द्वितीयं मानं धनगतमेव एवमव्यक्तमानं व्यक्तं द्विविधं सम्भवति।

अथ मूलग्रहणार्थं पक्षयोरुपायः—

अव्यक्तवर्गाङ्केन पक्षयोर्गुणने पश्चान्मूलग्रहणे कृते त्वव्यक्तवर्गाङ्क एवाव्यक्तवर्गस्थाने स्यात् पुनरव्यक्ताङ्कार्द्धवर्गः पक्षयोर्योज्यस्तन्मूलमव्यक्ताङ्कार्द्धमेवाव्यक्तपक्षे रूपस्थाने स्यात्।

अथ कृतिभ्य आदाय पदानि तेषां द्वयोर्द्वयोश्चाभिहतिं द्विनिघ्नीं।

शेषात्त्यजेदिति रीत्याऽव्यक्तवर्गाङ्कस्याव्यक्तांकार्द्धस्य घातो द्विगुणो मध्यखण्डतुल्यः स्यात्। अव्यक्तांकस्य पूर्वमव्यक्तवर्गाङ्कगुणेन तत्समत्वात् एवं प्रथमपक्षस्य मूलसम्भवादपरपक्षस्यापि मूलग्रहणं सम्भवति परमव्यक्तांकस्य द्विचतुःषडष्टादिसमांकत्वे तदर्द्धं सम्भवति विषमाङ्कत्वे तदर्द्धं सच्छेदकं भवितुमर्हति ॥

विमला०-जहां समीकरण के एक पक्ष में अव्यक्त वर्गआदि शेष रहे, वहाँ उक्त रीति से अव्यक्त का ज्ञान असम्भव हो जायगा, अतः वहां के लिये मध्यमाहरण की युक्ति को कहते हैं।

जैसे समशोधन करने के अनन्तर एक पक्ष में अव्यक्त वर्ग आदि और दूसरे पक्ष में रूप मात्र हो तो दोनों पक्षों को किसी एक इष्ट से गुणना, भाग देना, उन में कुछ जोड़ना या घटाना जिस से अव्यक्त पक्ष मूलद हो जाय।

एवं व्यक्त पक्ष भी मूलद हो जायगा, क्यौंकि समान दो पक्षों में समान योग, वियोग आदि करने पर भी उस का समत्व नष्ट नहीं होता है।

इस तरह दोनों पक्षों के मूल ग्रहण करने पर एक पक्ष में अव्यक्त और दूसरे पक्ष में व्यक्तमान रह जायगा, फिर पूर्व कथित एकवर्णसमीकरण के द्वारा अव्यक्त मान का व्यक्त मान लाना चाहिए।

यदि एक पक्ष में घन वर्गवर्ग आदि रहने के कारन मूल न मिले तो अपनी बुद्धि के अनुसार कल्पना कर व्यक्त मान जानना चाहिए।

जहां अव्यक्त पक्ष के मूल में रूप ऋणात्मक हो और उस से व्यक्त पक्ष के मूल अल्प हो तो उस को ऋण, धन कल्पना कर अव्यक्त राशि का मान सिद्ध करने से दो तरह का अव्यक्त मान होगा।

नवीनोपपत्तिः—

यदा पक्षयोरेकत्राव्यक्तमितरत्र व्यक्तमानं स्यात्तदेकवर्णसमीकरणप्रतिपादितयुक्त्याऽव्यक्तस्य व्यक्तं मानं भवेत्। अथ यदा पक्षयोरेकत्राव्यक्तवर्गाद्यवशिष्टमितरत्र व्यक्तमेव स्यात्तत्र पूर्वोक्तयुक्त्या नहि व्यक्तमानमव्यक्तवर्गादीनां ज्ञातुं शक्यते, तदर्थमन्यथा यतितमाचार्यैस्तत्र विशेषोक्तवासना प्रदर्श्यते—

एकवर्णमध्यमाहरणस्वरूपम् $=$ इ·या$^{2}\pm$इ$'$·या $=\pm$व्य,

$$\therefore \text{या}^{2}\pm\frac{\text{इ}'}{\text{इ}}\text{या}=\pm\frac{\text{व्य}}{\text{इ}},$$

$$\therefore \text{या}^{2}\pm\frac{\text{इ}'}{\text{इ}}\cdot\text{या}+\left(\frac{\text{इ}'}{\text{२इ}}\right)^{2}=\left(\frac{\text{इ}'}{\text{२इ}}\right)^{2}\pm\frac{\text{व्य}}{\text{इ}},$$

पक्षयोर्मूले—

$$\text{या}\pm\frac{\text{इ}'}{\text{२इ}}=\pm\sqrt{\left(\frac{\text{इ}'}{\text{२इ}}\right)^{2}\pm\frac{\text{व्य}}{\text{इ}}},$$

अत्र यदि $\text{या}+\frac{\text{इ}'}{\text{२इ}}=\sqrt{\left(\frac{\text{इ}'}{\text{२इ}}\right)^{2}\pm\frac{\text{व्य}}{\text{इ}}}$, तदेकमानम्।

अथ चेत् $\text{या}-\frac{\text{इ}'}{\text{२इ}}=\sqrt{\left(\frac{\text{इ}'}{\text{२इ}}\right)^{2}\pm\frac{\text{व्य}}{\text{इ}}}$,

अत्रावश्यमव्यक्तमूलर्णगरूपतोऽल्पं व्यक्तस्य पक्षस्य पदमिति स्पष्टम्।

अत्रापि स्थितिद्वयम्—

$$\text{या}-\frac{\text{इ}'}{\text{२इ}}=\pm\text{मू}$$

$$\therefore \text{या}=\frac{\text{इ}'}{\text{२इ}}\pm\text{मू},$$

अतो द्विविधं मानं युक्तमुक्तम्।

अथात्र श्रीधराचार्यसूत्रानुसाराद्गणिते गौरवं भवति तदपेक्षयाऽव्यक्तवर्गाङ्कतः पक्षद्वयं विभज्य ततो मध्यस्थिताव्यक्ते यद्व्यक्ताङ्कमानं तदर्धवर्गयोगेन लाघवात् पक्षद्वयं मूलप्रदं भवतीति गणितज्ञानादति स्पष्टम्॥

अत्र श्रीधराचार्यसूत्रम्—

"चतुराहतवर्गसमै रूपैः पक्षद्वयं गुणयेत् ।
अव्यक्तवर्गरूपैर्युक्तौ पक्षौ ततो मूलम् ॥"

सु०—ततोन्यथा यतितं श्रीधराचार्यैस्तद्यथा—

अव्यक्तवर्गाङ्केन चतुर्गुणेन पक्षौ गुणितौ कृतौ तत्राव्यक्तवर्गस्थाने मूलग्रहणेऽव्यक्तवर्गाङ्को द्विगुणितः स्यात् तथाऽव्यक्तांकवर्गयोजनं रूपस्थले कृतं तन्मूलमव्यक्तांकतुल्यं तस्याव्यक्तवर्गांकद्विगुणस्य घातो द्विनिघ्नस्तदाचतुर्गुणिताव्यक्तवर्गाङ्केन गुणितोऽव्यक्तांको मध्यखण्डरूपः स्यादिति तत्त्यागे शून्यशेषान्मूललाभोपायोद्दिष्टः ।

एवमव्यक्तपक्षस्य मूलदत्वाद्व्यक्तपक्षोपि मूलदः स्यात्, पक्षयोस्समत्वाभ्युपगमात्। एतेन श्रीधराचार्योक्तसूत्रमुपपन्नम् ॥

विमला—दोनों पक्षों के मूल ग्रहण करने के लिये चतुर्गुणित अव्यक्त वर्गाङ्क से गुण देना और गुणन के पहले जो अव्यक्ताङ्क है उस के वर्ग के समान रूप जोड़ देने से दोनों पक्ष वर्गात्मक हो जायगा ।

नवीनोपपत्तिः—

आलापानुसारेण कल्प्यते—

$$\text{गु}\cdot\text{या}^{2} + \text{गु}'\cdot\text{या} = \text{व्य},$$

$$\therefore\ \text{या}^{2} + \frac{\text{गु}'}{\text{गु}}\,\text{या} = \frac{\text{व्य}}{\text{गु}},$$

अथ पक्षयोरस्य $\left(\frac{\text{गु}'}{2\text{गु}}\right)$ वर्गप्रक्षेपणेन—

जातौ पक्षौ—

$$\text{या}^{2} + \frac{\text{गु}'}{2\text{गु}}\cdot\text{या} + \left(\frac{\text{गु}'}{2\text{गु}}\right)^{2} = \frac{\text{व्य}}{\text{गु}} + \left(\frac{\text{गु}'}{2\text{गु}}\right)^{2},$$

$4\ \text{गु}^{2}$ अनेन गुणितौ पक्षौ—

$$4\ \text{गु}^{2}\cdot\text{या}^{2} + 2\ \text{गु}'\cdot\text{गु}\cdot\text{या} + \text{गु}'^{2} = 4\ \text{गु}\cdot\text{व्य} + \text{गु}'^{2}$$

अत उपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

अलिकुलदलमूलं मालतीं यातमष्टौ
निखिलनवमभागाश्चालिनी भृङ्गमेकम् ।
निशि परिमललुब्धं पद्ममध्ये निरुद्धं
प्रति रणति रणन्तं ब्रूहि कान्तेऽलिसंख्याम् ॥ १ ॥

अत्रालिकुलप्रमाणम्=याव २। एतदर्धमूलम्=या १। निखिलनवमभागा अष्टौ = याव $\frac{16}{9}$ । मूलभागैक्यं दृष्टालियुगलयुतं राशिसममिति पक्षौ समच्छेदीकृत्य छेदगमे

न्यासः— $\begin{cases} \text{यात्र } १८ \text{ या } ० \text{ रू } ० \text{ ।} \\ \text{याव } १६ \text{ या } ६ \text{ रू } १८ \text{ ।} \end{cases}$

शोधने कृते जातौ पक्षौ—

$\begin{cases} \text{याव } २ \text{ या } \dot{६} \text{ रू } ० \text{ ।} \\ \text{याव } ० \text{ या } ० \text{ रू } १८ \text{ ।} \end{cases}$

एतावष्टभिः संगुण्य तयोरेकाशीतिरूपाणि प्रक्षिप्य मूले गृहीत्वा तयोः समीकरणार्थं

न्यासः—

$\begin{cases} \text{या } ४ \text{ रू } \dot{९} \text{ ।} \\ \text{या } ० \text{ रू } १५ \text{ ।} \end{cases}$

प्रागवल्लब्धं यावत्तावन्मानम् ६ । अस्य वर्गेणोत्थापिता जाताऽलिकुल-संख्या = ७२ ॥

सु०—अथ शिष्यबुद्धिप्रसारार्थं विविधान्युदाहरणानि निरूपयन् प्रथमं पाटीगणितस्थमुदाहरणं मालिन्या दर्शयति—

अलिकुलस्य भ्रमरसमूहस्य दलमर्द्धं तस्य यन्मूलं तत्परिमितं मालतीं प्रति गतं निखिलानां भ्रमराणामष्टौ नवमभागाश्च मालतीं गता इति, एका अलिनी निशि रात्रौ पद्ममध्ये निरुद्धं रणन्तं भ्रमरं प्रति रणति शब्दं करोति एवं सति हे कान्ते अलिसंख्यां भ्रमरसंख्यां ब्रूहि कथयेत्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्रालिकुलमानं याव२, अस्यार्द्धं याव१, अस्यमूलं या१,

अथ राशे याव२ रष्टौ नवमांशाः =

$\left\{ \text{याव } \frac{१६}{९}, \right.$

दृश्यं २ एतेषां समच्छेदेन योगः—

$$\frac{\text{याव } १६ \text{ या } ९ \text{ रू } १८}{९}$$

अयं राशिसम इति न्यासः—

$$\begin{cases} \dfrac{\text{याव } १६ \text{ या } ९ \text{ रू } १८}{९} \\ \text{याव } २ \text{ या } ० \text{ रू } ० \end{cases}$$

समच्छेदीकृत्य च्छेदगमे न्यासः—

$\begin{cases} \text{याव } १६ \text{ या } ९ \text{ रू } १८ \\ \text{याव } १८ \text{ या } ० \text{ रू } ० \end{cases}$

संशोध्य जातौ— $\begin{cases} \text{या}^{२} \ २ \text{ या } \dot{९} \text{ रू} ० \\ \text{या}^{२} \ ० \text{ या} ० \text{ रू } १८ \end{cases}$

अत्राव्यक्तवर्गाङ्केन २ चतुर्गुणितेन ८, अर्थादष्टभिः पक्षौ संगुण्य तथाऽव्यक्ताङ्क ९ वर्गतुल्यरूपाणि ८१ पक्षयोः प्रक्षिप्य जातौ—

$$\begin{cases} \text{याव } १६ \text{ या } \dot{७२} \text{ रू } ८१ \\ \text{याव } ० \text{ या } ० \text{ रू } २२५ \end{cases}$$

कृतिभ्य आदाय पदानीत्यादिना तयोर्मूले—

$$\begin{cases} \text{या } ४ \text{ रू } \dot{९} \\ \text{या } ० \text{ रू } १५ \end{cases}$$

पुनरनयोस्समीकरणेन लब्धं यावत्तावन्मानम् ६ ।

अस्य वर्गो द्विगुणो जातालिकुलसंख्या ७२ ।

अस्यार्द्ध ३६ स्य मूलं ६, पुनर्नवमांशाः ८ अष्टगुणिताः ६४ दृश्यं २ एषां ६।६४।२ योगो राशिः ७२ ॥

विमला—एक भ्रमर का समूह था जिस के आधे का मूल मालती पुष्प के ऊपर गया, तथा आठ से गुणा हुआ सम्पूर्ण के नवमाँ भाग मालती पुष्प पर गया। रात्रि में सुगन्धि के लुब्ध हो कर कमल के गर्भ में बन्द शब्द करते हुए एक भ्रमर के प्रति कोई भ्रमरी शब्द कर रही है तो बताओ भ्रमरों की संख्या क्या है ?

उदाहरण—

यहाँ भ्रमरों के समूह का प्रमाण यावत्तावद्वर्ग दो कल्पना किया।

इस के आधे का मूल $= \sqrt{\frac{२\text{या}^२}{२}} =$ या, मालती पर गया,

सम्पूर्ण के नवमां भाग अष्टगुणित $= \frac{८ \times २\text{या}^२}{९} = \frac{१६ \text{ या}^२}{९}$, मालती पर गया। दृश्य=२ है।

सब का योग राशि २या^{२} के समान है,

अतः समीकरण—

$$\text{या} + \frac{१६ \text{ या}^२}{९} + २ = २ \text{ या}^२,$$

$$\therefore \frac{९ \text{ या} + १६ \text{ या}^२ + १८}{९} = २ \text{ या}^२,$$

$$\therefore ९ \text{ या} + १६ \text{ या}^२ + १८ = १८ \text{ या}^२,$$

$$\therefore १८ = २ \text{ या}^२ - ९ \text{ या}$$

यहाँ अव्यक्त वर्गाङ्क २ को ४ से गुणा किया तो ८ हुआ, इस से दोनों पक्षों को गुणा कर अव्यक्ताङ्क ९ का वर्ग ८१ तुल्य रूप जोड़ देने से दोनों पक्ष—

$$१६ \text{ या}^२ - ७२ \text{ या} + ८१ = १८ \times ८ + ८१ = २२५,$$

$$\therefore ४ \text{ या} - ९ = १५,$$

∴ ४ या = २४,

$\text{या} = \frac{२४}{४} = ६$

अतः उत्थापन देने से भ्रमरों की संख्या—

$२\ \text{या}^{२} = २\,(\,६\,)^{२} = ७२$ ।

आलाप—

इस (७२) के आधे (३६) का मूल ६ तुल्य मालती को गया। सम्पूर्ण के नवमांश ८ अष्टगुणित ६४ मालती को गया। और दृश्य = २ है, सब का योग = ६ + ६४ + २=७२ ।

अथवा प्रकारान्तर से उत्तर—

यहाँ अलिकुल का प्रमाण=या ।

आधे का मूल= $\sqrt{\frac{\text{या}}{२}}$, मालती को गया ।

सम्पूर्ण के नवमांश अष्टगुणित = $\frac{८\ \text{या}}{९}$, मालती को गया ।

दृश्य दो है ।

सब का योग राशि तुल्य है, अतः समीकरण—

$$\sqrt{\frac{\text{या}}{२}} + \frac{८\ \text{या}}{९} + २ = \text{या},$$

$$\therefore\ \sqrt{\frac{\text{या}}{२}} = \text{या} - \frac{८\ \text{या}}{९} - २,$$

$$\text{वा}\ \sqrt{\frac{\text{या}}{२}} = \frac{\text{या} - १८}{९},$$

$$\therefore \frac{\text{या}}{२} = \frac{\text{या}^{२} - ३६\ \text{या} + ३२४}{८१},$$

$$\therefore\ ८१\ \text{या} = २\ \text{या}^{२} - ७२\ \text{या} + ६४८,$$

$$\therefore - ६४८ = २\ \text{या}^{२} - ७२\ \text{या} - ८१\ \text{या},$$

$$\text{वा} - ६४८ = २\ \text{या}^{२} - १५३\ \text{या},$$

$$\therefore - ६४८ \times ८ = ८\,(\,२\ \text{या}^{२} - १५३\ \text{या}\,),$$

$$\text{वा} - ५१८४ = १६\ \text{या}^{२} - १२२४\ \text{या},$$

$$\therefore\ (\,१५३\,)^{२} - ५१८४ = १६\ \text{या}^{२} - १२२४\ \text{या} + (\,१५३\,)^{२},$$

$$\text{वा}\ २३४०९ - ५१८४ = १६\ \text{या}^{२} - १२२४\ \text{या} + २३४०९,$$

$$\text{वा}\ १८२२५ = १६\ \text{या}^{२} - १२२४\ \text{या} + २३४०९,$$

$$\therefore \pm\sqrt{१८२२५} = \sqrt{१६\ \text{या}^{२} - १२२४\ \text{या} + २३४०९},$$

$$\text{वा} \pm १३५ = ४\ \text{या} - १५३,$$

यदा + १३५ = ४ या − १५३,

तदा १३५ + १५३ = २८८ = ४ या,

∴ या = $\frac{२८८}{४}$ = ७२ = अलिकुल प्रमाण ।

यदा च − १३५ = ४ या − १५३

तदा − १३५ + १५३ = ४ या

∴ १८ = ४ या,

∴ या = $\frac{१८}{४}$ = $\frac{९}{२}$ अतिकुल प्रमाण ॥

उदाहरणम्—

पार्थः कर्णवधाय मार्गणगणं क्रुद्धो रणे संदधे
तस्यार्धेन निवार्य तच्छरगणं मूलैश्चतुर्भिर्हयान् ।
शल्यं षड्भिरथेषुभिस्त्रिभिरपि च्छत्रं ध्वजं कार्मुकं
चिच्छेदास्य शिरः शरेण कति ते यानर्जुनः संदधे ॥२॥

अत्र बाणसंख्या=याव १ । अस्यार्धम् = याव $\frac{१}{२}$ । चतुर्गुणितानि मूलानि या ४ । व्यक्तमार्गणगणः रू = १० । एषामैक्यमस्य याव १ समं कृत्वा लब्धयावत्तावन्मानेन १० उत्थापिता जाता बाणसंख्या = १०० ॥

सु० —अथोदाहरणान्तरं शार्दूलविक्रीडितेन दर्शयति—

पृथायाः कुन्त्या अपत्यं पार्थोऽर्जुनः रणे संग्रामे क्रुद्धः कोपायमानः सन् कर्णवधाय कर्णस्य वधनिमित्ताय मार्गणगणं बाणसमूहं संदधे धृतवान् तस्यार्द्धेन शरसमूहार्द्धेन कर्णस्य शरगणं निवार्य स्वस्य बाणसमूहस्य मूलैश्चतुर्गुणितैरश्वान् चिच्छेद षड्भिः शरैः शल्यं शल्यनामानं सारथिं चिच्छेद ।

तदनन्तरं त्रिभिरिषुभिः शरैः क्रमेण छत्रं ध्वजं कार्मुकं चिच्छेद ।

एकेनावशिष्टेन शरेणास्य कर्णस्य शिरो मस्तकं चिच्छेद एवं सत्यर्जुनः संग्रामे यान्बाणान्संदधे ते कति स्थिता इति ब्रूहि कथयेत्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्र बाणसंख्या याव १, अस्यार्द्धं याव $\frac{१}{२}$, राशिमूलं चतुर्गुणितं या ४, दृश्यं १०, एषां समच्छेदेन योगः

$$\frac{\text{याव १ या ८ रू २०}}{२}$$

अयं राशि याव १ सम इति न्यासः—

$$\begin{cases} \frac{\text{याव १ या ८ रू २०}}{२} \\ \text{याव १ या ० रू ०} \end{cases}$$

पक्षौ समच्छेदीकृत्य च्छेदगमे न्यासः—

{ याव १ या ८ रू २०
{ याव २ या ० रू ०

समशोधनात्पक्षौ—

{ याव १ या ८ रू०
{ याव ० या ० रू २०

अत्राव्यक्तवर्गांकेन रूपेण १ गुणितावविकृतावेव पक्षौ ततोऽव्यक्तांक ८ दल ४ वर्गं १६ पक्षयोः प्रक्षिप्य तन्मूले—

{ या १ रू ४
{ या ० रू ६

पुनरनयोस्साम्यकरणेन लब्धं यावन्मानं १०, अनेन राशिरुत्थापितस्तदा जाता बाणसंख्या १००, अस्यार्द्धं ५० पुनस्तन्मूलं १० चतुर्गुणं ४० दृश्यं च १० एषां ५०।४०।१० योगो राशिः १०० ॥

विमला—कर्ण को मारने के लिये अर्जुन ने जो बाण धारण किये थे, उन के आधे से कर्ण के बाणों को रोका और उन के चतुर्गुणित मूल से उस के घोड़ों को रोका, छै बाण से शल्य नामक सारथि को मारा, तीन बाणों से छत्र, ध्वज और धनुष को काटा, एक बाण से कर्ण का शिर काटा तो बताओ अर्जुन ने कितने बाण धारण किये थे ।

उदाहरण—

यहाँ बाण संख्या $=$ या^{2}, कल्पना किया । इस के आधे $\frac{\text{या}^2}{2}$ से कर्ण के बाण को रोका । इस का मूल चतुर्गुणित $= 4\sqrt{\text{या}^2} = 4$ या, कर्ण के घोड़ो को रोका दृश्य $= 10$, है ।

सब का योग राशि के तुल्य है,

अतः समीकरण—

$$\frac{\text{या}^2}{2} + 4\text{या} + 10 = \text{या}^2,$$

$$\therefore \text{या}^2 + 8\text{या} + 20 = 2\text{या}^2,$$

$$\therefore 20 = 2\text{या}^2 - \text{या}^2 - 8\text{या},$$

$$\text{वा } 20 = \text{या}^2 - 8\text{या},$$

$$\therefore 16 + 20 = \text{या}^2 - 8\text{या} + 16,$$

$$\text{वा } 36 = \text{या}^2 - 8\text{या} + 16,$$

$$\therefore \sqrt{36} = \sqrt{\text{या}^2 - 8\text{ या} + 16},$$

$$\text{वा } 6 = \text{या} - 4$$

$\therefore$ या = १० ।

उत्थापन देने से—

या^{२} = (१०)^{२} = १०० ।

आलाप—इस (१००) के आधे (५०) से कर्ण के बाणों को रोका, और चतुर्गुणित मूल ४×१० = ४० से घोड़ों को रोका । दृश्य=१०, है । सब का योग= ५०+४०+१० = १०० ।

अथवा प्रकारान्तर से उत्तर—

यहां बाणों की संख्या = या । इस के आधे $\frac{\text{या}}{२}$ से कर्ण के बाणों को रोका । मूल चतुर्गुणित से (४$\sqrt{\text{या}}$) उस के घोड़ो को रोका दृश्य = १० है ।

अतः समीकरण—

$\frac{\text{या}}{२}$ + ४$\sqrt{\text{या}}$ + १० = या,

$\therefore$ ४$\sqrt{\text{या}}$ = या − $\frac{\text{या}}{२}$ − १०,

वा ४$\sqrt{\text{या}}$ = $\frac{\text{या}}{२}$ − १० = $\frac{\text{या} - २०}{२}$,

$\therefore$ ८$\sqrt{\text{या}}$ = या − २०,

$\therefore$ (८$\sqrt{\text{या}}$)^{२} = (या − २०)^{२},

वा ६४ या = या^{२} − ४० या + ४००,

$\therefore$ −४०० = या^{२} − ४० या − ६४ या,

वा −४०० = या^{२} − १०४ या,

$\therefore$ (५२)^{२} − ४०० = या^{२} − १०४ या + (५२)^{२},

$\therefore$ २७०४ − ४०० = या^{२} − १०४ या + २७०४,

$\therefore$ २३०४ = या^{२} − १०४ या + २७०४,

$\therefore$ ±$\sqrt{२३०४}$ = $\sqrt{\text{या}^{२} - १०४ \text{ या} + २७०४}$,

वा ±४८ = या − ५२,

$\therefore$ या = ५२ + ४८ = १००,

वा या = ५२ − ४८ = ४,

यहां दृश्य १० से अल्प होने के कारण दूसरा मान ठीक नहीं है,

उदाहरणम्—

व्येकस्य गच्छस्य दलं किलादिरादेर्दलं तत्प्रचयः फलं च ।
चयादिगच्छाभिहतिः स्वसप्तभागाधिका ब्रूहि चयादिगच्छान् ॥३॥

अत्र गच्छः = या ४ रू १ । आदिः = या २ । प्रचयः = या १ । एषां घातः स्वसप्तभागाधिकः = याघ $\frac{64}{7}$ याव $\frac{16}{7}$ । फलमिदं "व्येकपदघ्नचय" इति श्रेढीगणितस्यास्य याघ ८ याव १० या २ सममिति पक्षौ यावत्तावताऽपवर्त्य समच्छेदीकृत्य छेदगमे शोधने च कृते जातौ पक्षौ—

$$\begin{cases}\text{याव ८ या ५४ रू० }\\ \text{याव ० या ० रू १४ ।}\end{cases}$$

एतयोरष्टगुणयोः सप्तविंशतिवर्ग-७२९ युतयोर्मूले

$$\begin{cases}\text{या ८ रू २̇७ ।}\\ \text{या ० रू २९ ।}\end{cases}$$

पुनरयो समीकरणेनाप्तयावत्तावन्मानेन ७ उत्थापिता आद्युत्तरगच्छाः = १४, ७, २९ ॥

सु०—अथोदाहरणान्तरमुपजातिकयाह—

व्येकस्य एकरहितस्य गच्छस्य दलमर्द्धं आदिः, आदेर्दलं चयः, चयादिगच्छाभिहतिः स्वसप्तभागाधिका यत्र फलमस्ति तत्र चयादिगच्छान् ब्रूहि ।

उदाहरणम्—

अत्र गच्छमानं या १ ।

अस्य निरेकस्यार्द्धं आदिः $= \dfrac{\text{या १ रू १̇}}{\text{२}}$,

आदेरर्द्धं चयः $= \dfrac{\text{या १ रू १̇}}{\text{४}}$,

अथ फलानयनं "व्येकपदघ्नचयो मुखयुक् स्यादित्यादिना" तद्यथा व्येकपदेन या१ रू१̇ चयो गुणितः ।

$$\dfrac{\text{याव १ या २̇ रू १}}{\text{४}}$$

$$\text{मुख} = \dfrac{\text{या १ रू १̇}}{\text{२}},$$

$$\text{युक्तोऽन्त्यधनम्} = \dfrac{\text{याव १ या० रू १̇}}{\text{४}} ।$$

पुनरिदं मुखयुक्तं दलितं मध्यधनम् $= \dfrac{\text{याव १ या २ रू ३̇}}{\text{८}}$,

इदं गच्छ या १ गुणितं श्रेढीफलम् $= \dfrac{\text{याघ १ याव २ या ३̇}}{\text{८}}$

अथ चयादिगच्छानां घातः $\dfrac{\text{याव ८ याव २̇ या १}}{\text{८}}$ स्वसप्तमांशेन

$\frac{\text{याघ १ याव २̇ या१}}{\text{५६}}$

समच्छेदेन युक्तः अष्टापवर्त्तितः $= \frac{\text{याघ १ याव २̇ या १}}{\text{७}}$,

एतौ समाविति न्यासः—

$\begin{cases} \frac{\text{याघ १ याव २ या ३̇}}{\text{८}} \\ \frac{\text{याघ १ याव २̇ या १}}{\text{७}} \end{cases}$

एतौ पक्षौ समच्छेदीकृत्यच्छेदगमे न्यासः—

$\begin{cases} \text{याघ ७ याव १४ या २१̇} \\ \text{याघ ८ याव १६̇ या ८} \end{cases}$

एतौ यावत्तावताऽपवर्त्य ततस्संशोध्य पक्षौ—

$\begin{cases} \text{याव ० या ० रू २१̇} \\ \text{याव १ या ३̇० रू ०} \end{cases}$

अनयोः पंचदशवर्गं २२५ प्रक्षिप्य मूले—

$\begin{cases} \text{या ० रू १४} \\ \text{या १ रू १५} \end{cases}$

पुनरनयोस्समीकरणाल्लब्धं यावन्मानम् २६ ।

अनेन पूर्वलिखिता उत्थापिता जाता गच्छ २६ आदि १४ चयाः ७ ।

अत्राचार्येण लाघवार्थं रूपाधिकं यावच्चतुष्टयं गच्छः कल्पितः या ४ रू १ ।

उक्तरीत्या आदिः या२, चयः या१, एषां घातः याघ८याव२ स्वसप्तभागाधिकः

$\frac{\text{याघ ६४ याव १६}}{\text{७}}$, इदं फलसमम् ।

अथ व्येकपदेन या ४ चयो या२ गुणितः याव४ मुखयुक् अन्त्यधनं याव४या२ ।

पुनर्मुखयुक् दलितं मध्यधनं याव२या२ ।

इदं पद या४रू१ गुणितं श्रेढीफलम् याघ८याव१०या२ ।

पूर्वफलेन सममिति न्यासः—

$\begin{cases} \frac{\text{याघ ६४ याव १६ या ०}}{\text{७}} \\ \text{याघ ८ याव १० या २} \end{cases}$

एतौ यावत्तावत्ताऽपवर्त्य ततः समच्छेदीकृत्य च्छेदगमे न्यासः—

$\begin{cases} \text{याव ६४ या १६ रू ०} \\ \text{याव ५६ या ७० रू १४} \end{cases}$

समशोधनात्पक्षौ—

$$\begin{cases} \text{याव } 8 \text{ या } \dot{5}\dot{4} \text{ रू } 0 \\ \text{याव } 0 \text{ या } 0 \text{ रू } 14 \end{cases}$$

एतावद्भिस्संगुण्य सप्तविंशतिवर्गं प्रक्षिप्य मूले—

$$\begin{cases} \text{या } 8 \text{ रू } \dot{2}\dot{7} \\ \text{या } 0 \text{ रू } 29 \end{cases}$$

पुनरनयोस्समीकरणाल्लब्धं यावन्मानं ७।

अनेनोत्थापिता आद्युत्तरगच्छाः १४।७।२९।

अत्र गच्छस्य २९ व्येकस्य २८ दलमादिः १४, अस्य दलं चयः ७, चयादिगच्छघातः २८४२ स्वसप्तभागेन ४०६ युक्तः फलम्, ३२४८ ॥

अथव्येकपद २८ घ्नचयः १९६ मुख १४ युक्तोऽन्त्यधनं २१०, इदं मुखयुग्दलितं मध्यधनं ११२ इदं पद २९ गुणितं तदेव फलं ३२४८ तुल्यमेव ॥

विमला०—जिस उदाहरण में एकोनगच्छ का आधा आदि, आदि का आधा चय और अपने सातवें भाग से अधिक चय, आदि, गच्छ इन तीनों का घात फल है, तो बताओ चय, आदि, गच्छ क्या होगा ?

उदाहरण—

यहाँ गच्छ का प्रमाण = या, कल्पना किया।

एक ऊन इस का आधा आदि $= \frac{\text{या} - 1}{2}$,

आदि का आधा चय $= \frac{\text{या} - 1}{4}$,

चय, आदि, गच्छ इन तीनों के घात $= \frac{\text{या} - 1}{4} \times \frac{\text{या}^2 - \text{या}}{2} =$

$$\frac{\text{या}^3 - \text{या}^2 - \text{या}^2 + \text{या}}{8} =$$

$$\frac{\text{या}^3 - 2\text{या}^2 + \text{या}}{8},$$

इस में स्वसप्तमांश जोड़ने से फल—

$$\frac{\text{या}^3 - 2\,\text{या}^2 + \text{या}}{8} + \frac{\text{या}^3 - 2\,\text{या}^2 + \text{या}}{8 \times 7} =$$

$$\frac{7\,\text{या}^3 - 14\,\text{या}^2 + 7\text{या}}{56} + \frac{\text{या}^3 - 2\text{या}^2 + \text{या}}{56} =$$

$$\frac{8\,\text{या}^3 - 16\,\text{या}^2 + 8\text{या}}{56} = \frac{\text{या}^3 - 2\text{या}^2 + \text{या}}{7}।$$

अब "व्येकपदघ्नचयो मुखयुक् स्यात्" इत्यादि पाटीगणितोक्त प्रकार से फल लाते हैं,

जैसे—एकोन गच्छ से चय को गुणा कर आदि जोड़ने से—

$$\text{अन्त्य धन} = (\text{या} - १) \times \frac{\text{या} - १}{४} + \frac{\text{या} - १}{२} =$$

$$\frac{\text{या}^२ - २\,\text{या} + १}{४} + \frac{\text{या} - १}{२} = \frac{\text{या}^२ - २\,\text{या} + १}{४} + \frac{२\text{या} - २}{४} = \frac{\text{या}^२ - १}{४}$$

इस में आदि जोड़ कर आधा करने से—

$$\text{मध्य धन} = \frac{\frac{\text{या}^२ - १}{४} + \frac{\text{या} - १}{२}}{२} =$$

$$\frac{\frac{\text{या}^२ - १}{४} + \frac{२\,\text{या} - २}{४}}{२} =$$

$$\frac{\text{या}^२ + २\,\text{या} - ३}{८},$$

$$\text{इस को गच्छ से गुणने से सर्वधन} = \frac{\text{या}^२ + २\,\text{या} - ३}{८} \times \text{या} =$$

$$\frac{\text{या}^३ + २\,\text{या}^२ - ३\text{या}}{८} = \text{फल}।$$

यह पूर्वानीत फल के बराबर है। अतः समीकरण—

$$\frac{\text{या}^३ - २\,\text{या}^२ + \text{या}}{७} = \frac{\text{या}^३ + २\,\text{या}^२ - ३\text{या}}{८},$$

$$\therefore ८\,\text{या}^३ - १६\,\text{या}^२ + ८\,\text{या} = ७\,\text{या}^३ + १४\,\text{या}^२ - २१\,\text{या},$$

$$\therefore \frac{८\,\text{या}^३ - १६\,\text{या}^२ + ८\,\text{या}}{\text{या}} = \frac{७\,\text{या}^३ + १४\,\text{या}^२ - २१\,\text{या}}{\text{या}},$$

$$\therefore ८\,\text{या}^२ - १६\,\text{या} + ८ = ७\,\text{या}^२ + १४\,\text{या} - २१,$$

$$\therefore (८\,\text{या}^२ - १६\,\text{या}) - (७\,\text{या}^२ + १४\,\text{या}) = -२१ - ८$$

$$\text{वा}\ \text{या}^२ - ३०\,\text{या} = -२९,$$

$$\therefore \text{या}^२ - ३०\,\text{या} + २२५ = २२५ - २९,$$

$$\text{वा}\ \text{या}^२ - ३०\,\text{या} + २२५ = १९६,$$

$$\therefore \sqrt{\text{या}^२ - ३०\,\text{या} + २२५} = \pm\sqrt{१९६},$$

$$\text{वा}\ \text{या} - १५ = \pm १४,$$

$$\text{यदा}\ \text{या} - १५ = १४,\ \text{तदा}—$$

$$\text{या} = १४ + १५ = २९,$$

यदा च या − १५ = − १४ तदा

या = १५ − १४ = १, परन्तु यह ठीक नहीं है)

यहां यावत्तावत् का मान गच्छ = २६ हुआ, इस से उत्थापन देने से—

$$\text{आदि} = \frac{\text{या} - १}{२} = \frac{२९ - १}{२} = १४ ।$$

$$\text{चय} = \frac{\text{या} - १}{४} = \frac{२६ - १}{४} = ७ ।$$

आलाप—गच्छ २६ में एक घटा कर आधा करने से आदि = १४, आदि का आधा = ७ चय हुआ। चय, आदि, गच्छ इन तीनों के घात में अपने सप्तमांश जोड़ने से फल $= २६ \times १४ \times ७ + \frac{२६ \times १४ \times ७}{७} = २६ \times ६८ + \frac{२६ \times ६८}{७} = २८४२ + \frac{२८४२}{७} = २८४२ + ४०६ = ३२४८$, यह श्रेढ़ी फल के समान है।

यथा गच्छ में एक घटा कर शेष को चय से गुणा कर आदि जोड़ने से

अन्त्यधन = (२६ − १) (७) + १४ = २८ × ७ + १४ =

१९६ + १४ = २१० ।

इस में मुख जोड़ कर आधा किया तो मध्य धन $= \frac{२१० + १४}{२} = ११२$ ।

इस को गच्छ ७ से गुणा करने से सर्वधन = २६ × ११२ = ३२४८ ।

अथवा द्वितीय प्रकार से उत्तर—

यहां गच्छ का प्रमाण = ४या + १,

एकोनगच्छ का आधा आदि = २ या,

आदिका आधा चय = या,

तीनों के घात में अपना सप्तमांश युत करने से फल =

$$(४\text{या} + १) \times २\text{या} \times \text{या} + \frac{(४\text{या} + १) \times २\text{या} \times \text{या}}{७} =$$

$$(४\text{या} + १) \times २\text{या}^२ + \frac{(४\text{या} + १) \times २\text{या}^२}{७} =$$

$$८\,\text{या}^३ + २\,\text{या}^२ + \frac{८\text{या}^३ + २\text{या}^२}{७} =$$

$$\frac{५६\,\text{या}^३ + १४\,\text{या}^२ + ८\,\text{या}^३ + २\,\text{या}^२}{७} =$$

$$\frac{६४\text{या}^३ + १६\text{या}^२}{७},$$

अब "व्येकपदघ्नचयो मुखयुक् स्यात्" इत्यादि प्रकार से फल लाते है ।

अन्त्य धन $= [(४ या + १) - १] \times या + २या = ४या^२ + २या$ ।

मध्य धन $= \frac{४या^२ + २या + २या}{२} = \frac{४या^२ + ४या}{२} = २या^२ + २या$ ।

सर्वधन $= (४या + १) \times (२या^२ + २या) =$

$८ या^३ + २ या^२ + ८ या^२ + २ या =$

$८या^३ + १० या^२ + २ या$ ।

अतः समीकरण—

$$\frac{६४ या^३ + १६या^२}{७} = ८ या^३ + १०या^२ + २या,$$

$$\therefore ६४ या^३ + १६ या^२ = ५६ या^३ + ७० या^२ + १४ या,$$

$$\therefore \frac{६४ या^३ + १६ या^२}{या} = \frac{५६या^३ + ७०या^२ + १४या}{या},$$

$$\therefore ६४ या^२ + १६ या = ५६ या^२ + ७० या + १४,$$

$$\therefore (६४ या^२ + १६ या) - (५६ या^२ + ७० या) = १४,$$

$$वा\ ८ या^२ - ५४ या = १४,$$

$$\therefore ८ (८ या^२ - ५४ या) = १४ \times ८,$$

$$वा\ ६४ या^२ - ४३२ या = ११२,$$

$$\therefore ६४ या^२ - ४३२या + (२७)^२ = (२७)^२ + ११२,$$

$$(वा\ ६४ या^२ - ४३२ या + ७२९ = ७२९ + ११२ = ८४१,$$

$\therefore \sqrt{६४या^२ - ४३२या + ७२९} = \pm\sqrt{८४१},$ परञ्च धन ही ग्रहण किये

$$\therefore ८ या - २७ = २९,$$

$$\therefore या = \frac{२९ + २७}{८} = \frac{५६}{८} = ७ ।$$

उत्थापन देने से चय $=$ या $= ७$

आदि $= २$ या $= १४,$

गच्छ $= ४$ या $+ १ = ४ \times ७ + १ = २९$ ॥

उदाहरणम्—

कः खेन विहृतो राशिराद्ययुक्तो नवोनितः ।
वर्गितः स्वपदेनाढ्यः खगुणो नवतिर्भवेत् ॥ ४ ॥

अत्र राशिः=या १ । अयं खहृतः या $\frac{१}{०}$। अस्य खहरत्वं कल्पितमेव । आद्येन या १ युक्तो जातः या २ । नवोनितः=या २ रू ९ । वर्गितः याव ४ या ३६ रू ८१ । स्वपदेन या २ रू ९ युतो याव ४ या ३४ रू ७२ । अयं

शून्यगुणो नवति सम इति शून्येन गुणने प्राप्ते "शून्ये गुणके जाते खं हारश्चेत्" इति पूर्वं शून्यो हर इदानीं गुणस्तस्मादुभयोर्गुणहरयोर्नाशः।

एवं पक्षौ { याव ४ या ३४ रू ७२। याव ० या ० रू ६०।

समशोधनात् पक्षशेषे- { याव ४ या ३४ रू ०। याव ० या ० रू १८।

एतौ पक्षौ षोडशभिः संगुण्य चतुस्त्रिंशद्वर्गतुल्यानि रूपाणि प्रक्षिप्य मूले गृहीत्वा पक्षयोः शोधनार्थं

न्यासः—

{ या ८ रू ३४ या० रू ३८।

उक्तवज्जातो राशिः = ६।

अत्र "वाऽऽद्ययुक्तोऽथवोनित" इति पाठे राशिः = या १। खहृतः = $\frac{\text{या १}}{0}$। आद्येन या १ युक्तोनीकरणाय खहरत्वात् समच्छेदीकरणेन शून्येनैव युक्तोनितः स एव $\frac{\text{या १}}{0}$। वर्गितः $\frac{\text{याव १}}{0}$। स्वपदेनाढ्यः =

$$\frac{\text{याव १ या १}}{0}।$$

अयं खगुणः पूर्वं खहरत्वाद्गुणहरयोर्नाशे कृते जातः=याव १ या १। अयं नवतिसम इति समशोधनार्थं

न्यासः— { याव १ या १ रू ०। याव ० या ० रू ९०।

समशोधने कृते पक्षाविमौ चतुर्भिः संगुण्य एकं क्षिप्त्वा मूले

{ या २ रू १। या ० रू १९।

अत्र-समशोधनाज्जातः प्राग्वद्राशिः = ९॥

सु०—अथोदाहरणान्तरमनुष्टुभा दर्शयति—

को राशिः खेन विहृतः कोट्या युक्तोऽथवा कोट्योनितः वर्गितः स्वपदेन युक्तः खगुणः सन् नवतिर्भवति।

उदाहरणम्—

अत्र राशिः या अयं खहृतः $\frac{\text{या १}}{0}$,

शेषविधौ कर्तव्ये खगुणश्चिन्त्य इति $\frac{\text{या १}}{0}$,

कोटया १०००००००० समच्छेदेन युक्तो रहितो वा यथास्थित एव वर्गितः

$$= \frac{\text{याव } 1}{0}$$

$$\text{स्वपदेनानेन} = \frac{\text{या } 1}{0} \text{ युक्तः}$$

$$= \frac{\text{याव } 1 \text{ या } 1}{0}$$

अयं खगुणो गुणहरयोस्तुल्यत्वान्नाशे कृते जातः = याव १ या १,

अयं नवतिसम इतिन्यासः—

$$\begin{cases} \text{याव } 1 \text{ या } 1 \text{ रू } 0 \\ \text{याव } 0 \text{ या } 0 \text{ रू } 90 \end{cases}$$

पक्षौ चतुर्भिस्संगुण्य रूपं प्रक्षिप्य मूले—

$$\begin{cases} \text{या } 0 \text{ रू } 19 \\ \text{या } 2 \text{ रू } 1 \end{cases}$$

अनयोस्समीकरणेनाप्तं यावन्मानं ९ अयमेवराशिः ॥

विमला—कौन ऐसी राशि है जिस को शून्य से भाग देकर जो फल मिले उस को उसी राशि में जोड़ कर जो फल मिले उस में नव घटा कर वर्ग करना, फिर उस वर्ग में उस का मूल जोड़ देना उस को शून्य से गुणा करने से नब्बे हो जाता है।

उदाहरण—

यहां राशि = या, कल्पना किया। इस में शून्य का भाग दिया तो $\frac{\text{या}}{0}$ हुआ।

आगे क्रिया करनी है अतः शून्य हर कल्पना मात्र किया, उस में आदि को जोड़ा तो या + या = २ या हुआ, इस में नव घटाने से २या−९ हुआ। इस का वर्ग कर के अपने मूल से युत किया तो—

$$(2\text{ या} - 9)^2 + (2\text{ या} - 9) =$$

$$4\text{ या}^2 - 36\text{या} + 81 + 2\text{या} - 9 =$$

$$4\text{ या}^2 - 34\text{ या} + 72 \text{ हुआ।}$$

इस को शून्य से गुणा करना है, पूर्व में शून्य का भाग दिया था, अतः गुण, हर को तुल्यता के कारण नाश करने से यह ($4\text{ या}^2 - 34\text{ या} + 72$) नब्बे के समान हुआ।

अतः समीकरण—

$$4\text{ या}^2 - 34\text{ या} + 72 = 90$$

$$\therefore 4\text{ या}^2 - 34\text{या} = 90 - 72 = 18,$$

$\therefore$ ४ (४ या^{२} − ३४ या) = ४ × १८,

$\therefore$ १६ या^{२} − १३६ या = ७२,

$\therefore$ १६ या^{२} − १३६ या + २८९ = २८९ + ७२,

वा १६ या^{२} − १३६ या + २८९ = ३६१,

$\therefore$ $\sqrt{\text{१६ या}^{२} - \text{१३६ या} + \text{२८९}} = \sqrt{\text{३६१}}$,

वा ४या − १७ = १९,

$\therefore$ ४ या = १७ + १९ = ३६,

$\therefore$ या = $\frac{\text{३६}}{\text{४}}$ = ९ ।

जब —

कः खेन विहृतो राशिर्वाऽऽद्ययुक्तोऽथवोनितः ।
वर्गितः स्वपदेनाढ्यः खगुणो नवतिर्भवेत् ॥

ऐसा पद्य हो वहां के लिये गणित को कहते हैं ।

जैसे राशि = या, इस में शून्य का भाग देने से = $\frac{\text{या}}{०}$ हुआ, इस में आद्य (या) को समच्छेद कर के जोड़ने या घटाने से शेष = $\frac{\text{या}}{०}$ यही रहेगा ।

इस का वर्ग कर के अपने मूल से युक्त किया तो = $\frac{\text{या}^{२}}{०} + \frac{\text{या}}{०} = \frac{\text{या}^{२} + \text{या}}{०}$ हुआ ।

इस में शून्य से गुणा किया तो या^{२} + या, हुआ ।

यह नब्बे के बराबर है, अतः समीकरण—

या^{२} + या = ९०,

$\therefore$ ४ या^{२} × ४ या + १ = ४ × ९० + १ = ३६१,

$\therefore$ $\sqrt{\text{४या}^{२} + \text{४या} + \text{१}} = \sqrt{\text{३६१}}$,

वा २ या + १ = १९,

$\therefore$ या = $\frac{\text{१८}}{\text{२}}$ = ९ ।

यदि—

कः खेन विहृतो राशिः कोट्या युक्तोऽथवोनितः ।
वर्गितः स्वपदेनाढ्यः खगुणो नवतिर्भवेत् ॥

ऐसा पद्य माने तो वहां के लिये गणित—

यथा राशि = या, इस में शून्य का भाग दिया तो $\frac{\text{या}}{०}$ हुआ । इस में सम-

च्छेद कर के कोटिमित संख्या (१००००००००) जोड़ने या घटाने से राशि ज्यों-की त्यों रही $\frac{\text{या}}{0}$,

इस के वर्ग को अपने मूल से युत कियो तो $\frac{\text{या}^{2} + \text{या}}{0}$,

इस को शून्य से गुणा किया तो (या^{2} + या) हुआ।

यह ६० के बरा बर है, अतः समीकरण कर के पूर्वत् राशि = ६ ।

उदाहरणम्—

कः स्वार्धसहितो राशिः खगुणो वर्गितो युतः ।
स्वपदाभ्यां खभक्तश्च जाताः पञ्चदशोच्यताम् ॥ ५ ॥

अत्र राशिः = या १ । अयं स्वार्धयुतः = या $\frac{3}{2}$ । खगुणः खं न कार्यः किन्तु खगुण एव चिन्त्यः शेषविधौ कर्त्तव्ये या $\frac{3}{2}$ । वर्गितः = याव $\frac{9}{4}$ । स्वपदाभ्यां या३ युतो जातः = $\frac{\text{याव ९ या १२}}{४}$ । अयं खभक्तः । अत्रापि प्राग्वद्गुणहरयोस्तुल्यत्वान्नाशे कृतेऽविकृतो राशिः । तच्च पञ्चदशसमं कृत्वा समच्छेदीकृत्य छेदगमे शोधनाज्जातौ पक्षौ—

$$\begin{cases} \text{याव ९ या १२ रू ० ।} \\ \text{याव ० या ० रू ६० ।} \end{cases}$$

एतौ चतुर्युतौ कृत्वा मूले गृहीत्वा पुनः समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानम = २ ।

तथा चास्मत्पाटीगणिते—

"खहरः स्यात् खगुणः खं खगुणश्चिन्त्यश्च शेषविधौ ।
शून्ये गुणके जाते खं हारश्चेत् पुनस्तदा राशिः ॥
अविकृत एव विचिन्त्यः सर्वत्रैवं विपश्चिद्भिः ।"

सु०—अथान्योदाहरणमनुष्टुभाऽऽह—

स्पष्टमेतत् ।

उदाहरणम्—

अत्र राशिः या १ अयं स्वार्द्धसहितः $\frac{\text{या ३}}{२}$, अयं खगुण इति चिन्त्यमेव वर्गितः $\frac{\text{याव ९}}{४}$,

स्वपदेन द्विगुणेन या ३ युतः $\frac{\text{याव ९ या १२}}{४}$,

अयं खभक्तः अत्रापि शून्यमितयोर्गुणहरयोर्नाशेऽविकृत एव राशिः
अयं पञ्चदश सम इति न्यासः—

$$\left\{\begin{matrix} \frac{\text{याव } ९ \text{ या } १२ \text{ रू}०}{४} \\ \text{याव}० \text{ या}० \text{ रू } १५ \end{matrix}\right.$$

पक्षौ समच्छेदीकृत्यच्छेदगमे न्यासः—

$$\left\{\begin{matrix} \text{याव } ९ \text{ या } १२ \text{ रू}० \\ \text{याव } ० \text{ या}० \text{ रू } ६० \end{matrix}\right.$$

एतौ चतुर्भिस्संगुण्य षोडशरूपाणि प्रक्षिप्य तयोर्मूले अतस्समशोधनाल्लब्धं २ । अयमेवराशिः ।

विमला०—कौन ऐसी राशि है, जिस में अपना आधा जोड़ कर शून्य से गुण देते हैं, फिर उस के वर्ग में उस का दूना मूल जोड़ कर शून्य का भाग देते हैं तो पन्द्रह होता है ।

उदाहरण—

यहां राशि = या, कल्पना किया ।

इस में अपना आधा युक्त किया तो $\text{या} + \frac{\text{या}}{२} = \frac{३ \text{ या}}{२}$ हुआ ।

इस को शून्य से गुणा करना है अतः "खगुणश्चिन्त्यश्च शेषविधौ" इस के अनुसार शून्य गुणन का चिन्तन मात्र किया, अतः $\frac{३ \text{ या}}{२}$, इतना हुआ ।

इस के वर्ग में इस का द्विगुणित मूल जोड़ने से—

$$\left(\frac{३ \text{ या}}{२}\right)^२ + २\left(\frac{३ \text{ या}}{२}\right) = \frac{९ \text{ या}^२}{४} + \frac{६ \text{ या}}{२} = \frac{९ \text{ या}^२ + १२ \text{ या}}{४},$$

इस में शून्य का भाग देना है, पहले शून्य से गुणा है, अतः तुल्य गुण, हार को नाश करने से पूर्व तुल्य ही रहा ।

यह पन्द्रह के बराबर है,

अतः समीकरण—

$$\frac{९ \text{ या}^२ + १२ \text{ या}}{४} = १५,$$

$$९ \text{ या}^२ + १२ \text{ या} = ६०,$$

$$\therefore ९\text{या}^२ + १२ \text{ या} + ४ = ६४,$$

$$\therefore \sqrt{९ \text{ या}^२ + १२ \text{ या} + ४} = \sqrt{६४},$$

$$\text{वा } ३ \text{ या} + २ = ८,$$

$$\therefore \text{या} = \frac{८ - २}{३} = \frac{६}{३} = २ ।$$

आलाप—राशि = २, इस में अपना आधा युक्त किया तो ३ हुआ। इस के वर्ग में मूल के दूना युत किया तो ६ + ६ = १५ हुआ ॥

उदाहरणम्—

राशिर्द्वादशनिघ्नो राशिघनाढ्यश्च कः समो यः स्यात्।
राशिकृतिः षड्गुणिता पञ्चत्रिंशद्युता विद्वन् ॥ ६ ॥

अत्र राशिः = या १। अयं द्वादशगुणितो राशिघनाढ्यश्च = याघ १ या १२। अयं याव ६ रू ३५ अननेन सम इति शोधने कृते जातमाद्यपक्षे याघ १ याव ६ं या १२। अन्यपक्षे रू ३५। अनयोर्ऋणरूपाष्टकं प्रक्षिप्य

घनमूले { या १ रू २ं। / या ० रू ३।

पुनरनयोः समीकरणेन जातो राशिः = ५ ॥

सु०—अथान्यदुदाहरणमार्यया दर्शयति—

भो विद्वन् को राशिर्द्वादशगुणः राशिघनेन युक्तस्तदा राशिकृतिः षड्गुणिता पञ्चत्रिंशद्युता तत्समा भवति।

उदाहरणम्—

अत्र राशिः या १ अयं द्वादशगुणितः या १२ राशिघनेन युतः याघ १ या १२

अथ राशिकृतिः याव १ षड्गुणिता याव ६ पञ्चत्रिंशद्युता याव ६ रू ३५

इयं पूर्वानीतसमेति पक्षयोर्न्यासः—

{ याघ १ याव ० या १२ रू०
{ याघ० याव ६ या० रू० ३५

समशोधने कृते पक्षौ—

{ याघ १ याव ६ं या १२ रू०
{ याघ ० याव ० या० रू ३५

पक्षयोरूपाष्टकं विशोध्य न्यासः—

{ याघ १ याव ६ं या १२ रू ८
{ याघ० याव० या० रू २७

अनयोर्घनमूले गृहीते तद्यथा पूर्वपक्षे प्रथमखण्डस्य घनमूलं या १

अस्य कृत्या याव १ त्रिगुणितया याव ३ तदाद्यं याव ६ं विभजेत् फलं रू २ं तत्कृतिं रू ४ अन्त्य या १ निघ्नीं या ४ त्रिघ्नीं या १२ तदाद्यात्यजेत् पुनर्लब्ध रू २ं घनं रू ८ तदाद्यात्त्यक्तं एवं निःशेषता जाता अतो घनमूलमिदं या १ रू २ं,

द्वितीयपक्षघनमूलं रू ३ अनयोर्न्यासः—

{ या १ रू २ं
{ या ० रू ३

अतः समीकरणाल्लब्धं यावन्मानं ५,

अयं द्वादशगुणितः ६० राशिघनेन १२५ युतः १८५।

अथ राशिकृतिः २५ षड्गुणिता १५० पंचत्रिंशद्युता १८५ तत्समैव ॥

विमला०—वह कौन सी राशि है, जिस को बारह से गुणा कर गुणन फल में राशि घन जोड़ देते हैं तो पैंतीस से युक्त छै गुणा राशि के वर्ग के समान होता है।

उदाहरण—

राशि = या, कल्पना किया।

इस को बारह गुणा कर राशि का घन जोड़ा तो $या^3 + १२ या$, हुआ।

यह पैंतीस से युक्त छै गुणित राशि के वर्ग $६ या^2 + ३५$ के समान है।

अतः समीकरण—

$या^3 + १२ या = ६ या^2 + ३५,$

$\therefore या^3 - ६ या^2 + १२ या = ३५$

$\therefore या^3 - ६ या^2 + १२ या - ८ = ३५ - ८ = २७,$

$\therefore \sqrt[3]{या^3 - ६ या^2 + १२ या - ८} = \sqrt[3]{२७}$

$\therefore या - २ = ३,$

$\therefore या = २ + ३ = ५$ ।

आलाप—राशि ५ को बारह से गुणा किया तो ६० हुआ। इस में राशि का घन १२५ जोड़ा तो १८५ हुआ। यह पैंतीस युक्त षड्गुणित राशि के वर्ग=

$६ \times (५)^2 + ३५ = १५० + ३५ = १८५$, के समान है।

उदाहरणम्—

को राशिर्द्विशतीक्षुण्णो राशिवर्गयुतो हतः।
द्वाभ्यां तेनोनितो राशिवर्गवर्गोऽयुतं भवेत् ॥
रूपोनं वद तं राशिं वेत्सि बीजक्रियां यदि ॥ ७ ॥

अत्र राशिः = या १। द्विशतीक्षुण्णः = या २००। राशिवर्गयुतो जातः = याव १ या २००। अयं द्वाभ्यां गुणितः = याव २ या ४००। अनेनायं यावव १ राशिवर्गवर्ग ऊनितो जातः = यावव १ याव २ या ४००। अयं रूपोनायुतसम इति समशोधने कृते जातौ पक्षौ—

यावव १ याव २ या ४०० रू० ।
यावव ० याव ० या ० रू ९९९९ ।

अत्राद्यपक्षे किल यावत्तावच्चतुःशतीं रूपाधिकां प्रक्षिप्य मूलं लभ्यते परं तावति क्षिप्ते नान्यपक्षस्य मूलमस्ति एवं क्रिया न निर्वहत्यतोऽत्र स्वबुद्धिः। इह पक्षयोर्यावत्तावद्वर्गचतुष्टयं यावत्तावच्चतुःशतीं रूपं च प्रक्षिप्य मूले—

याव १ या ० रू १ ।
याव ० या २ रू १०० ।

पुनरनयोः समीकरणेन प्राग्वल्लब्धं यावत्तावन्मानम् ११। इत्यादि बुद्धिमता ज्ञेयम् ॥

सु०—अथान्योदाहरणं सार्द्धानुष्टुभा॥९—

स्पष्टम्।

उदाहरणम्—

अत्र राशिः या१, अयं द्विशतीगुणः या २००,

राशिवर्गयुतः याव१या २००, द्विगुणः याव२या ४००,

अनेनोनितो राशिवर्गवर्गो जातः यावव१याव २ या ४००,

अयं रूपोनायुतसम इति न्यासः—

{ यावव१याव२या४००
{ यावव०याव०रू९९९९

संशोधने पक्षौ यथास्थितौ—

ततः पक्षयोर्यावद्वर्गचतुष्टययावच्चतुःशतीं रूपाधिकां याव४या४००रू१ प्रक्षिप्य न्यासः—

{ यावव १ याव २ या० रू १
{ यावव०याव४या४००रू१००००

अनयोर्मूले—

{ याव १ रू १
{ या२ रू१००

पुनरनयोः समशोधनात्पक्षौ—

{ याव१याव२
{ याव०रू९९

अनयोरूपमेकं प्रक्षिप्य न्यासः—

{ याव१या २ रू १
{ याव०या०रू१००

अनयोर्मूले—

{ या १ रू१
{ या०रू१०

पुनरनयोस्समीकरणेन लब्धं यावन्मानं ११।

आलापो-यथा राशिः ११ द्विशती गुणितः २२०० राशिवर्गः १२१युतः २३२१ द्वाभ्यां हतः ४६४२ अनेन राशिवर्ग १२१ वर्गो १४६४१ रहितः ९९९९ इति जातं रूपोनमयुतमिति ॥

विमला०—कौन ऐसी राशि है, जिस को दो सौ से गुणने से जो गुणन फल हो उस में राशि का वर्ग जोड़ कर फिर उस को दो से गुणा कर गुणन फल को राशि के वर्ग वर्ग में घटा देने से शेष एकोन अयुत के समान होता है।

उदाहरणम्—

राशि = या कल्पना किया । इस को दो सौ से गुणा कर राशि वर्ग जोड़ दिया या^{2} + २०० या हुआ । इस को दो से गुणा कर राशि के वर्ग वर्ग में घटाया तो—

या^{4} − २ (या^{2} + २०० या) =

या^{4} − २ या^{2} − ४०० या,

यह एकोन अयुत के समान है,

अतः समीकरण—

या^{4} − २ या^{2} − ४०० या = ९९९९,

∴ या^{4} − २ या^{2} − ४०० या + ४ या^{2} = ४ या^{2} + ९९९९,

वा या^{4} + २ या^{2} − ४०० या = ४ या^{2} + ९९९९,

∴ या^{4} + २ या^{2} = ४ या^{2} + ४०० या + ९९९९,

∴ या^{4} + २ या^{2} + १ = ४ या^{2} + ४०० या + १००००,

∴ $\sqrt{\text{या}^4 + २ \text{ या}^2 + १} = \sqrt{४ \text{ या}^2 + ४०० \text{ या} + १००००}$,

वा या^{2} + १ = २ या + १००,

∴ या^{2} − २ या = १०० − १ = ९९,

∴ या^{2} − २ या + १ = १००,

∴ $\sqrt{\text{या}^2 - २ \text{ या} + १} = \sqrt{१००}$,

वा या − १ = १०,

∴ या = ११ ।

आलाप—राशि ११ को दो सौ से गुणा किया तो २२०० हुआ । इस में राशि के वर्ग १२१ जोड़ा तो २२०० + १२१ = २३२१ हुआ । इस को दो से गुणा किया तो ४६४२ हुआ । इस को राशि ११ के वर्ग वर्ग १४६४१ में घटाया तो शेष = १४६४१ − ४६४२ = ९९९९, यह एकोन अयुत के बराबर हुआ ॥

उदाहरणम्—

वनान्तराले प्लवगाष्टभागः संवर्गितो वल्गति जातरागः ।
फूत्कारनादप्रतिनादहृष्टा दृष्टा गिरौ द्वादश ते कियन्तः ॥ ८ ॥

अत्र कपियूथम् = या १ । अस्याष्टांशवर्गो द्वादशयुतो यूथसम इति

पक्षौ $\begin{cases} \dfrac{\text{याव } १ \text{ या } ० \text{ रू } ७६८}{६४} । \\ \text{याव० या } १ \text{ रू } ० । \end{cases}$

एतौ समच्छेदीकृत्य छेदगमे शोधने च कृते जातौ पक्षौ—

$\begin{cases} \text{याव } १ \text{ या } ६४ \text{ रू } ० । \\ \text{याव } ० \text{ या० रू } ७६८ । \end{cases}$

इह पक्षयोर्द्वात्रिंशद्वर्गं १०२४ प्रक्षिप्य मूले

{ या १ रू ३२̇ ।
{ या ० रू १६ ।

अत्राव्यक्तपक्षर्णरूपेभ्योऽल्पानि व्यक्तपक्षरूपाणि सन्ति तानि धनमृणं च कृत्वा लब्धं द्विविधं यावत्तावन्मानम्=४८, १६ ॥

सु०-अथाव्यक्तमूलर्णगरूपतोऽल्पमित्यस्य सूत्रस्योदाहरणमुपजातिकया दर्शयति—

वनान्तराले वनमध्ये प्लवगाः प्लवेन नम्रमार्गेण गच्छन्तीति प्लवगा वानराः तेषामष्टभागोऽष्टांशः वर्गितः जातरागः सन् वल्गति प्राप्तरागत्वेन शब्दं करोतीत्यर्थः। तथा फूत्कारस्तन्नादाकृतिः तत्स्वरूपो नादः शब्दः फूत्कारनादः तस्य प्रतिनादः प्रतिशब्द इति यावत् ताभ्यां हृष्टा वानरा गिरौ पर्वते द्वादश दृष्टाः

एवं सति ते कियन्तः स्थिता इति ब्रूहि ।

अत्र कपियूथमानं या १ ।

$$\text{अस्याष्टांशः} = \frac{\text{या १}}{\text{८}},$$

$$\text{अस्यवर्गः} = \frac{\text{याव १}}{\text{६४}}$$

$$\text{द्वादशयुतः} = \frac{\text{याव १ रू ७६८}}{\text{६४}}$$

यूथ सम इति पक्षौ समच्छेदीकृत्य छेदगमे न्यासः

{ याव १ या ० रू ७६८
{ याव ० या ६४ रू ०

समशोधनात्पक्षौ—

{ याव १ या ६̇४ रू०
{ याव ० या०रू ७६̇८

अनयोर्द्वात्रिंशद्वर्गं१०२४ प्रक्षिप्य न्यासः—

{ याव १ या ६̇४ रू १०२४
{ याव ० या ० रू २५६

अनयोर्मूले—

{ या १ रू ३२̇
{ या ० रू १६

अत्राव्यक्तपक्षमूलर्णरूपेभ्यो ३२̇ व्यक्तपक्षमूलरूपाणि १६ स्वल्पानि सन्ति ततोव्यक्तपक्षरूप = २५६ मूलं धनमृणं च प्रकल्प्य न्यासः—

{ या १ रू ३२̇
{ या ० रू १६

{ या १ रू ३२̇
{ या ० रू १६̇

अनयोस्समशोधनात् क्रमेण लब्धं यावत्तावन्मानं ४८।१६ ।

एवमत्र द्विविधमानमुत्पद्यते यतः पक्षयोर्मूलग्रहणे स्वमूले धनर्णे इति पूर्वोक्त्या व्यक्तपक्षरूपस्य धनगतस्य२५६मूलं धनमृणं च गृहीतं तथा चाव्यक्तपक्षमूलर्णरूपेभ्योऽल्पे एव व्यक्तपक्षमूले द्विविधमानं धनमेव संभवति ।

अन्यत्र तु अव्यक्तपक्षर्णरूपतोऽधिके व्यक्तपक्षमूलरूपे द्विविधमाने सिद्धे एकमृणमायातीत्यत एवाचार्यैरुपेक्षितमिति ।

अथालापो यथा राशिः ४८ अष्टांश ६ वर्गः ३६ द्वादश १२ युतो राशिसम इति अथवा राशिः १६ अस्याष्टांश २ वर्गो ४ द्वादशयुतो राशि १६ सम एवेति एतद्द्विविधस्य यथा सिद्धान्ते त्रिप्रश्ने—

"व्यासार्द्धवर्गः पलभाकृतिघ्न" इत्यादौ सौम्यगोलेऽग्रालकदिग्ज्यायामेकदिगंशीयच्छायाद्वयसाधने प्रयोजनमस्त्येवं बहुषु स्थलेषु बोद्धव्यम् ॥

विमला :—किसी जङ्गल में बन्दरों का एक समुदाय है, जिस का अष्टमांश का वर्ग तुल्य आनन्द पूर्वक शब्द कर रहा है और बारह बन्दर वहीं पर्वत पर आपस में एक दूसरे के साथ फूत्कार शब्द द्वारा आनन्दित हो रहे हैं तो बताओ वे कितने हैं ।

उदाहरण—

बन्दरों का प्रमाण = या, इसे के अष्टमांश के वर्ग तुल्य ($\frac{\text{या}^2}{६४}$) हर्ष से शब्द कर रहा है ।

और बारह दृश्य है । दोनों के योग राशि तुल्य है ।

अतः समीकरण—

$$\frac{\text{या}^2}{६४} + १२ = \text{या},$$

$$\therefore \frac{\text{या}^2 + ७६८}{६४} = \text{या},$$

$$\therefore \text{या}^2 + ७६८ = ६४ \text{ या},$$

$$\therefore \text{या}^2 - ६४ \text{ या} + (३२)^2 = (३२)^2 - ७६८,$$

$$\text{वा } \text{या}^2 - ६४ \text{ या} + १०२४ = १०२४ - ७६८ = २५६,$$

$$\therefore \sqrt{\text{या}^2 - ६४ \text{ या} + १०२४} = \pm\sqrt{२५६}$$

$$\therefore \text{या} - ३२ = १६,$$

$$\therefore \text{या} = ३२ + १६ = ४८,$$

$$\text{वा } \text{या} - ३२ = -१६ ।$$

$$\therefore \text{या} = १६ ।$$

आलाप—राशि ४८ के अष्टमांश (६) का वर्ग (३६) में बारह जोड़ दिया तो राशि के समान (३६ + १२=४८) हुआ ।

अथवा राशि (१६) के अष्टमांश के (२) के वर्ग (४) में बारह जोड़ने से = (४ + १२)=१६ राशि तुल्य हुआ ॥

उदाहरणम्—

यूथात् पञ्चांशकस्त्र्यूनो वर्गितो गह्वरं गतः ।
दृष्टः शाखामृगः शाखामारूढो वद ते कति ॥ ६ ॥

अत्र यूथप्रमाणम् = या १ । अत्र पञ्चांशकस्त्र्यूनः = (या १ रू १५̇)/५ वर्गितः = (याव १ या ३०̇ रू २२५)/२५,

एतद्दृष्टेन युतः = (याव १ या ३०̇ रू २५०)/२५, यूथसम इति पक्षौ समच्छेदीकृत्य छेदगमे शोधने च कृते जातौ—

{ याव १ या ५५̇ रू ० ।
{ याव ० या ० रू २५०̇ ।

एतौ चतुर्भिः संगुण्य पञ्चपञ्चाशद्वर्गं ३०२५ प्रक्षिप्य मूले—

{ या २ रू ५५̇ ।
{ या ० रू ४५ ।

अत्रापि प्राग्वल्लब्धं द्विविधं मानम् = ५०, ५ । "द्वितीयमत्र न ग्राह्यमनुपपन्नत्वात् । न हि व्यक्ते ऋणगते लोकस्य प्रतीतिरस्तीति ॥

सु०—अथ द्विधा मानस्य क्वचिदसंभवत्वप्रदर्शनार्थमुदाहरणमनुष्टुभाह—

यूथाद्वानरसमूहात्पञ्चांशकः त्रिभिरूनः वर्गितः गह्वरं पर्वतगुहां प्रति गतः, एकः शाखामृगो वानरः शाखां वृक्षशाखामारूढो दृष्टः ते वानराः कतीति वद ।

उदाहरणम्—

अथ यूथं या १, अस्य पंचांशः या १/५ त्रिभिः समच्छेदेनोनः (या१ रू १५̇)/५

वर्गितः (याव १ या ३०̇ रू २२५)/२५

दृश्येन १ युतः यूथ सम इति न्यासः—

{ याव १ या ३०̇ रू २५०
{ याव ० या २५ रू ०

समशोधने पक्षौ—

{ याव १ या ५५̇ रू०
{ याव ० या ०रू २५०̇

पक्षौ चतुर्भिस्संगुण्य पंचपंचाशद्वर्गं ३०२५ प्रक्षिप्य न्यासः

{ याव ४ या २२०̇ रू ३०२५
{ याव ० या ० रू २०२५

अनयोर्मूले—

{ या २ रू ५५̇
{ या ० रू ४५

अत्रापि व्यक्तपक्षमूलमव्यक्तपक्षमूलर्णरूपेभ्योऽल्पमस्तीत्यतो व्यक्तपक्षमूलं धनमृणं च प्रकल्प्य न्यासः—

{ या २ रू ५५̇
{ या ० रू ४५

{ या २ रू ५५̇
{ या ० रू ४५̇

अनयोः समशोधने कृते लब्धं द्विधा यावत्तावन्मानं ५०।५।

द्वितीयमत्र न ग्राह्यमनुपपन्नत्वात्।

यथास्य राशेः ५ पंचांशः १ त्रिभिरूनो न संभवति ततः प्रथमराशिरेव ग्राह्यः।

यथास्य ५० पञ्चांशः १० त्रिभिरूनः ७ वर्गितः ४६ दृष्टयुतो राशिसम इति ५०।

एवं यत्र यूथात्पंचांशकः त्रिच्युतः वर्गित इति प्रश्नोऽस्ति तत्र द्वितीयमानमेव ग्राह्यम्।

यथा राशिपंचांशः १ त्रिषु हीनः २ वर्गितः ४ दृष्ट १ युतो राशि ५ समो जातः।

अत्र प्रथममानमेवानुपपन्नं यथास्य ५० पंचांशः १० त्रिषु हीनो न भवति इति हेतोराचार्येण द्विविधं क्वचित्स्यादिति मूलसूत्रे निरुक्तमिति ॥

विमला०—बन्दरों के समुदाय से पञ्चमांश में तीन घटा कर जो शेष बचा उस के वर्ग तुल्य पर्वत की कन्दरा को चला गया, और एक बन्दर वृक्ष की डाल पर देखा गया तो कहो वे कितने थे।

उदाहरण—

यहां बन्दरो के समुदाय का मान = या। इस के पञ्चमांश में तीन हीन कर शेष के वर्ग तुल्य $= \left(\frac{\text{या}}{५} - ३\right)^२$, कन्दरा को गया। दृश्य एक है।

$$\therefore \left(\frac{\text{या}}{५} - ३\right)^२ + १ = \text{या},$$

$$\therefore \left(\frac{\text{या} - १५}{५}\right)^२ + १ = \text{या},$$

$$\therefore \frac{\text{या}^२ - ३०\text{या} + २२५}{२५} + १ = \text{या},$$

$$\therefore \frac{\text{या}^२ - ३०\ \text{या} + २२५ + २५}{२५} = \text{या},$$

$$\therefore \text{या}^२ - ३०\ \text{या} + २५० = २५\ \text{या}$$

$\therefore$ या^{२} $-$ ३०या $-$ २५या $=$ $-$ २५०

वा या^{२} $-$ ५५ या $=$ $-$ २५०,

$\therefore$ ४ (या^{२} $-$ ५५या) $+$ (५५)^{२} $=$ $-$ ४ $\times$ २५० $+$ (५५)^{२},

$\therefore$ ४ या^{२} $-$ २२० या $+$ ३०२५ $=$ $-$ १००० $+$ ३०२५ $=$ २०२५,

$\therefore \sqrt{\text{४या}^{२} - \text{२२० या} + \text{३०२५}} = \pm\sqrt{\text{२०२५}}$,

वा २या $-$ ५५ $= \pm$ ४५,

$=$ अत्र यदा २ या $-$ ५५ $=$ ४५, तदा या $= \frac{\text{५५} + \text{४५}}{\text{२}} = \frac{\text{१००}}{\text{२}} =$ ५०,

यदा च २ या $-$ ५५ $=$ $-$ ४५, तदा या $= \frac{\text{५५} - \text{४५}}{\text{२}} = \frac{\text{१०}}{\text{२}} =$ ५,

आलाप—यूथ के पञ्चमांश में तीन घटा कर उस के वर्ग तुल्य $= \left(\frac{\text{५०}}{\text{५}} - \text{३}\right)$ कन्दरा को गया, एक दृश्य है, अतः यूथ प्रमाण $=$

$\left(\frac{\text{५०}}{\text{५}} - \text{३}\right)^{२} + \text{१} = (\text{१०} - \text{३})^{२} + \text{१} = \text{४९} + \text{१} = \text{५०}$ ।

अथवा यूथ ५ के पञ्चमांश मे तीन घटा कर उस के वर्ग तुल्य $= \left(\frac{\text{५}}{\text{५}} - \text{३}\right)^{२}$, कन्दरा को गया । दृश्य एक है अतः यूथ प्रमाण $= \left(\frac{\text{५}}{\text{५}} - \text{३}\right)^{२} + \text{१} = (-\text{२})^{२} + \text{१} = \text{४} + \text{१} = \text{५}$ ॥

उदाहरणम्—

कर्णस्य त्रिलवेनोना द्वादशाङ्गुलशङ्कुभा ।
चतुर्दशाङ्गुला जाता गणक ब्रूहि तां द्रुतम् ॥ १० ॥

अत्र छाया = या १ । इयं कर्णत्र्यंशोना चतुर्दशाङ्गुला जाताऽतो वैपरीत्येनास्याश्चतुर्दशं विशोध्य शेषं कर्णत्र्यंशः = या १ रू १४ । अयं त्रिगुणो जातः कर्णः = या ३ रू ४२ । अस्य वर्गः = याव ९ या २५२ रू १७६४ कर्णवर्गेणानेन याव १ रू १४४ सम इति समशोधने कृते जातौ पक्षौ

याव ८ या २५२ रू ० ।
याव ० या ० रू १६२० ।

एतौ पक्षौ द्वाभ्यां संगुण्य ऋणत्रिषष्टिवर्गं प्रक्षिप्य मूले—

या ४ रू ६३ ।
या ० रू २७ ।

पक्षयोः पुनः समीकरणं कृत्वा प्राग्वल्लब्धं द्विविधं यावत्तावन्मानम् $= \frac{\text{४५}}{\text{२}}$, ९ ।

उत्थापिते छाये च $\frac{\text{४५}}{\text{२}}$, ९ । द्वितीयच्छाया चतुर्दशभ्यो न्यूनाऽतोऽनुपपन्नत्वान्न ग्राह्याऽत उक्तं द्विविधं क्वचिदिति ॥

सु०-एतद्विषयस्योदाहरणान्तरमनुष्टुभाह—

द्वादशांगुलशंकुः कोटिः, छाया भुजः। छायाकर्णःकर्ण इति जात्यक्षेत्रं प्रसिद्धं तत्र कर्णस्य त्रिलवेन द्वादशांगुलशंकुच्छाया हीना सती यदि चतुर्दशांगुला भवति तदा तां द्वादशांगुलशंकुच्छायां द्रुतं शीघ्रं हे गणक ब्रूहि कथयेत्यर्थः।

उदाहरणम्—

अत्र च्छायामानं या १।

यदि कर्णत्रिलवेन हीना छाया चतुर्दशमिता भवति तदा चतुर्दशोना छाया कर्णत्रिलवमिता भवत्येवच्छायायाः कर्णत्रिलवचतुर्दशयोगरूपत्वात्।

अतश्छायामाना या १ च्चतुर्दशविशोध्य जातः कर्णत्र्यंशः या १ रू १४ अयं त्रिगुणितः या ३ रू ४२ कर्णो जातः।

अस्य वर्गः याव ९ या २५२ रू १७६४।

अथ द्वादशरूपकोटिवर्गे १४४ छायारूपभुजवर्ग याव १ युते जातः कर्णवर्गः याव १ रू १४४

एतौ समाविति न्यासः—

{ याव ९ या २५२ रू १७६४
{ याव १ या ० रू १४४

समशोधनात्पक्षौ

{ याव ८ या २५२ रू ०
{ याव ० या ० रू १६२०

पक्षौ द्वाभ्यां संगुण्य त्रिषष्टिवर्गं३९६९ प्रक्षिप्य न्यासः—

{ याव १६ या ५०४ रू ३९६९
{ याव ० या ० रू ७२९

अनयोर्मूले—

{ या ४ रू ६३
{ या ० रू २७

अत्राप्यव्यक्तमूलर्णरूपेभ्योऽल्पं व्यक्तपक्षमूलरूपं ततस्तद्धनमृणं च प्रकल्प्य

न्यासः– { या ४ रू ६३
{ या ० रू २७

{ या ४ रू ६३
{ या ० रू २७

अनयोः समशोधने लब्धं द्विधा यावत्तावन्मानं प्रथमं द्वाभ्यामपवर्त्तितं $\frac{४५}{२}$, ९।

अत्र द्वितीयच्छाया ९ चतुर्दशेभ्यो न्यूना ततो न ग्राह्या आलापासंभवात्।

प्रथमैव गृहीता $\frac{४५}{२}$ अस्य वर्गो $\frac{२०२५}{४}$ द्वादशवर्गयुतो $\frac{२६०१}{४}$ स्य मूलं कर्णः $\frac{५१}{२}$,)

अस्य त्रिलवेन व्यपवर्तितेन $\frac{१७}{२}$ छाया $\frac{४५}{२}$ हीना $\frac{२८}{२}$ हर भक्ता जाता चतुर्दशमिता ।

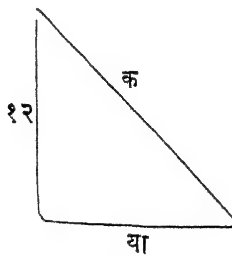
एवं द्विधा मानेऽपि क्वचिदेकविधमेव संभवति ।

अत्र—

"व्यक्तपक्षस्य चेन्मूलमन्यपक्षर्णरूपतः ।
अल्पं धनर्णगं कृत्वा द्विविधोत्पद्यते मितिः"

इति पद्यस्य पद्मनाभबीजोक्तस्य ग्रन्थकृता व्यभिचारो दर्शितः । तत्पद्ये क्वचिदिति विशेषणाभावात्सर्वत्र साधारण्येनोक्तत्वात् । आचार्येण तु अव्यक्तमूलर्णगरूपतोऽल्पमिति पद्ये द्विविधं क्वचित्स्यादिति विशेषणमतो दत्तं, तथा च सिद्धान्ते "द्युज्यापक्रमभानुदोर्गुणयुतिपद्योपपत्तौ समशोधनादेरुत्तरं पक्षयोर्मूले गृहीतेऽव्यक्तपक्षमूलरूपमृणमायाति । तत्र धनमिति गृहीतं यतस्तेनाद्य ऊनो भवेदित्युक्तं रूपाणामृणत्वे तु तेनाद्य आढ्यो भवेदित्युक्तिः स्यात् । अतस्तत्र द्वितीयमानमेव युक्तं प्रथममानमनुपपन्नमेवं यथासंभवं क्वचिदिति विशेषणं योजनीयम् ॥

विमला०-किसी जात्यत्रिभुज में छाया भुज, द्वादश अङ्गुल शङ्कु कोटि और छायाकर्ण कर्ण है । अगर वहां कर्ण के तीसरे भाग से ऊन द्वादशाङ्गुल की छाया चौदह अङ्गुल की होती है, तो शीघ्र बताओ द्वादशाङ्गुल की छाया क्या होगी ।



उदाहरण—

यहाँ छाया का मान = या, कल्पना किया । कर्ण के तृतीयांश ऊण छाया चौदह अङ्गुल की है,

अतः $या - \frac{क}{३} = १४, \therefore या - १४ = \frac{क}{३},$

$\therefore क = ३ (या - १४) = ३ या - ४२ ।$

कर्ण वर्ग में हीन छायावर्ग शङ्कुवर्ग के तुल्य है,

अतः समीकरण—

$(३ या - ४२)^२ - या^२ = (१२)^२,$

वा $९\ \text{या}^२ - २५२\ \text{या} + १७६४ - \text{या}^२ = १४४$,

वा $८\ \text{या}^२ - २५२\ \text{या} = -१७६४ + १४४ = १६२०$,

वा $१६\ \text{या}^२ - ५०४\ \text{या} = -३२४०$,

$\therefore १६\ \text{या}^२ - ५०४\ \text{या} + (६३)^२ = -३२४० + (६३)^२$,

वा $१६\ \text{या}^२ - ५०४\ \text{या} + ३९६९ = -३२४० + ३९६९ = ७२९$,

$\therefore \sqrt{१६\ \text{या}^२ - ५०४\ \text{या} + ३९६९} = \pm\sqrt{७२९}$,

$\therefore ४\ \text{या} - ६३ = \pm २७$,

यदा $४\ \text{या} - ६३ = २७$, तदा $\text{या} = \frac{२७ + ६३}{४} = \frac{९०}{४} = \frac{४५}{२}$ ।

यदा च $४\text{या} - ६३ = -२७$, तदा $\text{या} = \frac{६३ - २७}{४} = \frac{३६}{४} = ९$ ।

यहाँ दूसरी छाया (९) चौदह से अल्प होने के कारण युक्त नहीं है। छाया वर्ग में द्वादशाङ्गुल शङ्कु का वर्ग जोड़ कर मूल लिया तो

छायाकर्ण $= \sqrt{(१२)^२ + (\frac{४५}{२})^२} =$

$\sqrt{१४४ + \frac{२०२५}{४}} = \sqrt{\frac{५७६ + २०२५}{४}}$

$\sqrt{\frac{२६०१}{४}} = \frac{५१}{२}$, हुआ।

इस का तृतीयांश छाया में घटाने से शेष $= \frac{४५}{२} - \frac{५१}{६} =$

$\frac{४५}{२} - \frac{१७}{२} = \frac{२८}{२} = १४$ । यही इस उदाहरण में सिद्ध करना था ॥

अत्र पद्मनाभबीजे—

"व्यक्तपक्षस्य चेन्मूलमन्यपक्षर्णरूपतः ।
अल्पं धनर्णगं कृत्वा द्विविधोत्पद्यते मितिः ॥"

इति यत् परिभाषितं तस्य व्यभिचारोऽयम् ।

विमला०—दो तरह के मान आने पर भी कहीं पर एक ही मान यथार्थ होता है, अतः पद्मनाभ ने "व्यक्तपक्षस्य चेन्मूल" इत्यादि जो कहा है वह यहां एक मान अयथार्थ होने के कारण ठीक नहीं है। अगर पद्मनाभ के सूत्र में क्वचित् पद का प्रयोग होता तब तो यथार्थ ही होता। लेकिन् ऐसा पाठ नहीं होने के कारण सब जगह दोनों मान यथार्थ ही होता है, ऐसा अर्थ निकलता है, पर कहीं पर (कर्णस्य त्रिलवेनोना इत्यादि तुल्य उदाहरणस्थल में) एक मान के अयथार्थ होने के कारण व्यभिचार होता है, यह पद्मनाभ के ऊपर भास्कर का यथार्थ आक्षेप है।

उदाहरणम्—

चत्वारो राशयः के ते मूलदा ये द्विसंयुताः ।
द्वयोर्द्वयोर्यथासन्नघाताश्चाष्टादशान्विताः ॥ ११ ॥
मूलदाः सर्वमूलैक्यादेकादशयुतात् पदम् ।
त्रयोदश सखे जातं बीजज्ञ वद तान् मम ॥ १२ ॥

अत्र राशिर्येन युतो मूलदो भवति स किल राशिक्षेपः । मूलयोरन्तरवर्गेण हतो राशिक्षेपो वधक्षेपो भवति । तयो राश्योर्वधस्तेन युतोऽवश्यं मूलदः स्यादित्यर्थः । राशिमूलानां यथासन्नं द्वयोर्द्वयोर्वधा राशिक्षेपोना राशिवधमूलानि भवन्ति ।

अत्रोदाहरणे राशिक्षेपाद्वधक्षेपो नवगुणः नवानां मूलं त्रयः अतस्त्र्युत्तराणि राशिमूलानि—

या १ रू ० ।
या १ रू ३ ।
या १ रू ६ ।
या १ रू ९ ।

एषां द्वयोर्द्वयोर्वधा राशिक्षेपोनाः सन्तः राशिवधानामष्टादशयुतानां मूलानि भवन्त्यत उक्तवद्वधमूलानि—

याव १ या ३ रू २ ।
याव १ या ९ रू १६ ।
याव १ या १५ रू ५२ ।

एषां पूर्वमूलानां च सर्वेषां योगः = याव ३ या ३१ रू ८४ । इदमेकादशयुतं त्रयोदशवर्गः—

याव ३ या ३१ रू ९५ ।
याव ० या ० रू १६९ ।

समं कृत्वा पक्षशेषं द्वादशभिः संगुण्य तयोरेकत्रिंशद्वर्गं ९६१ निक्षिप्य मूले—

या ६ रू ३१ ।
या ० रू ४३ ।

पुनरनयोः समीकरणाल्लब्धेन यावत्तावन्मानेन २ अनेनोत्थापितानि राशिमूलानि २, ५, ८, ११ । एषां वर्गा राशयः क्षेपोना अर्थाद्राशयो भवन्ति २, २३, ६२, ११९ ।

सु०—अथान्यदुदाहरणमनुष्टुब्द्वयेन दर्शयति—

के ते चत्वारो राशयः द्विसंयुतास्सन्तो मूलदाः स्युः द्वयोर्द्वयोर्यथा आसन्नघाताः प्रथमद्वितीयघाताः द्वितीयतृतीयघाताः तृतीयचतुर्थघाताश्च अष्टादशान्विताः सन्तो मूलदाः स्युः, सर्वमूलैक्यात् मूलसप्तकयोगादेकादशयुतात्पदं त्रयोदश जातम् ।

एवं सति हे बीजज्ञ तान् चतुरो राशीन् वद कथयेत्यर्थः ।

अथ राशिकल्पनोपायः प्रदर्श्यते—

अत्र राशिर्येन युतो मूलदो भवति स किल राशिक्षेपः राशौ क्षेपयोजनेन मूलं लभ्यते तदा मूलवर्गो राशिक्षेपोनो राशिरिति व्यस्तविधिना स्यादेव ।

यथा प्रथममूलवर्गः क्षेपोनो जातः प्रथमराशिः=प्रमूव १ क्षे १,

एवं द्वितीयमूलवर्गः क्षेपोनो जातो द्वितीयराशिः=द्विमूव १ क्षे १,

अनयोर्घातो येन युतो मूलदः स्यात्स एव वधक्षेपस्तदर्थमनयोर्गुणनार्थं न्यासः—

प्रमूव (द्विमूव — क्षे)
—क्षे (द्विमूव — क्षे)

गुणनाज्जातं खण्डचतुष्टयं प्रमूव· द्विमूव — प्रमूव· क्षे — द्विमूव· क्षे + क्षेव,

अत्र प्रथमखण्डे प्रथमद्वितीययोर्मूलयोर्वर्गघातोस्ति तत्र य एव वर्गघातस्स एव घातवर्ग इति प्रथमखण्डस्थाने प्रथमद्वितीयमूलयोर्घातवर्ग इति स्वरूपं लिखितं मूघाव ।

अथ द्वितीयखण्डे प्रथममूलवर्गो हि क्षेपगुण ऋणमस्ति तृतीयखण्डे द्वितीय-मूलवर्गः क्षेपगुण ऋणमस्ति ।

अत्रोभयत्र क्षेपस्य समगुणकत्वाल्लाघवार्थं प्रथममूलवर्गद्वितीयमूलवर्गयोग एव क्षेपगुणित ऋणगतश्च ।

एवं द्वितीयतृतीयखण्डथाने स्वरूपमिदं-मूवयो·क्षे लिखितं चतुर्थखण्डं यथा-स्थितमेवं क्रमेण न्यासः—

मूघाव — मूवयो·क्षे + क्षेव ।

अत्र द्वितीयखण्डे मूलवर्गयोगः क्षेपगुणोस्ति तत्र मूलवर्गयोगस्य खण्डद्वयं कृतं एकं मूलान्तरवर्गः मूअव १ अपरं मूलयोर्घातो द्विगुणः मूघा २,

रायोरन्तरवर्गेण द्विघ्ने घाते युते तयोः । वर्गयोगो भवेदिति पाटयामुक्तत्वात् । आभ्यां खण्डाभ्यामृणगतक्षेपो गुणितः मूअवः क्षे + मूघा· क्षे,

एवं सर्वेषां खण्डानां क्रमेण न्यासः मूघाव — मूअव· क्षे — मूघा० क्षे २ + क्षेव १

अयं हि प्रथमद्वितीयराश्योर्घातः अयं येन युतः सन्मूलदो भवति स किल वध-क्षेपः अत्र क्षेपगुणो मूलान्तरवर्गो मूअव· क्षे १ योजितस्तदा द्वितीयखण्डनाशाद-वशिष्टं खण्डत्रयं मूघाव — मूघा·क्षे २ + क्षेव,

अस्य कृतिभ्य आदाय पदानीत्यादिना मूलमिदमायाति मूघा — क्षे,

इदं हि राश्योर्वधमूलं अत उपपन्नं राशिमूलानां यथासन्नं द्वयोर्द्वयोर्वधा राशि क्षेपोना राशिवधमूलानि भवन्तीति ।

अत्र वधक्षेपस्वरूपोयं मूअव· क्षे । मूलयोरन्तरवर्गेण हतो राशिक्षेपो वधक्षेपो भवतीत्यप्युपपन्नम् ।

अथ यदि मूलान्तरवर्गे राशिक्षेपयोर्घातो वधक्षेपो भवति तदा वधक्षेपो राशिक्षेपभक्तो मूलान्तरवर्गः स्यात् तन्मूलं मूलान्तरं ज्ञातं स्यात् ।

एवं द्वितीयतृतीययोस्तृतीयचतुर्थयोराश्योर्वधमूलोपपत्तिरुक्तयुक्त्यैव ज्ञातव्या ।

उदाहरणम्—

प्रकृते वधक्षेपः १८ राशिक्षेप २ भक्तः ६ अस्य मूलं ३ इदं मूलान्तरं प्रथमराशिमूले यावति कल्पिते या १ युतं जातं द्वितीयराशिमूलं या १ रू ३,

एवं तृतीयराशिमूलं या १ रू ६ चतुर्थराशिमूलं या १ रू ९ एषां वर्गा राशिक्षेपोना जाता राशयः—

याव १ रू २̇।
याव १ या ६ रू ७
याव १ या १२ रू ३४
याव १ या १८ रू ७९

एते द्विसंयुताः सन्तो मूलदा भवन्ति ।

अत एव "राशिक्षेपाद्वधक्षेपो यद्गुणस्तत्पदोत्तरम् ।

अव्यक्तराशयः कल्प्या वर्गिताः क्षेपवर्जिता" इति ग्रन्थकृतोक्तम् ।

अथ प्रथमद्वितीयराश्योर्घातार्थं न्यासः—

याव १ (याव १ या ६ रू ७)
रू २̇ (याव १ या ६ रू ७)

अनयोर्वधः गुण्यः पृथग्गुणकखण्डसमो निवेश्य इत्यादिना जातः

यावव १ याघ ६ याव ५ या १२̇ रू १४̇,

अयमष्टादश १८ युतः यावव १ याघ ६ याव ५ या १२̇ रू ४

अस्य मूलार्थं विषमसमसंकेतः कृतः अत्राद्यखण्डस्य मूलं याव १ इदं पृथक् द्विगुणितेनानेन याव २ द्वितीयखण्डे याघ ६ भक्ते लब्धं मूलं या ३,

अस्य वर्गं याव ९ तृतीयखण्डे संशोध्य शेषं याव ४̇ या १२̇ रू ४,

अथागतमूलेन याव १ या ३ द्विगुणेन याव २ या ६ शेषखण्डद्वये याव ४̇ या १२̇ भक्ते लब्धं मूलं रू २̇,

अस्य वर्गं रूपेषु ४ संशोध्य जातं शेषं शून्यं लब्धमूलानां क्रमेण न्यासः—

याव १ या ३ रू २̇

अथैवं द्वितीयतृतीयराश्योर्वधार्थं न्यासः—

याव १ (याव १ या १२ रू ३४)
या ६ (याव १ या १२ रू ३४)
रू ७ (याव १ या १२ रू ३४)

क्रमेण गुणिते यथास्थानं योगे च कृतेऽष्टादशयुते च न्यासः—

यावव १ याघ १८ याव ११३ या २८८ रू २५६,

अस्योक्तवन्मूलं याव १ या ६ रू १६,

अथ तृतीयचतुर्थयोर्घातार्थं न्यासः—

याव १ (याव १ या १८ रू ७६)

या १२ (याव १ या १८ रू ७६)

रू ३४ (याव १ या १८ रू ७६)

अत्र क्रमेण गुणिते यथास्थानं योगे च कृतेऽष्टादशयुते न्यासः—

यावव १ याघ ३० याव ३२६ या १५६० रू २७०४,

अस्योक्तवन्मूलं याव १ या १५ रू ५२,

एवमालापरीत्या मूलान्यानीतानि ।

अथ लाघवेनैव मूलान्यानीयन्ते—

राशिमूलानि भवन्ति यथा द्वितीयराशिमूलं या १ रू ३ प्रथमराशिमूल या १ गुणितं याव १ या ३ राशिक्षेपो २ नं जातं प्रथमवधमूलं याव १ या ३ रू २

एवं द्वितीयतृतीयराशिमूलयोर्घातार्थं न्यासः—

या १ (या १ रू ६)
रू ३ (या १ रू ६)

गुणिते समजात्योर्योगे च कृते न्यासः—

याव १ या ९ रू १८,

इदं राशिक्षेपो २ नं जातं द्वितीयवधमूलं याव १ या ९ रू १६,

एवं तृतीयचतुर्थयो न्यासः—

या १ (या १ रू ९)
रू ६ (या १ रू ९)

गुणिते समजात्योर्योगे च कृते राशिक्षेपो २ ने जातं तृतीयवधमूलं

याव १ या १५ रू ५२

एवं राशिमूलानां वधमूलानां च न्यासः—

याव० या १ रू ०
याव० या १ रू ३
याव० या १ रू ६
याव० या १ रू ९
याव१ या ३ रू २
याव१ या ९ रू १६
याव१ या १५ रू ५२

एषां योगः याव ३ या ३१ रू ८४,

अयमेकादशयुतः त्रयोदशवर्ग सम इति पक्षौ—

याव ३ या ३१ रू ९५
याव ० या ० रू १६९

समशोधने द्वादशभिः संगुण्य एकत्रिंशद्वर्गं प्रक्षिप्य; न्यासः—

{ याव ३६ या ३७२ रू ९६१
{ याव ० या ० रू १८४९

अनयोर्मूले—

या ६ रू ३१
या ० रू ४३

अनयोस्समीकरणाल्लब्धं यावन्मानं २।

अनेन राशिमूलान्युत्थापितानि जातानि राशिमूलानि २।५।८।११।

एषां वर्गाः ४।२५।६४।१२१ राशिक्षेपो २ ना जाता राशयः २।२३।६२।११९।

एषां यथासन्नं घाताः ४६।१४२६।४३७८। अष्टादशयुताः ६४।१४४४।७३९६ एषां मूलानि ८।३८।८६

अथ राशीनां २।२३।६२।११९ द्वियुतानां ४।२५।६४।१२१ मूलानि २।५।८।११ सर्वमूलयोगः १५८ एकादशयुतः १६९ अस्य मूलं त्रयोदश तुल्यमेवेति ॥

विमला०—वे चार राशियाँ कौन सी हैं, जिन में दो जोड़ देने से मूलद होती हैं। और उन में आसन्न वर्ती दो दो के घातों में अठारह जोड़ देने से मूलद होती हैं पहले को दूसरे से, दूसरे को तीसरे से, तीसरे को चौथे से गुणा करने से जो गुणन फल हों उन में अलग २ अठारह जोड़कर मूल लेने से तेरह मिलता है।

गद्यार्थ०—जिस के जोड़ने से राशि मूलद हो वह राशिक्षेप है। दो मूलों के अन्तर वर्ग से राशि क्षेप को गुण देने से वधक्षेप हो जाता है। अर्थात् दो राशियों के घात में उस को जोड़ने से वह मूलद होता है।

समीपस्थ दो दो राशिमूलों के घात में राशिक्षेप घटाने से राशियों के घात का मूल हो जाता है।

नवीनोपपत्तिः—

यथात्रकल्प्येते राशी $=$ (या^{2} $-$ क्षे, का^{2} $-$ क्षे),

क्षेपयोजनेनेमौ मूलदौ भवतोऽतो राशिक्षेपः $=$ क्षे।

मूल $=$ ($\sqrt{\text{या}^2 - \text{क्षे} + \text{क्षे}}$ $=$ या, $\sqrt{\text{का}^2 - \text{क्षे} + \text{क्षे}}$ $=$ का)।

अनयोरन्तरवर्गेण हतो राशिक्षेपः $=$ (या $-$ का)^2 $\times$ क्षे $=$

या^{2}·क्षे $-$ २या·का·क्षे $+$ का^{2}·क्षे $=$ वधक्षेपोऽयं,

यतो राश्योर्वध एतद्योजनेन मूलदो भवति,

तद्यथा—राश्योर्वधः $=$

(या^{2} $-$ क्षे) $\times$ (का^{2} $-$ क्षे) $=$ या^{2}·का^{2} $-$ का^{2}·क्षे $-$ या^{2}·क्षे $+$ क्षे^{2},

पूर्वानीतवधक्षेपयोजनेन—

(या^{2}· का^{2} $-$ का^{2}· क्षे $-$ या^{2}· क्षे $+$ क्षे^{2}) $+$ (या^{2}· क्षे $-$ २या·का·क्षे $+$ का^{2}·क्षे) $=$

या^{२}· का^{२} − २या· का· क्षे + क्षे^{२}

अयं वर्गात्मकोऽत उपपन्नमादितो मूलदः स्यादित्यर्थ इत्यन्तम् ।

अथास्य मूलम् = $\sqrt{\text{या}^{२}\text{·का} - २\text{ या·का·क्षे} + \text{क्षे}^{२}}$ = या·का − क्षे,

एतेन राशिमूलानां यथासन्नं द्वयोर्द्वयोर्वधा राशिक्षेपोना राशिवधमूलानि भवन्तीत्युपपन्नम् ।

अत्राद्यपरिभाषा ।

"राशिक्षेपाद्वधक्षेपो यद्गुणस्तत्पदोत्तरम् ।

अव्यक्ता राशयः कल्प्या वर्गिताः क्षेपवर्जिताः ॥"

इयं कल्पना गणितेऽतिपरिचिता स्यात् ।

विमला—राशिक्षेप से वधक्षेप में भाग देने से जो फल मिले, उस के मूल तुल्य अन्तर कर के राशियों की कल्पना करे (विलोम विधि से) राशियों के जो मूल हो उस के वर्ग में राशिक्षेप घटाने से राशियाँ होती हैं ।

नवीनोपपत्तिः—

राशिक्षेपः = क्षे,

वधक्षेपः=वक्षे = क्षे (या^{२} − २ या·का + का^{२})

$\therefore \frac{\text{वक्षे}}{\text{क्षे}} = \frac{\text{क्षे (या}^{२} - २\text{ या·का} + \text{का}^{२})}{\text{क्षे}} =$

या^{२} − २ या· का + का^{२},

मूलग्रहणेन—

$\sqrt{\frac{\text{वक्षे}}{\text{क्षे}}} = \sqrt{\text{या}^{२} - २\text{या·का} + \text{का}^{२}}$ = या − का ।

अथ कल्प्येते मूले = (या, का)

अतो विलोमविधिना राशी = { (या^{२} − क्षे); (का^{२} − क्षे) }

अत उक्तं वर्गिताः क्षेपवर्जिता इति ।

उदाहरण—

"चत्वारो राशयः केते" इत्यादि उदाहरण में राशिक्षेप = २, और वधक्षेप = १८, है ।

वधक्षेप में राशि क्षेप का भाग देकर मूल लिया तो = $\sqrt{\frac{१८}{२}}$ = ३, यह मूलान्तर हुआ ।

पहला मूल = या, कल्पना किया ।

अतः दूसरा मूल = या + ३,

तीसरा मूल = या + ६,

चौथा मूल = या + ९,

अतः पहला वर्ग = (या)^{२} = या^{२},

दूसरा वर्ग = (या + ३)^{२} = या^{२} + ६या + ९,

तीसरा वर्ग = (या + ६)^{२} = या^{२} + १२या + ३६,

चौथा वर्ग = (या + ९)^{२} = या^{२} + १८ या + ८१,

इन चारों में अलग २ राशिक्षेप२ घटाने से—

पहली राशि = या^{२} − २,

दूसरी राशि = या^{२} + ६या + ७,

तीसरी राशि = या^{२} + १२ या + ३४,

चौथी राशि = या^{२} + १८ या + ७९,

यही चार राशियां हैं जिन में राशि क्षेप २ जोड़ने से सब मूलद होंगे।

अब पहली और दूसरी राशियों के घात में अठारह जोड़ कर मूल ग्रह किया तो

$\sqrt{(\text{या}^{२} - २)\cdot(\text{या}^{२} + ६\ \text{या} + ७) + १८} =$

$\sqrt{\text{या}^{२}(\text{या}^{२} + ६\ \text{या} + ७) - २(\text{या}^{२} + ६\text{या} + ७) + १८}$

$\sqrt{\text{या}^{४} + ६\text{या}^{३} + ७\text{या}^{२} - (२\ \text{या}^{२} + १२\text{या} + १४) + १८}$

$\sqrt{\text{या}^{४} + ६\text{या}^{३} + ५\text{या}^{२} - १२\text{या} + ४} =$

या^{२} + ३या − २।

दूसरी और तीसरी राशियों के घात में अठारह जोड़ कर मूल ग्रहण किया तो=

$\sqrt{(\text{या}^{२} + ६\text{या} + ७)(\text{या}^{२} + १२\text{या} + ३४) + १८} =$

$\sqrt{\text{या}^{२}(\text{या}^{२} + १२\ \text{या} + ३४) + ६\text{या}(\text{या}^{२} + १२\text{या} + ३४ + \surd}$

$\overline{(\text{या}^{२} + १२\ \text{या} + ३४) + १८} =$

$\sqrt{(\text{या}^{४} + १२\ \text{या}^{३} + ३४\text{या}^{२}) + (६\text{या}^{३} + ७२\ \text{या}^{२} + २०४\text{या}) +}$

$\overline{(७\ \text{या}^{२} + ८४\ \text{या} + २३८) + १८} =$

$\sqrt{\text{या}^{४} + १८\text{या}^{३} + ११३\ \text{या}^{२} + २८८\ \text{या} + २५६} =$

या^{२} + ९या + १६।

तीसरी और चौथी राशियों के घात में अठारह जोड़ कर मूल ग्रहण किया तो=

$\sqrt{(\text{या}^{२} + १२\ \text{या} + ३४)(\text{या}^{२} + १८\ \text{या} + ७९) + १८} =$

$\sqrt{\text{या}^{२}(\text{या}^{२} + १८\ \text{या} + ७९) + १२\ \text{या}(\text{या}^{२} + १८\ \text{या} + ७९) + \surd}$

$\overline{(\text{या}^{२} + १८\ \text{या} + ७९) + २८} =$

$\sqrt{\text{या}^{४} + १८\ \text{या}^{३} + ७९\ \text{या}^{२} + (१२\ \text{या}^{३} + २१६\ \text{या}^{२} + ९४८\ \text{या})}$

$\overline{+ ३४\ \text{या}^{२} + ६१२\ \text{या} + २६८६ + १८} =$

$\sqrt{या^४ + ३० या^३ + ३२६ या^२ + १५६० या + २७०४} =$
$या^२ + १५ या + ५२$ ।

पूर्वानीत चारों राशियों में अलग २ दो जोड़ कर मूल ग्रहण करने से—

पहला मूल $= \sqrt{या^२ - २ + २} = या,$

दूसरा मूल $= \sqrt{या^२ + ६या + ७ + २} = या + ३,$

तीसरा मूल $= \sqrt{या^२ + १२ या + ३४ + २} = या + ६,$

चौथा मूल $= \sqrt{या^२ + १८ या + ७९ + २} = या + ९,$

इन मूलों के और पूर्वानीत तीनों वधमूलों के योग के लिये यथाक्रम न्यास-

$$\begin{array}{r} या, \\ या + ३, \\ या + ६, \\ या + ९, \\ या^२ + ३या - २, \\ या^२ + ९या + १६, \\ या^२ + १५या + ५२, \\ \hline ३या^२ + ३१या + ८४ = \text{सब का योग} \end{array}$$

इस में ग्यारह जोड़ने से जो होगा वह तेरह के वर्ग के समान है ।

अतः समीकरण—

$३या^२ + ३१ या + ८४ + ११ = १६९,$

वा $३ या^२ + ३१ या + ९५ = १६९,$

$\therefore ३या^२ + ३१या = १६९ - ९५ = ७४,$

दोनों पक्षों को बारह से गुणा कर ३१ का वर्ग जोड़ने से—

$१२ (३या + ३१ या) + (३१)^२ = १२ \times ७४ + (३१)^२$

$\therefore ३६ या^२ + ३७२ या + ९६१ = ८८८ + ९६१ = १८४९,$

$\therefore \sqrt{३६ या^२ + ३७२ या + ९६१} = \sqrt{१८४९},$

$\therefore ६ या + ३१ = ४३,$

$\therefore या = \frac{४३ - ३१}{६} = — = \frac{१२}{६} = २$ ।

इस से राशिमूल में उत्थापन देने से—

पहला मूल $= या = २,$

दूसरा मूल $= या + ३ = २ + ३ = ५,$

तीसरा मूल $= या + ६ = २ + ६ = ८,$

चौथा मूल $= या + ९ = २ + ९ = ११,$

इन के वर्ग में राशिक्षेप घटाने से—

पहली राशि = ४ − २ = २,

दूसरी राशि = २५ − २ = २३,

तीसरी राशि = ६४ − २ = ६२,

चौथी राशि = १२१ − २ = ११९,

इन में समीपस्थ दो दो का घात —

पहली, दूसरी का घात = २३ × २ = ४६,

दूसरी, तीसरी का घात = २३ × ६२ = १४२६,

तीसरी, चौथी का घात = ६२ × ११९ = ७३७८,

इन तीनों में अठारह जोड़ कर मूल ग्रहण करने से—

पहला मूल = $\sqrt{४६ + १८} = \sqrt{६४} = ८$,

दूसरा मूल = $\sqrt{१४२६ + १८} = \sqrt{१४४४} = ३८$,

तीसरा मूल = $\sqrt{७३७८ + १८} = \sqrt{७३९६} = ८६$,

सब राशियों में दो दो राशिक्षेप जोड़ कर मूल लेने से—

पहला मूल = $\sqrt{२ + २} = \sqrt{४} = २$,

दूसरा मूल = $\sqrt{२३ + २} = \sqrt{२५} = ५$,

तीसरा मूल = $\sqrt{६२ + २} = \sqrt{६४} = ८$,

चौथा मूल = $\sqrt{११९ + २} = \sqrt{१२१} = ११$,

इन चारों का और पूर्वानीत तीन वध मूलों का योग =

(२ + ५ + ८ + ११) + (८ + ३८ + ८६)

= २६ + १३२ = १५८ ।

इस में ग्यारह जोड़कर मूल लेने से—

$\sqrt{१५८ + ११} = \sqrt{१६९} = १३$ ।

उदाहरणम्—

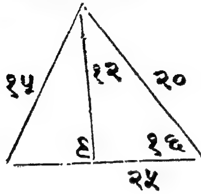
क्षेत्रे तिथिनखैस्तुल्ये दोःकोटी तत्र का श्रुतिः ।
उपपत्तिश्च रूढस्य गणितस्यास्य कथ्यताम् ॥ १३ ॥

अत्र कर्णः या १ । एतत् त्र्यस्रं परिवर्त्य यावत्तावत्कर्णो भूः कल्पिता। भुजकोटी तु भुजौ तत्र यो लम्बस्तदुभयतो ये त्र्यस्रे तयोरपि भुजकोटी पूर्वरूपे भवतः। अतस्त्रैराशिकं यदि यावत्तावति कर्णेऽयं १५ भुजस्तदा भुजतुल्ये कर्णे क इति लब्धो भुजः स्यात्। सा भुजाश्रिताऽऽबाधा = $\frac{२२५}{या १}$ ।

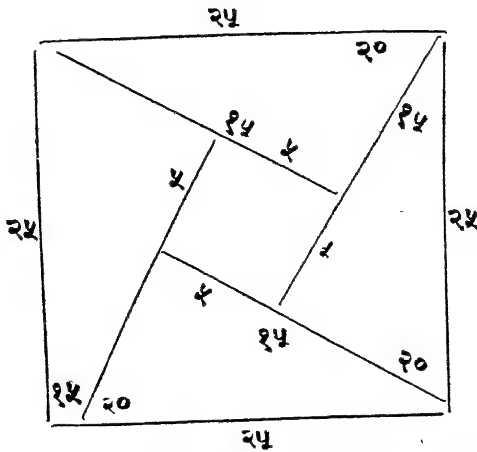
पुनर्यदि यावत्तावति कर्णे इयं २० कोटिस्तदा कोटितुल्ये कर्णे केति जाता कोट्याश्रिताबाधा $= \frac{४००}{या १}$ ।

आबाधायुतिर्यावत्तावत्कर्णसमा क्रियते तावद्भुजकोटिवर्गयोगस्य पदं कर्णमानमुपपद्यते। अनेनोत्थापिते जाते आबाधे ९, १६। अतो लम्बः = १२।

क्षेत्रदर्शनम्—



अथान्यथा वा कथ्यते कर्णः = या १। दोःकोटिघातार्धं त्र्यस्रक्षेत्रस्य फलम्=१५० एतद्विषमत्र्यस्रचतुष्टयेन कर्णसमं चतुर्भुजं क्षेत्रमन्यत् कर्णज्ञानार्थं कल्पितम्—



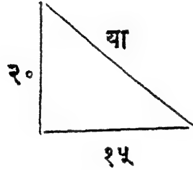
एवं मध्ये चतुर्भुजमुत्पन्नमत्र कोटिभुजान्तरसमं भुजमानम्=५। अस्य फलम् = २५।

भुजकोटिवधो द्विगुणस्त्र्यस्राणां चतुर्णां फलम् = ६००। एतद्योगः सर्वं वृहत्क्षेत्रफलम् = ६२५। एतद्यावत्तावद्वर्गसमं कृत्वा लब्धं कर्णमानम् = २५। यत्र व्यक्तस्य न पदं तत्र करणीगतः कर्णः ५॥

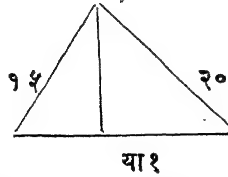
सु०—अथोदाहरणान्तरमनुष्टुभाह—
यत्र क्षेत्रे दोःकोटी तिथि १५ नखै २० स्तुल्ये वर्तेते, तत्र श्रुतिः का भवति, अस्य रूढस्य प्रसिद्धस्य तद्कृत्योर्योगपदं कर्ण इति गणितस्योपपत्तिः कथ्यतामिति।

उदाहरणम्—

अत्र कर्णमानं = या,
क्षेत्रदर्शनम्—



अथ कर्णस्य भूमित्वकल्पने क्षेत्रं परिवर्त्य भुजकोटिसंपाताल्लम्बं निपात्य क्षेत्रदर्शनम्—



अत्र लम्बादुभयतो ये त्र्यस्रे तयोरपि भुजकोटी पूर्वभुजकोट्यनुरूपे भवतः, तत्र भुजाश्रिताऽऽबाधा भुजः, लम्बः कोटिः, पूर्वभुजः १५ कर्ण इत्येकं जात्यम्।

तथा लम्बो भुजः कोट्याश्रिताऽऽबाधा कोटिः, पूर्वकोटिः २० कर्ण इत्यपरं जात्यम्।

तत्रानुपातः—यदि यावत्तावति कर्णे या १ पूर्वभुजो भुज १५ स्तदा पूर्वभुजरूपे कर्णे १५ को भुज इति जाता भुजाश्रिताऽऽबाधा $= \frac{\text{रू } २२५}{\text{या } १}$,

एवं यावत्तावति कर्णे यदि पूर्वकोटिः कोटिस्तदा पूर्वकोटिरूपे कर्णे का कोटिरिति जाता कोट्याश्रिताऽऽबाधा $= \frac{\text{रू } ४००}{\text{या } १}$,

आबाधयोर्योगोऽयं $\frac{\text{रू } ६२५}{\text{या } १}$ भूमि या १ सम

छेदगमे न्यासः—

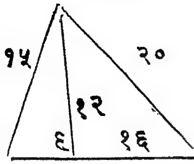
रू ६२५ = याव १

अत्र समीकरणेन लब्धं यावद्वर्गमानं ६२५,

अतोऽयं कर्णवर्गः, अस्य मूलं २५ कर्ण इत्युपपन्नम् तत्कृत्योर्योगपदं कर्ण-इति पाठयुक्तम्।

अथानेन यावन्मानेन २५ उत्थापिते जाते आबाधे ९।१६ अतो लम्बः १२,

क्षेत्रदर्शनम्—



ननु जात्यातिरिक्तत्रिभुजेऽपि लम्बनिपातात्त्रिभुजद्वयमुत्पद्यते तत्रोक्तवदनुपातः कुतो न भवति वा यदि यावत्तावत्कर्णे बृहत्कोटिस्तदा बृहत्कोटिरूपे कर्णे का कोटिरिति लघुकोटिर्लम्बरूपैव कुतो न सिद्ध्यति यतो दोःकोट्योः केवलं नामभेद एव स्वरूपभेदो नेत्युक्तेर्लम्बः कोटिः कोट्याश्रिताऽऽबाधा भुज इति क्षेत्रं सम्भवति ।

तथा लम्बः कोटिर्भुजाश्रिताऽऽबाधा भुज इति वा क्षेत्रं सम्भवति ।

तथा क्षेत्रकल्पने प्रकृतसिद्धिर्नेति सन्देहनिरासार्थं क्षेत्रलक्षणं तावन्निरूप्यते ।

त्रिभुजं तावत्कोणभेदेन त्रिविधं भवति तत्र तावत्कोणलक्षणम्—

कोणौ सरलरेखायां लम्बयोगात्समुद्भवौ ।
प्रत्येकं समकोणौ स्तो रेखे लम्बाकृती मिथः ॥
समकोणातिरिक्तः स्यात्कोणो विषमसंज्ञकः ।
तत्राल्पः समकोणाद्यः सोल्पकोणः प्रकीर्तितः ।
अधिकः समकोणाद्यः स प्रोक्तोऽधिककोणक इति ।

एवं यत्र त्रिभुजे एकः समकोणोऽन्यावल्पकोणौ तत्समकोणत्रिभुजसंज्ञं तदेव जात्यक्षेत्रं प्राचीनैः कथ्यत इति ।

तत्र जात्यक्षेत्रे भुजकोटिसम्पातजः समकोणः कोटिकर्णसम्पातजो भुजकर्णसम्पातजश्चाल्पकोणो भवति ।

एवं यत्र त्रिभुजे त्रयोल्पकोणास्तदल्पकोणत्रिभुजं तच्च जात्यक्षेत्रद्वययोगेन सम्भवति यथा पाट्युक्तोदाहरणे क्षेत्रे महीमनुमितेत्यत्र लम्बः कोटिः लघ्वाबाधा भुजः लघुभुजः कर्ण इत्येकं क्षेत्रम् ।

तथा लम्बः कोटिः, बृहदाबाधा ९ भुजः, बृहद्भुजः कर्ण इत्यपरमनयोर्योगे त्रयोदशपञ्चदशमितौ भुजौ भूश्चतुर्दशमितेत्येवं विधं चाल्पकोणत्रिभुजं स्यात् ।

एवं यत्रैकोधिककोणः द्वावल्पकोणौ तदधिककोणत्रिभुजं तच्च जात्यक्षेत्रद्वयान्तरेण सम्भवति यथा कोटिरष्टमिता पञ्चदशभुजः सप्तदशकर्ण इति बृहज्जात्यं तदन्तर्गतं लघुजात्यं चेदं कोटिरष्टमिता सैव बृहद्भुजखण्डं षण्मितं भुजः दशमितः कर्णः ।

एवं बृहज्जात्यं लघुजात्योनं तदा लघुजात्यबृहज्जात्यकर्णौ दश १० सप्तदश १७ मितौ भुजौ लघुभुजोनबृहद्भुजो नवमितो भूरिति त्रिभुजं पाट्यामपि—

दशसप्तदशप्रमौ भुजौ त्रिभुजे यत्र नवप्रमा महीत्युक्तम् ।
एवं विषमधिककोणत्रिभुजं ज्ञेयम्

अथ जात्यत्रिभुजे सजातीयजात्यविचारः—

भुजकोटिकर्णात्मकमेकं बृहज्जात्यं प्रथमं कल्पनीयं तत्र भुजकोटिसंपाताल्लम्ब-

निपातनेन तदन्तर्गतं लघुजात्यद्वयं बृहज्जात्यसजातीयं भवति ययोः क्षेत्रयोः कोणत्रयं मिथस्तुल्यं तत्क्षेत्रद्वयं मिथः सजातीयमिति रेखागणिते प्रसिद्धं यथोदाहरणं बृहज्जात्यान्तर्गतलघुक्षेत्रदर्शनम्—



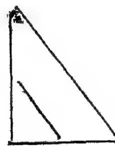
अत्र बृहत्कोटिखण्डं लघुकोटिः बृहत्कर्णखण्डं लघुकर्णः लघुभुजो बृहद्भुजस्य समानान्तरत्वेन स्थितोऽस्ति।

अत्र लघुजात्ये बृहज्जात्ये च कोटिकर्णसंपातजः कोण एक एवास्ति ततो द्वयोः कोणयोस्तुल्यताऽस्ति, तथा लघुकोटिलघुभुजसंपातजः समकोणः बृहत्कोटिबृहद्भुजसंपातजश्च समकोणः ततो द्वयोस्तुल्यतैव सकोणानां सर्वेषां मिथस्तुल्यत्वात्।

एवं यस्य त्रिभुजस्य कोणद्वयमन्यत्रिभुजस्य कोणद्वयेन समानं तत्र त्रिभुजस्य शेषकोणोऽन्यत्रिभुजशेषकोणेन समानः स्यादेव एवं प्रकृतेऽपि द्वयोर्बृहल्लघुजात्ययोः कोणत्रयसाम्येन सजातीयत्वादनुपातयोग्यत्वमुचितमेव।

एवं यत्र बृहत्कोटिखण्डं लघुकोटिः बृहद्भुजखण्डं लघुभुजः लघुकर्णो बृहत्कर्णसमानान्तरत्वेन स्थितो भवति—

यथा क्षेत्रदर्शनम्—



अत्रापि बृहल्लघुजात्ययोः समकोण एक एव शेषकोणौ च तुल्यावेत्र कर्ण समानान्तरत्वात्,

अतोऽनयोः सजातीयत्वादनुपात उचित एव अस्योदाहरणं पञ्चदशदशकरोच्छ्रयवेणवोरिति पूर्वोदाहरणे सर्वं प्रदर्शितमेव।

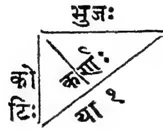
यथा वंशद्वययोगः कोटिः भूमिर्भुजः कोट्यग्राद्भूम्यग्रपर्यन्तं बृहत्कर्ण इति बृहज्जात्यम्

अथ बृहद्वंशमिता कोटिः बृहद्वंशाश्रिताऽऽबाधा भुजः बृहद्वंशाग्राल्लम्बभूमिसम्पातावधि कर्ण इति लघुजात्यम्।

एवमनयोः कर्णौ समानान्तरत्वेन स्थिताविति पूर्वं निरूपितमेव ततः कोणत्रयसाम्यादनुपाताईता सर्वं पूर्वं कथितैव

अथैवं प्रकृतक्षेत्रदर्शनम्—

अत्र बृहत्कोटिबृहद्भुजबृहत्कर्णात्मकं बृहज्जात्यक्षेत्रम्।



तथा कोट्याश्रिताऽऽबाधा कोटिः, लम्बो भुजः, बृहत्कोटिरूपः कर्ण इति लघुजात्यं,

अत्र बृहल्लघुक्षेत्रयोः कोटिकर्णसंपातजः कोण एकैवास्ति ततः कोणौ तुल्यौ जातौ तथा बृहद्भुजकोटिसंपातजः समकोणो बृहज्जात्येऽस्ति।

कोट्याश्रिताऽऽबाधालम्बसंपातजः समकोणो लघुजात्येऽस्ति।

ततः समकोणौ च तुल्यौ जातौ एवं कोणद्वयसाम्येन शेषकोणावपि तुल्यावेव भवतः कथमन्यथा त्रिभुजे कोणत्रययोगः समकोणद्वयतुल्यो भवति तस्मादेते बृहल्लघुजात्ये सजातीये।

एवं लम्बः कोटिः भुजाश्रिताऽऽबाधा भुजः बृहद्भुजः कर्ण इत्यपि लघुजात्यमत्र लघुबृहज्जात्ययोर्भुजकर्णसंपातजकोणयोरेकत्वात्कोणसाम्यं बृहत्कोटिभुजसंपातजस्य समकोणत्वात्।

तथा लघुभुजाश्रिताऽऽबाधालम्बयोगस्यापि समकोणत्वात्कोणसाम्यं, अतः शेषकोणावपि क्षेत्रयोः पूर्वयुक्त्या समावेव तस्मादनुपातः कार्य एव।

यतः सजातीयजात्येषु बृहत्कर्णाद्यद्गुणौ बृहत्कोटिभुजौ तद्गुणावेव लघुकर्णाल्लघुकोटिभुजौ भवतः अत एवात्र साजात्याद्यदि बृहत्कर्णे बृहत्कोटिः कोटिस्तदा बृहद्भुजकर्णे का कोटिरिति लम्बः स्यात्।

अथवा बृहत्कर्णे बृहद्भुजो भुजस्तदा बृहत्कोटिकर्णे को भुज इति लम्ब एव स्यात्।

अत्र बृहल्लघुजात्ययोः कोटिकर्णसंपातजकोणस्यैकत्वात्कोणाश्रितरेखयोरेकस्य कोटित्वमन्यरेखायाः कर्णत्वं लघुजात्ये कल्प्यमेव कथमन्यथा साजात्यं स्यात्, तत्र पूर्वकोटेः परक्षेत्रे प्रत्यक्षं कर्णत्वदर्शनात्पूर्वकर्णखण्डस्यैव कोटित्वं कल्प्यम्।

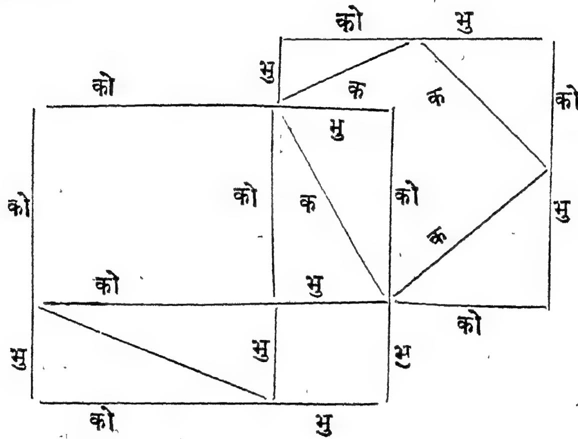
एवं भुजकर्णसंपातजकोणस्य लघुबृहज्जात्येप्येकत्वात्तदाश्रितरेखयोरेकस्य बृह-

द्भुजरूपस्य प्रत्यक्षं कर्णत्वदर्शनादन्यरेखायाः पूर्वकर्णखण्डरूपाया भुजत्वं कल्प्यमेवं प्रकारेण निस्संशयमाचार्यकृतोपपत्तिर्ज्ञेयेति ।

अथ तत्कृत्योर्योगपदं कर्ण इत्यत्र प्रकारान्तरेणोपपत्तिरुच्यते—

तत्र कोटिभुजकर्णात्मकं जात्यचतुष्टयं कोणचतुष्टयेषु यथास्थानं संयोज्यैकजास्य बहिः कोटिवर्गं भुजवर्गं च संलिख्य तथा कोटिवर्गाधश्च जात्यद्वयं लिखितम् ।

क्षेत्रदर्शनम्—



अत्र भुजकोटियोगरूपभुजैः समचतुरस्रद्वयमस्ति तत्रैकसमचतुरस्रे कोटिभुजकर्णात्मकं जात्यचतुष्टयं कोणचतुष्टयेषु शोधितं तदा कर्णसमचतुर्भुजक्षेत्रमवशिष्यते यतस्तत्क्षेत्रस्य फलं कर्णवर्ग एव ।

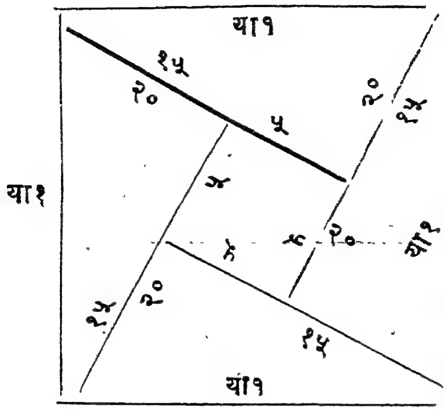
एवं द्वितीये भुजकोटियोगसमचतुर्भुजे पार्श्वद्वयेऽपि कोटिभुजाभ्यामायतक्षेत्रद्वयं विशोधितं तत्र कोटिसमचतुर्भुजस्याधो जात्यद्वयं विशोधितं तथा भुजसमचतुर्भुजस्योर्ध्वं जात्यद्वयं शोधितं तदा शेषं कोटिवर्गो भुजवर्गश्च, अत्र भुजकोटियोगरूपसमचतुर्भुजक्षेत्राभ्यां तुल्याभ्यां जात्यचतुष्टयरूपतुल्यक्षेत्रनिष्काशनात् शेषौ कर्णवर्गस्तथा भुजकोटिवर्गयोगश्च तुल्यावेव समयोः समशोधितयोरपि शेषयोः समत्वात् ।

अतो भुजकोटिवर्गयोगमूलं कर्णः स्यादेवं बहुधा प्रकारेण वासना ज्ञेया विस्तरभयान्नलिखितेति ।

अथ ग्रन्थकृदुक्तप्रकारान्तरेण वासना लिख्यते—

तत्र तत्र भुजकोटिकर्णात्मकं जात्यं कोणचतुष्टयेषु तथा लेख्यं यथा कर्णसमचतुर्भुजक्षेत्रं दृश्यते तदन्तर्गतं भुजकोट्यन्तरतुल्यचतुर्भुजं च भवति ।

क्षेत्रदर्शनम्—



अत्र जात्यद्वययोः पृथक् पृथक् प्रातिलोम्येन योजितयोर्भुजकोटिरूपाभ्यां भुजाभ्यामायतद्वयं संपद्यते तत्र फलं तु भुजकोटिघात एव, एवमायतद्वयफलयोगे भुजकोटिरूपाभ्यां भुजाभ्यामायतद्वयं संपद्यते ।

तत्र फलं तु भुजकोटिघात एव एवमायतद्वयफलयोगें भुजकोटिघातो द्विगुणः स्यात् ।

अथवा न्यस्ते भुजकोटिघातार्द्धं फलमित्येकजात्यफलं $\frac{\text{भु, को}}{२}$ ।

इदं चतुर्गुणं $\frac{\text{भु० को ४}}{२}$

हरभक्तं (भुको२) जातं जात्यचतुष्टयफलयोगमितम्

इदं भुजकोट्यन्तरतुल्यचतुर्भुजक्षेत्रफलेन भुजकोटयन्तरवर्गतुल्येन युक्तं कर्णवर्गसमं स्यात् यतः कर्णसमचतुर्भुजे कर्णवर्ग एव फलमस्ति अतस्तन्मूलं कर्णः स्यात्

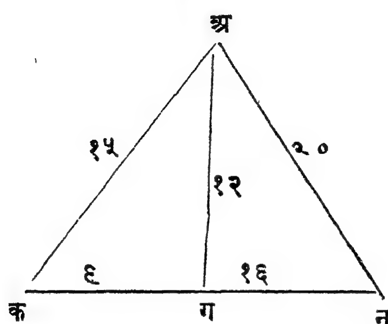
तथाकर्णवर्गस्तु भुजकोटिवर्गयोग इति पूर्वं प्रतिपादितमेव अतो इत्युपपद्यते ॥

विमला०—जिस त्रिभुजक्षेत्र में भुज पन्द्रह और कोटि बीस है वहाँ कर्ण का मान क्या होगा ।

तथा भुज, कोटि के वर्गयोग का मूल कर्ण होता है इस प्रसिद्ध गणित की युक्ति क्या है ? कहो ।

उदाहरण—

यहाँ कर्ण का प्रमाण=या, कल्पना किया । अब भुज, कोटि इन दोनों को दो भुज और कर्ण को भूमि कल्पना करने से क्षेत्र की स्थिति निम्नलिखित की तरह हुई ।



दोनों भुजों के सम्पात बिन्दु (अ) से अग, लम्ब किया,

इस तरह लम्ब के द्वारा अ क ग, अ ग न ये दो त्रिभुज उत्पन्न हुए। इन में क्रमसे कग, गन दोनों के भुज, अक, अन दोनों के कर्ण और अग लम्ब दोनों की कोटी हुई।

यहाँ अनुपात करते हैं कि "या, तुल्य कर्ण में अक (१५) तुल्य भुज पाते हैं तो पन्द्रह तुल्य कर्ण में क्या" इस से अक, भुजाश्रित कग आबाधा=$\frac{१५ \times १५}{या}$

$=\frac{२२५}{या}$,

एवं "या तुल्य कर्ण में अन (२०) तुल्य कोटि पाते हैं तो बीस तुल्य कर्ण में क्या" इस से अन भुजाश्रित गन, आबाधा=$\frac{२० \times २०}{या}=\frac{४००}{या}$,

$\because$ कग + गन = कन,

$\therefore \frac{२२५}{या}+\frac{४००}{या}=$ या,

वा $\frac{२२५+४००}{या}=$ या,

$\therefore$ या $=\sqrt{२२५+४००}=\sqrt{भु^२+को^२}=$

$\sqrt{६२५}=२५=२५=$ कर्णमान।

इस से पाटीगणित में कहा हुआ "तत्कृत्योर्योगपदं कर्णः" यह उपपन्न होता है। कर्णमान से उत्थापन देने से

छोटी आबाधा $=\frac{२२५}{या}=\frac{२२५}{२५}=९$।

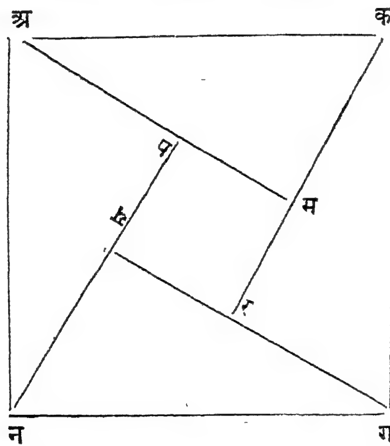
बड़ी आबाधा $=\frac{४००}{या}=\frac{४००}{२५}=१६$।

छोटी आबाधा और छोटे भुज का वर्गान्तर मूल लम्बमान $= \sqrt{(१५)^२ - (९)^२} =$
$\sqrt{२२५ - ८१} = \sqrt{१४४} = १२$ ।

बड़ी आबाधा और बड़े भुज का वर्गान्तरमूल वही लम्ब $= \sqrt{(२०)^२ - (१६)^२}$
$= \sqrt{४०० - २५६} = \sqrt{१४४} = १२$ ।

प्रकारान्तर से उत्तर—

जात्यत्रिभुज के भुज, कोटि, कर्ण इन तीनों को इस तरह लिखना चाहिए, जिस से एक चतुर्भुज बन जाय, तथा उस चतुर्भुज के प्रत्येक भुज कर्ण के समान हों। और उस चतुर्भुज के मध्य में भुज, कोटि के अन्तर तुल्य भुजा वाला एक चतुर्भुज बन जाय। जिस तरह आयत क्षेत्र में कर्ण रेखा बान्धने से उस के अन्तर्गत दो जात्य क्षेत्र उत्पन्न होते हैं, उसी तरह दो जात्य त्रिभुज को प्रतिलोम कर के मिलाने से एक आयत क्षेत्र उत्पन्न होता है। इस तरह रचित अकगन, चतुर्भुज में दो आयत क्षेत्र और एक पयमर, चतुर्भुज उत्पन्न होंगे।



आयत क्षेत्र में "तथायते तद्भुजकोटिघातः" इस सूत्र के अनुसार भुजकोटि के घात तुल्य फल होता है,

अतः दो आयत क्षेत्र का फल $=$ भु·को· २।

अथवा जात्य त्रिभुज में भुज, कोटि के घातार्ध तुल्य फल होता है, वे चार हैं,

अतः अकम, कगर, गनय, नअप, चारों त्रिभुज का फल $= \frac{\text{भु·को·}४}{२} = २$ भु·को।

तथा पमरय, चतुर्भुज में भुज $=$ को $-$ भु, इस के समान है, अतः फल $=$ (को $-$ भु) (को $-$ भु) $=$ (को $-$ भु)$^२ =$ को$^२ -$ को·भु· २ $+$ भु^{२} ।

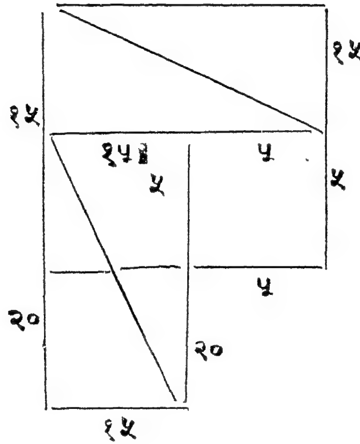
अतः अकगन चतुर्भुज का फल $=$ २ को·भु $+$ (को$^२ -$ २को·भु $+$ भु^{२}) $=$ को$^२ +$ भु$^२ = (२०)^२ + (१५)^२ = ४०० + २२५ = ६२५$ ।

यह या^{2}, के तुल्य है, अतः समीकरण से—
या^{2} = ६२५, ∴ या = २५ = कर्ण ।

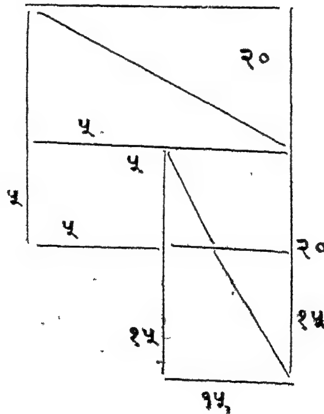
एतत्करणसूत्रं वृत्तम्—

दोः कोट्यन्तरवर्गेण द्विघ्नो घातः समन्वितः ।
वर्गयोगसमः स स्याद्द्वयोरव्यक्तयोर्यथा ॥ १४ ॥

अतो लाघवार्थं दोःकोटिवर्गयोगस्य पदं कर्ण इत्युपपन्नम् । तत्र तान्यपि क्षेत्रस्य खण्डान्यन्यथा विन्यस्य दर्शनम्—



सु०—स्पष्टम् ।
तथाहि
क्षेत्रदर्शनम्—



अथ तान्यपि क्षेत्रखण्डानि अन्यथा विन्यस्य दर्शनमिति ग्रन्थकृतोक्तं तदेव प्रदर्शितं अत्रापि भुजकोटिकर्णात्मकानि जात्यचतुष्टयानि सन्ति तथा भुजकोट्यन्तरवर्गक्षेत्रं चास्ति इदं संपूर्णं क्षेत्रं कोटिवर्गभुजवर्गयोगरूपं च दृश्यते यतो वृहद्राशिसमचतुर्भुजं क्षेत्रमुपरि तदधोलघुराशिसमचतुर्भुजमेकदिश्यस्ति द्वयोः फले राशिवर्गसमे एव एवं क्षेत्रदर्शनादेव क्रियेयमुपपन्ना राश्यन्तरवर्गेण युतस्य राशिघातद्विगुणस्य राशिवर्गयोगसमतेति ।

अत्र राशिवर्गयोगे राशिघातो द्विगुणः शोध्यते तदान्तरवर्ग एवावशिष्यते इत्यपि स्पष्टमेव क्षेत्रे वा वर्गयोगेऽन्तरवर्गः शोध्यते तदा द्विघ्नघात एवावशिष्यते,

अथ वा राशी या १, का १ अनयोरन्तरस्य या १ का १ वर्गः याव १ याका २ काव १ अयं द्विघ्नघातेन याकाभा २ युक्तस्तदा मध्यखण्डनाशादयं याव १ काव राशिवर्गयोगसम इति । प्रकृते भुजकोट्योरित्युपलक्षणं तेन सर्वत्र राश्योरन्तरवर्गेण द्विघ्ने घाते युते तयोः । वर्गयोगो भवेदिति सिद्धम् ॥

विमला—दो अव्यक्त राशियों की तरह भुज और कोटी का द्विगुणित घात से युत उनका अन्तर वर्ग, वर्गयोग के समान होता है ।

नवीनोपपत्तिः—

$भु^{२} + को^{२} = वर्गयोग = भु^{२} + को^{२} + २भु·को - २भु·को =$

$(भु - को)^{२} + २\ भु·को,$

अत उपपन्नम् ।

अथवा रेखागणितद्वितीयाध्यायस्य सप्तमीप्रतिज्ञोक्तयुक्त्याऽस्योपपत्तिरतिसरला किमत्र लेखप्रयासेनेति ।

उदाहरणम्—

भुजात् त्र्यूनात् पदं व्येकं कोटिकर्णान्तरं सखे ।
यत्र तत्र वद क्षेत्रे दोःकोटिश्रवणान्मम ॥ १५ ॥

अत्र कोटिकर्णान्तरमिष्टम् = २ । अतो विलोमेन भुजः-१२ । तद्यथा कल्पितमिष्टम् = २ । अस्य सरूपस्य ३ वर्गः = ९ । त्रियुतः=१२ । अस्य वर्गः=१४४ । तत्कोटिकर्णवर्गान्तरम् । अतो "राश्योर्वर्गान्तरं योगान्तरघातसमं स्यात्" वर्गौ हि समचतुरस्रक्षेत्रफलम् ।

अयं किल सप्तवर्गः ४९ ।

७

७ ७

७

अस्मात् पञ्चवर्गं २५ विशोध्य शेषस्य २४ दर्शनम् ।

७

५

७ ५ ५

५

७

इहान्तरं द्वौ २। योगो द्वादश १२। योगान्तरघातसम-२४ कोष्ठकानि वर्त्तन्ते । तद्दर्शनम्—

१२

२ २

१२

इत्युपपन्नं "वर्गान्तरं योगान्तरघातसमम्" इति ।

अत इदं वर्गान्तरं १४४ कल्पितकोटिकर्णान्तरेण २ भक्तं जातम् = ७२ । अयं योगो द्विधाऽन्तरेणोनयुतोऽर्धित इति संक्रमणेन जातौ कोटिकर्णौ ३५, ३७ । एवमेकेन भुजकोटिकर्णाः ७, २४, २५ । त्रिभिः १९, $\frac{१७६}{३}$, $\frac{१८५}{३}$ । चतुर्भिर्वा २८, ९६, १०० । एवमनेकधा । एवं सर्वत्र ॥

सु० — अथान्यदुदाहरणमनुष्टुभाह—

स्पष्टम् ।

उदाहरणम्—

न्यासः { भु ३ मू रू १ कोकअं

छेदं गुणं गुणं छेदमित्यादिविलोमविधौ कृते न्यासः—

{ भु ३ वर्ग रू१ अं

अतः कोटिकर्णान्तरं सैकं वर्गितं त्रियुतं भुजः स्यात्।

तत्र कोटिकर्णान्तरमिष्टं कल्पितं २ इदं सैकं ३ वर्गीकृतं ९ त्रियुतं जातो भुजः१२

अस्य वर्गः १४४ इदं हि कोटिकर्णवर्गान्तरं, वर्गान्तरं हि अन्तरेण २ भक्तं जातः कोटिकर्णयोगः ७२ योगोन्तरेणोनयुतोर्द्धित इति जातौ कोटि ३५ कर्णौ ३७।

एवं भुजः कल्पितः ७ अस्य वर्गः ४९ कोटिककर्णान्तरेण कल्पितेन १ भक्तो जातः कोटिकर्णयोगः ४९ ततः संक्रमणेन जातौ कोटि २४ कर्णौ २५।

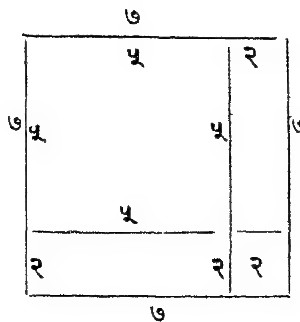
एवमत्राष्टाविंशतिभुजे कोटिकर्णान्तरे चतुर्मिते जातौ कोटि ९६ कर्णौ १००।

एवमिष्टवशाद्बहुधेति।

अत्र वर्गान्तरस्य योगान्तरघातसमत्वे युक्तिरुच्यते—

यथा पंचसमचतुर्भुजं सप्तसमचतुर्भुजाद्विशोध्य शेषं

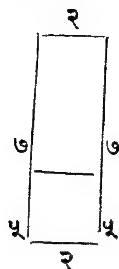
क्षेत्रदर्शनम्—



अत्र शेषमेकमायतं तस्य राश्यन्तरतुल्यो विस्तारः वृहद्राशिमितं दैर्ध्यम्।

तथा द्वितीयमायतं च तस्य लघुराशितुल्यो विस्तारः राश्यन्तरमितं दैर्ध्यमस्ति। इदं वर्गान्तरस्वरूपं यतः समचतुर्भुजावेव राशिवर्गौ वर्गस्य समचतुरस्रफलत्वात्।

अत्र प्रथमायते द्वितीयायतं योजितं तथादर्शनं अस्य क्षेत्रस्य राशियोगमितं दैर्ध्यं राश्यन्तरतुल्यो विस्तारः आयतेभुजकोटिघातः फलमित्युक्तत्वाद्राशियोगान्तरघातोऽस्य फलं तदेव वर्गान्तरं अत उपपन्नं वर्गान्तरं योगान्तरघातसममिति ।



अथ गणितेनोपपत्तिः—

योगोन्तरेणोनयुतोर्द्धित इति राशी $\frac{यो - अं}{२}$, $\frac{यो + अं}{२}$,

अनयोर्वर्गौ $\frac{यो^{२} - २ यो \cdot अं + अ^{२}}{४}$, $\frac{यो^{२} + २ यो \cdot अं + अ^{२}}{४}$,

प्रथमवर्गं द्वितीयवर्गात्संशोध्य शेषं $= \frac{४ यो \cdot अं}{४}$, हरभक्तं योगान्तरघात एव वर्गान्तरमिति सिद्धं एवं बहुधा

विमला० – जिस त्रिभुज क्षेत्र में तीन से हीन भुज का मूल ग्रहण करने से जो हो उस में रूप घटा देने से कोटिकर्णान्तर होता है, वहाँ भुज, कोटि, कर्ण इन तीनों का अलग २ मान क्या होगा ।

उदाहरण—

उदाहरण में प्रतिपादित रीति से न्यास—

$\sqrt{भु - ३} - १ =$ कोटिकर्णान्तर=अं ।

अतः विलोम विधि से भुज का आनयन—

$\because \sqrt{भु - ३} - १ = अं$,

$\therefore \sqrt{भु - ३} = अं + १$,

$\therefore (\sqrt{भु - ३})^{२} = (अं + १)^{२}$,

वा $भु - ३ = (अं + १)^{२}$,

$\therefore भु = (अं + १)^{२} + ३$,

अब यहाँ कोटि कर्णान्तर दो के तुल्य करने से—

$भु = (अं + १)^{२} + ३ = (२ + १)^{२} + ३ = ९ + ३ = १२$ ।

$\therefore कर्ण^{२} - कोटि^{२} = भुज^{२} = १४४$,

$\because$ क^2 — को^{2} = (क + को) (क — को) =
(क + को) २,

$\therefore$ क + को = $\frac{१४४}{२}$ = ७२ ।

अब कोटि कर्ण का योग=७२, अन्तर=२ का ज्ञान होने से संक्रमण गणित से-

कोटि= $\frac{७२ - २}{२}$ = ३५, कर्ण = $\frac{७२ + २}{२}$ = ३७,

कर्ण, कोटि, दोनों का अन्तर = ३७ — ३५=२, पूर्व कल्पित इष्ट के समान सिद्ध हुआ ।

स्वयं आचार्य दो राशियों के वर्गान्तर, उन के योग और अन्तर के घात सम होता है, इस की युक्ति कहते हैं ।

जैसे सात के समान अकनग, एक चतुर्भुज है, उस में पांच के समान यरनप, एक चतुर्भुज को घटा देने से शेष अकरत, तयपग, दो आयतक्षेत्र बचे, जिन में प्रथम आयत का बृहद्राशि समान दैर्घ्य और राश्यन्तर तुल्य कर=अत=विस्तार है ।

दूसरे में लघु राशि के तुल्य विस्तार और राश्यन्तर तुल्य दैर्घ्य है ।

यहां बृहद्राशि और लघुराशि के वर्ग तुल्य अकनग, यरनप, ये दोनों चतुर्भुज हैं । दोनों वर्गों के अन्तर तुल्य अकरत, तपयग इन दोनों आयतों का योग होगा । योग करने से दलघच चतुर्भुज के समान हुआ,

इस क्षेत्र में राशियों के योग तुल्य दैर्घ्य और राश्यन्तर तुल्य विस्तार है, और फल भुज, कोटि के घात तुल्य $= १२ \times २ = २४ =$ राशियोगान्तरघात हैं।

अतः दो राशियों के वर्गान्तर योगान्तर घात के तुल्य सिद्ध हुआ।

नवीनोपपत्तिः—

$(\text{अ} - \text{क})^{२} = \text{अ}^{२} - २\text{अ}\cdot\text{क} + \text{क}^{२}$,

$(\text{अ} + \text{क})^{२} = \text{अ}^{६} + २\text{अ}\cdot\text{क} + \text{क}^{२}$,

$\therefore (\text{अ} - \text{क})^{२} \cdot (\text{अ} + \text{क})^{२} =$

$(\text{अ}^{२} - २\,\text{अ}\cdot\text{क} + \text{क}^{२}) \cdot (\text{अ}^{२} + २\text{अ}\cdot\text{क} + \text{क}^{२}) =$

$\text{अ}^{२}\ (\text{अ}^{२} - २\,\text{अ}\cdot\text{क} + \text{क}^{२}) + २\text{अ}\cdot\text{क}\ (\text{अ}^{२} - २\text{अ}\cdot\text{क} + \text{क}^{२}) +$
$\text{क}^{२}(\text{अ}^{२} - २\,\text{अ}\cdot\text{क} + \text{क}^{२})$

$= \text{अ}^{४} - २\,\text{अ}^{३}\cdot\text{क} + \text{अ}^{२}\cdot\text{क}^{२} + २\text{अ}^{३}\cdot\text{क} - ४\text{अ}^{२}\cdot\text{क}^{२} + २\text{अ}\cdot\text{क}^{३} +$
$\text{अ}^{२}\cdot\text{क}^{२} - २\,\text{अ}\cdot\text{क}^{३} + \text{क}^{४}$

$= \text{अ}^{४} - २\text{अ}^{२}\cdot\text{क}^{२} + \text{क}^{४} = (\text{अ}^{२} - \text{क}^{२})^{२}$,

पक्षयोर्मूले—

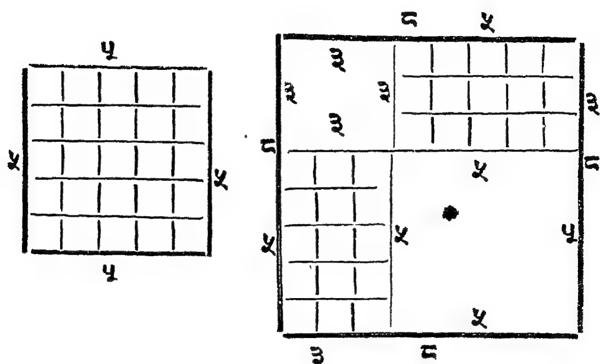
$(\text{अ} - \text{क})(\text{अ} + \text{क}) = \text{अ}^{२} - \text{क}^{२}$, अत उपपन्नम्।

अस्य सूत्रं वृत्तम्—

वर्गयोगस्य यद्राश्योर्युतिवर्गस्य चान्तरम्।
द्विघ्नघातसमानं स्याद्द्वयोरव्यक्तयोर्यथा ॥ १६ ॥

अत्र राशी ३, ५। अनयोर्युतिवर्गः = ६४। तयोर्वर्गौ ९, २५। अनयोर्योगः ३४। एतयोः ६४, ३४। अन्तरम् = ३०। इदं राश्योर्घातेन १५ द्विघ्नेन ३० समं भवतीत्युपपन्नम्।

तेषां स्वरूपाणि यथा—



सु०—अथ वक्ष्यमाणोपयुक्तक्रियामनुष्टुभाह—

स्पष्टम् ।

उदाहरणम्—

अथात्रोपपत्त्यर्थं क्षेत्रदर्शनम्—

८

५ वृहद्राशि वर्गः	३ राशि घातः
राशिघातः३	लघुरा शिवर्गः

३

राशी कल्पितौ ५।३ राशियोगसमचतुर्भुजबृहत्क्षेत्रमस्ति तस्य फलं राशियोगवर्गोऽस्ति, अस्मिन् बृहत्क्षेत्रे लघुबृहद्राशिसमचतुर्भुजौ शोधितौ तदा क्षेत्रद्वयमवशिष्यते राशितुल्याभ्यां भुजाभ्यामेकमायतं तथैव द्वितीयमपि ।

अनयोः फले राशिघातौ तेन द्वयोर्योगे राशिघातो द्विगुणः स्यादत उपपन्नं राश्योर्युतिवर्गो वर्गयोगहीनो द्विघ्नघातसमो भवतीति ।

एवं द्विघ्नघातेन हीनो युतिवर्गो वर्गयोगसमो भवति ।

अथैवमव्यक्तराश्यो या, का, युतिवर्गात् याव + २ याका + काव राशिवर्गयोगः याव + काव शोध्यते तदा द्विघ्नघात एवावशिष्यते याका २ ।

अत उक्तं द्वयोरव्यक्तयोर्यथेति ॥

विमला—दो अव्यक्त राशियों की तरह दो राशियों का वर्गयोग और योगवग का जो अन्तर होता है, वह उन के द्विगुणित घात के समान होता है ।

स्वयं आचार्यकृत उपपत्तिः—

कल्पना किया कि ५,३ दो राशियाँ हैं । इन के योग (८) के तुल्य आकगन, चतुर्भुज है इस का क्षेत्र फल दोनों राशियों के योगवर्ग तुल्य (६४) है ।

इस अकगन बृहत् चतुर्भुज में लघु और बृहद्राशि के समान चतुर्भुज घटाने से शेष सकमल, रलपन, दो आयत रहे।

ये दोनों बराबर है, दोनों में एक भुज लघुराशि (३) और दूसरा बृहद्राशि (५) के समान है, अतः एक का फल = ३ × ५ = १५ हुआ, इस के दूना तुल्य दोनों आयत का फल (३०) हुआ।

अतः □अकगन—(□मगपल + □असलर) = □सकमल + □ रलपन,

वा $(५+३)^२ - \{(५)^२ + (३)^२\} = ६४ - (२५ + ९)\}$

$= ६४ - ३४ = ३०$, अतः उपपन्न हुआ।

अथवा नवीनोपपत्तिः—

अथात्र कल्प्येते राशी या, का, इति।

अनयोर्वर्गयोगः = वयो = $या^२ + का^२ =$

$या^२ + का^२ + २\ या{\cdot}का - २\ या{\cdot}का$

$(या + का)^२ - २\ या{\cdot}का$,

$\therefore (या + का)^२ - (या^२ + का^२) = २\ या{\cdot}का =$

युति² —वयो,

अत उपपन्नम् ।

अन्यत् करणसूत्रं वृत्तम्—

चतुर्गुणस्य घातस्य युतिवर्गस्य चान्तरम् ।
राश्यन्तरकृतेस्तुल्यं द्वयोरव्यक्तयोर्यथा ॥ १७ ॥

अत्र राशी ३, ५ । अनयोर्युतिवर्गात् चतुर्षु कोणेषु घातचतुष्टयेऽपनीते मध्ये राश्यन्तरवर्गसमानि कोष्ठकानि दृश्यन्त इत्युपपन्नम् ।

तद्दर्शनम्—

सु०—अथान्यक्रियामाहानुष्टुभा—

स्पष्टम् ।

अत्र युतिवर्गे द्विघ्नघातः शोध्यते तदा वर्गयोगोऽवशिष्यते एवास्मिन्वर्गयोगे द्विघ्नघातो यदि शोध्यते तदा शेषमन्तरवर्गः ।

अत उपपन्नं राशिघातस्य चतुर्गुणस्य राशियुतिवर्गस्यान्तरवर्गसमं भवतीति ।

अथान्यथोपपत्त्यर्थं क्षेत्रदर्शनम्—

अत्र राशी कल्पितौ ५।३ राशियोगसमचतुर्भुजं बृहत्क्षेत्रमस्ति तस्य कोणचतुष्टयेषु राशिसमभुजाभ्यामायतानि चत्वारि सन्ति तथा मध्ये राश्यन्तरसमचतुर्भुजं चास्ति,

अत्र प्रत्येकमायते राशिघातः फलमित्यायतचतुष्टयफलं चतुर्गुणो राशिघातो

यदि युतिवर्गरूपबृहत्क्षेत्रादायतचतुष्टयं विशोधितं तदान्तरवर्गसमचतुर्भुजं शिष्टं तत्फलं तु राश्यन्तरवर्ग एव अत उपपन्नं यथोक्तम् ।

एवमव्यक्तराश्यो या १,का१र्युतिवर्गे याव१ याकाभा१ काव१ चतुर्गुणघातो या काभा४यदि शोध्यते तदा राश्यन्तर या१̇का१वर्ग याव१याकाभा२̇काव१एवावशिष्यत इत्युक्तं द्वयोरव्यक्तयोर्यथेति ॥

विमला—उद्दिष्ट दो राशियों का योगवर्ग, चतुर्गुणितघात इन दोनों का अन्तर उन के अन्तरवर्ग के समान होता है । जिस तरह दो अव्यक्त राशियों का होता है ।

भास्करीयोपपत्तिः—

यहाँ ५,३ दो राशियाँ कल्पना किया । दोनों के योग (८) तुल्य अकगन चतुर्भुज है । इस के चारों कोणों पर अलतट, लकबफ, बगपच, नपटर, ये चार आयत

क्षेत्र हैं । मध्य में राश्यन्तर (२) तुल्य एक रतफच चतुर्भुज है ।

एक आयत क्षेत्र का फल = ५ × ३ = १५,

अतः चार आयत क्षेत्र का गल = ४ × १५ = ६०,

इस को अकगन बड़े चतुर्भुज में घटाने से शेष रतफच, चतुर्भुज बच जायगा, इसका फल = ४ है ।

अतः □ अकगन − (□ अलतट + □ लकवफ + □ बगपच + □ पनहर) = □ रतफच ।

∴ $(५ + ३)^२ - ४(५ \times ३) = (५ - ३)^२ =$

६४ − ६० = ४, इस से सूत्र उपपन्न हो गया ।

अथवा नवीनोपपत्तिः—

कल्प्येते राशो या, का,

∴ $(या - का)^२ = या^२ - २\ या\cdot का + का^२ =$

$या^२ - २\ या\cdot का + का^२ - २\ या\cdot का + २\ या\cdot का =$

$या^२ + का^२ + २\ या\cdot का - ४\ या\cdot का =$

$(या + का)^२ - ४\ या\cdot का$, इत्युपपन्नम् ।

उदाहरणम्—

चत्वारिंशद्युतिर्येषां दोःकोटिश्रवसां वद ।
भुजकोटिवधो येषु शतं विंशतिसंयुतम् ॥ १८ ॥

अत्र किल भुजकोटयोर्वधो द्विगुणः = २४० । तद्युतिवर्गस्य वर्गयोस्य चान्तरं यो हि भुजकोटयोर्वर्गयोगः स एव कर्णवर्गः । अतो भुजकोटियुतिवर्गस्य चान्तरमिदं २४० योगान्तरघातसमं स्यात् । अत इदमन्तरं २४० योगेनानेन ४० भक्तं जातं भुजकोटियुतिकर्णान्तरम् = ६ ।

"योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्धित" इत्यादिना संक्रमणेन जातो भुजकोटियोगः = २३ । कर्णः = १७ ।

"चतुर्गुणस्य घातस्य" इति भुजकोटियुतिवर्गादस्मात् ५२९ चतुर्गुणघातेऽस्मिन् ४८० शोधिते शेषं जातो दोःकोटयन्तरवर्गः = ४९ । अस्य मूलम् ७ ।

इदं दोःकोटिविवरम् । "योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्धित" इति जाते भुजकोटी ८, १५ ।

सु०—अथान्यक्रियामनुष्टुभाह —

स्पष्टम् ।

अत्र भुजकोटिकर्णानां योगज्ञाने भुजकोटिघातज्ञाने च पृथक् पृथक् ज्ञानार्थं प्रश्नः

तत्र कर्णमानं या १ अनेनोनश्चत्वारिंशन्मितो जातो भुजकोटियोगः या १ रू ४०

अस्य वर्गः याव १ या ८० रू १६०० अयं भुजकोटियुतिवर्गः

अस्माद्भुजकोटिघातो १२० द्विगुणो यदि शोध्यते तदा भुजकोटिवर्गयोगः शिष्टः याव १ या ८० रू १३६०,

अस्य कर्णवर्गेण याव १ साम्यकरणादेकवर्णक्रिययैव लब्धं यावत्तावन्मानं १७

इदं कर्णमानं, अनेन त्रियुति ४० रूना जातो भुजकोटियोग: २३ ।

एवमव्यक्तमार्गेण संसिद्धावपि व्यक्तमार्गेणाचार्य आह—

अत्र भुजकोटिघातो द्विगुणोऽ २४० यं भुजकोटिवर्गयोगस्य भुजकोटियुतिवर्गस्यान्तररूपः भुजकोटिवर्गयोगस्तु कर्णवर्ग एव अतो भुजकोटियुतिवर्गस्य कर्णवर्गस्यान्तरमिदं २४० वर्गान्तरं हि योगान्तरघातसमं अतो भुजकोटियोगस्य कर्णस्य योगेन ४० भक्तं लब्धं भुजकोटियोगस्य कर्णस्यान्तरं ६ ।

योगो ४० न्तरेणोनयुतोर्द्धित इति जातौ कर्ण १७ भुजकोटियुती २३ ।

अत्र मत्कृतंसूत्रम्—

भुजकोटिकर्णयुतिवर्गदलं भुजकोटिघातरहितं विहृतम्
युतितः श्रुतिः श्रुतिविहीनयुतिर्भुजकोटिसंयुतिरतोऽन्यदपि ॥

यथा युति ४० वर्गदलं ८०० भुजकोटिघात १२० रहितं ६८० भुजकोटिकर्णयोगेन ४० भक्तं लब्धं कर्णः १७ ।

अनेन युति ४० रूना जातो भुजकोटियोगः २३ ।

अथ भुजकोटियुतिवर्गा ५२६ द्भुजकोटिघातश्चतुर्गुणः ४८० शोधितः शेषं भुजकोटयन्तरवर्गः ४६ ।

अथवा भुजकोटिघातो द्विगुणः २४० कर्णवर्गा २८६ त्संशोधितः स एव जातो न्तरवर्गः ४६ ।

अस्य मूलं भुजकोटयन्तरं ७ ।

अनेन भुजकोटियोग २३ ऊनः १६ युतः श्च ३० एतावर्द्धितौ जातौ कोटि ८ भुजौ १५ एवं सर्वत्र ॥

विमला—भुज, कोटि, कर्ण इन तीनों का योग चालीस है, और भुज, कोटि का घात एक सौ बीस है । वहां भुज, कोटि, कर्ण अलग २ क्या होगा ।

उदाहरण—

यहां कर्ण का मान = या,

$\because$ भु + को + क = ४०, $\therefore$ भु + को = ४० − क = ४० − या,

$\because$ (भु + को)^{२} = (४० − या)^{२} =

१६०० − ८० या + या^{२}, = भु^{२} + को^{२} + २भु·को,

$\therefore$ भु^{२} + को^{२} = १६०० − ८० या + या^{२} − २भु· को =

१६०० − ८० या + या^{२} − २४० = कर्ण^{२} = या^{२},

$\therefore$ १६०० − २४० = या^{२} − (−८० या + या^{२}),

$\therefore$ १३६० = ८० या, $\therefore$ या = $\frac{१३६०}{८०}$ = १७ ।

इस तरह कर्ण का मान १७ आया, इस को तीनों के योग ४० में घटाने से भुज, कोटि का योग = ४० − १७ = २३, रहा ।

इस प्रकार अव्यक्त रीति से इस का उत्तर होने पर भी आचार्य व्यक्त रीति से इस का उत्तर कहते हैं ।

उदाहरण—

$\because$ भु × को = १२०, अतः २ भु·को = २४०, यह पूर्व कथित युक्ति से भुज, कोटि के वर्गयोग और भुज, कोटि के योगवर्ग का अन्तर तुल्य है । अतः

२४० = (भु + को)^{२} − (भु^{२} + को^{२}) = यु^{२} − क^{२} =

(यु + क)·(यु − क) = ४० (यु − क)'

$\therefore$ यु − क = $\frac{२४०}{४०}$ = ६,

अब संक्रमण गणित से—

भु + को = $\frac{४० + ६}{२}$ = २३,

$कर्ण = \frac{४० - ६}{२} = \frac{३४}{२} = १७,$

फिर "चतुर्गुणस्य घातस्य" इत्यादि सूत्र के अनुसार

$(भु + को)^२ - ४ भु \cdot को = (को - भु)^२$ होगा,

$\therefore (२३)^२ - ४ \times १२० = ५२९ - ४८० = ४९ = (को - भु)^२,$

$\therefore ७ = को - भु$ । योग का ज्ञान है ही ।

अतः संक्रमण गणित से—

$भुज = \frac{२३ - ७}{२} = \frac{१६}{२} = ८,$

$कोटि = \frac{२३ + ७}{२} = \frac{३०}{२} = १५,$

नवीनोपपत्तिः—

अत्रागतजीवनाथीयसूत्रस्योपपत्तिः—

यथात्र कल्प्यते $भु + को + क = यो$, $भु \cdot को = घा$, इति ।

यदि कर्णमानम् $= य$, तदा $भु + को = यो - य$,

"वर्गयोगस्य यद्राश्योर्युतिवर्गस्य चान्तरम् ।

द्विघ्नघातसमानं स्यादिति" सूत्रेण—

$(भु + को)^२ - (भु^२ + को^२) = २ भु \cdot को,$

वा $(यो - य)^२ - य^२ = २घा,$

$\therefore यो^२ - २ यो \cdot य + य^२ - य^२ = २ घा,$

$\therefore यो^२ - २ यो \cdot य = २ घा,$

$\therefore यो^२ - २घा = २ यो \cdot य,$

$$\therefore य = \frac{यो^२ - २घा}{२ यो} = \frac{\frac{यो^२}{२} - घा}{यो}$$, इत्युपपन्नम् ।

उदाहरणम्—

योगो दोःकोटिकर्णानां षट्पञ्चाशद्वधस्तथा ।
षट्शती सप्तभिः क्षुण्णा ४२०० येषां तान्मे पृथग्वद ॥ १६ ॥

अत्र कर्णः = या १ । अस्य वर्गः = याव १ । स एव भुजकोटिवर्गयोगः । अत्र दोःकोटिकर्णयोगे कर्णोने जातो भुजकोटियोगः = या १ रू ५६ । त्रयाणां घाते कर्णभक्ते जातो भुजकोटिवधः = $\frac{४२००}{या १}$ ।

अथ "वर्गयोगस्य यद्राश्योर्युतिवर्गस्य चान्तरं । द्विघ्नघातसमानं

स्यात्" इति वर्गयोगः = याव १, युतिवर्गः = याव १ या ११२ रू ३१३६ ।
अनयोरन्तरम् = या ११२ रू ३१३६ । एतद्द्विघ्नघातस्यास्य $\frac{\text{रू ८४००}}{\text{या १}}$ ।
सममिति समच्छेदीकृत्य छेदगमे जातौ पक्षौ—

{ याव ११२ या ३१३६ रू० ।
{ याव ० या ० रू ८४०० ।

एतौ द्वादशाधिकशतेनापवर्त्य शोधितौ जातौ—

{ याव १ या २८ रू ० ।
{ याव ० या ० रू ७५ ।

एतौ ऋणरूपेण संगुण्य चतुर्दशवर्गसमरूपाणि प्रक्षिप्य मूले

{ या १ रू १४ ।
{ या ० रू ११ ।

उक्तवच्छोधने कृते लब्धं यावत्तावन्मानम् = २५ । अत्र विकल्पेन द्वितीयं कर्णमानम् = ३ उत्पद्यते । एतदनुपपन्नत्वान्न ग्राह्यम् । अत्र त्रयाणां घातः = ४२००० । कर्ण-२५ भक्तो जातो भुजकोटिवधः = १६८ । तथैवं भुजकोटियुतिः = ३१ । "चतुर्गुणस्य घातस्य"इत्यादिना जातं दोःकोट्य-न्तरम् = १७ । "योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्धित" इत्यादिना जाते भुजकोटी ७, २४ । एवं सर्वत्र क्रियोपसंहारं कृत्वा मतिमद्भिः क्वापि युक्त्यैवो-दाहरणमानीयते । अव्यक्तकल्पनया तु महती क्रिया भवति ।

इति भास्करीये बीजगणितेऽव्यक्तवर्गादिसमीकरणं (एकवर्णसम्ब-न्धि मध्यमाहरणं) समाप्तम् ।

सु०—अथान्योदाहरणमनुष्टुभाह—

येषां दोःकोटिकर्णानां षट्पचाशद्योगस्तथा तेषां वधः सप्तगुणिता षट्शती वर्तते तान् दोः कोटिकर्णान् पृथक्पृथग् वद कथयेत्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्र कर्णः या१अस्य वर्गः याव१ अयं भुजकोटिवर्गयोगः,

अथ भुजकोटिकर्णयोगे ५६ कर्णोने जातो भुजकोटियोगः या १ रू ५६,

तथा भुजकोटिकर्णानां घाते ४२०० कर्ण या१भक्ते जातो भुजकोटिघातः =

$\frac{\text{रू ४२००}}{\text{या १}}$

अथ भुजकोटियुति या १ रू ५६ वर्गे याव१या ११२रू ३१३६ भुजकोटिवर्ग-योगः याव१शोधितः शेषं भुजकोटयोर्द्विघ्नघात इति या११२ रू ३१३६

वर्गयोगस्य यद्राश्योर्युतिवर्गस्य चान्तरं द्विघ्नघातसमानं स्यादित्युक्तेः—

अथायं द्विघ्नघातः या १ १२ रू ३ १ ३ ६ पूर्वानीतभुजकोटिवधेन $\frac{\text{रू ४२००}}{\text{या १}}$ द्विगुणेन $\frac{\text{रू ८४००}}{\text{या १}}$ सम इति पक्षौ—

$$\begin{cases} \text{या ११२ रू ३१३६} \\ \text{या ० } \frac{\text{रू ८४००}}{\text{या १}} \end{cases}$$

पक्षयोः समच्छेदीकृतयोश्छेदगमे न्यासः—

$$\begin{cases} \text{याव ११२ या ३१३६ रू ०} \\ \text{याव ० या ० रू ८४००} \end{cases}$$

समशोधनात्पक्षौ—

$$\begin{cases} \text{याव० या० रू ७५} \\ \text{याव १ या २८ रू०} \end{cases}$$

अनयोश्चतुर्दशवर्गं १९६ प्रक्षिप्य न्यासः—

$$\begin{cases} \text{याव० या० रू १२१} \\ \text{याव १ या २८ रू १९६} \end{cases}$$

अनयोर्मूले—

$$\begin{cases} \text{या ० रू ११} \\ \text{या १ रू १४} \end{cases}$$

अत्राव्यक्तपक्षर्णरूपेभ्योऽल्पं व्यक्तपक्षमूलमतस्तद्धनमृणं च प्रकल्प्य न्यासः

$$\begin{cases} \text{या० रू ११} \\ \text{या१ रू १४} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{या० रू ११} \\ \text{या१ रू १४} \end{cases}$$

अनयोस्समीकरणाल्लब्धं द्विधा यावत्तावन्मानं २५,३।

अत्र प्रथममानमेव ग्राह्यं २५ द्वितीयस्यानुपपन्नत्वमालापासंभवात् ।

अत्राव्यक्तरीत्यां मत्कृतं सूत्रम्—

भुजकोटिकर्णनिहतिर्युतिहृत्फलहीनिता युतियुगांशकृतिः ।

पदमत्र संयुतियुगांशयुतं श्रुतिसम्मितिर्निजधियाऽन्यदपि ।

यथा त्रयाणां घाते ४२०० युति ५६ भक्ते फलं ७५ युति ५६ चतुर्थांश १४ र्गो १९६ द्रहितं १२१ तन्मूलं ११ युतिचतुर्थांश १४ युतं जातः कर्णः २५ एव-न्यत्रापि ।

अथ त्रयाणां घाते ४२०० कर्णं २५ भक्ते जातो भुजकोटिघातः १६८ तथा याणां युतिः ५६ कर्णेन हीना ३१ जातो भुजकोटियोगः ३१ अस्य वर्गो ९६१

द्भुजकोटिघातश्चतुर्गुणो ६७२ हीनः २८९ अयं भुजकोट्यन्तरवर्गः अस्य मूलं भुजकोट्यन्तरं १७, भुजकोटियोगश्चायं ३१,

आभ्यां सङ्क्रमणेन जाते भुजकोटी ७ २४ एवं सर्वत्र क्रियोपसंहारं कृत्वा मतिमद्भिः क्वापि युक्त्यैवोदाहरणमानीयते अव्यक्तकल्पनया तु महती क्रिया भवति ॥

त्रिस्कन्धसिन्धुपरपारगमैथिलार्यश्रीशम्भुनाथगणकात्मजनिर्मितेऽस्मिन् ।
बीजक्रियाविवरणे परिपूर्तिमागाद्युक्त्यैकवर्णभवमध्यहृतेर्विधानम् ॥

इति श्रीजीवनाथदैवज्ञविरचिते बीजोदाहरणे एकवर्णसम्बन्धि-
मध्यमाहरणोदाहरणम् ॥

विमला०—भुज, कोटि, कर्ण इन तीनों का योग ५६ और घात ४२०० है तो उन को अलग २ कहो।

उदाहरण—

यहां कर्ण का प्रमाण = या,

$\therefore$ भु^{2} + को^{2} = या^{2} ।

$\because$ भु + को + या = ५६,

$\therefore$ भु + को = ५६ − या ।

इसी तरह भु × को × या = ४२००,

$\therefore$ भु·को $= \frac{४२००}{या}$ ।

अब "वर्गयोगस्य यद्राश्योर्युतिवर्गस्य चान्तरम् । द्विघ्नघातसमानं स्यात्" इस सूत्र के अनुसार—

(भु + को)^2 − (भु^{2} + को^{2}) = २ भु· को, यह हुआ ।

$\therefore$ (५६ − या)^2 − या^{2} $= \frac{२ \times ४२००}{या}$,

$\therefore$ ३१३६ − ११२ या + या^{2} − या^{2} $= \frac{८४००}{या}$,

$\therefore$ ३१३६ − ११२ या $= \frac{८४००}{या}$,

$\therefore$ ३१३६ या − ११२ या^{2} = ८४००,

$\therefore \frac{३१३६ या - ११२ या^2}{११२} = \frac{८४००}{११२}$,

$\therefore$ २८ या − या^{2} = ७५, $\therefore$ या^{2} − २८ या = − ७५,

$\therefore$ या^{2} − २८ या + १९६ = १९६ − ७५ = १२१,

$\therefore \sqrt{या^2 - २८या + १९६} = \sqrt{१२१}$,

$\therefore$ या − १४ = ± ११,

यदा या − १४ = ११ तदा या = १४ + ११ = २५,
यदा च या − १४ = − ११, तदा या = १४ − ११ = ३ ।
यहां पहला मान २५ वास्तव है । दूसरा ३ नहीं ।

नवीनोपपत्तिः—

यथात्र कल्प्यते भु·को·क = घातः = घा,
भु + को + क = योगः = यो,

अत्र यदि कर्णः = य, तदा $भु·को = \frac{घा}{य}$, भु + को = यो − य ।

"वर्गयोगस्य यद्राश्योर्युतिवर्गस्य चान्तरम् ।
द्विघ्नघातसमानं स्यादिति सूत्रेण—

$(भु + को)^२ - (को^२ + भु^२) = २\ भु·को,$

$वा\ (भु + को)^२ - क^२ = २\ भु·को,$

$वा\ (यो - य)^२ - य^२ = \frac{२\ घा}{य},$

$\therefore\ यो^२ - २\ यो·य + य^२ - य^२ = \frac{२\ घा}{य}$

$\therefore\ यो^२ - २\ यो·य = \frac{२\ घा}{य},$

$\therefore\ यो·^२\ य - २\ यो·य^२ = २\ घा,$

$\therefore - २\ घा = २\ यो·य^२ - यो^२·य,$

$\therefore - \frac{२\ घा}{२\ यो} = \frac{२\ यो·य^२ - यो·^२\ य}{२\ यो},$

$वा - \frac{घा}{यो} = य^२ - यो·\frac{य}{२},$

$\therefore - \frac{घा}{यो} + \left(\frac{यो}{४}\right)^२ = य^२ - यो·\frac{य}{२} + \left(\frac{यो}{४}\right)^२$

$\therefore \sqrt{-\frac{घा}{यो} + \left(\frac{यो}{४}\right)^२} = \sqrt{य^२ - यो·\frac{य}{२} + \left(\frac{यो}{४}\right)^२},$

$वा \sqrt{-\frac{घा}{यो} + \left(\frac{यो}{४}\right)^२} = य - \frac{यो}{४},$

$\therefore\ य = \sqrt{-\frac{घा}{यो} + \left(\frac{यो}{४}\right)^२} + \frac{यो}{४},$

$वा\ य = \sqrt{-\frac{घा}{यो} + \frac{यो^२}{१६}} + \frac{यो}{४},$

अत उपपन्नम् ।

एतेन—

वधयोगांशहीनाद्ययोगवेदांशवर्गतः ।
पदं योगचतुर्थांशयुक्तं कर्णो भवेदिति ॥

इति विशेषोक्तमप्युपपद्यते ।

मध्यमाहरण सम्बन्धी नवीन ढङ्ग के नियम—

यहां उद्दिष्ट के अनुसार दो पक्ष सिद्ध कर अव्यक्त वर्ग जिस पक्ष में हो उस में दूसरे पक्ष को ले आना चाहिए । इस तरह दूसरे पक्ष में शून्य शेष बच जायगा । अतः पहला पक्ष शून्य के समान होगा । इस के बाद पहले पक्ष के वक्ष्यमाण रीति के अनुसार जितने खण्ड हो सकें बनावे । उन में अव्यक्त का एक घात जिस २ खण्ड में रहे उन को शून्य के बराबर कर के अव्यक्त मान लाना चाहिए ।

अब मध्यमाहरण सम्बन्धी कुछ नये ढङ्ग के प्रश्न—

(१) $६\,य^२ - ४\,य = ३य - २\,य^२$, इस में य का मान क्या है

$\because ६\,य^२ - ४य = ३\,य - २\,य^२$,

$\therefore ६\,य^२ - ४य - (३\,य - २य^२) = ११\,य^२ - ७\,य = ०$,

वा $य\,(११\,य - ७) = ०$,

$\therefore य = ०$, तथा $११\,य - ७ = ०$,

$\therefore य = \frac{७}{११}$ ।

उदाहरण—

(२) $य^२ = ३६$, इसमें य क्या है ?

$\because य^२ = ३६$,

$\therefore य^२ - ३६ = ०$,

$\therefore (य - ६)\,(य + ६) = ०$,

$\therefore य - ६ = ०$, तथा $य + ६ = ०$

$\therefore य = ६$, वा $य = -६$ ।

उदाहरण—

(३) $य^२ = १३\,य - ३०$, इस में य क्या है ?

$\because य^२ = १३\,य - ३०$,

$\therefore य^२ - १३\,य + ३० = ०$

वा, $(य - ३)\,(य - १०) = ०$

$\therefore य - ३ = ०$, तथा $य - १० = ०$

$\therefore य = ३$, वा $य = १०$

उदाहरण—

(४) $\frac{य^२ - ६}{य - ३} = २\,य - ३$, इस में य का मान क्या है ?

$\because \frac{य^२ - ९}{य - ३} = २य - ३,$

$\therefore य^२ - ९ = (२य - ३)(य - ३),$

वा $(य - ३)(य + ३) = (२य - ३)(य - ३),$

$\therefore (२य - ३)(य - ३) - (य - ३)(य + ३) = ०,$

$\therefore (य - ३)[(२य - ३) - (य + ३)] = ०,$

वा $(य - ३)(य - ६) = ०,$

$\therefore य - ३ = ०$, तथा $य - ६ = ०,$

$\therefore य = ३$, वा $य = ६$ ।

उदाहरण—

(५) $९य^२ = ६० - १२य$, इस में य का मान क्या है ।

$\because ९य^२ = ६० - १२य,$

$\therefore ९य^२ + १२य - ६० = ०,$

वा $९य^२ - ३६ + १२य - २४ = ०,$

$\therefore (३य - ६)(३य + ६) + १२य - २४ = ०,$

वा $(३य - ६)(३य + ६) + ४(३य - ६) = ०$

$\therefore (३य - ६)(३य + ६ + ४) = ०$

वा $(३य - ६)(३य + १०) = ०$

$\therefore ३य - ६ = ०$, तथा $३य + १० = ०,$

$\therefore य = \frac{६}{३} = २$, वा $य = \frac{१०}{३},$

यहां दूसरा मान ठीक नहीं है ।

उदाहरण—

(६) $य^३ = य + ६$, इस में य का क्या मान है ?

$\because य^३ = य + ६,$

$\therefore य^३ - य - ८ + २ = ०,$

वा $(य^३ - ८) - (य - २) = ०$

$\therefore (य - २)(य^२ + २य + ४) - (य - २) = ०$

$\therefore (य - २)(य^२ + २य + ३) = ०$

$\therefore य^२ + २य + ३ = ०$, तथा $य - २ = ०$

$\therefore य = २$ ।

उदाहरण—

(७) $४य - \frac{१}{य} = २ + \frac{१}{य}$ इस में य क्या है ?

$\because \quad ४य - \frac{१}{य} = २ + \frac{१}{य}$,

$\therefore \frac{४य^२ - १}{य} = २ + \frac{१}{य}$,

$\therefore ४य^२ - १ = २य + १$,

वा $(२य+१)(२य-१) = २य+१$,

$\therefore (२य+१)(२य-१) - (२य+१ = ०$,

$\therefore (२य+१)(२य-२) = ०$,

$\therefore २य+१ = ०$, तथा $२य - २ = ०$

$\therefore य = -\frac{१}{२}$, वा $य = \frac{२}{२} = १$,

उदाहरण—

(८) $२य - \frac{२}{य} = ६य - ६$, इस में य का क्या मान है ?

$\because \quad २य - \frac{२}{य} = ६य - ६$,

$\therefore \frac{२य^२ - २}{य} = ६(य - १)$,

$\therefore २य^२ - २ = ६य(य - १)$

वा $२(य^२ - १) = ६य(य - १)$,

$\therefore २(य+१)(य-१) = ६य(य-१)$,

$\therefore २(य+१)(य-१) - ६य(य-१) = ०$,

$\therefore (२य+२-६य)(य-१) = ०$,

वा $(२-४य)(य-१) = ०$,

$\therefore २ - ४य = ०$, तथा $य - १ = ०$,

$\therefore य = \frac{२}{४} = \frac{१}{२}$, वा $य = १$ ।

उदाहरण—

(९) $३य + ३१ = \frac{७४}{य}$, इस में य क्या है ?

$\because \quad ३य + ३१ = \frac{७४}{य}$,

$\therefore ३य^२ + ३१य = ७४$,

$\therefore ३य^२ + ३१य - ७४ = ०$,

$\therefore ३य^२ - १२ + ३१य - ६२ = ०$,

वा $३(य^२ - ४) + ३१(य - २) = ०$,

∴ ३(य − २)(य + २) + ३१(य − २) = ०,

∴ (य − २)(३य + ३७) = ०,

∴ य − २ = ०,

∴ य = २,

उदाहरण—

(१०) य^{३} − ६य^{२} = ३५ − १२य, इस में य क्या है ?

∵ य^{३} − ६य^{२} = ३५ − १२य,

∴ य^{३} − ६य^{२} + १२य − ३५ = ०,

∴ य^{३} − ५य^{२} − य^{२} + ५य + ७य − ३५ = ०,

∴ य^{२}(य − ५) − य(य − ५) + ७(य − ५) = ०,

∴ य − ५ = ०,

∴ य = ५,

एक घात स्वरूप ही ऐसी जगह में लेना चाहिये, अतः 'य^{२} − य + ७, इस खण्ड का ग्रहण नही किया ।

अभ्यास के लिये उदाहरण—

(१) १८य^{२} − १८ = १६य^{२}, इस में य का मान क्या है ?

(२) ५य^{२} − ७य = ३य^{२} + १३य ,,

(३) य^{२} = ८य + २०, ,,

(४) य^{२} = ८, ,,

(५) य^{२} − ३०य + २६ = ०, ,,

(६) य(य^{२} + ११) = ६(य^{२} + १), ,,

(७) य^{२} = ४(२य − २), ,,

(८) य^{२} + य = २, ,,

(९) ४य^{२} + ७२ = ३४य + ६०, ,,

(१०) (य − ७)(४य − २६) = (२य − ५)(२य − १७) + १, ,,

(११) (३य + २)(२य − ६) = (४ − ३य)(१ − २य) − १०, ,,

(१२) (३य + ५)(६य − ७) = (३य + २)(६य − १३) − (३य + १)(३य − १) ,,

(१३) (य + २)(२य + ५) = २(य + १)^{२} + १३, ,,

(१४) (य + १)(४य − ७) − (य − १)(य + ५) = ३(य + २)^{२} + ५, ,,

(१५) ३(य − ४)^{२} + ५(य − ३)^{२} = (२य − ५)(४य − १) + २४, ,,

(१६) (६य + ६)^{२} + (८य − ७)^{२} = (१०य + ३)^{२} − ७१, ,,

(१७) $\frac{\text{२य + १}}{\text{२६}} - \frac{\text{४०२ − ३य}^{२}}{\text{१२}} = \text{६} - \frac{\text{४७१ − ६य}^{२}}{\text{२}}$,,

(१८) $\frac{य+५}{४य-६}=\frac{य+१०\frac{१}{२}}{४य-७}$, ,,

(१९) $\frac{७य+२}{१७य+१४}=\frac{७य+६}{१७य+२६}$, ,,

(२०) $\frac{२य-७}{३य-८}=\frac{३(२य-१)}{६य-२}$, ,,

(२१) $\frac{१३-६य}{३+४य}=\frac{७-९य}{७+६य}$, ,,

(२२) $\frac{१०(७+४य)}{४+१५य}=\frac{२७+८य}{४+३य}$, ,,

(२३) $\frac{१५-\frac{३}{४}य}{५}-\frac{२य+५}{२\frac{१}{२}}=\frac{१७-\frac{१४}{३}य}{३}$, ,,

(२४) $५(य+१)^२+७(य+३)^२=१२(य+२)^२$, ,,

(२५) $(३य-१४)^२+(४य-१६)^२-(५य-२३)^२=२२$, ,,

(२६) $(५य-८)^२+(१२य-७)^२=(१३य-१०)^२+३७$, ,,

(२७) $(य-१)^३+(य+१)^३=२य(य^२-१)+४$, ,,

(२८) $(य-२)^३+२य^३+(य+२)^३=४य^२(य+२)$, ,,

(२९) $(य+२)(य+३)(य+४)+६६=य^२(य+६)+$
$५(३य+१३)$, ,,

(३०) $३(य^२-१४)=(य+१)^२+(य-२)^२+(य-५)^२$, ,,

(३१) $\frac{य^२-२\frac{१}{२}}{४}-\frac{य-३\frac{१}{२}}{५}=\frac{२य^२-३}{८}-\frac{य-५\frac{१}{२}}{३}$, ,,

(३२) $\frac{य+२\frac{१}{२}}{१५}+\frac{य+३\frac{१}{३}}{२५}=\frac{य+४\frac{१}{६}}{५५}$, ,,

(३३) $\frac{६८य-७३}{२१}=\frac{१४य-६}{३}-\frac{१३य-१६}{१५य-६}$, ,,

(३४) $\frac{६५य-१५६}{३५}=\frac{१६य-२६}{७}-\frac{१७य-४७}{१५य-५६}$, ,,

(३५) $\frac{६१य-२१}{५६}+\frac{२४य-८३}{३५य-१३८}=\frac{१३य+६}{८}$, ,,

(३६) $\frac{११७य-२६}{१३५}+\frac{१६य-७७}{२३य-११०}=\frac{१३य+४}{१५}+\frac{३\frac{५}{६}}{२७}$, ,,

(३७) $\frac{६य-७\frac{१}{३}}{१३-२य}+२य+\frac{१+१६य}{१४}=४\frac{७}{१२}-\frac{१२\frac{५}{६}-८य}{३}$, ,,

(३८) $\frac{४१ - ३५य}{१०५} - \frac{७ - २ य^२}{१४ (य - १)} = \frac{१ + ३य}{२१} - \frac{२य - २\frac{१}{६}}{६}$, „

(३९) $\frac{१}{य - १} - \frac{२}{य + ७} = \frac{१}{७ (य - १)}$, „

(४०) $\frac{२}{५ (३य + ४)} + \frac{४}{२य + ३} = \frac{६}{३य + ४}$, „

बुधनिवहवरेण्येणाच्युतानन्दनाम्ना विरचित 'विमला' ख्या बीजगा चारुटीका।
नवगणितसुयुक्त्योद्देशकैः संस्कृताऽयाद्गणितविषयरम्यश्चैकवर्णाङ्कमन्त्यम्॥

इति "दरभङ्गा" मण्डलान्तर्गत "जरिसो" ग्रामनिवासि-ज्यौतिषाचार्यादि-
पदवीक प्राप्त "रीपन्" स्वर्णपदक पं० श्रीअच्युतानन्द झा शर्मविर-
चिते बीजगणितभाषाभाष्ये एकवर्णमध्यमाहरणं समाप्तम्।

अथानेकवर्णसमीकरणं बीजम्। यत्र सूत्रं सार्धवृत्तत्रयम्।
आद्यं वर्णं शोधयेदन्यपक्षादन्यान् रूपाण्यन्यतश्चाद्यभक्ते।
पक्षेऽन्यस्मिन्नाद्यवर्णोन्मितिः स्याद्वर्णस्यैकस्योन्मितीनां बहुत्वे॥१॥
समीकृतच्छेदगमे तु ताभ्यस्तदन्यवर्णोन्मितयः प्रसाध्याः।
अन्त्योन्मितौ कुट्टविधेर्गुणाप्ती ते भाज्यतद्भाजकवर्णमाने॥२॥
अन्येऽपि भाज्ये यदि सन्ति वर्णास्तन्मानमिष्टं परिकल्प्य साध्ये।
विलोमकोत्थापनतोऽन्यवर्णमानानि भिन्नं यदि मानमेवम्॥३॥
भूयः कार्यः कुट्टकोऽत्रान्त्यवर्णं तेनोत्थाप्योत्थापयेद्व्यस्तमाद्यान्॥

इदमनेकवर्णसमीकरणं बीजम्। यत्रोदाहरणे द्वित्र्यादयोऽव्यक्तराशयो भवन्ति तेषां यावत्तावदादयो वर्णा मानेषु कल्प्यास्तेऽत्र पूर्वाचार्यैः कल्पिताः। यावत्तावत्, कालक, नीलक,-पीतक, लोहितक,-हरितक,-श्वेतक,-चित्रक,-कपिलक, पिङ्गलक,-धूम्रक,-पाटलक,-शवलक,-श्यामलक,-मेचक,-इत्यादि। अथवा कादीन्यक्षराणि अव्यक्तानां संज्ञा असंकरार्थं कल्प्याः। अतः प्राग्वदुद्देशकालापवद्विधिं कुर्वता गणकेन पक्षौ समौ कार्यौ पक्षा वा समाः कार्याः। ततः सूत्रावतारोऽयम्।

तयोः समयोरेकस्मात् पक्षादितरपक्षस्याद्यं वर्णं शोधयेत् तदन्यवर्णान् रूपाणि च इतरपक्षाच्छोधयेत्। तत आद्यवर्णशेषेणेतरपक्षे भक्ते भाजकवर्णोन्मितिः। बहुषु पक्षेषु ययोर्ययोः साम्यमस्ति तयोरेवं कृते सति अन्या उन्मितयः स्युः। ततस्तासून्मितिषु एकवर्णोन्मितयो यद्यनेकधा भवन्ति ततस्तासां मध्ये द्वयोर्द्वयोः समीकृतच्छेदगमेनाद्यं वर्णं शोधयेदित्यादिनाऽन्यवर्णोन्मितयः स्युः।

एवं यावत्तावत्सम्भवः। ततोऽन्त्योन्मितौ भाज्यवर्णे योऽङ्कः स

भाज्यराशिर्यो भाजके स भाजकः । रूपाणि क्षेपः । अतः कुट्टकविधिना यो गुण उत्पद्यते तद्भाज्यवर्णमानं या लब्धिस्तद्भाजकवर्णमानं तयोर्मानयोर्दृढभाजकभाज्याविष्टेन वर्णेन गुणितौ क्षेपकौ कल्प्यौ । ततः स्वस्वमानेन सक्षेपेण पूर्ववर्णोन्मितौ वर्णावुत्थाप्य स्वच्छेदेन हरणे यल्लभ्यते तत्पूर्ववर्णस्य मानम् । एवं विलोमकोत्थापनतोऽन्यवर्णमानानि भवन्ति । यदि त्वन्योन्मितौ द्व्यादयो वर्णा भवन्ति तदा तेषामिष्टानि मानानि कृत्वा स्वस्वमानैस्तानुत्थाप्य रूपेषु प्रक्षिप्य कुट्टकः कार्यः ।

अथ यदि विलोमकोत्थापने क्रियमाणे पूर्ववर्णोन्मितौ तन्मितिर्भिन्ना लभ्यते तदा कुट्टकविधिना यो गुण उत्पद्यते सक्षेपः, स भाज्यवर्णमानं तेनान्त्यवर्णमानेषु तं वर्णमुत्थाप्य पूर्वोन्मितिषु विलोमकोत्थापनप्रकारेणान्यवर्णमानानि साध्यानि इह यस्य वर्णस्य यन्मानमागतं व्यक्तमव्यक्तं व्यक्ताव्यक्तं वा तस्य मानस्य व्यक्ताङ्केन गुणने कृते तद्वर्णाक्षरस्य निरसनमुत्थापनमुच्यते ॥

सु०—अथानेकवर्णसमीकरणम्

तत्रैकशालिन्युपजातिद्वयशालिन्यर्द्धरूपाणि सूत्राणि—

यत्रोदाहरणे द्वित्र्यादयोऽव्यक्तराशयो भवन्ति तेषां यावत्तावदादयो वर्णमानेषु प्रकल्प्याः तत्र पूर्वाचार्यैः कल्पिताः यावत्तावत्-कालक-नीलक-पीतक-लोहितक हरितक-श्वेतक-चित्रक-कपिलक-पिङ्गलक धूम्रलक-पाटलक-शवलक-श्यामलकेत्यादयः।

अथवा अव्यक्तानामसंकरार्थं कादीन्यक्षराणि कल्प्यानि तदनन्तरं प्राग्वदुद्देशकस्यालापवद्विधिं कुर्वता गणकेन पक्षौ समौ कार्यौ पक्षा वा समाःकार्याः ।

अथ सूत्रार्थो व्याख्यायते । आद्यं वर्णमिति । तयोः समयोः पक्षयोरेकस्याद्यवर्णमन्यपक्षादन्यपक्षस्थादाद्यवर्णाच्छोधयेत् अन्यान्वर्णान् रूपाणि च अन्यतः अन्यपक्षस्थेषु स्वसजातीयेषु शोधयेत् , अयमर्थः यदि प्रथमपक्षस्थाद्यवर्णो द्वितीयपक्षस्थाद्यवर्णे शोधितस्तदा द्वितीयपक्षस्थानन्यवर्णान् रूपाणि च प्रथमपक्षस्थान्यवर्णरूपेषु समानजातिषु विशोधयेत् ।

एवं यदि द्वितीयपक्षाद्यवर्णः प्रथमपक्षाद्यवर्णे शोधितस्तदा प्रथमपक्षान्यवर्णान् रूपाणि च द्वितीयपक्षान्यवर्णेषु रूपेषु च विशोधयेत् ।

यत एवं कृतेऽपि शेषौ पक्षौ समावेव अतोऽनन्तरमन्यस्मिन् पक्षे आद्यभक्ते आद्यवर्णस्य उन्मितिर्मानं स्यात् ।

अत्रोक्तवत्समशोधने कृते एकपक्षे आद्यवर्ण एवास्ति अन्यवर्णरूपस्थाने शून्यान्येव । अन्यपक्षे तु आद्यवर्णस्थाने शून्यं अन्यवर्णानां रूपस्य च स्थानेऽङ्काः सन्त्येव अत आद्यवर्णशेषेण तदितरशेषे भक्ते लब्धमाद्यवर्णमानं भवति ।

अथैकस्य वर्णस्य उन्मितीनां मानानां बहुत्वे सति ताभ्य उन्मितिभ्यः समीकृते

छेदगमे च कृते प्रोक्तवत्समशोधनेन तदन्यवर्णोन्मितयस्तद्भिन्नवर्णमानानि प्रसाध्यानि एवमन्त्योन्मितावन्त्यवर्णमाने कुट्टविधेः कुट्टकविधानात् गुणाप्ती साध्येते भाज्यतद्भाजकवर्णमाने भवतः।

तद्यथा। अन्त्यमाने भाज्यवर्णे योऽङ्कः स भाज्यः कल्प्यः यो भाजकः स भाजकः रूपाणि क्षेपः अतः कुट्टकविधिना लब्धिगुणौ साध्यौ या लब्धिस्तद्भाजकवर्णस्य व्यक्तं मानं योऽत्रगुणस्तद्भाज्यवर्णस्य व्यक्तं मानं स्यात्।

अन्येऽपि भाज्ये इति। अन्त्योन्मितौ भाज्ये यद्यन्यवर्णा अपि सन्ति तदा तेषां मानं व्यक्तमिष्टं परिकल्प्य भाज्यभाजकवर्णमाने साध्ये।

अयमर्थः यदि तु अन्त्योन्मितौ द्व्यादयोवर्णा भवन्ति तदा तेषामिष्टानि मानानि प्रकल्प्य स्वमानैस्तानुत्थाप्य रूपेषु प्रक्षिपेत् यथा भाज्यस्थाने एकवर्णांकोऽव्यक्तं तथा रूपं च स्यात् अत उक्तवत्कुट्टकविधिना लब्धिगुणौ भाजकभाज्यवर्णमानौ स्याताम्।

विलोमकोत्थापनत इति विलोमकोत्थापनतः अन्यवर्णमानानि पूर्वभाज्यभाजकवर्णभिन्नवर्णानां मानानि साध्यानि।

एतदुक्तं भवति आगतयोर्भाज्यभाजकवर्णमानयोर्दृढभाजकभाज्यौ इष्टेन वर्णेन गुणितौ क्षेपकौ कल्प्यौ इष्टाहतस्वस्वहारेण युक्ते ते वा भवेतां बहुधा गुणाप्ती इति प्रकारेणेत्यर्थः, ततः स्वस्वमानेन स्वस्वक्षेपेण पूर्ववर्णोन्मितौ वर्णानुत्थाप्य रूपाणि प्रक्षिप्य च्छेदेन विभज्य यल्लभ्यते तत्पूर्ववर्णमानम्।

यथा कालकमानाद्यावन्मानं नीलकमानात्कालकमानमत इदं विलोमकोत्थापनमुच्यते अग्रिमवर्णमानज्ञानेन पूर्ववर्णमानस्यागतत्वात्।

अथ यदि विलोमोत्थापनेऽपि क्रियमाणे पूर्ववर्णमानं भिन्नं सच्छेदमेव भवति तदा भूयः पुनः कुट्टकः कार्य इत्यर्थः।

तत्रापि लब्धिगुणौ सक्षेपौ कृत्वा भाजकभाज्यवर्णमाने ज्ञातव्ये अत्र तेन सक्षेपेण गुणेन अन्त्यवर्णे अन्त्ययोरन्त्येषु वा वर्णमानेषु यो वर्णस्तमुत्थाप्य आद्यात् पुनर्व्यस्तमुत्थापयेत्।

यस्य मानस्य पूर्वमुत्थापने कृते भिन्नं मानमभवत् तन्मानमाद्यं तदारभ्य पुनरपि विलोमोत्थापनं कुर्यात् इह यस्य वर्णस्य यन्मानमागतं व्यक्तमव्यक्तं वा तस्य मानस्य व्यक्तांकेन गुणने कृते तद्वर्णाक्षरस्य निरसनमुत्थापनमुच्यते।

अत्र सूत्रोपपत्तयस्तत्तदुदाहरणावसरे व्यक्ता भविष्यन्ति॥

विमला०—जिस उदाहरण में दो, तीन, चार आदि अव्यक्त राशियां हों वहां उन के मान यावत्तावत्, कालक, नीलक, पीतक, लोहितक, हरितक, श्वेतक, चित्रक, कपिलक, पिङ्गलक, धूम्रक, पाटलक, शबलक, श्यामलक, मेचक आदि

कल्पना कर प्रश्नकर्ता के कथनानुसार दो, तीन आदि समान पक्ष युगल सिद्ध करना चाहिए।

एवं सिद्ध पक्ष युगलों के एक पक्ष के आदि वर्ण को अन्य पक्ष में और अन्य पक्ष के रूप सहित वर्णों को दूसरे पक्ष में घटाना ।

अब आद्य पक्ष में स्थित अव्यक्त गुणाकाङ्क से दूसरे पक्ष में भाग देने से आद्य वर्ण का मान हो जायगा। एवं आद्य वर्ण का अनेक मान आवे तो उन से समीकरण के वश अन्य वर्णका मान होगा। इस का भी अनेक मान आवे तो फिर समीकरण द्वारा उस से अगले वर्ण का मान लाना चाहिए।

इस प्रकार अन्त्य में जो मान आवे उस पर से कुट्टक के द्वारा गुण लब्धि लानी चाहिए। अर्थात् भाज्य गत वर्णांक को भाज्य, भाजक गत वर्णाङ्क को भाजक और रूप को क्षेप कल्पना कर कुट्टक के द्वारा गुण लब्धि लानी चाहिए, इन में गुण भाज्य गत वर्ण का और लब्धि भाजक गत वर्ण का मान हो जायगा।

अगर अन्त्य वर्ण के मान में और अव्यक्त हो तो इष्ट कल्पना करके अपने२ मान से उन वर्णों में उत्थापन देने से जो अङ्क मिले उस को रूप में जोड़ या घटा कर क्षेप कल्पना करना चाहिए।

फिर उस पर से कुट्टक रीत्या गुण लब्धि लानी चाहिए। एवं भाज्य और भाजक गत वर्ण के मान हो जायगा।

अब विलोम रीति से उत्थापन वश इस भाज्य, भाजक से भिन्न वर्ण का मान लाना चाहिए।

जैसे आये हुए मान के दृढ भाज्य, भाजक को इष्ट वर्ण से गुणा कर ने से जो हो उस को क्षेप कल्पना करना चाहिए।

फिर क्षेप सहित अपने २ मान से पूर्व वर्ण के मान में उत्थापन देकर अपने २ छेद का भाग देने से जो लब्धि आवे वह पूर्व वर्ण का मान हो जायगा। इस तरह आगे के वर्ण का मान जानने से उस से पूर्व वर्ण का मान सुख पूर्वक ज्ञात होता है। जैसे पीतक के मान से नीलक का, नीलक के मान से कालक का और कालक के मान से यावत्तावत् का मान ज्ञात होता है। अतः अन्वर्थक नाम विलोम उत्थापन है।

अगर विलोम उत्थापन करने से पूर्व वर्ण का मान भिन्न आवे तो फिर कुट्टक द्वारा आये हुए गुण लब्धि को सक्षेप कर के भाज्य, भाजक गत वर्ण का मान जानना चाहिए।

सक्षेप गुण से अन्त्य वर्ण के मान में जो वर्ण हो उस में उत्थापन देकर फिर आद्य से विलोम उत्थापन देना चाहिए। यहां जिस वर्ण में पहले उत्थापन देने से भिन्न मान आया था वह आद्य कहलाता है।

यहां पर जिस वर्ण का व्यक्त या अव्यक्त जो मान आया है उस को व्यक्ताङ्क

से गुण देने से उस वर्ण का निरसन (दूरी करण) होता है। अतः इस का नाम उत्थापन है।

नवीनोपपत्तिः—

यत्र प्रश्नोक्तरीत्या साधितयोः समानपक्षयोरनेकेऽव्यक्तराशयः स्युस्तत्र प्रथमं समशोधनादिनाऽऽद्यवर्णोन्मितिः साध्या ।

तद्यथा पक्षौ—

$$\text{इ}_{0}\text{अ} + \text{इ}^{1}\cdot\text{क} + \text{इ}^{2}\cdot\text{ग} = \text{इ}\cdot^{3}\text{अ} + \text{इ}\cdot^{4}\text{क} + \text{इ}^{5}\cdot\text{ग} + \text{रु}$$

$$\therefore \text{अ} = \frac{\text{क}\,(\text{इ}^{4} - \text{इ}^{1}) + \text{ग}\,(\text{इ}^{5} - \text{इ}^{2})}{\text{इ} - \text{इ}^{4}},$$

"आद्यवर्णोन्मितिः स्यात्" इत्यन्तमेतेनोपपन्नम् ।

यद्यैकस्यैव वर्णस्य नाना मानान्यागच्छेयुस्तदा द्वयोर्द्वयोः समीकरणेनान्यवर्णोन्मितिं प्रसाध्यन्ति कुट्टकेन भिन्नस्याभिन्नकरणाल्लब्धिर्हरमानं गुणोभाज्यमानमुचितमेव ।

एवं कुट्टकाद्भाज्यस्थस्यैकस्य वर्णस्योन्मितिरायात्यतो द्व्यधिकवर्णात्मकभाज्यस्थलेऽन्यवर्णमानं व्यक्तं परिकल्प्य रूपेण संयोज्य कुट्टको विधेयः ।

यथा पूर्वदर्शित "अ" मानस्य भाज्यस्थाने क, ग, इति वर्णद्वयमस्ति, तयोर्यथेष्टमेकं व्यक्तं परिकल्प्य रूपेण संयोज्य कुट्टको विधेय इति सर्वमुपपन्नम् ॥

उदाहरणानि—

माणिक्यामलनीलमौक्तिकमितिरित्ति ॥ १ ॥

अत्र माणिक्यादीनां मौल्यानि यावत्तावदादीनि प्रकल्प्य तद्गुणरत्नसंख्यां च कृत्वा रूपाणि च प्रक्षिप्य समशोधनार्थं न्यासः—

या ५ का ८ नी ७ रू ९० ।
या ७ का ९ नी ६ रू ६२ ।

आद्यं वर्णं शोधयेदित्यादिना जाता यावत्तावदुन्मितिः—

$$\text{या} = \frac{\text{का}\,\dot{1}\ \text{नी}\ 1\ \text{रू}\ 28}{2}$$

इयमेकैव, पक्त्वादियमेवान्त्याऽतोऽत्र कुट्टकः कार्यः। इह भाज्ये वर्णद्वयं वर्त्ततेऽतो नीलकमानमिष्टं रूपं १ कल्पितम्। अनेन नीलकमुत्थाप्य रूपेषु प्रक्षिप्य जातम् या $= \frac{\text{का}\,\dot{1}\ \text{रू}\,29}{2}$ ।

अतः कुट्टकविधिना "हरतष्टे धनक्षेपे"-इत्यादिना गुणाप्तो सक्षेपे

पी २ रू १ ।
पी १ रू१४ ।

अत्र शून्येन पीतकमुत्थाप्य जातानि माणिक्यादीनां मौल्यानि १४,

१, १। अथवैकेन १३, ३, १। द्वाभ्यां वा १२, ५, १। त्रिभिर्वा ११, ७, १। एवमिष्टवशादानन्त्यम् ॥

सु०—अथोदाहरणं पूर्वोक्तशार्दूलविक्रीडितमेव दर्शयति—

पूर्वमेकवर्णे व्याख्यातं पुनस्तस्यानेकवर्णसमीकरणेनापि सिद्धिरस्तीति दर्शयति—

अत्र माणिक्यमौल्यमानं = या १,

नीलकस्य मौल्यमानं = का १,

मौक्तिकस्य मौल्यमानं = नी १, कल्पितम्

अतोऽनुपातः यद्येकमाणिक्यस्येदं मौल्यमानं या१ तदा पञ्चानां किमिति जातं या५ एवमष्टनीलकमौल्यमानं का८, एवं मुक्ताफलस्य मौल्यमानं नी७।

एषां योगः या ५ का ८ नी ७, नवतिरूपयुतः जातमेकस्य धनं= (या ५ का ८ नी ७ रू ९०)

एवमन्यस्यापि जातं धनं=(या ७ का ९ नी ६ रू ६२)

एतौ समाविति समशोधनार्थं न्यासः—

{ या ५ का ८ नी ७ रू ९०
{ या ७ का ९ नी ६ रू ६२

अत्र प्रथमपक्षाद्यवर्णो या ५ पक्षयोः शोधितं तदा शेषौ समावेव

{ या० का ८ नी ७ रू ९०
{ या२ का ९ नी ६ रू ६२

अत्र प्रथमपक्षे शून्यशेषस्य प्रयोजनाभावाल्लाघवार्थमाद्यं वर्णं शोधयेदन्यपक्षादित्येवोक्तम्।

अथैवं द्वितीयपक्षस्यान्यवर्णरूपाणि का ९ नी ६ रू ६२ पक्षद्वये शोधिते शेषं

{ का १̇ नी १ रू २८
{ या २ का० नी० रू०

एतावपि समावेव जातौ, अत्रापि द्वितीयपक्षे कालकादिषु शून्यशेषात्तस्य प्रयोजनाभावादन्यान् रूपाण्यन्यत इत्युक्तम्।

अथानुपातः—

यदि यावत्तावद्द्वयस्य या २ इदं कालकादिकं मानं का १̇ नी १ रू २८ लभ्यते तदैकस्य यावत्तावतः किमित्यनुपातेनात्र आद्यभक्ते पक्षेऽन्यस्मिन्नाद्यवर्णोन्मितिः स्यादित्युपपन्नम्।

एवमत्र प्रकृते आद्यवर्णशेषेणान्यपक्षशेषे भक्ते लब्धा यावत्तावदुन्मितिः =

$$\left\{ \frac{\text{का } \dot{1} \text{ नी } 1 \text{ रू } 28}{\text{या } 2} \right.$$

अत्रान्यवर्णोन्मितेरसम्भवादन्त्योन्मितिरियमेवातोऽत्र कुट्टकः कार्यः परन्तु भाज्ये वर्णद्वयं वर्तते तर्हि अन्येऽपि भाज्ये यदि सन्ति वर्णास्तन्मानमिष्टं परिकल्प्य साध्ये इत्युक्तत्वात्प्रकृते नीलकमानमिष्टं रूपं १ व्यक्तं कल्पितम्।

अत इदं रू १ रूपेषु २८ प्रक्षिप्य २९ न्यासः—

$$\left\{ \frac{\text{का } \dot{1} \text{ रू } २९}{\text{या } २} \right.$$

अत्र भाज्यवर्णाङ्कं भाज्यं भाजकवर्णाङ्कं भाजकं रूपं च क्षेपं प्रकल्प्य कुट्टकार्थं न्यासः $\frac{\text{भा } \dot{1} \text{ रू } २९}{\text{हा } २}$,

अत्र हरतष्टे धनक्षेपे इति कृते न्यासः

$$\left\{ \frac{\text{भा } \dot{1} \text{ क्षे } १}{\text{ह } २} \right.$$

अत्र वल्ली $\left\{ \begin{matrix} ० \\ १ \\ ० \end{matrix} \right.$

अतो लब्धिगुणौ $\begin{matrix} ० \\ १ \end{matrix}$

विषमलब्धित्वात्स्वतक्षणाभ्यां $\begin{matrix} १ \\ २ \end{matrix}$ शुद्धौ जातौ लब्धिगुणौ $\begin{matrix} १ \\ १ \end{matrix}$ ।

पुनः तद्वत्क्षेपे धनगते व्यस्तं स्याद्दणभाज्यके इत्युक्तत्वात्प्रकृते भाज्यस्य ऋण-त्वाज्जातौ लब्धिगुणौ $\begin{matrix} १ \\ १ \end{matrix}$ ।

एतावेव स्वतक्षणाभ्यां $\begin{matrix} १ \\ २ \end{matrix}$ शोधितौ जातौ लब्धिगुणौ $\begin{matrix} ० \\ १ \end{matrix}$ ।

पूर्वक्षेपतक्षणलाभोऽयं १४ तेन युक्ता लब्धिरिति० जाता लब्धिः १४,

गुणो यथास्थित एव अत्र लब्धिर्भाजकवर्णस्य यावत्तावतो व्यक्तं मानं रू १४, गुणस्तु भाज्यवर्णस्य कालकस्य व्यक्तं मानं १ ।

अत्र इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते ते वा भवेतां बहुधा गुणाप्ती इत्युक्तेः पीतक-मिष्टं कल्पितं पी १

अनेन स्वस्वहरगुणितेन लब्धिगुणौ युतौ जातौ संक्षेपौ

$$\begin{aligned} \text{का} &= \text{पी } २ \text{ रू } १ \\ \text{या} &= \text{पी } \dot{1} \text{ रू } १४ \end{aligned}$$

एते यावत्कालकमाने जाते नीलकमानं तु पूर्वं रूपं कल्पितमेव अतः क्रमेण-न्यासः—

$$\begin{aligned} \text{नी} &= \text{पी० रू } १ \\ \text{का} &= \text{पी } २ \text{ रू } १ \\ \text{या} &= \text{पी } \dot{1} \text{ रू } १४ \end{aligned}$$

अथैकस्य पीतकस्य मानं शून्यं व्यक्तं कल्पितं तेनोत्थापनार्थं त्रैराशिकं यद्येक-पीतकस्येदं० मानं तदैक ऋणपीतकस्य $\dot{1}$ किमिति जातं शून्यं० रूपेषु १४ युतं जातं यावत्तावन्मानं १४ ।

अत्र प्रमाणेच्छयोः पीतकेनापवर्तने कृते त्रैराशिकं कृतमेवं सर्वत्र ।

एवं प्रकारेण जातं कालकमानं १, नीलकमानं च एवं जातानि माणिक्यादीनां मौल्यानि १४, १, १ वा पीतकमानं रु १ ततो जातं यावन्मानं रू १३ ।

एवमेव जातं कालकमानं रू ३ नीलकमानं रू १ ।

एवं जातानि माणिक्यादीनां मौल्यानि १३।३।१ ।

अथवा पीतकस्य रूपद्वयमानकल्पने जातानि माणिक्यादीनां मौल्यानि १२।५।१।

एवं पीतकस्य रूपत्रयमानकल्पने जातानि मौल्यानि ११।७।१ ।

एवमिष्टवशादानन्त्यम् ।

आलापस्तु एकवर्णसमीकरणे दर्शित एवेति ॥

विमला०—किसी व्यापारी के पास पाँच माणिक्य, आठ नीलम, सात मोती और नब्बे रुपये हैं।

दूसरे के पास सात माणिक्य, नव नीलम, छै मोती और बासठ रूपये हैं।

किन्तु ये दोनों व्यापारी धन में समान ही हैं तो हे बीजगणित को जानने वाले प्रत्येक रत्न का मौल्य क्या है ? शीघ्र बताओ ।

उदाहरण—

यहाँ माणिक्य आदि का मौल्य क्रम से या, का, नी, कल्पना किया ।

अब अनुपात किया कि एक माणिक्य का मौल्य या, तो पाँच का क्या तो पाँच माणिक्य का मौल्य = ५ या,

एवं आठ नीलम का मौल्य = ८ का,

तथा सात मोती का मौल्य = ७ नी,

सबों के योग में नब्बे जोड़ने से प्रथम का धन =

५ या + ८ का + ७ नी + ९० ।

इसी तरह द्वितीय का धन = ७ या + ९ का + ६ नी + ६२, यह हुआ ।

दोनों के धन समान होने के कारण समशोधन के लिये न्यास—

$$\begin{cases} ५ \text{ या} + ८ \text{ का} + ७ \text{ नी} + ९० = \\ ७ \text{ या} + ९ \text{ का} + ६ \text{ नी} + ६२ \end{cases}$$

अब "आद्यं वर्णं शोधयेदन्यपक्षात्" इत्यादि प्रकार से—

समशोधन करने से दोनों पक्ष—

२ या = − का + नी + २८,

$$\text{अतः} \quad \text{या} = \frac{-\text{का} + \text{नी} + २८}{२},$$

यहाँ अन्त्यवर्ण की उन्मिति आना असम्भव है अतः अन्त्य उन्मिति का मान यही हुआ । अब यहाँ कुट्टक करना आवश्यक है, किन्तु भाज्य स्थान में दो वर्ण होने के कारण "अन्येऽपि भाज्ये यदि सन्ति वर्णास्तन्मानमिष्टं परिकल्प्य साध्ये"

इस सूत्र के अनुसार नीलक का मान = १, कल्पना किया तो

$$\text{या} = \frac{-\text{का}+१+२८}{२} = \frac{\text{का}+२९}{२} \text{ हुआ ।}$$

अब भाज्य में स्थित वर्णाङ्क = १ को भाज्य, भाजक में स्थित वर्णाङ्क को भाजक और रूप को क्षेप कल्पना करके

कुट्टक के लिये न्यास— $\frac{\text{भा } \dot{१} \text{ क्षे } २९}{\text{हा } २}$,

"हरतष्टे धनक्षेपे" इस सूत्र के अनुसार हार से क्षेप को तष्टित करके न्यास—
$\frac{\text{भा } \dot{१} \text{ क्षे } १}{\text{हा } २}$

यहाँ कुट्टकोक्त युक्ति से वल्ली = $\left\{ \begin{matrix} ० \\ १ \\ ० \end{matrix} \right.$

उक्तरीति से लब्धि = ०, गुण = १, लब्धि को विषम होने के कारण अपने २ तक्षण में शुद्ध करने से लब्धि = १, गुण = १,

अब भाज्य को ऋण होने के कारण "तद्वत्क्षेपे धनगते व्यस्तं स्याद्दणभाज्यके" इस सूत्र के अनुसार पूर्वानीत लब्धि गुण को अपने २ तक्षण में घटाने से लब्धि = ०, गुण = १, हुआ ।

लब्धि ० में क्षेप तक्षणलाभ १४ को जोड़ने से लब्धि = १४, हुई ।

गुण पूर्वानीत ही रहा ।

यहां लब्धि १४ भाजकस्थ यावत्तावत् वर्ण का मान हुआ । और गुण १ भाज्यस्थ कालक वर्ण का मान हुआ ।

अब "इष्टहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार इष्ट पीतक १ कल्पना कर के उस से गुणित अपने २ हर से युक्त किया तो

$$\text{या} = -\text{पी} + १४,$$
$$\text{का} = २\text{ पी} + १,$$

नीलक का मान रूप १ के समान पहले कर चुके हैं ।

अब यावत्तावतादि का क्रम से न्यास—

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{या} = -\text{पी} + १४, \\ \text{का} = २\text{ पी} + १, \\ \text{नी} = ० + १, \end{array} \right.$$

यहाँ पीतक को शून्य के बराबर कल्पना करने से—

$$\text{या} = १४,$$
$$\text{का} = १,$$
$$\text{नी} = १,$$

अतः एक माणिक्य का मौल्य = १४,

एक नीलम का मौल्य = १,

एक मोती का मौल्य = १ हुआ।

यदि पीतक का मान रूप एक के बराबर कल्पना किया तो—

या = १३,
का = ३,
नी = १,

पीतक का मान रूप दो कल्पना करने से—

या = १२,
का = ५,
नी = १,

पीतक का मान रूप ३ कल्पना करने से—

या = ११,
का = ७,
नी = १,

इस तरह इष्ट वश अनेक प्रकार के मोल सिद्ध होंगे।

आलाप—जैसे एक माणिक्य का मोल्य १४ तो पांच का क्या इस अनुपात से पाँच माणिक्य का मोल = ७०।

एक नीलम का मोल एक तो आठ का क्या इस अनुपात से आठ नीलम का मोल = ८।

एवं एक मोती का मोल एक रुपया तो सात का क्या इस से सात मोती का मोल = ७।

सब के योग में नब्बे जोड़ने से प्रथम व्यापारी का धन =

७० + ८ + ७ + ९० = १७५।

एवं द्वितीय का धन =

९८ + ६ + ६ + ६२ = १७५।

दोनों बराबर हुए।

इसी तरह द्वितीय आदि मान लेकर आलाप मिलाना चाहिए॥

उदाहरणम्—

एको ब्रवीति मम देहि शतमिति॥ २॥

अत्र धने या १, का १। परधनाच्छतमपास्य पूर्वधने शतं प्रक्षिप्य जातं या १ रू १००, का १ रू १०० परधनाद्वाद्यं द्विगुणमिति परधनेन द्विगुणेन समं कृत्वा लब्धा यावत्तावदुन्मितिः—

या = का २ रू ३००

पुनराद्यधनाद्दशस्वपनीतेषु परधने क्षिप्तेषु जातम्—

{ या १ रू १०० ।
{ का १ रू १० ।

आद्यादपरः षड्गुण इति आद्यं षड्गुणं परसमं कृत्वा लब्धं यावत्तावदुन्मानम् या = $\frac{\text{का १ रू ७०}}{६}$ ।

अनयोः कृतसमच्छेदयोश्छेदगमे समीकरणं तत्रानेन वा एकवर्णत्वात् पूर्वबीजेनागतं कालकवर्णमानम् का = १७० ।

अनेन यावत्तावदुन्मानद्वयेऽपि कालकमुत्थाप्य रूपाणि प्रक्षिप्य स्वच्छेदेन विभज्य लब्धं यावत्तावदुन्मानम् या = ४० ॥

सु०—अथान्यदुदाहरणमेकवर्णपठितमेवाह—

अत्र कल्पिते धने या १, का १ परधनाच्छतमपास्य पूर्वधने प्रक्षिप्य जातं या १ रू १०० इदं परशेषधनेन का १ रू १०० द्विगुनेन का २ रू २०० सममिति न्यासः—

{ या १ का० रू १००
{ या ० का२ रू २००

आद्यं वर्णं शोधयेदित्यादिना जातं यावत्तावन्मानम् =

$$\frac{\text{का २ रू ३००}}{१}$$

अथ पुनराद्यधना या १ दशविशोध्य द्वितीयधने प्रक्षिप्य जातं का १ रू १० इदमाद्यशेषधनेन या १ रू १० षड्गुणेन या ६ रू६० सममिति न्यासः—

{ या ० का १ रू १०
{ या ६ का ० रू ६०

उक्तवत्समशोधने कृते लब्धं यावत्तावन्मानम्—

$$\text{या} = \frac{\text{का १ रू ७०}}{६}$$

वर्णस्यैकस्योन्मितीनां बहुत्वे समीकृतच्छेदगमे तु ताभ्यस्तदन्यवर्णोन्मितयः प्रसाध्या इत्युक्तेः प्रकृते यावत्तावन्मानयोरागतत्वाद्द्वयोः समशोधनार्थं न्यासः—

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{का २ रू ३००}}{१} \\ \frac{\text{का १ रू ७०}}{६} \end{array} \right.$$

अत्र हरौ यावत्तावत्ताऽपवर्तितौ जातौ मिथो हराभ्यामपवर्त्तिताभ्यामित्याद्युक्तविधिना पक्षयोः समच्छेदीकृतयोः छेदगमे च न्यासः—

का १२ रू १८००
का १ रू ७०

अथानयोरेकवर्णसमीकरणरीत्यैव लब्धं कालकमानं १७०,

अत्र कालकमानस्य स्वत एवाभिन्नत्वात्कुट्टकस्य नापेक्षास्ति यत्र समशोधने कृते हरेण भक्ते मानं भिन्नं लभ्यते तत्र कुट्टकद्वारा मानमभिन्नं साध्यमिति।

अथागतेन कालकमानेन यावत्तावन्मानद्वयेप्युत्थापनं यथा प्रथमयावत्तावन्मानं=

$$\frac{\text{का २ रू }\dot{\text{३}}\text{००}}{\text{१}}$$

यद्येककालकस्येदं मानं १७० तदा कालकद्वयस्य किमितिजातं ३४० ऋण-रूपेण ३०० युतं ४० हरेण भक्तं लब्धं यावत्तावन्मानं ४०,

एवं द्वितीययावत्तावन्मानम् =

$$\frac{\text{का १ रू ७०}}{\text{६}}$$

एककालकस्य मानं १७० रूपेण ७० युतं २४० हरेण ६ भक्तं लब्धं यावत्ता-वन्मानं तदेव ४०।

एवमेते धने १७०।४०

आलापस्तु पूर्वं दर्शित एव ॥

विमला—एक व्यापारी दूसरे से कहता है कि हे मित्र ! अगर तुम सौ रुपये मुझे दो तो मैं तुम से दूना हो जाऊँ।

तब दूसरा कहता है कि अगर दश रुपये मुझे दो तो मैं तुम से धन में छै गुण हो जाऊँ, तो बताओ उन दोनों के पास में क्या धन है।

उदाहरण—

यहाँ प्रथम के धन का मान (या), और दूसरे के धन का मान (का) कल्पना किया।

अब दूसरे के धन (का) में से सौ रुपये लेकर प्रथम में जोड़ने से द्वितीय के धन (का – १००) से प्रथम का धन (या + १००) द्विगुणित हुआ। अतः द्वितीय के धन को द्विगुणित किया तो

२ (का – १००) = २ का – २०० यह प्रथम के बराबर हुआ।

अतः समीकरण के लिये न्यास—

$$\text{या} + \text{१००} = \text{२ का} - \text{२००},$$

$$\text{अतः}\quad \text{या} = \frac{\text{२ का} - \text{३००}}{\text{१}}।$$

अब पहले के धन (या) में से दश लेकर दूसरे के धन (का) में जोड़ा तो पहले के धन (या – १०) से दूसरे का धन (का + १०) षड्गुणित हुआ।

अतः पहले के धन (या – १०) को षड्गुणित किया तो ६ (या – १०) = (६ या – ६०) यह दूसरे के धन के समान हुआ।

अतः समीकरणके लिए न्यास—

$$६ \text{ या} - ६० = \text{का} + १०$$

अतः यावत्तावत् का मान $= \frac{\text{का} + ७०}{६}$ ।

इस तरह दो यावत्तावत् का मान आये। इन दोनों को समीकरण के लिये न्यास—

$$\frac{२ \text{ का} - ३००}{१} = \frac{\text{का} + ७०}{६},$$

अतः $१२ \text{ का} - १८०० = \text{का} + ७०$,

अतः $११ \text{ का} = १८७०$,

अतः $\text{का} = \frac{१८७०}{११} = १७०$ ।

यहाँ कालक का मान स्वतः अभिन्न आया, अतः कुट्टक करने की आवश्यकता नहीं हुई।

अब कालक के मान से दोनों यावत्तावत् के मान में उत्थापन देने से—

$$\text{या} = \frac{२ \text{ का} - ३००}{१} = \frac{२ \times १७० - ३००}{१} = ४० ।$$

$$\text{या} = \frac{\text{का} + ७०}{६} = \frac{१७० + ७०}{६} = \frac{२४०}{६} = ४० ।$$

अतः प्रथम के धन $= ४०$ और द्वितीय का धन $= १७०$ ।

आलाप—दूसरे के धन १७० में से सौ लेकर पहले का धन ४० में जोड़ा तो प्रथम का धन १४० हुआ, यह द्वितीय के अवशिष्ट धन ७० से दूना सिद्ध हुआ।

पहले के धन ४० में से १० लेकर दूसरे के धन १७० में जोड़ा तो दूसरे का धन १८० हुआ, यह पहले का अवशिष्ट धन ३० से षड्गुणित सिद्ध हुआ॥

उदाहरणम्—

अश्वाः पञ्चगुणाङ्गमङ्गलमिता येषां चतुर्णां धना-
न्युष्ट्राश्च द्विमुनिश्रुतिक्षितिमिता अष्टद्विभूपावकाः।
तेषामश्वतरा वृषा मुनिमहीनेत्रेन्दुसंख्याः क्रमात्
सर्वे तुल्यधनाश्च ते वद सपद्यश्वादिमौल्यानि मे ॥ ३ ॥

अत्राश्वादीनां मौल्यानि यावत्तावदादीनि प्रकल्प्य तद्गुणगुणिता-मश्वादिसंख्यां जातानि चतुर्णां धनानि—

प्रध = या ५ का २ नो ८ पो ७ ।

द्विध = या ३ का ७ नो २ पो १ ।

तृध = या ६ का ४ नी १ पी २ ।
चध = या ८ का १ नी ३ पी १ ।

एतानि समानीत्येषां प्रथमद्वितीययोः साम्यकरणाल्लब्धा यावत्तावदुन्मितिः या = $\frac{\text{का ५ नी ६ पी ६}}{२}$ ।

द्वितीयतृतीययोरप्येवं लब्धा यावत्तावदुन्मितिः—
या = $\frac{\text{का ३ नी १ पी १}}{३}$ ।

एवं तृतीयचतुर्थयोः या = $\frac{\text{का ३ नी २ पी १}}{२}$ ।

पुनरासां मध्ये प्रथमद्वितीययोः समीकृतच्छेदगमे साम्यकरणेन लब्धा कालकोन्मितिः का = $\frac{\text{नी २० पी १६}}{६}$ ।

एवं द्वितीयतृतीययोरपि का = $\frac{\text{नी ८ पी ५}}{३}$ ।

अनयोः समच्छेदीकृतयोः सम्यकरणेन लब्धं नीलकोन्मानम् नी = $\frac{\text{पी ३१}}{४}$ ।

अन्त्योन्मितौ कुट्टविधेर्गुणाप्ती इति कुट्टककरणेन लब्धो गुणकः सक्षेपः = लो ४ रू० एतत् पीतकमानम् । लब्धिः = लो ३१ रू० एतन्नीलकमानम् । कालकोन्मानेन नीलकपीतकौ स्वस्वमानेनोत्थाप्य स्वच्छेदेन विभज्य लब्धं कालकमानम् = लो ७६ रू० । अथ यावत्तावन्माने कालकादीन् स्वस्वमानेनोत्थाप्य स्वच्छेदेन विभज्य लब्धं यावत्तावन्मानम् = लो ८५ रू० । लोहिते रूपेणेष्टेनोत्थापिते जातानि यावत्तावदादीनां परिमाणानि ८५, ७६, ३१, ४ । द्विकेनेष्टेन १७०, १५२, ६२, ८ । त्रिकेण २५५, २२८, ९३, १२ । एवमिष्टवशादानन्त्यम् ॥

सु०—अथ शार्दूलविक्रीडितेनान्युदाहरणम्—
येषां चतुर्णां वणिजां धनान्येवं विधानि ते मिथस्तुल्यधनाः सन्ति तत्र कानि धनानीत्यत आह ।

पञ्चगुणाङ्गमंगलमिता अश्वा वर्तन्ते,
एकस्य पंच द्वितीयस्य त्रयं तृतीयस्य षट् चतुर्थस्य मंगलान्यष्टौ ८ अश्वाः सन्ति।
एवं द्विमुनिश्रुतिक्षितिमिता उष्ट्राः सन्ति,
एकस्य द्वौ द्वितीयस्य सप्त तृतीयस्य चत्वारः चतुर्थस्यैकः ।
अथाष्टद्विभूपावकास्तेषांवणिजामश्वतराः सन्ति,
एकस्याष्टौ द्वितीयस्य द्वौ तृतीयस्यैकः चतुर्थस्य त्रयः ।

एवं मुनिमहीनेत्रेन्दुसंख्याः क्रमाद्वृषाः सन्ति,

एकस्य सप्तद्वितीयस्यैकः तृतीयस्य द्वौ चतुर्थस्यैकः,

एवं सति शीघ्रमश्वादिमौल्यानि मे मम वदेति ।

अत्राश्वादीनां मौल्यानि कल्पितानि या १ का १ नी १ पी १

यद्येकाश्वादीनामेतानि मौल्यानि तदाश्वादीनामेतन्मितानां ५।२।८।७ कानीति जातम्--

प्रथमस्य धनं = या ५ का २ नी ८ पी ७,

एवं द्वितीयस्य धनं = या ३ का ७ नी २ पी १,

एवं तृतीयस्य धनं = या ६ का ४ नी १ पी २,

चतुर्थस्य धनं = या ८ का १ नी ३ पी १,

एतानि समान्यतः प्रथमद्वितीययोः साम्यकरणार्थं न्यासः—

{ या ५ का २ नी ८ पी ७
{ या ३ का ७ नी २ पी १

आद्यं वर्णमित्यादिना लब्धं यावत्तवन्मानम् =

$$\frac{\text{का ५ नी ६ पी ६}}{\text{२}}$$

एवं द्वितीयतृतीययोर्न्यासः—

{ या ३ का ७ नी २ पी १
{ या ६ का ४ नी १ पी २

अनयोस्साम्यकरणाल्लब्धं यावत्तावन्मानं—

$$\frac{\text{का ३ नी १ पी १}}{\text{३}}$$

एवं तृतीयचतुर्थयो न्यासः—

{ या ६ का ४ नी १ पी २
{ या ८ का १ नी ३ पी १

अनयोः साम्याद्यावत्तावन्मानम् =

$$\frac{\text{का ३ नी २ पी १}}{\text{या २}}$$

अत्रैकयावद्वर्णस्योन्मितयस्त्रयो जाताः एता–समा एवातोऽन्यवर्णमानज्ञानार्थं प्रथमद्वितीययोर्यावत्तावन्मानयोः पुनः समीकरणार्थं न्यासः—

$$\left\{\begin{array}{l}\frac{\text{का ५ नी ६ पी ६}}{\text{२}} \\ \frac{\text{का ३ नी १ पी १}}{\text{३}}\end{array}\right.$$

अनयोर्हरौ यावत्तावतापवर्त्य समच्छेदीकृतयोश्छेदगमे च न्यासः—

का १५ नी १̇८ पी १४
का ६ नी २ पी २̇

अनयोः समशोधनाल्लब्धं कालकमानं—

$$\frac{\text{नी २० पी १६}}{\text{९}}$$

एवं द्वितीयतृतीययावत्तावन्मानयोः समशोधनार्थं न्यासः—

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{\text{का ३ नी १ पी १̇}}{\text{या ३}} \\ \frac{\text{का ३ नी २̇ पी १}}{\text{२}} \end{array}\right.$$

पक्षयोरुक्तवत्समच्छेदीकृतयोच्छेदगमे च न्यासः—

का ६ नी २ पी २̇
का ९ नी ६̇ पी ३

अनयोस्समशोधनाल्लब्धं कालकमानम् =

$$\frac{\text{नी ८ पी ५̇}}{\text{३}}$$

अत्र कालकवर्णस्यापि मानद्वयमागतमतस्तयोरपि साम्यकरणार्थं न्यासः—

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{\text{नी २० पी १६}}{\text{९}} \\ \frac{\text{नी ८ पी ५̇}}{\text{३}} \end{array}\right.$$

अनयोः कृत समच्छेदयोः छेदगमे च न्यासः—

नी ६० पी ४८
नी ७२ पी ४̇५

अनयोस्समशोधनाल्लब्धं नीलकमानम् =

$$\frac{\text{पी ९३}}{\text{१२}}$$

त्रिभिरपवर्तितं जातं नीलकमानम्

$$\frac{\text{पी ३१}}{\text{४}}$$

अत्रान्त्योन्मितिरियमेवास्या एव कुट्टकार्थं न्यासः—

$$\frac{\text{भा ३१ क्षे०}}{\text{हा ४}}$$

अत्र क्षेपाभावाल्लब्धिगुणौ शून्यमितावेव [०/०

अत्र लोहितकमेकमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहतस्वस्वहरेणेत्यादिना जातौ सक्षेपौ—

$$\begin{cases} \text{लो } ३१ \text{ रू}० = \text{नी} \\ \text{लो } ४ \text{ रू}० = \text{नी} \end{cases}$$

अत्र लब्धिर्भाजकवर्णस्य नीलकस्य मानं लो ३१, गुणो

भाज्यवर्णस्य पीतकस्य मानं जातं लो ४ ।

अथ कालकोन्माने अनयोरुत्थापनं

यथा कालकमानं प्रथमं $= \dfrac{\text{नी } २० \text{ पी } १६}{६}$,

अत्र यद्येकनीलकस्येदं मानं लो३१ तदा विंशतिनीलकस्य किमिति जातं ६२० । लोहितकात्मकं प्रमाणेच्छयोः प्रमाणवर्णेनापवर्तनात् ।

एवं यद्येकपीतकस्येदं मानं लो ४ तदा षोडशपीतकस्य किमिति जातं लो६४, अनयोर्योगः ६८४ हरेण ९ भक्तः कालकमानं जातं लो ७६ ।

एवं द्वितीयकालकोन्मानस्य न्यासः—

$$\frac{\text{नी } ८ \text{ पी } \dot{५}}{३}$$

अत्राप्येकनीलकमानं लो ३१ अष्टगुणितं २४८ पीतकमानं लो ४ ऋण पञ्चकेन गुणितं लो २$\dot{०}$ द्वयोर्योगः २२८ हर ३ भक्तः कालकमानं तदेव लो ७६ ।

अथैभिः कालकनीलकपीतकमानैर्यावत्तावदुन्मितिषूत्थापनम् ।

यथा प्रथमं यावत्तावन्मानम्—

$$\frac{\text{का } ५ \text{ नी } \dot{६} \text{ पी } \dot{६}}{\text{या } २}$$

अत्र कालकमानं लो ७६ पञ्चगुणितं लो ३८० नीलकमानं लो ३१ ऋणषट्क ६ गुणितं लो १८६, पीतकमानं ऋणषट्क गुणितं लो २$\dot{४}$ धनर्णयोरन्तमेव योग इत्येषां योगः लो १७० हरेण २ भक्तो लब्धं यावत्तावन्मानं लो ८५,

एवं द्वितीयतृतीययावत्तावन्मानयोरुत्थापनाल्लब्धं यावत्तावन्मानमिदमेव लो ८५,

अत्र प्रथमं नीलकपीतकमानाभ्यां ज्ञाताभ्यां कालकमानं ज्ञातं ततो यावत्तावन्मानं ज्ञातमत इदं विलोमोत्थापनमुच्यते ।

अथैषां क्रमेण न्यासः—

$$\begin{cases} \text{लो } ८५ \text{ रू}० = \text{या} \\ \text{लो } ७६ \text{ रू}० = \text{का} \\ \text{लो } ३१ \text{ रू}० = \text{नी} \\ \text{लो } ४ \text{ रू}० = \text{पी} \end{cases}$$

अत्र लोहितवर्णस्य रूपमिष्टं व्यक्तं मानं प्रकल्प्यानुपातः—

यद्येकलोहितस्येदं मानं रू १ तदास्य लो ८५ किमिति प्रमाणेच्छयोर्लोहिते-

नापवर्तनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं व्यक्तं रू ८५, इदमेकाश्वस्य मौल्यं एवमनुपातेन एकोष्ट्रस्य मौल्यं ७६ ।

एकाश्वतरस्य मौल्यं ३१ ।

एकवृषस्य मौल्यं ४ ।

अथ द्विकेनेष्टेन लोहितकमानेन जातानि मौल्यानि १७०।१५२।६२।८

त्रिकेणेष्टेन २५५।२२८।९३।१२

एवमिष्टवशादानन्त्यम् ।

अथालापः प्रथमस्य धनं या ५ का २ नी ८ पी ७ ।

यद्येकाश्वस्य इदं मौल्यं ८५ तदा पञ्चाश्वानां किमिति जातं ४२५ ।

यद्येकोष्ट्रस्येदं मौल्यं ७६ तदोष्ट्रद्वयस्य किमिति जातं १५२ ।

एवमेकाश्वतरमौल्यं ३१ अष्टगुणितं २४८ ।

वृषमोल्यं सप्तगुणितं २८ सर्वेषां योगः समधनं ८५३ एवं चतुर्णामश्वादिस्वन्विधनानां क्रमेण न्यासः—

४२५	२५५	५१०	६८०
१५२	५३२	३०४	७६
२४८	६२	३१	९३
२८	०४	०८	०४
यो८५३	८५३	८५३	८५३

एवं द्वित्र्यादीष्टसिद्धमौल्यैरपिसमधनम् ॥

विमला—चार व्यापारी हैं, इन में पहिले के पास पांच घोड़ा, दो ऊँट, आठ खच्चर और सात बैल हैं ।

दूसरे के पास तीन घोड़ा, सात ऊँट, दो खच्चर और एक बैल है ।

तीसरे के पास छै घोड़ा, चार ऊँट, एक खच्चर और दो बैल हैं ।

तथा चौथे के पास आठ घोड़ा, एक ऊँट, तीन खच्चर और एक बैल है, ये चारों व्यापारी धन में समान हैं तो बताओ घोड़ा आदि का क्या मौल्य है ।

उदाहरण—

क्रम से घोड़ा आदि का मौल्य या, का, नी, पी, कल्पना किया ।

अब एक घोड़ा आदि जीवों का मोल्य क्रम से या, का, नी, पी पाते हैं तो इन घोड़ा आदि (५,२,८,७) का मोल्य क्या,

इस अनुपात से प्रथम का धन = ५ या + २ का + ८ नी + ७ पी ।

द्वितीय का धन = ३ या + ७ का + २ नी + पी ।

तृतीय का धन = ६ या + ४ का + नी + २ पी ।

चतुर्थ का धन = ८ या + का + ३ नी + पी ।

अब पहले और दूसरे के धन का समीकरण—

५ या + २ का + ८ नी + ७ पी =
३ या + ७ का + २ नी + पी,

"आद्यं वर्णं शोधयेदन्यपक्षात्" इत्यादि प्रकार से यावत्तावत् का मान = $\frac{५ का - ६ नी - ६ पी}{२}$।

द्वितीय और तृतीय को समीकरण के लिए न्यास—

३ या + ७ का + २ नी + पी =
६ या + ४ का + नी + २ पी,

समीकरण से यावत्तावत् का मान = $\frac{३ का + नी - पी}{३}$।

तृतीय और चतुर्थ धन को समीकरण के लिये न्यास—

६ या + ४ का + नी + २ पी =
८ या + का + ३ नी + पी,

समीकरण से यावत्तावत् का मान = $\frac{३ का - २ नी + पी}{२}$।

यहाँ तीन यावत्तावत् के मान आये हैं, सब आपस में समान हैं, अतः कालक के मान लाने के लिये प्रथम और द्वितीय यावत्तावत् के मान को समीकरण के लिये न्यास—

$$\frac{५ का - ६ नी - ६ पी}{२} = \frac{३ का + नी - पी}{३},$$

अतः १५ का − १८ नी − १८ पी =
६ का + २ नी − २ पी,
अतः ९ का = २० नी + १६ पी,
अतः का = $\frac{२० नी + १६ पी}{९}$,

इसी तरह द्वितीय और तृतीय यावत्तावत् मान को समीकरण के लिये न्यास—

$$\frac{३ का + नी - पी}{३} = \frac{३ का - २ नी + पी}{२},$$

अतः ६ का + २ नी − २ पी =
९ का − ६ नी + ३ पी,

अतः ३ का = ८ नी − ५ पी,

अतः $का = \frac{८ नी − ५ पी}{३}$,

अब यहाँ कालक के दो मान आये हैं। अतः नीलक के मान जानने के लिये इन दोनों का समीकरण—

$$\frac{२० नी + १६ पी}{६} = \frac{८ नी − ५ पी}{३},$$

अतः ६० नी + ४८ पी = ७२ नी − ४५ पी,

अतः १२ नी = ९३ पी,

$\therefore नी = \frac{९३ पी}{१२} = \frac{३१ पी}{४}$।

यह अन्त्य उन्मिति आई। अतः कुट्टक के लिये न्यास—

$$\frac{भा ३१ क्षे ०}{हा ४}$$

अब यहाँ "क्षेपाभावोऽथवा यत्र क्षेपः शुद्धो हरोद्धृतः" इत्यादि कुट्टकोक्त प्रकार से—

लब्धि = ० और गुण = ० आया।

लोहितक एक इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस के अनुसार—

लब्धि नीलक के मान = ३१ लो + ०,

गुण पीतक के मान = ४ लो + ०,

इन नीलक पीतक मानों से कालक के दोनों मानों में उत्थापन देने से—

$$प्रथम मान = \frac{२० नी + १६ पी}{६} = \frac{२० \times ३१ लो + १६ \times ४ लो}{६} =$$

$$\frac{६२० लो + ६४ लो}{६} = \frac{६८४ लो}{६} = ७६ लो = का,$$

$$द्वितीयमान = \frac{८ नी − ५ पी}{३} = \frac{८ \times ३१ लो − ५ \times ४ लो}{३} =$$

$$\frac{२४८ लो − २० लो}{३} = \frac{२२८ लो}{३} = ७६ लो = का,$$

अब कालक, नीलक और पीतक इन तीनों मानों से तीनों यावत्तावत् के मानों में उत्थापन देने से

$$प्रथम यावत्तावत् का मान = \frac{५ का − ६ नी − ६ पी}{२} =$$

$$\frac{५ \times ७६ लो − ६ \times ३१ लो − ६ \times ४ लो}{२} = \frac{३८० लो − १८६ लो − २४ लो}{२}$$

$= \frac{३८० \text{ लो} - २१० \text{ लो}}{२} = \frac{१७० \text{लो}}{२} = ८५ \text{ लो}$।

द्वितीय यावत्तावत् मान $= \frac{३ \text{ का} + \text{नी} - \text{पी}}{३} =$

$\frac{३ \times ७६ \text{ लो} + ३१ \text{लो} - ४ \text{ लो}}{३} =$

$\frac{२२८ \text{ लो} + २७ \text{ लो}}{३} = \frac{२५५ \text{ लो}}{३} = ८५ \text{ लो}$।

तृतीय यावत्तावत् का मान $= \frac{३ \text{ का} - २\text{नी} + \text{पी}}{२} =$

$\frac{३ \times ७६ \text{ लो} - २ \times ३१ \text{ लो} + ४\text{लो}}{२} =$

$\frac{२२८ \text{ लो} - ६२ \text{ लो} + ४\text{लो}}{२} = \frac{२३२ \text{ लो} - ६२ \text{ लो}}{२} =$

$\frac{१७० \text{ लो}}{२} = ८५ \text{ लो}$।

अब यावत्तावत् आदि मानों का क्रम से न्यास—

या = ८५ लो,
का = ७६ लो,
नी = ३१ लो,
पी = ४ लो,

यहाँ लो = १ कल्पना करने से—

या = ८५,
का = ७६,
नी = ३१,
पी = ४,

अतः एक घोड़ा का मोल्य ८५, एक ऊँट का मोल्य ७६, एक खच्चर का मोल्य ३१ और एक बैल का मोल्य ४ सिद्ध हुआ।

अगर २ कल्पना किया तो एक घोड़ा आदि का मोल—

या = ८५ + २ = १७०,
का = ७६ × २ = १५२,
नी = ३१ × २ = ६२,
पी = ४ × २ = ८,

लोहितक का मान तीन कल्पना करने से एक घोड़ा आदि का मोल ...

या = ८५ × ३ = २५५,

का = ७६ × ३ = २२८,

नी = ३१ × ३ = ९३,

पी = ४ × ३ = १२,

इस तरह कल्पनावश अनेक मान आसकते हैं।

आलाप--प्रथम आनीत घोड़ा आदि के मौल्य (८५, ७६, ३१, ४) से उत्थापन देने से

प्रथम का धन = ५ या + २ का + ८ नी + ७ पी =

५ × ८५ + २ × ७६ + ८ × ३१ + ७ × ४ =

४२५ + १५२ + २४८ + २८ = ८५३।

द्वितीय का धन = ३ या + ७ का + २ नी + पी =

३ × ८५ + ७ × ७६ + २ × ३१ + ४ =

२५५ + ५३२ + ६२ + ४ = ८५३।

तृतीय का धन = ६ या + ४ का + नी + २ पी =

६ × ८५ + ४ × ७६ + ३१ + २ × ४ =

५१० + ३०४ + ३१ + ८ = ८५३।

चतुर्थ का धन = ८ या + का + ३ नी + पी =

८ + ८५ + ७६ + ३ × ३१ + ४ =

६८० + ७६ + ९३ + ४ = ८५३।

इस तरह चारों के घोड़ा आदि का मौल्य का योग करने से सम धन सिद्ध हुआ।

उदाहरणम्—

त्रिभिः पारावताः पञ्च पञ्चभिः सप्त सारसाः।
सप्तभिर्नव हंसाश्च नवभिर्बर्हिणां त्रयम् ॥ ४ ॥
द्रम्मैरवाप्यते द्रम्मशतेन शतमानय।
एषां पारावतादीनां विनोदार्थं महीपतेः ॥ ५ ॥

अत्र पारावतादीनां मौल्यानि मूल्यगुणितयावत्तावदादीनि प्रकल्प्य ततोऽनुपातेन समक्रिया कार्या। तद्यथा या ३ का ५ नी ७ पी ९ एतानि मौल्यानि शतसमानि कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानम्—

$$\text{या} = \frac{\text{का ५̇ नी ७̇ पी ९̇ रू १००}}{३}।$$

पुनः या ५ का ७ नी ९ पी ३ एतान् जीवान् शतसमान् कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानम्—

$$\text{या} = \frac{\text{का } ७ \text{ नी } ९ \text{ पी } ३ \text{ रू } १८०}{५} \text{ ।}$$

अनयोः कृतसमच्छेदयोश्छेदगमे लब्धं कालकमानम्—

का = नी २ पी १ रू ५० ।

अत्र भाज्ये वर्णद्वयं वर्त्तते इति पीतकमानमिष्टं रूपचतुष्टयं कल्पितम् । अनेन पीतकमुत्थाप्य रूपेषु प्रक्षिप्य जातम् का = नी २ रू १४ अतः कुट्टकविधिना लब्धिगुणौ सक्षेपौ

{ लो २ रू १४ = ल०
{ लो १ रू ० = गु०

यावत्तावदुन्माने स्वस्वमानेन कालकादीनुत्थाप्य स्वस्वच्छेदेन विभज्य लब्धं यावत्तावन्मानम् या = लो १ रू २ । लोहितकमिष्टेन रूपत्रयेणोत्थाप्य जातानि यावत्तावदादीनां मानानि १, ८, ३, ४ । एभिर्मौल्यानि जीवाश्चोत्थापिताः (पारावतादयः शतान्तर्वर्त्तिनः) ।

{ पक्षिणः ५, ५६, २७, १२ ।
{ मौल्यानि ३, ४०, २१, ३६ ।

अथवा चतुष्केणेष्टेन मानानि २, ६, ४, ४ । उत्थापिते जाताः पक्षिणः शतान्तर्वर्त्तिनः १०, ४२, ३६, १२ ।

मौल्यानि ६, ३०, २८, ३६ ।

अथवा पञ्चकेन मानानि ३, ४, ५, ४ । एभिरुत्थापने कृते जाताः

{ प १५, २८, ४५, १२ ।
{ मौ ९ २०, १५, ३६ । एवमिष्टवशादनेकधा ॥

सु०—त्रिभिर्द्रम्मैः पंच पारावता अवाप्यन्ते तथा पञ्चभिर्द्रम्मैः सप्त सारसाः सप्तभिर्द्रम्मैर्नव हंसाः नवभिर्द्रम्मैर्वर्हिणां मयूराणां त्रयमवाप्यते ।

एवं सति द्रम्मशतेन एषां पारावतादीनां शतमानय महीपतेर्विनोदार्थमित्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्र पारावतादीनां मौल्यानि यावत्तावदादीनि प्रकल्प्य ततोऽनुपातेन पारावतादीनानीय शतेन समक्रिया कार्येत्यस्याः फक्किकाया मूलपुस्तकेष्युदाहरणं नास्त्यतः प्रदर्श्यते ।

अत्र पारावतादीनां मौल्यानि कल्पितानि या १ का १ नी १ पी १ ।

अथानुपातः यदि त्रिभिर्द्रम्मैः पंच पारावता लभ्यन्ते तदा यावत्तावन्मितैः के इति जाताः या $\frac{५}{३}$, एवमनुपातेन सारसाः का $\frac{७}{५}$, तथा हंसाः नी $\frac{९}{७}$, वर्हिणः पी $\frac{३}{९}$,

एषां योगः समच्छेदेन जातः $\frac{\text{या } १५७५ \text{ का } १३२३ \text{ नी } १२१५ \text{ पी } ३१५}{९४५}$

नवभिरपवर्तितः—

या १७५ का १४७ नी १३५ पी ३५ / १०५

अयं शतेन १०० सम इति पक्षयोस्समच्छेदीकृत्य च्छेदगमे न्यासः—

या १७५ का १४७ नी १३५ पी ३५ = रू १०५००

अनयोः समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं—

का १४७̇ नी १३५̇ पी ३५̇ रू १०५०० / १७५

अथ मौल्यानां योगोऽपि शतसम इति न्यासः-

{ या १ का १ नी १ पी १ रू ०
{ या ० का ० नी ० पी ० रू १००

अनयोः समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं—

का १̇ नी १̇ पी १̇ रू १०० / १

यावत्तावन्मानयोरपि समत्वात्समीकरणार्थं न्यासः—

का १४७̇ नी १३५̇ पी ३५̇ रू १०५०० / १७५ =

का १̇ नी १̇ पी १̇ रू १०० / १,

{ का १४७̇ नी १३५̇ पी ३५̇ रू १०५००
{ का १७५̇ नी १७५̇ पी १७५̇ रू १७५००

समशोधनाल्लब्धम्—

नी ४̇० पी १४̇० रू ७००० / २८

चतुर्भिरपवर्तितं जातं कालकमानम् =

नी १०̇ पी ३५̇ रू १७५० / ७

अत्र भाज्ये वर्णद्वयं वर्तत इति पीतकमानं त्रयस्त्रिंशद्रूपमितं व्यक्तं प्रकल्प्यते तेनेदं पीतकं ३५̇ गुणितं ११̇५५ रूपेषु १७५० प्रक्षिप्य जातं [illegible] ।

एवं कालकमानम् =

नी १̇० रू ५९५ / का ७

अस्या एवन्न्योन्मितित्वात्कुट्टकार्थं न्यासः—

भा १०̇ क्षे ५९५ / ह ७

क्षेपः शुद्ध्येद्धरोद्धृत इत्यत्र क्षेपो हारहृतः फलमिति जाते गुणाप्ती ०।८५
पूर्ववत्सत्क्षेपे तत्र गुणो नीलकमानं लो ७ रू० ।
लब्धिः कलकमानम् लो १०̇ रू ८५ ।
आभ्यां यावत्तावन्मानद्वयेप्युत्थापनं यथा यावत्तावन्मानम् =

$$\frac{\text{का } \dot{1} \text{ नी } \dot{1} \text{ पी } \dot{1} \text{ रू } 100}{1}$$

अत्र कालकमानमृणरूपगुणितं लो १० रू ८५,
एवं नीलकमान लो ७ रू० मृणरूपगुणितं लो ७̇ रू०,
एवं पीतकमान लो ० रू ३३ मृणरूपगुणितं लो० रू ३३̇,
एषां योगो धनर्णयोरन्तरमिति जातः लो ३ रू ११८
रूपशतयुतो हर १ भक्तो लब्धं यावत्तावन्मानम् लो ३ रू १८
एवमन्ययावत्तावन्मानेप्युत्थापनादिदमेव ।
अथैषां न्यासः—

लो ३ रू १८ = या
लो १०̇ रू ८५ = का
लो ७ रू० = नी
लो ० रू ३३ = पी

अत्र लोहितस्य सप्तरूपमितं व्यक्तं मानं प्रकल्प्य मानानि साध्यानि तद्यथा
यद्येकलोहितस्येदं मानं ७ तदा लोहितकत्रयस्य किमिति जातं रू २१ रूप १८ युतं जातं यावत्तावन्मानं रू ३, एवं कालकमानं रू १५, नीलकमानं ४९, पीतकमानं ३३,
एवमिष्टवशाद्बहुधेति एषां योगः शतमित एवेति ।
अथानुपातः त्रिभिर्द्रम्मैः पञ्च पारावतास्तदात्रिभिः किमिति जाताः पंचैव ५,
यदि पञ्चभिः सप्त सारसास्तदा पञ्चदशभिः किमिति जाताः २१,
सप्तभिर्नव हंसास्तदैभिः ४९ किमिति जाताः ६३,
नवभिर्मयूरत्रयं तदैभिः ३३ किमिति जातं ११,
एतेषां जीवानां ५।२१।६३।११ योगः शतसम एव ॥

अथान्यथोच्यते—

अत्र त्रिपञ्चादीनि मौल्यानि ३।५।७।९ तैर्गुणकैः क्रमेण गुणितानि कार्याणि येषां गुणितानां योगः शतं भवेत् ते गुणका ज्ञेयाः, तथा तैरेव गुणकैः पञ्चसप्तादयो-जीवाश्च ५।७।९।३ गुणनीयास्तेषां गुणितानां योगश्च शतं स्यात्, परमेते गुणका न ज्ञायन्तेऽतस्ते कल्पिताः या १ का १ नी १ पी १ ।

एते त्रिपञ्चादिमौल्यगुणितास्तेषां शतेन समीकरणार्थं न्यासः—

या ३ का ५ नी ७ पी ९ रू०
या ० का ० नी० रू १००

समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानम्—

$$\frac{\text{का } \overset{.}{५} \text{ नी } \overset{.}{७} \text{ पी } \overset{.}{९} \text{ रू } १००}{३}$$

अथ पञ्चादिजीवांश्च ५।७।९।३ क्रमेण गुणकैः संगुण्य शतेन समीकरणार्थं न्यासः-

$$\begin{cases} \text{या } ५ \text{ का } ७ \text{ नी } ९ \text{ पी } ३ \text{ रू} ० \\ \text{या } ० \text{ का } ० \text{ नी } ० \text{ पी } ० \text{ रू } १०० \end{cases}$$

समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानम्—

$$\frac{\text{का } \overset{.}{७} \text{ नी } \overset{.}{९} \text{ पी } \overset{.}{३} \text{ रू } १००}{५}$$

अथ यावत्तावन्मानयोः समशोधनार्थं न्यासः—

$$\frac{\text{का } \overset{.}{५} \text{ पी } \overset{.}{७} \text{ पी } \overset{.}{९} \text{ रू } १००}{३} = \frac{\text{का } \overset{.}{७} \text{ नी } \overset{.}{९} \text{ पी } \overset{.}{३} \text{ रू } १००}{५}$$

पक्षयोस्समच्छेदीकृतयोश्छेदगमे च न्यासः—

$$\begin{cases} \text{का } \overset{.}{२५} \text{ नी } \overset{.}{३५} \text{ पी } \overset{.}{४५} \text{ रू } ५०० \\ \text{का } \overset{.}{२१} \text{ नी } \overset{.}{२७} \text{ पी } \overset{.}{९} \text{ रू } ३०० \end{cases}$$

अनयोस्समशोधनाल्लब्धम्=

$$\frac{\text{नी } \overset{.}{८} \text{ पी } \overset{.}{३६} \text{ रू } २००}{४}$$

चतुर्भिरपवर्त्य जातं कालकमानम्—

$$\frac{\text{नी } \overset{.}{२} \text{ पी } \overset{.}{९} \text{ रू } ५०}{१}$$

अत्र भाज्ये वर्णद्वयं वर्ततेऽतः पीतकमानमिष्टचतुष्टयं व्यक्तं कल्पितं यद्येकपीतकस्येदं मानं ४ तदास्य पी $\overset{.}{९}$ किमिति जातं रू $\overset{.}{३६}$ रूपेषु ५० प्रक्षिप्य १४ कुट्टकार्थं न्यासः-

$$\frac{\text{भा } \overset{.}{२} \text{ क्षे } १४}{\text{हा } १}$$

क्षेपः शुद्धयेद्धरोद्धृत इति जातौ लब्धिगुणौ $\frac{१४}{०}$

इष्टाहतस्वस्वहरेणेत्यादिना लोहितकमिष्टं प्रकल्प्य जातौ सक्षेपौ

$$\begin{cases} \text{लो } \overset{.}{२} \text{ रू } १४ = \text{का} \\ \text{लो } १ \text{ रू } ० = \text{नी} \end{cases}$$

लब्धिः कालकमानं गुणो नीलकमानम् ।

अनेन यावत्तावन्मानद्वयेप्युत्थापनम्—

यथा प्रथमयावत्तावन्माने—

का ५̇ नी ७̇ पी ९̇ रू १००,

अत्र यद्येककालकस्येदं मानं लो २̇ रू १४ तदा ऋणपंचकालकस्य किमिति जातं लो १० रू ७०̇,

एवं नीलकमानं लो १ ऋणसप्तगुणितं लो ७̇ रू०, पीतकमानं लो० रू ४ ऋणनवगुणितं लो० रू ३६̇

सर्वेषां योगः लो ३ रू १०̇६ शतयुतः लो ३ रू ६̇ हरेण ३ भक्तः लब्धं यावत्तावन्मानं लो १ रू २̇ ।

एव मन्ययावत्तावन्मानादप्युत्थापनादिदमेव क्रमेण न्यासः—

लो १ रू २̇ = या
लो २̇ रू १४ = का
लो १ रू ० = नी
लो ० रू ४ = पी

अत्र लोहितकस्य व्यक्तमानमिष्टं त्रयं प्रकल्प्य जाता गुणकाः १।८।३।४

एभिस्त्रिपंचादिद्रम्मा गुणिता जातानि मूल्यानि ३।४०।२१।३६

तैरेव गुणकैः १।८।३।४ पञ्चसप्तादयो जीवाश्च गुणिता जाता जीवाः ५।५६। २७।१२ ।

अथवा लोहितकस्य रूपचतुष्टयमिष्टं मानं प्रकल्प्य जाता गुणकाः २।६।४।४।

एभिर्मौल्यानि ६।३०।२८।३६ जीवाश्च १०।४२।३६।१२ ।

पंचकेनेष्टेन गुणकाः ३।४।५।४ अतो मौल्यानि ९।२०।३५।३६ जीवाः १५। २८।४५।१२ ।

एवमिष्टवशाद्बहुधेति ॥

विमला०—किसी ने किसी से कहा कि तीन द्रम्म के पाँच कबूतर, पाँच द्रम्म के सात सारस, सात द्रम्म के नव हंस और नव द्रम्म के तीन मोर आते हैं तो राजा के विनोद के लिये सौ द्रम्म में सौ कबूतर आदि पक्षी खरीद लाओ । तो बताओ उन पक्षियों की और उन के मोल की संख्या क्या है ?

उदाहरण—

यहां कबूतर आदि जीवों का मोल्य क्रम से या, का, नी, पी, कल्पना किया ।

"तीन द्रम्म के पाँच कबूतर आते हैं तो या, समान द्रम्म में क्या" इस अनुपात से या, तुल्य द्रम्म में कबूतर का मान $= \frac{५ \text{ या}}{३}$,

इस प्रकार अनुपात से का, तुल्य द्रम्म में सारस का मान $= \frac{७ \text{ का}}{५}$,

नी, तुल्य द्रम्म में हंस का मान $= \frac{९ \text{ नी}}{७}$,

पी, तुल्य द्रम्म में मोर का मान $= \frac{३ \text{ पी}}{६}$,

इन सब जीवों का योग =

$$\frac{५ \text{ या}}{३} + \frac{७ \text{ का}}{५} + \frac{६ \text{ नी}}{७} + \frac{३ \text{ पी}}{६}$$

$$\frac{१५७५ \text{ या} + १३२३ \text{ का} + १२१५ \text{ नी} + ३१५ \text{ पी}}{९४५} =$$

$$\frac{१७५ \text{ या} + १४७ \text{ का} + १३५ \text{ नी} + ३५ \text{ पी}}{१०५},$$

यह सौ के समान है, अतः समीकरण—

$$\frac{१७५ \text{ या} + १४७ \text{ का} + १३५ \text{ नी} + ३५ \text{ पी}}{१०५} = १००,$$

अतः $१७५ \text{ या} + १४७ \text{ का} + १३५ \text{ नी} + ३५ \text{ पी} = १०५००$,

$$\text{अतः} \quad \text{या} = \frac{- १४७ \text{ का} - १३५ - \text{नी} - ३५ \text{ पी} + १०५००}{१७५} \text{।}$$

जीवों के मोलों का योग भी सौ के समान है,

अतः समीकरण -

या + का + नी + पी = १००,

$$\text{अतः} \quad \text{या} = \frac{- \text{का} - \text{नी} - \text{पी} + १००}{१},$$

इस तरह दो यावत्तावत् के मान आये, दोनों आपस में समान हैं, अतः समीकरण के लिये न्यास--

$$\frac{- १४७ \text{ का} - १३५ \text{ नी} - ३५ \text{ पी} + १०५००}{१७५} =$$

$$\frac{- \text{का} - \text{नी} - \text{पी} + १००}{१},$$

अतः $- १७५ \text{ का} - १७५ \text{ नी} - १७५ \text{ पी} + १७५०० =$
$- १४७ \text{ का} - १३५ \text{ नी} - ३५ \text{ पी} + १०५००$,

अतः $२८ \text{ का} = - ४० \text{ नी} - १४० \text{ पी} + ७०००$,

$$\text{का} = \frac{- ४० \text{ नी} - १४० \text{ पी} + ७०००}{२८} =$$

$$\frac{- १० \text{ नी} - ३५ \text{ पी} + १७५०}{७}$$

यह अन्त्य उन्मिति आई। किन्तु भाज्य में दो वर्ण (नी, पी,) हैं, इसलिये

पीतक का मान व्यक्त रूप ३३ कर के उत्थापन देने से—

$$\text{का} = \frac{-१० \text{ नी} - ३५ \times ३३ + १७५०}{७} =$$

$$\frac{-१० \text{ नी} - ११५५ + १७५०}{७} = \frac{-१० \text{ नी} + ५९५}{७}$$

अब कुट्टक के लिये न्यास—

$$\frac{-\text{भा } १० \text{ क्षे } ५९५}{७}$$

"क्षेपः शुद्धो हरोद्धृतः" इत्यादि कुट्टकोक्तसूत्र के अनुसार—

गुण = ०, लब्धि = ८५, आई।

अब लोहितक एक के बराबर इष्ट मानकर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादि सूत्र के अनुसार—

$$\text{गुण} = \text{लो } ७ + ० = \text{नी},$$

$$\text{लब्धि} = -\text{लो } १० + ८५ = \text{का},$$

पीतक का मान रूप ३३ के समान पहले कल्पना कर चुके हैं,

अब इन सबों से यावत्तावत् मान में उत्थापन देने से—

$$\text{या} = \frac{-१४७ \text{ का} - १३५ \text{ नी} - ३५ \text{ पी} + १०५००}{१७५} =$$

$$\frac{-१४७ \times -\text{लो } १० + ८५ \times -१४७ - १३५ \times \text{लो } ७ - ३५ \times ३३ + १०५००}{१७५}$$

$$\frac{१४७० \text{ लो} - १२४९५ - ९४५ \text{ लो} - ११५५ + १०५००}{१७५} =$$

$$\frac{५२५ \text{ लो} - १३६५० + १०५००}{१७५} =$$

$$\frac{५२५ \text{ लो} - ३१५०}{१७५} = ३ \text{ लो} - १८ ।$$

इसी तरह द्वितीय मान में उत्थापन देने से—

$$\text{या} = \frac{-\text{का} - \text{नी} - \text{पी} + १००}{१} =$$

$$-\frac{(-\text{लो } १० + ८५) - (\text{लो } ७) - (३३) + १००}{१} =$$

$$\frac{\text{लो } १० - ८५ - \text{लो } ७ - ३३ + १००}{१} =$$

$$\text{लो } ३ - ११८ + १०० = \text{लो } ३ - १८ ।$$

अब आये हुए यावत्तावत् आदि मानों का क्रम से न्यास—

या = लो ३ − १८,

का = −लो १० + ८५,

नी = लो ७ + ०,

पी = ३३,

यहां लोहितक का मान रूप सात कल्पना कर के उत्थापन देने से-

या = ३ लो − १८ = ३ × ७ − १८ = ३,

का = − १० लो + ८५ = − १० × ७ + ८५ = १५,

नी = ७ लो + ० = ७ × ७ = ४६,

पी = ३३,

इन सबों का योग = ३ + १५ + ४६ + ३३ = १०० ।

अर्थात् तीन द्रम्म के कबूतर, पन्द्रह के सारस, ४६ द्रम्म के हंस और ३३ द्रम्म के मोर सौ जीव संख्या भी हो जाती है ।

जैसे "तीन द्रम्म में पांच कबूतर पाते हैं तो तीन द्रम्म में क्या" इस अनुपात से कबूतर की संख्या = $\frac{३ \times ५}{३}$ = ५ ।

इसी तरह सारस की संख्या = $\frac{७ \times १५}{५}$ = २१ ।

एवं हंस की संख्या = $\frac{९ \times ४६}{७}$ = ६३ ।

तथा मोर की संख्या = $\frac{३ \times ३३}{९}$ = ११ ।

सब जीवों का योग = ५ + २१ + ६३ + ११ = १०० ।

इसी तरह तीन इष्ट कल्पना करने से—

मौल्यों का योग = ३ + ४० + २१ + ३६ = १०० ।

जीवों का योग = ५ + ५६ + २७ + १२ = १०० ।

चार इष्ट कल्पना करने से—

मौल्यों का योग = ६ + ३० + २८ + ३६ = १०० ।

जीवों का योग = १० + ४२ + ३६ + १२ = १०० ।

पांच इष्ट कल्पना करने से—

मौल्यों का योग = ९ + २० + ३५ + ३६ = १०० ।

जीवों का योग = १५ + २८ + ४५ + १२ = १०० ।

इस तरह इष्ट के वश अनेक मान आ सकते हैं ॥

उदाहरणम्—

षड्भक्तः पञ्चाग्रः पञ्चविभक्तो भवेच्चतुष्काग्रः ।
चतुरुद्धृतस्त्रिकाग्रो द्व्यग्रस्त्रिसमुद्धृतः कः स्यात् ॥ ६ ॥

अत्र राशिः या १ । अयं षड्भक्तः पञ्चाग्र इति षड्भिर्भागे ह्रियमाणे कालको लभ्यत इति कालकगुणितो हरः स्वाग्रेण पञ्चकेन युतो यावत्तावता सम इति साम्यकरणेन यावत्तावदुन्मितिः—

या = का ६ रू ५ ।

एवं पञ्चादिहरेषु नीलकादयो लभ्यन्त इति जाता यावत्तावदुन्मितयः
या = नी ५ रू ४ = पी ४ रू ३ = लो ३ रू २ ।

आसां प्रथमद्वितीययोः समीकरणेन लब्धा कालकोन्मितिः का = $\frac{\text{नी ५ रू }\dot{१}}{६}$

एवं द्वितीयतृतीययोः समीकरणेन लब्धा नीलकोन्मितिः
नी = $\frac{\text{पी ४ रू }\dot{१}}{५}$

एवं तृतीयचतुर्थयोः समीकणेन लब्धा पीतकोन्मितिः
पी = $\frac{\text{लो ३ रू }\dot{१}}{४}$

अतः कुट्टकाल्लब्धे लोहितकपीतकयोर्माने सक्षेपे

{ ह ४ रू ३ = लो ।
{ ह ३ रू २ = पी ।

नीलकोन्माने स्वमानेनोत्थाप्य जातम् नी = $\frac{\text{ह १२ रू ७}}{५}$ ।

अत्र स्वच्छेदेन हरणे नीलकमानं भिन्नं लभ्यते इति कृत्वाऽभिन्नं कर्त्तुं भूयः कुट्टकः कार्यं इति पुनः कुट्टकात् संक्षेपो गुणः = श्वे ५ रू ४ । एतद्धरितकमानम् । अनेन लोहितकपीतकयोर्माने हरितकमुत्थाप्य जाते लोहितकपीतकयोर्माने—

{ श्वे २० रू १९ = लो ।
{ श्वे १५ रू १४ = पी ।

इदानीं नीलकोन्माने पीतकं स्वमानेनोत्थाप्य स्वच्छेदेन विभज्य लब्धं नीलकमानमभिन्नम् = श्वे १२ रू ११ । अनेन कालकमाने नीलकं स्वमानेनोत्थाप्य स्वच्छेदेन विभज्य लब्धं कालकमानम् = श्वे १० रू ९ ।

एभिर्मानैर्यावत्तावदुन्मितिषु कालकादीनुत्थाप्य लब्धं यावत्तावन्मानम् = श्वे ६० रू ५९ ।

अथवा षड्भक्तः पञ्चाग्र इति प्राग्वज्जातो राशिः का ६ रू ५।

अयमेव पञ्चापहृतश्चतुरग्र इति लब्धं नीलकं प्रकल्प्य तद्गुणित-हरेण स्वाग्रयुतेन नी ५ रू ४ समीकरणेन जातं कालकमानम्--

$$\text{का} = \frac{\text{नी ५ रू १}}{\text{६}}।$$

एतत् कालकमानं भिन्नं लभ्यत इति कुट्टकेनाभिन्नं कालकोन्मानम्= पी ५ रू ४। अनेन पूर्वराशिम् का ६ रू ५ उत्थाप्य जातम्=पी ३० रू २९। पुनरयं चतुर्भक्तस्त्र्यग्र इति प्राग्वत् साम्ये कृते जातम्।

$$\text{पी} = \frac{\text{लो ४ रू २६}}{\text{३०}} = \frac{\text{लो २ रू १३}}{\text{१५}}$$

अत्रापि कुट्टकाल्लब्धं पीतकमानम् पी=ह २ रू १। अनेन पूर्वराशौ पी ३० रू २९ उत्थापिते जातो राशिः ह ६० रू ५९। पुनरयं त्रिभक्तो द्व्यग्र इति स्वत एव जातः। शून्यैकद्व्याद्युत्थापनाद्बहुधा॥

सु०—अथ भूयः कार्यः कुट्टक इति पूर्वोक्तस्य व्याप्तिं दर्शयितुमुदाहरणमार्यया दर्शयति—

यो राशिः षड्भक्तः सन् पञ्चाग्रः पञ्चशेषः स्यात् स एव राशिः पञ्चभक्तः सन् चतुः शेषः स्यात् चतुर्भक्तः त्रिशेषः त्रिभक्तो द्विशेषः स क इति प्रश्नः।

उदाहरणम्—

अत्र राशिमानं या १।

अयं षड्भक्तः पञ्चाग्र इति षड्भिर्ह्रियमाणे कालको लभ्यत का १ इति काल-कगुणितो हरः का ६ स्वाग्रेण पञ्चकेन युतो का ६ रू ५ यावत्तावत्सम इति।

साम्यकरणेन लब्धा यावत्तावदुन्मितिः का ६ रू ५,

अथ राशौ या १ पञ्चभक्ते लब्धिप्रमाणं नीलकं या१ प्रकल्प्य तद्गुणितहरेण नी ५ स्वाग्र ४ युतेन नी ५ रू ४ यावत्तावत्सम इति।

साम्यकरणाल्लब्धं यावन्मानं $\frac{\text{नी ५ रू ४}}{\text{१}}$,

एवं राशौ या १ चतुर्भक्ते लब्धिप्रमाणं पीतकतद्गुणितहरः पी ४ स्वाग्र ३ युतः पी ४ रू ३ यावत्तावत्सम इति लब्धं यावत्तावन्मानं $\frac{\text{पी ४ रू ४}}{\text{या १}}$,

पुनरेव राशौ या १ त्रिभक्ते लब्धिप्रमाणं लोहितकं तद्गुणितहरः लो ३ स्वाग्रयुतो लो ३ रू २ यावत्तावत्सम इति साम्यकरणाल्लब्धं यावत्तावदुन्मानं $\frac{\text{लो ३ रू २}}{\text{या १}}$,

अत्रैकवर्णस्य यावत्तावत उन्मानचतुष्टयमागतं तत एषां पुनः समीकरणं वर्णस्यैकस्योन्मितीनां बहुत्वे। समीकृतच्छेदगमे तु ताभ्यंस्तदन्यवर्णोन्मितयः प्रसाध्याः

इत्युक्तत्वाद्विधेयम्—

अतः प्रथमद्वितीययोर्न्यासः—

$$\begin{cases} \dfrac{\text{का ६ नी० रू ५}}{\text{या १}} = \\ \dfrac{\text{का० नी ५ रू ४}}{\text{या १}}, \end{cases}$$

अनयोश्छेदगमे साम्यकरणाल्लब्धं कालकोन्मानं $= \dfrac{\text{नी ५ रू } \dot{\text{१}}}{\text{६}}$,

एवं द्वितीयतृतीययोर्न्यासः—

$$\begin{cases} \dfrac{\text{नी ५ पी० रू ४}}{\text{या १}} = \\ \dfrac{\text{नी० पी ४ रू ३}}{\text{या १}}, \end{cases}$$

अनयोरपि छेदगमे साम्यकरणेन लब्धं नीलकोन्मानं $= \dfrac{\text{पी ४ रू } \dot{\text{१}}}{\text{५}}$,

एवं तृतीयचतुर्थयोर्न्यासः—

$$\begin{cases} \dfrac{\text{पी ४ लो० रू ३}}{\text{या १}} = \\ \dfrac{\text{पी० लो ३ रू २}}{\text{या १}}, \end{cases}$$

अनयोश्च हरसाम्यात्तदपगमे संशोधनेन लब्धं पीतकोन्मानं $= \dfrac{\text{लो ३ रू } \dot{\text{१}}}{\text{४}}$,

अत्रान्त्योन्मितिरियमेवात्र कुट्टकार्थं न्यासः $= \dfrac{\text{भा ३ क्षे } \dot{\text{१}}}{\text{ह ४}}$,

$$\text{उक्तवद्वल्ली} \begin{cases} \text{०} \\ \text{१} \\ \text{१} \\ \text{०} \end{cases}$$

जातौ लब्धिगुणौ $\frac{\text{१}}{\text{१}}$,

समलब्धित्वाद्यथास्थितौ परमृणक्षेपत्वात्स्वहाराभ्यां $\frac{\text{३}}{\text{४}}$ शुद्धौ जातौ लब्धिगुणौ $= \frac{\text{२}}{\text{३}}$,

अत्र हरितकमिष्टं रूपं प्रकल्प्य इष्टाहतस्वस्वहरेणेत्यादिना जातौ सक्षेपौ

$$\begin{cases} \text{ह ३ रू २} = \text{पी} \\ \text{ह ४ रू ३} = \text{लो} \end{cases}$$

अत्र लब्धिः पीतकमानं गुणो लोहितकमानम् ।

अत्र पीतकमानेन ह ३ रू २ पूर्वागतनीलकमाने $\dfrac{\text{पी ४ रू } \dot{\text{१}}}{\text{५}}$ उत्थापनम्,

यथा यद्येकपीतकस्येदं मानं ह ३ रू २ तदा पीतकचतुष्टयस्य पी ४ किमिति जातं ह १२ रू ८ इदं रूप १ युतं ह १२ रू ७ हरेण ५ भक्तं जातं नीलकमानं $\frac{\text{ह १२ रू ७}}{\text{५}}$,

अत्र हरेण भक्ते मानं भिन्नं लभ्यते, अतोऽत्र भूयः कुट्टकः कार्यः "भिन्नं यदि मानमेवं भूयः कार्यः कुट्टक" इत्यादेरुक्तत्वात्, अतोऽत्रकुट्टकार्थं न्यासः—

$$\frac{\text{भा १२ क्षे ७}}{\text{हा ५}},$$

हरतष्टे धनक्षेप इत्यादिना न्यासः—$\frac{\text{भा १२ क्षे २}}{\text{ह ५}}$

वल्ली $\begin{cases} २ \\ २ \\ ० \end{cases}$

लब्धिगुणौ $\frac{१०}{४}$ अत्र लब्धिः क्षेपतक्षणलाभेन १ युता $\frac{११}{४}$,

अत्र लब्धिर्नीलकमानं ११, गुणो हरितकमानं ४,

अत्र श्वेतकमिष्टं रूपं श्वे १ प्रकल्प्य इष्टाहत इत्यादिना जातौ सक्षेपौ

$$\begin{cases} \text{श्वे १२ रू ११ = नी} \\ \text{श्वे ५ रू ४ = ह} \end{cases}$$

अत्र हरितकमानं श्वे ५ रू ४ अनेन पूर्वानीतयोरन्त्ययोः पीतकलोहितयोर्माने

$$\begin{cases} \text{ह ३ रू २ = पी} \\ \text{ह ४ रू ३ = लो} \end{cases}$$

उत्थापनं यथा इह यद्वर्णमानमागतं तद्वर्णोऽत्र पूर्वं यन्मानेऽस्ति तत्र तस्योत्थापनं कार्यं, तद्यथा यद्येकहरितकस्येदं मानं श्वे ५ रू ४ तदा हरितकत्रयस्य किमिति जातं श्वे १५ रू १२ स्वरूपेण २ युतं जातमेकपीतकस्य मानं श्वे १५ रू १४ ।

एवं यद्येकहरितकस्येदं मानं श्वे ५ रू ४ तदा हरितचतुष्टयस्य किमितिजातं श्वे २० रू १६ रूपेण ३ युतं जातमेकलोहितस्य मानं श्वे २० रू १९ एते स्वमाने—

$$\begin{matrix} \text{श्वे २० रू १९ = लो} \\ \text{श्वे १५ रू १४ = पी} \end{matrix}$$

एवं जातमन्त्यवर्णोत्थापनम् ।

अथ लोहितपीतकयोराद्यान्नीलकादारभ्य व्यस्तमुत्थापयेत् ।

तद्यथा अनेन पीतकमानेन श्वे १५ रू १४ पूर्वानीतनीलकोन्माने

$\frac{\text{पी ४ रू १}}{\text{५}}$, उत्थापनं यथानीलकमानं

यद्येकपीतकस्येदं मानं श्वे १५ रू १४ तदा पीतकचतुष्टस्य किमिति जातं

श्वे ६० रू ५६ रूपेण १ युतं श्वे ६० रू ५५ हरेण ५ भक्तं जातं नीलकमानं श्वे १२ रू ११ ।

इदं कुट्टकागतनीलकमानेन श्वे १२ रू ११ तुल्यमेवास्ति ।

अथ नीलकाद्यस्य कालकस्य मानमिदम् =

$$\frac{\text{नी ५ रू १}}{\text{६}}$$, नीलकमानेनोत्थापनम् ।

यथा नीलकमानं श्वे १२ रू ११ यद्येकनीलकस्येदं मानं श्वे १२ रू ११ तदा नीलकपंचकस्य किमिति जातं श्वे ६० रू ५५ रुपेण १ युतं श्वे ६० रू ५४ हरेण ६ भक्तं लब्धं कालकमानं श्वे १० रू ९ ।

एभिर्मानैर्यावत्तावदुन्मितिषूत्थापम्—

तद्यथा प्रथमयावत्तावन्मानं = $\frac{\text{का ६ रू ५}}{\text{१}}$,

यद्येककालकस्येदं मानं श्वे १० रू ९ तदा कालकषट्कस्य किमिति जातं श्वे ६० रू ५४ रूपपंचकयुत हरेणभक्तं लब्धं यावत्तावन्मानं श्वे ६० रू ५९ ।

एवं द्वितीययावत्तावन्मानं = $\frac{\text{नी ५ रू ४}}{\text{१}}$,

अत्र यद्येकनीलकस्येदं मानं श्वे १२ रू ११ तदा नीलकपञ्चकस्य किमिति जातं श्वे ६० रू ५५ रूपचतुष्टययुतं हरेण १ भक्तं लब्धं यावत्तावन्मानं तदेव श्वे ६० रू ५९ ।

एवं तृतीययावत्तावन्मानं = $\frac{\text{पी ४ रू ३}}{\text{१}}$,

यद्येकपीतकस्येदं मानं श्वे १५ रू १४ तदापीतकचतुष्टयस्य किमिति जातं श्वे ६० रू ५६ रूपत्रययुतं हरेण लब्धं यावत्तावन्मानं तदेव श्वे ६० रू ५९,

एवं चतुर्थयावत्तावन्मानं = $\frac{\text{लो ३ रू २}}{\text{१}}$,

यद्येकलोहितस्येदं मानं श्वे २० रू १९ तदा लोहितत्रयस्य किमिति जातं श्वे ६० रू ५७ रूपद्वययुतं हरेण १ भक्तं लब्धं यावत्तावन्मानं तदेव श्वे ६० रू ५९।

भूयः कार्यः कुट्टकोऽत्रान्त्यवर्णो तेनोत्थाप्योत्थापयेद्व्यस्तमाद्यादिति पद्योदाहरणं जातम् ।

अथ यावत्तावदीनां मानानां न्यासः—

श्वे ६० रू ५९ = या
श्वे १० रू ९ = का
श्वे १२ रू ११ = नी
श्वे १५ रू १४ = पी
श्वे २० रू १९ = लो

अत्र श्वेतकस्य शून्यं व्यक्तं मानं प्रकल्प्योत्थापनं यथा यद्येकश्वेतकस्येदं मानं ० तदास्य श्वे ६० किमिति जातं शून्य ० रूपेण ५६ युतं यावत्तावन्मानं व्यक्तं ५६ ।

एवमनुपातेन कालकस्य ६ नीलकस्य ११ पीतकस्य १४ लोहितकस्य १६ मानं व्यक्तम् ।

अत्र राशौ ५६ षड्भक्ते लब्धं कालकमानतुल्यं ६ ।

एवं राशौ पंचादिभक्ते नीलकादिमानमिता लब्धयः संभवन्ति ।

अथवा श्वेतकस्य रूप १ मिष्टं व्यक्तं कल्पितं तदोक्तवदनुमातेन जातो राशिः ११६ लब्धयश्च १६,२३,२६,२९ ।

एवमिष्टवशाद्बहुधा ॥

अथान्यप्रकारेणोच्यते—

षड्भक्तः पंचाग्र इति प्रथमयावत्तावन्मानं $=\frac{\text{का ६ रू ५}}{\text{१}}$,

इदं हरेण भक्तं जातो राशिः = का ६ रू ५,

अयमेव पंचहृतश्चतुरग्र इति लब्धं नीलकं प्रकल्प्य तद्गुणितहरेण नी ५ शेषचतुर्युतेन नी५रू ४ राशिः सम इति न्यासः

$$\left\{\begin{array}{l}\text{का ६ नी ० रू ५}\\ \text{का ० नी ५ रू ४}\end{array}\right.$$

साम्यकरणाल्लब्धं कालकमानं $=\frac{\text{नी ५ रू १०}}{\text{६}}$,

इदं हरेण भक्तं तदा भिन्नं लभ्यत इत्यतः कुट्टकार्थं न्यासः—

$$\frac{\text{भा ५ क्षे १०}}{\text{ह ६}},$$

$$\text{वल्ली}\left\{\begin{array}{l}0\\1\\1\\0\end{array}\right.$$

जातौ लब्धिगुणौ $\frac{1}{1}$, ऋणक्षेपत्वात्स्वहराभ्यां शुद्धौ जातौ $\frac{४}{५}$,

अत्र लब्धिः कालकवर्णमानं रू ४, गुणस्तुनीलकवर्णमानं रू ५,

अत्र पीतकमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहत इत्यादिना जातौ सक्षेपौ

$$\left\{\begin{array}{l}\text{पी ५ रू ४ = का}\\ \text{पी ६ रू ५ = नी}\end{array}\right.$$

अत्र नीलकमानस्य प्रयोजनाभावात्कालकमानमेव गृहीतम् ।

अनेन राशावुत्थापनम्—

यथा राशिः का ६ रू ५ यद्येककालकस्येदं मानं पी ५ रू ४ तदा कालकषट्कस्य किमिति जातं ३० रू २४ रूपेण ५ युतं जातो राशिः पी ३० रू २९ ।

पुनरयं चतुर्भक्तस्त्र्यग्र इति लब्धिप्रमाणं लोहितकं प्रकल्प्य लो १ तद्गुणित-हरेण स्वाग्रयुतेन लो ४ रू ३ राशिः सम इति न्यासः—

$$\begin{cases} \text{पी ३० लो ० रू २९} \\ \text{पी ० लो ४ रू ३} \end{cases}$$

अनयोः समशोधनाल्लब्धं पीतकमानं $= \frac{\text{लो ४ रू २६}^{\circ}}{\text{पी ३०}}$,

इदं द्वाभ्यामपवर्तितं $= \frac{\text{लो २ रू १३}^{\circ}}{\text{पी १५}}$,

अत्राप्यभिन्नमानज्ञानार्थं कुट्टकः कार्यः, न्यासः—

$$\frac{\text{भा २ क्षे १३}^{\circ}}{\text{हा १५}}$$

$$\text{वल्ली} \begin{cases} ० \\ ७ \\ १३ \\ ० \end{cases}$$

जातौ लब्धिगुणौ $\frac{१३}{९१}$,

स्वहर $\frac{२}{१५}$ तष्टौ जातौ १,१।

ऋणक्षेपत्वात्स्वहाराभ्यां शुद्धौ जातौ लब्धिगुणौ १,१४ ।

अत्र लब्धिः १ पीतकवर्णमानं गुणस्तु लोहितवर्णमानं १४ ।

अत्र हरितकमिष्टं प्रकल्प्य जाते पीतकलोहितयोर्माने सक्षेपे-

$$\begin{cases} \text{ह २ रू १ = पी} \\ \text{ह १५ रू १४ = लो} \end{cases}$$

अत्र पीतकमानेन पूर्वराशेरुत्थापनं यथा राशिः पी ३० रू २९ यद्येकपीतकस्येद मानं ह२ रू १ तदा त्रिंशत्पीतकस्य किमिति जातं ह ६० रू ३० स्वरूपेण २९ युतं जातो राशिः ह ६० रू ५९ पुनरयं त्रिभक्तो द्व्यग्रः स्त्रयमेव जातो राशिः ह ६० रू ५९

अत्र हरितकमानं शून्यं व्यक्तं प्रकल्प्य पूर्ववदनुपातेन जातो राशिः ५९ ।

एवमेकेनेष्टेन राशिः ११९, अत्र लब्धीनां ज्ञानार्थमुत्थापनम्—

यथा पूर्वमागतं कालकमानं =पी ५ रू ४,

अत्रानुपातः यद्येकपीतकस्येदं मानं ह २ रू १ तदा पंचपीतकस्य किमिति जातं ह १० रू ५ स्वरूपेण ४ युतं जातं कालकमानं = ह १० रू ९,

अथ नीलकमानं पी ६ रू ५, यद्येकपीतकस्येदं मानं ह २ रू १ तदा पीतकषट्कस्य किमिति जातं ह १२ रू ६ रूपेण ५ युतं जातं नीलकमानं = ह १२ रू ११,

लोहितमानं तु कुट्टकेनागतमस्त्येव ह १५ रू १४,

अत्र हरितकं शून्येनोत्थाप्यजाता लब्धयः ९।११।१४ ।

कालकनीलकलोहितमानमिताः एवं सर्वत्रेति ॥

विमला—वह कौन राशि है, जिस में छैका भाग देने से पांच शेष, पांच का

भाग देने से चार शेष, चार का भाग देने से तीन शेष और तीन का भाग देने से दो शेष रहता है ?

उदाहरण—

यहां राशि का मान = या, कल्पना किया। इस में छै का भाग देने से पांच शेष और लब्धि प्रमाण कालक माना।

हर और लब्धि के घात में शेष युत करने से भाज्य राशि के बराबर होता है।

यतः $\frac{\text{या}}{६} = \text{ल} + \frac{\text{शे}}{६} =$

$\text{का} + \frac{५}{६} = \frac{६\,\text{का} + ५}{६}$,

अतः या = ६ का + ५।

फिर उसी राशि में पांच का भाग देने से शेष चार रहता है, और लब्धि नीलक तुल्य कल्पना किया तो।

$\frac{\text{या}}{५} = \text{ल} + \frac{\text{शे}}{५} = \text{नी} + \frac{४}{५}$, ऐसा स्वरूप हुआ।

अतः या = ५ नी + ४।

एवं उसी राशि में चार का भाग देने से तीन शेष रहता है, और लब्धि पीतक के समान कल्पना किया तो—

$\frac{\text{या}}{४} = \text{ल} + \frac{\text{शे}}{४} = \text{पी} + \frac{३}{४}$, ऐसा स्वरूप हुआ।

अतः या = ४ पी + ३।

इसी तरह या, में तीन का भाग देने से दो शेष रहता है, और लब्धि लोहितक के समान कल्पना किया तो

$\frac{\text{या}}{३} = \text{ल} + \frac{\text{शे}}{३} = \text{लो} + \frac{२}{३}$, ऐसा स्वरूप हुआ।

अतः या = ३ लो + २।

इस तरह यावत्तावत् के मान चार आये। उन में प्रथम द्वितीय मानों को समीकरण के लिये न्यास—

६ का + ५ = ५ नी + ४,

अतः ६ का = ५ नी − १,

अतः $\text{का} = \frac{५\,\text{नी} - १}{६}$,

द्वितीय और तृतीय यावत्तावत् मानों को समीकरण के लिये न्यास—

५ नी + ४ = ४ पी + ३,

अतः ५ नी = ४ पी − १,

$$\text{अतः नी} = \frac{४\ \text{पी} - १}{५},$$

तृतीय और चतुर्थ यावत्तावत् के मानों को समीकरण के लिये न्यास—

४ पी + ३ = ३ लो + २,

अतः ४ पी = ३ लो − १,

$$\text{अतः पी} = \frac{३\ \text{लो} - १}{४},$$

यही अन्त्य के उन्मिति है, अतः कुट्टक के लिये न्यास—

$$\frac{\text{भा ३ क्षे १}}{\text{हा ४}},$$

उक्तरीति से वल्ली $\begin{cases} ० \\ १ \\ १ \\ ० \end{cases}$

अतः लब्धि = १, गुण = १,

यहां सम वल्ली होने के कारण वही लब्धि और गुण हुआ।

लेकिन् ऋणक्षेप होने के कारण अपने २ तक्षण में घटाने से लब्धि = २, गुण = ३, हुआ।

अब एक हरितक (ह) इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार—

लब्धि = ३ ह + २ = पी।

गुण = ४ ह + ३ = लो।

अब पीतक के मान से पूर्वानीत नीलक के मान में उत्थापन देने से—

$$\text{नी} = \frac{४\ \text{पी} - १}{५} = \frac{४\ (३\ \text{ह} + २) - १}{५} = \frac{१२\ \text{ह} + ७}{५},$$

यहाँ हर (५) का भाग देने से भिन्न मान आता है, अतः "भिन्नं यदि मानमेवम्। भूयः कार्यः कुट्टकः" इस सूत्र के अनुसार फिर कुट्टक के लिये न्यास—

$$\frac{\text{भा १२ क्षे ७}}{\text{हा ५}},$$

"हरतष्टे धनक्षेपे"; इस सूत्र के अनुसार—

$$\frac{\text{भा १२ क्षे २}}{\text{हा ५}},\ \text{हुआ।}$$

कुट्टकोक्तयुक्ति से वल्ली = $\begin{cases} २ \\ २ \\ २ \\ ० \end{cases}$

उक्तरीति से लब्धि = १०, गुण = ४,

क्षेपतक्षणलाभ में लब्धि को जोड़ने से वास्तव लब्धि=११, गुण=४, हुआ।

यहां लब्धि नीलक का मान और गुण हरितक का मान है।

अब एक श्वेतक इष्ट कल्पना कर के "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार—

लब्धि=श्वे १२+११=नीलक।

गुण=श्वे ५+४=हरितक।

अब इस हरितक के मान से पूर्वानीत पीतक (ह ३+२) और लोहितक (ह ४+३) के मान में उत्थापन देने से—

पीतक=ह ३+२=३ (श्वे ५+४)+२=

श्वे १५+१२+२=श्वे १५+१४

लोहित=ह ४+३=४ (श्वे ५+४)+३=

श्वे २०+१६+३=श्वे २०+१६।

यहाँ पीतक के मान से नीलक के मान में उत्थापन देने से

$$\text{नी}=\frac{\text{४ पी}-१}{५}=\frac{४\,(\text{श्वे }१५+१४)-१}{५}=\frac{\text{श्वे }६०+५६-१}{५}=$$

श्वे १२+११, यह पूर्व तुल्य ही आया।

पूर्वागत मानों का क्रम से न्यास—

नी=श्वे १२+११,

पी=श्वे १५+१४,

लो=श्वे २०+१६,

ह=श्वे ५+४,

अब नीलक के मान से कालक के मान में उत्थापन देने से—

$$\text{का}=\frac{\text{५ नी}-१}{६}=\frac{\text{५ श्वे}\,(१२+११)-१}{६}=$$

$$\frac{\text{श्वे }६०+५५-१}{६}=\frac{\text{श्वे }६०+५४}{६}=\text{श्वे }१०+६।$$

इस कालक के मान से प्रथम यावत्तावत् के मान में उत्थापन देने से—

या=६ का+५=६ (श्वे १०+६)+५=श्वे ६०+५६।

नीलक के मान से द्वितीय यावत्तावत् के मान में उत्थापन देने से—

या=५ नी+४=५ (श्वे १२+११)+४=श्वे ६०+५६।

पीतक के मान से तृतीय यावत्तावत के मान में उत्थापन देने से—

या=४ पी+३=४ (श्वे १५+१४)+३=श्वे ६०+५६।

एवं लोहितक के मान से चतुर्थ यावत्तावत् के मान में उत्थापन देने से—

या=३ लो+२=३ (श्वे २०+१६)+२=श्वे ६०+५६।

इस तरह चारों यावत्तावत् के मान समान ही मिले।

अब यावत्तावत् आदि सब मानों का क्रम से न्यास—

$$\text{या} = \text{श्वे}\ ६० + ५६,$$
$$\text{का} = \text{श्वे}\ १० + ६,$$
$$\text{नी} = \text{श्वे}\ १२ + ११,$$
$$\text{पी} = \text{श्वे}\ १५ + १४,$$
$$\text{लो} = \text{श्वे}\ २० + १६,$$

यहाँ श्वेतक को शून्य के बराबर कल्पना करने से

$$\text{या} = ० \times ६० + ५६ = ५६,$$
$$\text{का} = ० \times १० + ६ = ६,$$
$$\text{नी} = ० \times १२ + ११ = ११,$$
$$\text{पी} = ० \times १५ + १४ = १४,$$
$$\text{लो} = ० \times २० + १६ = १६,$$

यदि श्वेतक को रूप के बराबर कल्पना करते है तो

$$\text{या} = १ \times ६० + ५६ = ११६,$$
$$\text{का} = १ \times १० + ६ = १६,$$
$$\text{नी} = १ \times १२ + ११ = २३,$$
$$\text{पी} = १ \times १५ + १४ = २६,$$
$$\text{लो} = १ \times २० + १६ = ३६,$$

इस तरह इष्ट के वश बहुत तरह के राशियाँ मिलेगी।

प्रकारान्तर से उत्तर—

राशि का मान = या, कल्पना करके पूर्व युक्ति से

$$\text{या} = ६\ \text{का} + ५,$$

इस राशि (या) में पाँच का भाग देने से शेष चार रहता है, और लब्धि नीलक के समान कल्पना किया तो—

$$\frac{६\ \text{का} + ५}{५} = \text{नी} + \frac{४}{५}\ \text{हुआ।}$$

$$\text{अतः}\ ६\ \text{का} + ५ = ५\ \text{नी} + ४,$$

$$\text{अतः}\quad \text{का} = \frac{५\ \text{नी} - १}{६},$$

अब यहाँ लब्धि भिन्नात्मक आती है, अतः कुट्टक के लिये न्यास—

$$\frac{\text{भा}\ ५\ \text{क्षे}\ १}{\text{हा}\ ६},$$

उक्त रीति से वल्ली = { ०
१
१
०

कुट्टक रीति से लब्धि = १, गुण = १,

यहाँ क्षेप ऋणात्मक है, अतः अपने २ तक्षण में घटाने से लब्धि = ४, गुण = ५, हुआ।

यहाँ लब्धि कालक का मान और गुण नीलक का मान है।

अब पीतक एक इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस के अनुसार—

लब्धि = ५ पी + ४ = कालक,

गुण = ६ पी + ५ = नीलक,

अब इस कालक (५ पी + ४) के मान से यावत्तावत् के मान में उत्थापन देने से—

या = ६ का + ५ = ६ (५ पी + ४) + ५ = ३० पी + २९।

इस (या) के मान में चार का भाग देने से तीन शेष रहता है, यहाँ लब्धि लोहितक कल्पना करने से—

$\frac{३० \text{ पी} + २९}{४}$ = लो + $\frac{३}{४}$ ऐसा स्वरूप हुआ।

अतः ३० पी + २९ = ४ लो + ३,

अतः ३० पी = ४ लो + ३ − २९ = ४ लो − २६,

अतः पी = $\frac{४ \text{ लो} - २६}{३०} = \frac{२ \text{ लो} - १३}{१५}$।

यहाँ पर भी कुट्टक का अवसर आया, अतः उस के लिये न्यास—

$\frac{\text{भा } २ \text{ क्षे } १३}{\text{हा } १५}$,

उक्त युक्ति से वल्ली = { ०
७
१३
०

कुट्टकोक्तरीति से लब्धि = १३, गुण = ९१,

अपने २ हर से तष्टित करने से लब्धि = १, गुण = १,

क्षेप को ऋण होने के कारण अपने २ तक्षण में घटाने से लब्धि = १, गुण = १४, हुआ।

यहाँ लब्धि पीतक का और गुण लोहितक का मान है।

अब एक हरितक इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार—

लब्धि = ह २ + १ = पीतक,

गुण = ह १५ + १४ = लोहितक,

अब इस पीतक के मान से या के मान (३० पी + २६) में उत्थापन देने से-

या = ३० (ह २ + १) + २६ = ह ६० + ५६, इस में चतुर्थ आलाप घटता ही है, अतः

इसी पीतक के मान से पूर्वागत कालक और नीलक के मान में उत्थापन देने से—

का = ५ पी + ४ = ५ (ह २ + १) + ४ = ह १० + ६ ।

नी = ६ पी + ५ = ६ (ह २ + १) + ५ = ह १२ + ११ ।

आगत मानों का क्रम से न्यास—

या = ह ६० + ५६ = राशि,

का = ह १० + ६ = १ लब्धि,

नी = ह १२ + ११ = २ लब्धि,

लो = ह १५ + १४ = ३ लब्धि,

यहाँ हरितक को शून्य के बराबर कल्पना करने से—

या = ५६,

का = ६,

नी = ११,

लो = १४,

यदि एक के समान हरितक को कल्पना करते हैं तो—

या = ११६,

का = १६,

नी = २३,

लो = २६,

एवं इष्टके वश अनेक राशियाँ आसकती हैं ।

अत्र म० म० पं० श्रीबापूदेवशास्त्रिमहोदयानां सूत्रम्—

भाजकानां लघुत्तमापवर्त्यो रूपहीनितः ।

राशिमानं भवेदेवं रूपोनहरशेषके ॥

अत्र नवीनोपपत्तिः—

यथात्र कल्प्यते राशिः = य ।

आलापानुसारेण—

$$\frac{य}{ह} = ल + \frac{ह - १}{ह},$$

$$\frac{य}{ह^{१}} = ल^{१} + \frac{ह^{१} - १}{ह^{१}},$$

$\frac{य}{ह^२} = ल^२ + \frac{ह^२ - १}{ह^२}$,

अतः $य = ह\cdot ल + ह - १$,

$य = ह^१\cdot ल^१ + ह^१ - १$,

$य = ह^२\cdot ल^२ + ह^२ - १$,

अतः $य + १ = ह\cdot ल + ह$,

$य + १ = ह^१\cdot ल^१ + ह^१$,

$य + १ = ह^२\cdot ल^२ + ह^२$ ।

अत उपपन्नम् ।

विमला—जिस उदाहरण में रूपोनहर शेष हो वहां भाजकों के लघुत्तमापवर्तन में एक घटाने से राशि हो जाती है ।

उदाहरण—जैसे इस उदाहरण में भाजक (६।५।४।३) है, इन का लघुत्तमाप्रवर्तन ६० में रूपोन करने से ५६ राशि आ गई ।

आलाप—

$\frac{५९}{६} = ९ + \frac{५}{६}$,

$\frac{५९}{५} = ११ + \frac{४}{५}$,

$\frac{५९}{४} = १४ + \frac{३}{४}$,

$\frac{५९}{३} = १९ + \frac{२}{३}$,

अतः यहाँ ५, ४, ३, २, शेष आये ॥

उदाहरणम्—

स्युः पञ्चसप्तनवभिः क्षुण्णेषु हृतेषु केषु विंशत्या ।
रूपोत्तराणि शेषाण्यवाप्तयश्चापि शेषसमाः ॥ ७ ॥

अत्र शेषाणि या १, या १ रू १, या १ रू २ । एता एव लब्धयः । प्रथमो राशिः = का १ । अस्मात् पञ्चगुणिताद्राशेर्लब्धिगुणं हरमपास्य जातं शेषम् का ५ या २० एतद्यावत्तावत्समं कृत्वा लब्धा यावत्तावदुन्मितिः $या = \frac{का ५}{२१}$,

अथ द्वितीयो राशिः नी १ । अस्मात् सप्तगुणाद्रूपाधिकयावत्तावद्गुणहरमपास्य जातम् नी७ या २० रू २० । एतदस्य या १ रू १ समं

कृत्वा लब्धा यावत्तावदुन्मितिः या=$\frac{\text{नी } ७ \text{ रू } \dot{२}\dot{१}}{२१}$,

एवं तृतीयः=पी १ । अस्मान्नवगुणाल्लब्धि-या १ रू २ गुणहरम-पास्य शेषम् पी ९ या $\dot{२}\dot{०}$ रू $\dot{४}\dot{०}$ । इदमस्य या १ रू २ समं कृत्वा लब्धा यावत्तावदुन्मितिः या=$\frac{\text{पी } ९ \text{ रू } ४\dot{२}}{२१}$,

आसां प्रथमद्वितीययोर्द्वितीयतृतीययोः साम्यकरणेन लब्धे कालकनीलकयोरुन्मितौ—

$$\text{का} = \frac{\text{नी } ७ \text{ रू } \dot{२}\dot{१}}{५}, \quad \text{नी} = \frac{\text{पी } ९ \text{ रू } \dot{२}\dot{१}}{७},$$

अत्र नीलकोन्मितौ कुट्टकेन नीलकपीतकयोर्माने कृत्वा कालकोन्मितौ नीलके स्वमानेनोत्थापिते कालकमानं भिन्नं लभ्यत इति कुट्टकेनाभिन्ने कालकलोहितकयोर्माने—

$$\begin{cases} \text{का} = \text{ह } ६३ \text{ रू } ४२ । \\ \text{लो} = \text{ह } ५ \text{ रू } ३ । \end{cases}$$

अत्र नीलकपीतकयोर्लोहितके स्वमानेनोत्थापिते जाते तन्माने—

$$\begin{cases} \text{नी} = \text{ह } ४५ \text{ रू } ३३ । \\ \text{पी} = \text{ह } ३५ \text{ रू } २८ । \end{cases}$$

यथा क्रमेण न्यासः—

$$\begin{cases} \text{का} = \text{ह } ६३ \text{ रू } ४२ । \\ \text{नी} = \text{ह } ४५ \text{ रू } ३३ । \\ \text{पी} = \text{ह } ३५ \text{ रू } २८ । \end{cases}$$

अथ यावत्तावदुन्मितिषु कालकादीन् स्वस्वमानेनोत्थाप्य स्वच्छेदेन विभज्य लब्धं यावत्तावन्मानम् या = ह १५ रू १० । अत्र शेषसमे फले न हि शेषं भागहाराधिकं भवितुमर्हति । अतो हरितकं शून्येनैवोत्थाप्य जाता राशयः ४२, ३३, २८ । अग्राणि च १०, ११, १२ । एता एव लब्धयः ॥

सु०—अथान्यदुदाहरणमार्यया दर्शयति—

केषु राशिषु पंचसप्तनवभिः त्वुरणेषु गुणितेषु विंशत्या हृतेषु भक्तेषु रूपोत्तराणि शेषाणि स्युः, अवाप्तयो लब्धयश्च शेषसमा एव स्युरिति ।

उदाहरणम्—

अत्र राशयः कल्पिताः का १, नी १, पी १, प्रथमशेषमानं या१,

सरूपञ्जातं द्वितीयशेषं या १ रू १,

इदं सरूपं तृतीयशेषं या १ रू २,

स्वस्वशेषतुल्या एव लब्धयः कल्पिताः या १, या १ रू १, या १ रू २,

अथ प्रथमो राशिः का १ पञ्चगुणः का ५ विंशत्या हृतो लब्धिमानं या १ इदं हर २० गुणितं या २० भाज्यादस्मा का ५ द्विशोध्य जातं शेषं का ५ या २० ।

इदं कल्पितशेषेण या १ सममिति साम्यकरणाल्लब्धा यावत्तावदुन्मितिः =

$$\frac{\text{का ५}}{\text{२१}},$$

अथ द्वितीयो राशिः नी, सप्तगुणः नी ७ विंशतिभक्तो लब्धं या १ रू १ हरगुणितं या २० रू २० भाज्यादस्मा नी ७ द्विशोध्य जातं शेषं नी ७ या २० रू २०

इदं कल्पितशेषेण या १ रू १ सममिति साम्यकरणाल्लब्धं यावत्तावदुन्मानं =

$$\frac{\text{नी ७ रू २१}}{\text{२१}},$$

अथ तृतीयराशिः पी १ नवगुणः पी ९ विंशत्याहृतः लब्धं या १ रू २, हरगुणितं या २० रू ४० भाज्यादस्मा पी ९ द्विशोध्य जातं शेषं पी ९ या २० रू ४०

कल्पितशेषेण या १ रू २ सममिति साम्यकरणाल्लब्धं यावत्तावदुन्मानं =

$$\frac{\text{पी ९ रू ४२}}{\text{२१}},$$

अथ प्रथमद्वितीययावत्तावन्मानयोः समशोधनार्थं न्यासः =

$$\frac{\text{का ५ नी० रू०}}{\text{२१}} = \frac{\text{का० नी ७ रू २१}}{\text{२१}},$$

अनयोश्छेदगमे साम्यकरणेन लब्धं कालमानं =

$$\frac{\text{नी ७ रू २१}}{\text{५}},$$

एवं द्वितीयतृतीययोर्न्यासः—

$$\frac{\text{नी ७ पी० रू २१}}{\text{२१}} = \frac{\text{नी० पी ९ रू ४२}}{\text{२१}},$$

अनयोश्छेदगमे साम्यकरणेन लब्धं नीलकमानं

$$\frac{\text{पी ९ रू २१}}{\text{७}},$$

अत्रान्त्योन्मितिरियमेवातः कुट्टकार्थं न्यासः—

$$\frac{\text{भा ९ क्षे २१}}{\text{७}},$$

क्षेपो हारहृतः फलमिति जातौ लब्धिगुणौ ३,०।

ऋणक्षेपत्वात्स्वहाराभ्यां ⅔ शुद्धौ जातौ ६,७।

लब्धिर्नीलकमानं, गुणः पीतकमानं, लोहितकमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्तौ जातौ—

$$\begin{cases} \text{लो } ९ \text{ रू } ६ = \text{नी} \\ \text{लो } ७ \text{ रू } ७ = \text{पी} \end{cases}$$

अथ कालकोन्माने—

$$\frac{\text{नी } ७ \text{ रू } \dot{२}१}{५},$$

नीलकमानेनोत्थापनं यथा यद्येकनीलकस्येदं मानं लो ९ रू ६ तदा नीलकसप्तकस्य किमिति जातं लो ६३ रू ४२।

ऋणरूपेण २१ युतं लो ६३ रू २१ इदं कालकपंचसमं यतो नीलकसप्तकस्यैकविंशतिरूपरहितस्य तुल्यं कालकपञ्चकमस्ति पूर्वं समशोधनेन शेषयोः समत्वावगमात्।

अतोत्रानुपातः—

यदि कालकपंचकस्येदं मानं लो ६३ रू २१ तदैककालकस्य किमिति जातं कालकमानं—

$$\frac{\text{लो } ६३ \text{ रू } २१}{५}$$

अत एव सर्वत्रोत्थापने हरेण विभज्यत इति ज्ञेयं प्रकृते हरेण भक्ते भिन्नं मानं लभ्यत इत्यतो भयः कुट्टकः कार्यस्तदर्थं न्यासः-

$$\frac{\text{भा } ६३ \text{ क्षे } २१}{५},$$

हरतष्टे धनक्षेपे इति न्यासः—$\frac{\text{भा } ६३ \text{ क्षे } १}{\text{हा } ५}$,

$$\text{वल्ली} \begin{cases} १२ \\ १ \\ १ \\ ० \end{cases}$$

जातौ लब्धिगुणौ २५।२ वल्लीनां विषमत्वात्स्वहाराभ्यां शुद्धौ ३८।३ क्षेपतक्षणलाभेन ४ लब्धियुता ४२।३, लब्धिः कालकवर्णमानं गुणस्तु लोहितवर्णमानं हरितकवर्णमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहत इत्यादिना जातौ सक्षेपौ—

$$\begin{cases} \text{ह } ६३ \text{ रू } ४२ = \text{का} \\ \text{ह } ५ \text{ रू } ३ = \text{लो} \end{cases}$$

अत्रान्त्यवर्णौ नीलकपीतकावतस्तयोर्माने—

$$\begin{cases} \text{लो } ९ \text{ रू } ६ = \text{नी} \\ \text{लो } ७ \text{ रू } ७ = \text{पी} \end{cases}$$

तेन लोहितमानेन ह ५ रू ३ उत्थापनं कार्यं, भूयः कार्यः इति पद्ये कुट्टकशब्देन गुणो गृह्यते कुट्टको नाम गुणकविशेषः, अतस्तेन गुणकेनान्त्यवर्णमुत्थापयेदिति व्याख्येयं । प्रकृतेऽपि गुणेन लोहितमानेनान्त्यवर्णनीलकं पीतकं च उत्थापयेत् ।

तद्यथा यद्येकलोहितस्येदं मानं ह ५ रू ३ तदा लोहितनवकस्य किमिति जातं ह ४५ रू २७ रूपषट्युतं नीलकमानं ह ४५ रू ३३ ।

एवं यद्येकलोहितस्येदं मानं ह ५ रू ३ तदा लोहितसप्तकस्य किमिति जातं ह ३५ रू २१ रूपसप्तकयुतं पीतकमानं ह ३५ रू २८ ।

अथ नीलकपीतकयोराद्यात्कालकाद्व्यस्तमुत्थापनम्—

यथा कालमानं कुट्टकागतमस्त्येव ह ६३ रू ४२ ।

अत्र प्रथमयावत्तावन्मानं $= \frac{\text{का } ५}{२१}$

यद्येककालकस्येदं मानं ह ६३ रू ४२ तदा कालकपंचकस्य किमिति जातं ह ३१५ रू २१० हरेण २१ भक्तं लब्धं यावत्तावन्मानं ह १५ रू १० ।

एवं द्वितीययावत्तावन्मानं $= \frac{\text{नी } ७ \text{ रू } २१}{२१}$,

यद्येकनीलकस्येदं मानं ह४५ रू३३ तदा नीलकसप्तकस्य किमिति जातं ह ३१५ रू २३१ रूपेण २१ वर्जितं हरेण २१ भक्तं लब्धं तदेव ह १५ रू १० ।

एवं तृतीययावत्तावन्मानं =

$$\frac{\text{पी } ६ \text{ रू } ४२}{२१},$$

यद्येकपीतकस्येदं मानं ह३५ रू २८ तदा पीतकनवकस्य किमिति जातं ह ३१५ रू २५२रूपेण ४२ वर्जितं हरेण २१ भक्तं लब्धं यावत्तावन्मानं तदेव ह १५ रू१०,

एवं क्रमेण न्यासः—

$$\begin{cases} \text{ह १५ रू १०} = \text{या} \\ \text{ह ६३ रू ४२} = \text{का} \\ \text{ह ४५ रू ३३} = \text{नी} \\ \text{ह ३५ रू २८} = \text{पी} \end{cases}$$

अत्र हरितकमानं शून्यं व्यक्तं प्रकल्प्योत्थापनेन जातानि यावत्तावदादीनां मानानि १०।४२।३३।२८ ।

यावत्तावन्मानमेव प्रथमशेषं १० सरूपं द्वितीयशेषं ११, इदं सरूपं तृतीयशेषं१२,

अत्र हरितकस्यैकादिव्यक्तमानकल्पने शेषं विंशतितोऽधिकं स्यात्तन्न युक्तं सर्वत्र शेषस्य हराल्पत्वनियमात् ।

अतो राशयः ४२।३३।२८ पञ्चसप्तनवगुणिताः २१०।२३१।२५२ विंशत्या भक्ताः लब्धानि १०।११।१२ शेषाणि च १०।११।१२ रूपोनराशि सन्ति लब्धयोऽपि स्वस्वशेषसमा एव सन्तीति ॥

विमला—वे तीन राशि कौन हैं, जिन को क्रम से पाँच, सात और नव से गुणा कर बीस का भाग देने से रूपोत्तर शेष और शेष के समान लब्धि आती है।

उदाहरण—

कल्पना किया कि का, नी, पी, ये तीन राशियाँ हैं, और प्रथम शेष को यावत्तावत् तुल्य कल्पना कर के रूपोत्तर करने से—

द्वितीय शेष = या + १,

तृतीय शेष = या + २,

शेष के समान ही लब्धि है,

अतः प्रथम लब्धि = या,

द्वितीय लब्धि = या + १,

तृतीय लब्धि = या + २,

यहाँ प्रथम राशि (का) को पाँच से गुणा कर बीस का भाग देने से—

$$\frac{\text{५ का}}{\text{२०}} = \text{या} + \frac{\text{या}}{\text{२०}},$$

$$\therefore \text{ का ५} = \text{२० या} + \text{या} = \text{२१ या},$$

$$\text{अतः या} = \frac{\text{५ का}}{\text{२१}} \text{ ।}$$

दूसरी राशि (नी) को सात से गुणा कर बीस का भाग देने से—

$$\frac{\text{७ नी}}{\text{२०}} = \text{या} + \text{१} + \frac{\text{या} + \text{१}}{\text{२०}}$$

$$= \frac{\text{२० या} + \text{२०} + \text{या} + \text{१}}{\text{२०}} = \frac{\text{२१ या} + \text{२१}}{\text{२०}},$$

$$\text{अतः ७ नी} = \text{२१ या} + \text{२१}$$

$$\text{अतः २१ या} = \text{७ नी} - \text{२१},$$

$$\text{अतः या} = \frac{\text{७ नी} - \text{२१}}{\text{२१}},$$

तृतीय राशि (पी) को नव से गुणा कर बीस का भाग देने से—

$$\frac{\text{९पी}}{\text{२०}} = \text{ल} + \frac{\text{शे}}{\text{२०}} = \text{या} + \text{२} + \frac{\text{या} + \text{२}}{\text{२०}}$$

$$= \frac{\text{२० या} + \text{४०} + \text{या} + \text{२}}{\text{२०}} = \frac{\text{२१ या} + \text{४२}}{\text{२०}},$$

$$\text{अतः ९ पी} = \text{२१ या} + \text{४२},$$

$$\text{अतः २१ या} = \text{९ पी} - \text{४२},$$

$$\text{अतः या} = \frac{\text{९ पी} - \text{४२}}{\text{२१}},$$

पहली और दूसरी यावत्तावत् के उन्मिति को समीकरण के लिये न्यास—

$$\frac{५ का}{२१} = \frac{७ नी - २१}{२१},$$

अतः ५ का = ७ नी — २१,

$$अतः\ का = \frac{७ नी - २१}{५},$$

इसी तरह दूसरी और तीसरी उन्मिति को समीकरण के लिये न्यास—

$$\frac{७ नी - २१}{२१} = \frac{९ पी - ४२}{२१},$$

अतः ७ नी — २१ = ९ पी — ४२,

अतः ७ नी = ९ पी — २१,

$$अतः\ नी = \frac{९ पी - २१}{७}।$$

यह अन्त्य उन्मिति है, अतः कुट्टक के लिये न्यास—

$$\frac{भा\ ९\ क्षे\ २१}{हा\ ७}।$$

$$यहां\ वल्ली = \begin{cases} १ \\ ३ \\ २१ \\ ० \end{cases}$$

यहां "उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते" इत्यादिप्रकार से अथवा "क्षेपाभावोऽथवा यत्र" इत्यादि प्रकार से लब्धि = ३, गुण = ० ।

यहां क्षेप के ऋणात्मक होने के कारण अपने २ तक्षण में शुद्ध करने से— लब्धि=६, गुण = ७ हुआ ।

अब लोहितक एक इष्ट मानकर "इष्टाहत स्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादि के अनुसार-

लब्धि = ९ लो + ६ = नीलक,

गुण = ७ लो + ७ = पीतक,

अब नीलक मान से कालक के मान में उत्थापन देने से

$$\frac{७ नी - २१}{५} = \frac{७ (९ लो + ६) - २१}{५} =$$

$$\frac{६३ लो + ४२ - २१}{५} =$$

$$\frac{६३ लो + २१}{५}।$$

यहां भाज्य में भाजक का भाग देने से भिन्न मान आता है, अतः "भूयः कार्यः कुट्टकः", इस सूत्र के अनुसार फिर कुट्टक के लिये न्यास—

$$\frac{\text{भा } ६३ \text{ क्षे } २१}{\text{हा } ५},$$

यहां "हरतष्टे धनक्षेपे" करके कुट्टक के लिये न्यास—

$$\frac{\text{भा } ६३ \text{ क्षे } १}{\text{हा } ५}$$

$$\text{वल्ली} \begin{cases} १२ \\ १ \\ १ \\ ० \end{cases}$$

उक्तरीति से लब्धि = २५, गुण = २।

यहां वल्ली विषम है, अतः अपने २ हरों में घटाने से लब्धि = ३८, गुण = ३, क्षेपतक्षणलाभ (४) में जोड़ने से लब्धि = ४२, और गुण = ३, हुआ।

लब्धि कालक के बराबर गुण लोहितक के बराबर है।

अब एक हरितक इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादि सूत्र के अनुसार—

लब्धि = ६३ ह + ४२ = कालक,

गुण = ५ह + ३ = लोहितक,

इस लोहितक के मान से पूर्वानीत नीलक और पीतक के मान में उत्थापन देने से

नीलक = ९लो + ६ = ९ (५ ह + ३) + ६ = ४५ ह + ३३।

पीतक = ७ लो + ७ = ७ (५ ह + ३) + ७ = ३५ ह + २८।

अब कालक के मान (६३ ह + ४२) से प्रथम यावत्तावत् के मान में उत्थापन देने से—

$$\text{या} = \frac{५ \text{ का}}{२१} = \frac{५ (\text{ह } ६३ + ४२)}{२१} =$$

$$\frac{\text{ह } ३१५ + २१०}{२१} = \text{ह } १५ + १०।$$

एवं नीलक के मान (४५ ह + ३३) से द्वितीय यावत्तावत् के मान में उत्थापन देने से—

$$\text{या} = \frac{७ \text{ नी} - २१}{२१} = \frac{७ (४५ \text{ ह} + ३३) - २१}{२१} =$$

$$\frac{४५ \text{ ह} + ३३}{३} - १ = \text{ह } १५ + ११ - १ = \text{ह } १५ + १०।$$

इसी तरह पीतक के मान (३५ ह + २८) से तृतीय यावत्तावत् के मान में उत्थापन देने से—

$$\text{या} = \frac{९ \text{ पी} - ४२}{२१} = \frac{९ (३५ \text{ ह} + २८) - ४२}{२१} =$$

$$\frac{३ (३५ इ + २८)}{७} - २ = ३ (५ इ + ४) - २ = १५ इ - १०$$ ।

इस तरह तीनों यावत्तावत् के मान समान आये।

अब यावत्तावत् आदि मानों का क्रम से न्यास—

या = १५ इ + १०,

का = ६३ इ + ४२,

नी = ४५ इ + ३३,

पी = ३५ इ + २८,

यहां इरितक को शून्य के बराबर कल्पना करने से

या = १० = प्रथम शेष,

का = ४२ = प्रथम राशि,

नी = ३३ = द्वितीय राशि,

पी = २८ = तृतीय राशि,

पहला शेष = १० है,

अतः दूसरा शेष=११,

तीसरा शेष=१२,

यहां हरितक को रूप एक के तुल्य कल्पना करने से शेष का मान (यावत्तावत् का मान) बीस से ज्यादा आजाता है, अतः शून्य ही से उत्थापन देना ठीक है

आलाप—जैसे राशियों (४२, ३३, २८) को क्रमसे ५, ७, ९ से गुणा कर बीस का भाग देने से—

$$\frac{४२ \times ५}{२०} = \frac{२१०}{२०} = १० + \frac{१०}{२०}$$ ।

$$\frac{३३ \times ७}{२०} = \frac{२३१}{२०} = ११ + \frac{११}{२०}$$ ।

$$\frac{२८ \times ९}{२०} = \frac{२५२}{२०} = १२ + \frac{१२}{२०}$$ ।

यहां रूपोत्तर शेष और तीनों में अलग २ लब्धि के समान शेष है।

उदाहरणम्—

एकाग्रो द्विहतः कः स्याद् द्विकाग्रस्त्रिसमुद्धृतः।
त्रिकाग्रः पञ्चभिर्भक्तस्तद्वदेव हि लब्धयः॥ ८॥

अत्र राशिः या १। अयं द्विहत एकाग्र इति तत्फलं च द्विहतमेकाग्रमिति फलप्रमाणम् का २ रू १।

एतद्गुणं हरं स्वाग्रेण युतं तस्य या १ समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानम्=का ४ रू ३।

अस्यैकालापो घटते पुनरपि त्रिहृतो द्व्यग्र इति तत्फलं च नी ३ रू २ । एतद्गुणहरमग्रयुतं च नी ६ रू ८ इदमस्य का ४ रू ३ समं कृत्वा कालकमानं भिन्नं कुट्टकेनाभिन्नं जातम् पी ६ रू ८ अनेन कालकमुत्थाप्य जातो राशिः पी ३६ रू ३५ ।

अस्यालापद्वयं घटते । पुनरयं पञ्चभक्तस्त्र्यग्र इति तत्फलं च लो ५ रू ३ । इदं हरगुणमग्रयुतमस्य पी ३६ रू ३५ समं कृत्वा पीतकमानं कुट्टकेनाभिन्नं कृत्वा जातम् =ह २५ रू ३ । अनेन पीतकमुत्थाप्य जातो राशिः ह १०० रू १४३ । हरितकस्य शून्यादिनोत्थापनेनानेकविधाः ॥

सु०—अथान्योदाहरणमनुष्टुभाह—

को राशिर्द्विहृतः सन् एकाग्रः स्यात् त्रिसमुद्धृतः सन् द्विकाग्रः स्यात् पञ्चभिर्भक्तस्त्रिकाग्रः स्यात् लब्धयोपि तद्वदेव, राशौ द्विभक्ते यल्लब्धं तदपि द्विभक्तं तदेकशेषमेव, राशौ त्रिभक्ते लब्धिस्त्रिभक्ता तदा शेषं द्वयमेव, राशौ पंचभक्ते लब्धं पंचभिर्भक्तं शेषं त्रयमेवेति ।

उदाहरणम्—

अत्र राशिः या १, लब्धयश्च तथा कल्प्या यथा हरभक्ते उद्दिष्टशेषमितं शेषं स्यात् ।

तथा कल्पिताः का २ रू १, नी ३ रू २, लो ५ रू [illegible]

अथ राशिः या १ द्विभक्तः लब्धं का २ रू १ इदमपि [illegible] शेष का० रू १ उद्दिष्टतुल्यं जातं ।

अथ लब्धं का २ रू १ हरेण २ गुणितं का ४ रू २ [illegible] रू १ युतं का ४ रू ३ यावत्तावत्सममिति समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं [illegible] रू ३,

इदमेकालापनिर्वाहकं यथास्मिन् द्विभक्ते लब्धं का २ रू १ [illegible] लब्धे च द्विभक्ते शेषमिदमेव १,

अथायं राशिः का ४ रू ३ त्रिहृतो द्व्यग्र इति लब्धं नी ३ रू २ हर [illegible]सितं नी ६ रू ६ शेषं रू २ युतं नी ६ रू ८ राशिसममिति न्यासः—

$$\begin{Bmatrix} \text{का } ४ \text{ नी}० \text{ रू } ३ \\ \text{का } ० \text{ नी } ६ \text{ रू } ८ \end{Bmatrix}$$

अनयोः साम्यकरणाल्लब्धं कालकमानं भिन्नमेव $= \frac{\text{नी } ६ \text{ रू } ५}{४}$,

अतः कुट्टकार्थं न्यासः—$\frac{\text{भा } ६ \text{ क्षे } ५}{\text{ह } ४}$,

हरतष्टे धनक्षेपे इति न्यासः $\frac{\text{भा } ६ \text{ क्षे } १}{\text{ह } ४}$, वल्ली = { १ ० लब्धिगुणौ [illegible]

विषमलब्धित्वात्स्वहाराभ्यां [illegible] शुद्धौ [illegible] क्षेपतक्षणलाभेन [illegible] जाता लब्धिः ८ कालकस्य मानं, गुण ३ स्व नीलकमानम् ,

अत्र पीतकमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहत इत्यादिना जातौ सक्षेपौ—

$$\begin{cases} \text{पी ९ रू ८} = \text{का} \\ \text{पी ४ रू ३} = \text{नी} \end{cases}$$

अत्र कालकमानेन यावत्तावन्माने का ४ रू ३ उत्थापनं यथा यद्येककालकस्येदं मानं पी ९ रू ८ तदा कालकचतुष्टयस्य किमिति जातं पी ३६ रू ३२ रूपत्रययुतं जातं यावत्तावन्मानं पी ३६ रू ३५,

अस्यालापद्वयं घटते यथास्मिन् द्विभक्ते लब्धं पी १८ रू १७ शेषं १ लब्धे द्विभक्ते शेषमिदमेव १, पुनश्च राशौ पी ३६ रू ३५ त्रिभक्ते लब्धं पी १२ रू ११ शेषं २ लब्धे पी १२ रू ११ त्रिभक्ते शेषं तदेव २,

अथ राशिरयं पी ३६ रू ३५ पंचभक्तः त्र्यग्र इति पंचभक्ते लब्धं लो ५ रू ३ हरगुणितं लो २५ रू १५ स्वाग्रेण ३ युतं लो २५ रू १८ राशिसमाविति न्यासः—

$$\begin{cases} \text{पी ३६ लो० रू ३५} \\ \text{पी० लो २५ रू १८} \end{cases}$$

अनयोः साम्यकरणाल्लब्धं पीतकमानं भिन्नमेव—

$$\frac{\text{लो २५ रू १७}}{\text{३६}}$$

अतः कुट्टकार्थन्यासः—

$$\frac{\text{भा २५ क्षे १७}}{\text{हा ३६}}$$

$$\text{वल्ली}\begin{cases} ० \\ १ \\ २ \\ ३ \\ १ \\ १७ \\ ० \end{cases}$$

लब्धिगुणौ १५३,२२१।

स्वहारतष्टौ ३,५ विषमलब्धित्वात्स्वहारशुद्धौ २२।३१

ऋणक्षेपत्वात्पुनः स्वहारशुद्धौ जातौ ३,५।

लब्धिः पीतकवर्णमानं गुणस्तु लोहितमानं, अथ हरितकवर्णमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहत इत्यादिना जातौ सक्षेपौ—

$$\begin{cases} \text{ह २५ रू ३} = \text{पी} \\ \text{ह ३६ रू ५} = \text{लो} \end{cases}$$

अत्र पीतकमानेन राशा (पी ३६ रू ३५) वुत्थापनं यथा यद्येकपीतकस्येदं मानं ह २५ रू ३ तदास्य पीतकस्य ३६ किमिति जातं ह ९०० रू १०८ रूपेण ३५ युतं जातं यावत्तावन्मानं ह ९०० रू १४३।

हरितकं शून्येनोत्थाप्य जातो राशिः १४३। एकादीष्टवशाद्बहुधा।

अथवा राशिसमस्य लो २५ रू १८, लोहितमाने ह ३६ रू ५ नोत्थापने—

यथा यद्येकलोहितस्येदं मानं ह ३६ रू ५ तदा पंचविंशतिलोहितस्य किमिति जातं ह ६०० रू १२५ रूपेण १८ युतं जातो राशिःस एव ह ६०० रू १४३ ।

अथ राशिः १४३ द्विभक्तः लब्धं ७१ शेषं १, लब्धं च द्विभक्तं शेषं १ ।

अथ राशिः १४३ त्रिभक्तः लब्धं ४७ शेषं २ लब्धं च त्रिभक्तं शेषं २, पुनरपि राशिः १४३ पंचभक्तः लब्धं २८ शेषं ३ लब्धं च पंचभक्तं शेषं ३ ॥

विमला—वह कौन राशि है, जिस में दो का भाग देने से एक शेष, तीन का भाग देने से दो शेष और पाँच का भाग देने से तीन शेष रहता है।

इसी तरह लब्धि में भी भाग देने से शेष रहता है, जैसे प्रथम लब्धि में दो का भाग देने से एक शेष, द्वितीय लब्धि में तीन का भाग देने से दो शेष और चतुर्थ लब्धि में पांच का भाग देने से तीन शेष रहता है ।

उदाहरण—

यहाँ राशि प्रमाण = या, कल्पना किया। और लब्धि ऐसी कल्पना की जिस में हर का भाग देने कथित शेष के बराबर शेष रहें ।

अतः प्रथम लब्धि = २ का + १,

द्वितीय लब्धि = ३ नी + २,

तृतीय लब्धि = ५ लो + ३,

अब प्रश्न के अनुसार—

$\frac{\text{या}}{२}$ = २ का + १, शेष = १ ।

अतः या = ४ का + ३,

इस नवीन यावत्तावत् के मान में एक आलाप घटता है।

जैसे इस यावत्तावत् के मान (४ का + ३) में दो का भाग देने से लब्धि = (२ का + १) और शेष (१) रहता है। इस तरह दोनों स्थानों में शेष समान बचता है।

द्वितीय प्रश्न के अनुसार—४ का + ३ इस राशि में तीन का भाग देने से लब्धि (३ नी + २) आई,

इस लब्धि में तीन का भाग देने से शेष (२) रहा।

अतः $\frac{\text{४ का + ३}}{३}$ = ३ नी + २ + $\frac{२}{३}$

अतः ४ का + ३ = ९ नी + ६ + २ = ९ नी + ८ ।

अतः ४ का = ९ नी + ५,

अतः का = $\frac{\text{९ नी + ५}}{४}$, अब यहाँ कालक और नीलक के मान अभिन्न लाने के लिये कुट्टकार्थ न्यास—

$$\frac{\text{भा } ६ \text{ क्षे } ५}{\text{हा } ४},$$

"हरतष्टे धनक्षेपे" इस सूत्र के अनुसार करके न्यास—

$$\frac{\text{भा } ६ \text{ क्षे } १}{\text{हा } ४},$$

उक्तयुक्त्या वल्ली—$\left\{ \begin{matrix} १ \\ १ \\ ० \end{matrix} \right.$,

"उपान्तिमेन स्वोर्ध्वे हते" इत्यादि प्रकार से लब्धि(२), गुण(१) आया।

पर यहाँ विषम वली है अतः अपने २ हर में शुद्ध करने से लब्धि (७) और गुण (३) आया। लब्धि में क्षेपतक्षण लाभ(१) युत करने से वास्तव लब्धि (८) हुई। गुण पूर्वागत ही वास्तव रहा।

कालक का मान लब्धि और नीलक के मान गुण हुआ।

अब पीतक एक इष्ट कल्पना करके "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार—

$$\left\{ \begin{matrix} \text{लब्धि} = ६ \text{ पी} + ८ = \text{कालक।} \\ \text{गुण} = ४ \text{ पी} + ३ = \text{नीलक।} \end{matrix} \right.$$

कालक के मान से यावत्तावत् के मान (४ का + ३) में उत्थापन देने से-

$$\text{या} = ४ \text{ का} + ३ =$$
$$४ (६ \text{ पी} + ८) + ३ =$$
$$२६ \text{ पी} + ३५,$$

इस यावत्तावत् के मान में दो आलाप घटित होते हैं।

जैसे इस (३६ पी + ३५) में दो का भाग देने से लब्धि (१८ पी + १७), शेष (१) रहता है।

और लब्धि (१८ पी + १७) में दो का भाग देने से भी शेष एक रहता है।

इसी तरह इस (३६ पी + ३५) में तीन का भाग देने से लब्धि = (१२ पी + ११), शेष=२ रहता है, और लब्धि (१२ पी + ११) में भी तीन का भाग देने से शेष दो रहता है।

अब तृतीय प्रश्न के अनुसार यावत्तावत् के मान (३६ पी + ३५) में पाँच का भाग देने से लब्धि (५ लो + ३) आई, शेष तीन रहता है।

$$\text{अतः } \frac{३६ \text{ पी} + ३५}{५} = ५ \text{ लो} + ३ + \frac{३}{५}$$

$$\text{अतः } ३६ \text{ पी} + ३५ = २५ \text{ लो} + १८,$$

$$\text{अतः } ३६ \text{ पी} = २५ \text{ लो} - १७,$$

$$\text{अतः पी} = \frac{२५ \text{ लो} - १७}{३६},$$

अब पीतक और लोहितक के अभिन्न मान जानने के लिये कुट्टकार्थ न्यास—

$$\frac{\text{भा } २५ \text{ क्षे } १७}{\text{हा } ३६},$$

उक्त प्रकार से वल्ली = $\begin{cases} ० \\ १ \\ २ \\ ३ \\ १ \\ १७ \\ ० \end{cases}$

कुट्टकोक्त युक्ति से लब्धि = १५३, गुण = २२१ आया।

अपने २ हरों से तष्टित करने से लब्धि = ३, गुण = ५, आया।

इन लब्धिगुणों को ऋण क्षेप होने के कारण एक दफे और विषमवल्ली होने के कारण दूसरे दफे अपने २ हरों में शुद्ध करने से लब्धिगुण होंगे, अतः पूर्वानीत ही लब्धि गुण होंगे।

यहाँ लब्धि पीतक का मान और गुण लोहितक का मान हुआ।

अब हरितक एक इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार—

लब्धि = २५ ह + ३ = पीतक,

गुण = ३६ ह + ५ = लोहितक,

अब पीतक के मान से यावत्तावत् के मान में उत्थापन देने से—

या = ३६ पी + ३५ = ३६ (२५ ह + ३) + ३५ = ९०० ह + १४३, हुआ।

यदि हरितक = ०, तदा या = १४३,

इसी तरह एक आदि हरितक के मान इष्ट मान कर अनेक तरह के यावत्तावत् मान मिलेंगे।

अथवा—लोहितक के मान (३६ ह + ५) से यावत्तावत् के मान (३६ पी + ३५) में उत्थापन देने से—

या = ३६ पी + ३५ = २५ लो + १८ =

(३६ ह + ५) २५ + १८ = ९०० ह + १४३ वही यावत्तावत् का मान सिद्ध हुआ।

आलाप०—राशि (१४३) में दो का भाग देने से लब्धि (७१) और शेष (१) रहा।

इस लब्धि (७१) में भी दो का भाग देने से शेष एक रहा।

फिर राशि (१४३) में तीन का भाग देने से लब्धि = (४७) और शेष दो रहा।

इस लब्धि में भी तीन का भाग देने से शेष (२) रहा।

फिर राशि (१४३) में पाँच का भाग देने से लब्धि (२८) और शेष तीन रहा।

इस लब्धि (२८) में भी पाँच का भाग देने से शेष ३ रहा ॥

उदाहरणम्—

को राशी वद पञ्चषट्कविहृतावेकद्विकाग्रौ ययो-
र्द्व्यग्रं त्र्युद्धृतमन्तरं नवहृता पञ्चाग्रका स्याद्युतिः।
घातः सप्तहृतः षडग्र इति तौ षट्काष्टकाभ्यां विना
विद्वन् कुट्टकवेदिकुञ्जरघटासंघट्टसिंहोऽसि चेत् ॥ ६ ॥

अत्र कल्पितौ राशी पञ्चषट्कविहृतावेकद्विकाग्रौ या ५ रू १, या ६ रू २। अनयोरन्तरं त्रिहृतं द्व्यग्रमिति लब्धं कालकस्तद्गुणहरमग्रयुतमन्तरेणानेन या १ रू १ समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानम् का ३ रू १।

अनेनोत्थापितौ जातौ राशी का १५ रू ६, का १८ रू ८। पुनरनयोर्युतिर्नवहृता पञ्चाग्रेति लब्धं नीलकस्तद्गुणं हरमग्रयुतं योगस्यास्य का ३३ रू १४ समं कृत्वा कालकमानं भिन्नं का= $\frac{\text{नी ९ रू १}}{\text{३३}}$,

कुट्टकेनाभिन्नं जातम् पी ३ रू ०। अनेनोत्थापितौ जातौ राशी पी४५ रू ६, पी ५४ रू ८। पुनरनयोर्घाते वर्गत्वान्महती क्रिया भवतीति पीतकमेकेनोत्थाप्य प्रथमो राशिर्व्यक्त एव कृतः ५१। पुनरनयोः सप्ततष्टयोर्घातः सप्ततष्टः पी ३ रू २ एतस्य समं कृत्वा प्राग्वत् कुट्टकेनाप्तं पीतकमानम् ह ३७८ रू ३३२। पूर्वराशेः क्षेपः पी ४५ आसीत् स हरितकेनानेन ह ७ गुणितस्तस्य क्षेपः स्यादिति जातः प्रथमः क्षेपः ह ३१५ रू ५१। अथवा प्रथममेकं व्यक्तं प्रकल्प्य द्वितीयः साध्यो वा जातौ राशी रू ५१, श्वे १२६ रू ८०॥

सु०—अथान्यदुदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेन दर्शयति—

अहो विद्वन् पंचषट्कविहृतौ राशी एकद्विकाग्रौ काविति, ययोरन्तरं त्र्युद्धृतं द्व्यग्रं भवति, ययोर्युतिर्नवहृता सती पंचाग्रका स्यात्, ययोर्घातः सप्तहृतः सन् षडग्रः षट् शेष इति तौ राशी वद परं षट्काष्टकाभ्यां विना यतः षट्काष्टकयोरप्युक्तालापसंभवेऽपि प्रसिद्धत्वात्कथने न पाण्डित्यमतस्तद्भिन्नराशी वदेति।

यदि त्वं चेत्कुट्टकवेदिकुंजरघटासंघट्टसिंहोऽसि कुट्टकं गणितविशेषं विदन्ति जानन्ति ते कुट्टकवेदिनः त एव कुंजरा हस्तिनस्तेषां घटाः घटना व्यूहविशेषास्ताभि र्यःसङ्घट्टस्तत्संमर्दनार्थं सङ्घर्षस्तत्रसिंहरूपोऽसि तर्हि कथयेत्यर्थः।

उदाहरणम्—

अत्र राशी तथा कल्प्यौ यथा प्रथमालापः स्वत एव संभवति तथा कल्पितौ या ५ रू १, या ६ रू २। एतौ पंचषट्कविहृतौ जातावेकद्विशेषौ १,२।

अथ राश्योरन्तरं या १ रू १ त्रिहृतं द्व्यग्रमिति लब्धं कालकं का १ तद्गुणितहरेण का ३ स्वाग्रयुतेन का ३ रू २ राश्यन्तरं सममिति न्यासः—

$\begin{cases} \text{या } 1 \text{ का} 0 \text{ रू } 1 \\ \text{या} 0 \text{ का } 3 \text{ रू } 2 \end{cases}$

अनयोः समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं = का ३ रू १ ।

अनेन राश्युत्थापनं यथा प्रथमराशिः या ५ रू १, यद्येकयावत्तावत इदं मानं का ३ रू १, तदा यावत्पचकस्य किमिति जातं का १५ रू ५ रूपेण १ युतं जातः प्रथमो राशिः = का १५ रू ६ ।

पुनर्द्वितीयराशिः या ६ रू २ यद्येकयावत्तावत इदं मानं का ३ रू १ तदा यावत्षट्कस्य किमिति जातं रूपेण २ युतं द्वितीयराशिः = का १८ रू ८ ।

अत्रालापाद्वयं संभवति पुनरनयोर्युतिः का ३३ रू १४ नवहृता पंचाग्रकेति लब्धं नीलक १ स्तद्गुणहरः नी ९ स्वाग्रयुतः नी ९ रू ५ युतिसम इति न्यासः—

$\begin{cases} \text{का } 33 \text{ नी} 0 \text{ रू } 14 \\ \text{का} 0 \text{ नी } 9 \text{ रू } 5 \end{cases}$

अनयोः समशोधनाल्लब्धं कालकमानं भिन्नं $= \dfrac{\text{नी } 9 \text{ रू } \dot{9}}{\text{का } 33}$,

इदं त्रिभिरपवर्तितं— $\dfrac{\text{नी } 3 \text{ रू } \dot{3}}{\text{का } 11}$,

अत्राभिन्नमानज्ञानाय कुट्टकार्थं न्यासः—

$\dfrac{\text{भा } 3 \text{ क्षे } \dot{3}}{\text{ह } 11}$

वल्ली $\begin{cases} 0 \\ \dot{3} \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{cases}$

लब्धिगुणौ ३।१२ स्वहारतष्टौ ०।१ ।

वल्लीनां विषमत्वात्स्वहार ३।११ शुद्धौ ३।१०

ऋणक्षेपत्वात्पुनः स्वहारशुद्धौ जातौ ०।१ ।

लब्धिःकालकवर्णमानं, गुणो नीलकमानं, अत्र पीतकवर्णमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहते-त्यादिना जातौ सक्षेपौ ।

$\begin{cases} \text{पी } 3 \text{ रू} 0 = \text{का} \\ \text{पी } 11 \text{ रू } 1 = \text{नी} \end{cases}$

अत्र कालकमानेन राश्योरुत्थापनम् । यद्येककालकस्येदं मानं पी ३ रू ० तदा पञ्चदशकालकस्य किमिति जातं रूपेण युतं जातः प्रथमो राशिः पी ४५ रू ६ ।

एवं द्वितीयराशिः का १८ रू ८ ।

यद्येककालकस्येदं मानं पी ३ रू० तदाष्टादशकालकस्य किमिति जातं रूपेण ८ युतं द्वितीयराशिः पी ५४ रू ८ ।

अत्रानयोराश्योरालापत्रयं सम्भवति पुनरनयोर्घातेवर्गत्वान्महती क्रिया भवति इत्यतः पीतकवर्णस्य रूपं व्यक्तं मानं प्रकल्प्य प्रथमराशिरुत्थापितः

यद्येकपीतकस्येदं मानं रू १ तदास्य पीतकस्य पी ४५ किमिति जातं रू ४५ रूपेण ६ युतं जातः प्रथमो राशिर्व्यक्त एव ५१ द्वितीयराशिस्तु यथास्थित एव पी ५४ रू ८।

अथानयोर्घातः सप्ततष्टः वा लाघवार्थं राश्योः सप्ततष्टयोरेव रू २। पी ५ रू १ घातः पी १० रू २ पुनरयं सप्ततष्टः पी ३ रू २।

अयं सप्तहृतः षडग्र इति लब्धो लोहितकः लो १, तद्गुणितहरेण लो ७ स्वाग्रयुतेन लो ७ रू ६ राशिघातः सप्तशेषितसम इति न्यासः—

$$\begin{cases} \text{पी ३ लो ० रू २} \\ \text{पी ० लो ७ रू ६} \end{cases}$$

अनयोस्समशोधनाल्लब्धं पीतकमानं भिन्नं—

$$\frac{\text{लो ७ रू ४}}{३}$$

कुट्टकार्थं हरतष्टे धनक्षेपे इति न्यासः—

$$\frac{\text{भा ७ क्षे १}}{३}$$

वल्ली $\begin{cases} २ \\ १ \\ ० \end{cases}$

लब्धिगुणौ २।१ विषमलब्धित्वात्स्वहारशुद्धौ ५।२ क्षेपतक्षणलाभेन १ लब्धियुता ६।२।

अत्र लब्धिः पीतकवर्णमानं गुणो लोहितमानं हरितकवर्णमिष्टं प्रकल्प्य जातौ सक्षेपौ—

$$\begin{cases} \text{ह ७ रू ६} = \text{पी} \\ \text{ह ३ रू २} = \text{लो} \end{cases}$$

अत्र पीतकमानेन राश्योरुत्थापनं यथा द्वितीयराशिः पी ५४ रू ८,

यद्येकपीतकस्येदं मानं ह ७ रू ६ तदास्य पीतकस्य पी ५४ किमिति जातं रूपेण युतं द्वितीयराशिः ह ३७८ रू ३३२ प्रथमराशिस्तु व्यक्त एव पूर्वराशेर्यः क्षेपः पी ४५ स हरितकेनानेन ह ७ गुणितः ह ३१५ तस्य क्षेपः स्यादिति जातः प्रथमराशिः ह ३१५ रू ५१ हरितकं शून्येनोत्थाप्य जातौ राशी ५१।३३२

अथान्यथोच्यते—

प्रथमं व्यक्तं प्रकल्प्य द्वितीयमव्यक्तं प्रकल्प्य द्वितीयः साध्य इति कल्पितौ प्रथम रू ५१ द्वितीयराशी या १।

अत्र द्वितीयराशिरयं या १ षड्भक्तो द्व्यग्र इति लब्धं कालकः का १ तद्गुणितहरेण का ६ स्वाग्रयुतेन का ६ रू २ द्वितीयराशिः सम इत्यस्य का ६ रू २ प्रथमराशिना रू ५१ सहान्तरं का ६ रू ४९।

इदं त्रिभक्तं द्व्यग्रमिति लब्धं नीलकः नी १ तद्गुणितहरेण नी ३ स्वाग्रयुतेन नी ३ रू २ अन्तरं सममिति न्यासः—

{ का ६ नी ० रू ४६
{ का ० नी ३ रू २

अनयोः साम्यकरणालब्धं कालकमानम् = $\frac{\text{नी ३ रू ५१}}{६}$,

त्रिभिरपवर्तितं $\frac{\text{नी १ रू १७}}{२}$,

कुट्टकार्थं न्यास- $\frac{\text{भा १ क्षे १७}}{\text{ह २}}$,

हरतष्टे घनक्षेपे इति कृते न्यासः—

$\frac{\text{भा १ क्षे १}}{\text{ह २}}$

वल्ली { ०
      १
      ०

लब्धिगुणौ ०।१

लब्धिवैषम्यात्स्वतक्षणशुद्धौ १।१ क्षेपतक्षणलाभेन ८ लब्धियुता ६।१, लब्धिः कालकमानं गुणो नीलकमानम् ।

पीतकवर्णमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहत इत्यादिना जातौ सक्षेपौ—

{ पी १ रू ६=का
{ पी २ रू १=नी

अत्र कालकमानेनान्तरस्वरूपे का ६ रू ४६° उत्थापनं यथा—

यद्येककालकस्येदं मानं पी १ रू ६ तदा कालकषट्कस्य किमिति जातं पी ६ रू ५४ रूपेण ४६° युतं जातं राश्यन्तरमानं पी ६ रू ५ ।

इदं त्रिभक्तं स्वत एव द्विशेषं दृश्यते ।

अथान्तरमिदं पी ६ रू ५ प्रथमराशौ रू ५१ युतं जातो द्वितीयराशिः पी६रू५६,

अस्य प्रथमराशेश्च रू ५१ युतिः का ६ रू १०७ इयं नवहृता पंचाग्रकेति लब्धो लोहितकः लो १, तद्गुणितहरेण लो ६ शेष ५ युतेन लो ६ रू ५ युतिः समेति न्यासः

{ पी ६ लो० रू १०७
{ पी ० लो६ रू ५

अनयोः साम्यकरणाल्लब्धं पीतकोन्मानं त्रिभिरपवर्तितं

$\frac{\text{लो ६ रू १०२°}}{\text{पी ६}}$ =

$\frac{\text{लो ३ रू ३४°}}{\text{पी २}}$,

कुट्टकार्थं न्यासः—

$$\frac{\text{भा ३ क्षे ३४}}{\text{ह२}}$$

क्षेपो हारहृतः फलमिति जातौ लब्धि गुणौ १७।०

अत्र क्षेपस्य ऋणत्वात्क्षेपो हारहृतः फलमिति ऋणमेव अतो लब्धिरियमृण-गता १७° पीतकमानं, गुणो लोहितमानं०,

हरितकवर्णमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहत इत्यादिना जातौ सक्षेपौ—

{ ह ३ रू १७°=पी
{ ह २ रू ० =लो

अत्र पीतकमानेन द्वितीयराशेरुत्थापनं—

यथा द्वितीयराशिः पी ६ रू ५६,

यद्येकपीतकस्येदं मानं ह ३ रू १७° तदा पीतकषट्कस्य किमिति जातं पी १८ १०२° रूपेण ५६ युतं जातो द्वितीयराशिः पी १८ रू ४६°,

प्रथमराशिस्तु व्यक्त एव ५१ अनयोर्युतिः पी १८ रू ५ नवहृता पंचशेषा जातेति।

अथ राश्योः रू ५१ । पी १८ रू ४६° सप्तशेषितयोः रू २ । पी ४ रू ४° घातः पी ८ रू ८° पुनःसप्ततष्टःपी १ रू १° अयं सप्तहृतः षडग्र इति लब्धं श्वेतकं प्रकल्प्य श्वे १ तद्गुणितहरेण श्वे ७ शेषयुतेन श्वे ७ रू ६ सप्तशेषितघातः सम इति न्यासः—

{ पी १ श्वे० रू १°
{ पी ० श्वे७ रू ६

अनयोः साम्यकरणाल्लब्धं पीतकमानमभिन्नं श्वे ७ रू ७,

अनेन द्वितीयराशा पी १८ रू ४६° वुत्थापनं यथा यद्येकपीतकस्येदं मानं श्वे ७ रू ७ तदाष्टदशपीतकस्य किमिति जातं श्वे १२६ रू १२६ रूपेण ४६° युतं जातो द्वितीयराशिः श्वे १२६ रू ८०,

श्वेतकमानं शून्यं व्यक्तं प्रकल्प्यानुपातः यद्येकश्वेतकस्येदं मानं०]तदास्य श्वे १२६ किमिति जातं० रूपयुतं द्वितीयराशिः ८० एवमेतौ राशी ५१।८० ।

विमला०—वे कौन दो राशि हैं, जिन में पांच और छै का भाग देने से एक तथा दो शेष बचता है,

उन के अन्तर में तीन का भाग देने से दो शेष रहता है,

उन के योग में नव का भाग देने से पांच शेष रहता है, और उन दोनों राशियों के घात में सात का भाग देने से छै शेष रहता है, कुट्टक जानने वाले हस्तियों के समूह को विदारण करने में सिंह के समान हो तो वे दोनों राशियां छै और आठ से भिन्न बताओ।

उदाहरण—

यहां प्रथम आलाप संघटित दो राशियां पहले कल्पना किया।

जैसे प्रथमराशि = ५ या + १, द्वितीय राशि = ६ या + २ इन में क्रम से पांच, छै का भाग देने से शेष एक, दो रहता है।

दोनों राशियों के अन्तर में तीन का भाग देने से दो शेष रहता है। यहां लब्धि प्रमाण कालक कल्पना किया तो।

$$\frac{(६ \text{ या} + २) - (५ \text{ या} + १)}{३} = \text{का} + \frac{२}{३}$$, ऐसा हुआ।

$\therefore$ या + १ = ३ का + २,

$\therefore$ या = ३ का + १।

इस से पूर्व राशि में उत्थापन देने से—

प्रथम राशि = ५ या + १ =

५ (३ का + १) + १ =

१५ का + ५ + १ = १५ का + ६।

द्वितीय राशि = ६ या + २ =

६ (३ का + १) + २ =

१८ का + ६ + २ = १८ का + ८।

इन में दो आलाप मिलते हैं।

अब इन दोनों राशियों के योग में नव का भाग देने से पांच शेष रहता है। लब्धि नीलक के समान कल्पना किया तो—

$$\frac{(१५ \text{ का} + ६) + (१८ \text{ का} + ८)}{९} = \text{नी} + \frac{५}{९}$$ ऐसा हुआ।

अतः $\frac{३३ \text{ का} + १४}{९} = \frac{९ \text{ नी} + ५}{९}$,

अतः ३३ का + १४ = ९ नी + ५,

अतः ३३ का = ९ नी − ९,

अतः का $= \frac{९ \text{ नी} - ९}{३३} = \frac{३ \text{ नी} - ३}{११}$।

अब यहां कुट्टक के लिये न्यास— $\frac{\text{भा } ३ \text{ क्षे } ३^{०}}{\text{हा } ११}$,

वल्ली $\left\{ \begin{matrix} ० \\ ३ \\ १ \\ ३ \\ ० \end{matrix} \right.$

उक्त प्रकार से लब्धि = ३, गुण = १२, आया।

अपने २ हार से तष्टित करने से लब्धि = ०, गुण = १,

इन लब्धि गुणों को विषम वल्ली और ऋण क्षेप होने के कारण दो दफे अपने २ हरों में शुद्ध करने से वही लब्धि, गुण रहेंगे, अतः लब्धि = ०, गुण = १, सिद्ध हुआ।

यहां लब्धि कालक का और गुण नीलक का मान हुआ।

अब एक पीतक इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार—

लब्धि = ३ पी + ० = कालक,

गुण = ११पी + १ = नीलक,

इस कालक के मान से उत्थापन देने से प्रथम राशि = १५ का + ६ = १५ (३ पी) + ६ = ४५ पी + ६।

द्वितीय राशि = १८ का + ८ = १८ (३ पी) + ८ = ५४ पी + ८।

अब इन राशियों में तीन आलाप घटित होते हैं।

फिर इन दोनों राशियों के घात करने से पीतक वर्ग हो जाता है।

अतः पीतक को एक रूप के समान कल्पना करके उत्थापन देने से प्रथम राशि = ४५ पी + ६ = ४५ × १ + ६ = ५१। दूसरी राशि को ज्यों का त्यों रहने दिया।

अब इन दोनों राशियों के घात में सात का भाग देना है।

वहां दोनों राशियों में पहले सात का भाग दिया तो प्रथम राशि = २, और और द्वितीय राशि = ५ पी + १।

इन दोनों राशियों के घात (१० पी + २) में सात का भाग देने से शेष = (३ पी + २) यह रहता है।

इस में सात का भाग देने से शेष ६ और लब्धि लोहितक कल्पना किया तो—

$\frac{३ \text{ पी} + २}{७} = \text{लो} + \frac{६}{७}$, ऐसा हुआ,

अतः ३ पी + २ = ७ लो + ६,

अतः ३ पी = ७ लो + ४,

अतः $\text{पी} = \frac{७ \text{ लो} + ४}{३}$।

"हरतष्टे धनक्षेपे" इस सूत्रके अनुसार कुट्टक के लिये न्यास—

$\frac{\text{भा } ७ \text{ क्षे } १}{\text{हा } ३}$,

उक्त रीति से वल्ली = $\left\{ \begin{matrix} २ \\ १ \\ ० \end{matrix} \right.$

उक्त रीति से लब्धि = २, गुण = १,

वल्ली को विषम होने के कारण अपने २ हरों में शुद्ध करने से लब्धि=५, गुण=२, क्षेपतक्षणलाभ में जोड़ने से वास्तव लब्धि = ६, गुण = २, वही रहा ।

यहां लब्धि पीतक का मान और गुण लोहितक का मान हुआ ।

अब एक हरितक इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार—

$$\text{लब्धि} = ७\ \text{ह} + ६ = \text{पीतक},$$
$$\text{गुण} = ३\ \text{ह} + २ = \text{लोहितक},$$

इस पीतक के मान से उत्थापन देने से दूसरी राशि=

$५४\ \text{पी} + ८ = ५४\ (\ ७\ \text{ह} + ६\ ) + ८ =$

$३७८\ \text{ह} + ३२४ + ८ = ३७८\ \text{ह} + ३३२$ ।

पहली राशि व्यक्त ही है किन्तु इस का क्षेप=४५ पी, इतना है, इस को हरितक सात से गुण देने से पहली राशि का क्षेप = $७\ \text{ह} \times ४५ = ३१५\ \text{ह}$ ।

अतः प्रथम राशि = $३१५\ \text{ह} + ५१$ ।

यहां हरितक को शून्य के बराबर कल्पना करने से प्रथम राशि = ५१,

द्वितीय राशि ३३२ ।

प्रकारान्तर से इस का उत्तर—

पहली राशि व्यक्त ५१ और दूसरी राशि यावत्तावत् के समान कल्पना किया ।

दूसरी राशि में छै का भाग देने से शेष दो रहता है, लब्धि कालक के समान कल्पना किया तो—

$\frac{\text{या}}{६} = \text{का} + \frac{२}{६}$, ऐसा स्वरूप हुआ ।

अतः या = $६\ \text{का} + २$, यह दूसरी राशि सिद्ध हुई ।

अब दोनों राशियों के अन्तर में तीन का भाग देने से शेष दो रहता है, लब्धि नीलक के समान कल्पना किया तो—

$$\frac{६\ \text{का} + २ - ५१}{३} = \text{नी} + \frac{\text{शे}}{३} = \text{नी} = + \frac{२}{३},$$

अतः $६\ \text{का} - ४६ = ३\ \text{नी} + २,$

अतः $६\ \text{का} = ३\ \text{नी} + ५१,$

अतः $\text{का} = \frac{३\ \text{नी} + ५१}{६} = \frac{\text{नी} + १७}{२}$ ।

कुट्टक के लिये न्यास—

$$\frac{\text{भा}\ १\ \text{क्षे}\ १७}{\text{हा}\ २}$$

"हरतष्टे धनक्षेपे" इस के अनुसार न्यास—

$$\frac{\text{भा } १ \text{ क्षे } १}{\text{हा } २}$$

उक्तरीति से वल्ली $= \begin{cases} ० \\ १ \\ ० \end{cases}$

उक्त युक्त्या लब्धि = ०, गुण = १,

वल्ली विषम होने के कारण अपने २ हरों में शुद्ध करने से लब्धि=१, गुण=१,

क्षेप तक्षण लाभ ८ में जोड़ने से लब्धि = ९, गुण वही रहा।

यहां लब्धि कालक का मान और गुण नीलक का मान हुआ।

एक पीतक इष्ट मानकर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार—

लब्धि = पी + ९ = कालक,

गुण = २पी + १ = नीलक,

अब कालक के मान से पूर्वानीत अन्तर राशि (६ का — ४९) में उत्थापन देने से—

अन्तर राशि = ६ का — ४९ = ६ (पी + ९) — ४९ =

६ पी + ५४ — ४९ = ६ पी + ५।

इस में पहली राशि (५१) को जोड़ने से—

दूसरी राशि = ६ पी + ५ + ५१ =

६ पी + ५६।

अब पहली और दूसरी राशि के योग में नव का भाग देने से शेष पांच रहता है, तथा लब्धि लोहितक के समान कल्पना किया तो—

$$\frac{६ \text{ पी} + ५६ + ५१}{९} = \text{लो} + \frac{\text{शे}}{९} = \text{लो} + \frac{५}{९}।$$

अतः ६ पी + १०७ = ९ लो + ५,

अतः ६ पी = ९ लो — १०२,

$$\text{अतः पी} = \frac{९ \text{ लो} - १०२}{६} = \frac{३ \text{ लो} - ३४}{२}।$$

कुट्टक के लिये न्यास—

$$\frac{\text{भा } ३ \text{ क्षे } ३४^{\circ}}{\text{हा } २}$$

"क्षेपाभावोऽथवा यत्र क्षेपः शुद्धो हरोद्धृतः" इत्यादि सूत्र के अनुसार—

लब्धि = — १७,

गुण = ० आया।

यहां लब्धि पीतक का मान और गुण लोहितक का मान हुआ।

अब हरितक एक इष्ट कल्पना करके "इष्टाहत स्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार—

लब्धि = ३ ह — १७ = पीतक,

गुण = २ ह + ० = लोहितक,

इस पीतक के मान से उत्थापन देने से दूसरी राशि =

६ पी + ५६ = ६ (३ ह — १७) + ५६ =

१८ ह — १०२ + ५६ = १८ ह — ४६ ।

पहली राशि व्यक्त ही है।

अब इन दोनों राशियों को सात से तष्टित करने से पहली राशि = २, दूसरी राशि = ४ ह — ४ ।

इन दोनों का घात = २ (४ ह — ४) = ८ ह — ८ ।

इस में फिर सात का भाग देने से शेष = ह — १, रहा।

अब इस में सात का भाग देने से शेष ६ रहता है। और लब्धि श्वेतक कल्पना किया तो—

$$\frac{\text{ह} - १}{७} = \text{श्वे} + \frac{\text{शे}}{७} = \text{श्वे} + \frac{६}{७} ।$$

अतः ह — १ = ७ श्वे + ६,

अतः ह = ७ श्वे + ७ ।

इस से उत्थापन देने से दूसरी राशि=

१८ ह — ४६ = १८ (७ श्वे + ७) — ४६ =

१२६ श्वे + १२६ — ४६ = १२६ श्वे + ८० ।

यहां श्वेतक के मान शून्य के बराबर कल्पना करने से

द्वितीय राशि = १२६ × ० + ८० = ८० । प्रथम राशि (५१) व्यक्त ही है।

आलाप०—

$$\frac{५१}{५} = १० + \frac{१}{५},$$

$$\frac{८०}{६} = १३ + \frac{२}{६},$$

$$\frac{८० - ५१}{३} = \frac{२९}{३} = ९ + \frac{२}{३}$$

$$\frac{८० + ५१}{९} = \frac{१३१}{९} = १४ + \frac{५}{९},$$

$$\frac{८० \times ५१}{७} = \frac{४०८०}{७} = ५८२ + \frac{६}{७}$$

उदाहरणम्—

नवभिः सप्तभिः क्षुण्णः को राशिस्त्रिंशता हृतः ।
यदग्रैक्यं फलैक्याढ्यं भवेत् षड्विंशतेर्मितम् ॥ १० ॥

अत्रैकहरत्वाच्छेषयोः फलयोर्युतिदर्शनाच्च गुणयोगो गुणकः कल्पितः रू १६ । राशिः = या १ । लब्धैक्यप्रमाणं कालकस्तद्गुणितं हरं गुणगुणिताद्राशेरपास्य जातं शेषम् या १६ का ३० ।

एतत् फलेन कालकेन युतं या १६ का २९ षड्विंशतिसमं कृत्वा कुट्टकेन प्राग्वज्जातं यावत्तावन्मानम् नी २९ रू २७ । अत्र लब्ध्यग्रयोगस्यैकतानिर्देशात् क्षेपो न देयः ॥

सु०—अथोदाहरणान्तरमनुष्टुभाह—

को राशिः पृथक् नवभिः सप्तभिः क्षुण्णो गुणितः उभयत्र त्रिंशता हृतः ययोः शेषैक्यं फलैक्येन युतं षड्विंशतिमितं स्यात् तं राशिं वदेत्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्रैकहरत्वाच्छेषयोः फलयोश्च युतिदर्शनाल्लाघवार्थं नवसप्तमितयोर्गुणयोर्योगो गुणः कल्पितः १६, अनेन राशौ या १ गुणिते या १६ । त्रिंशता भक्ते लब्धं यदि फलैक्यतुल्यं गृह्यते तदा शेषमपि शेषद्वययोगतुल्यं स्यात् ।

अतोऽत्र लब्धं फलैक्यतुल्यं कल्पितं का १ तद्गुणितहरं का ३० गुणगुणिताद्राशे या १६ स्यास्य जातं शेषं या १६ का ३०̇ इदं शेषैक्यसमं फलैक्येन कालकेन का १ युतं या १६ का २९̇ षड्विंशति सममिति न्यासः

या १६ का २९̇ रू०
या० का० रू २६

अनयोः समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं भिन्नम्—

$$\frac{\text{का } 29 \text{ रू } 26}{\text{या } 16}$$

अतः कुट्टकार्थं हरतष्टे धनक्षेपे इति कृते न्यासः

$$\frac{\text{भा } 29 \text{ क्षे } 10}{\text{ह } 16}$$

वल्ली { १ १ ४ १० ० }

लब्धिगुणौ ६० । ५० स्वहाराभ्यां २९ । १६ तष्टौ २।२ लब्धिवैषम्यात्स्वहारशुद्धौ २९।१४ क्षेपतक्षणलाभेन १ लब्धियुता २७।१४ ।

लब्धिर्यावत्तावन्मानं गुणः कालकमानं नीलकवर्णमिष्टं प्रकल्प्य जातौ सक्षेपौ

{ नी २९ रू २७=या
{ नी १६ रू १४=का

अत्र नीलकमानं शून्यं व्यक्तं प्रकल्प्योत्थापनाज्जातं यावत्तावन्मानं २७ कालकमानं १४।

अथ राशिः २७ नवभिः ९९ सप्तभिश्च ७ गुणितः २४३।१८९ त्रिंशता हृतः लब्धे ८।६ शेषे च ३।९ एषां योग षड्विंशतिमित इति लब्धयोः ८।६ योगः कालकमानमितः १४।

अत्रैकादीष्टकल्पने त्वालापासंभवः स्यात् लब्ध्यग्रयोगस्य षड्विंशतिमितत्वावगमात्।

एवं लब्ध्यग्रयोगज्ञानेन राशिज्ञानं सिद्धान्तेऽपि ज्ञेयम्।

यथा प्रश्नाध्याये अधिमासावमयोस्तच्छेषयोश्च चतुर्णां योगज्ञानेनाहर्गणज्ञनार्थं प्रश्नभंगोप्युक्तक्रिययैव युक्त इतिध्येयम् ॥

विमला—वह कौन राशि है जिस के अलग २ नव और सात से गुणा कर दोनों गुणन फल में तीस का भाग देने से शेष और लब्धि का योग फल छब्बीस के बराबर आता है।

उदाहरण

यहां दोनों स्थानों में हर एक और शेष, लब्धियों का योग प्रश्न में होने के कारण लाघव के लिये गुणकों के योग (९+७=१६) को गुणक और राशि यावत्तावत् कल्पना किया।

अब इस राशि को कल्पित गुणक (१६) से गुणा कर तीस का भाग देने से लब्धियों के योग तुल्य लब्धि ग्रहण करने से शेषों के योग तुल्य शेष ग्रहण करना उचित है।

इसलिये लब्धियोग तुल्य लब्धि कालक कल्पना किया तो—

$$\frac{१६\ \text{या}}{३०} = \text{का} + \frac{\text{शेयो}}{३०}$$

अतः १६ या = ३० का + शेयो

अतः १६ या − ३० का = शेयो, इस शेष योग में लब्धियों के योग (का) जोड़ने से २६ के तुल्य होगा।

अतः १६ या − ३० का + का = शेयो + लयो = २६।

अतः १६ या − २९ का = २६,

$$\text{अतः या} = \frac{२९\ \text{का} + २६}{१६},$$

कुट्टक के लिये न्यास—

$$\frac{\text{भा } २९ \text{ क्षे } २६}{\text{हा } १६},$$

"हरतष्टे धनक्षेपे" करके न्यास—

$$\frac{\text{भा } २९ \text{ क्षे } १०}{\text{हा } १६}$$

उक्त रीति से वल्ली = { १, १, ४, १०, ० }

लब्धि = ६०, गुण = ५०, आया ।

इन को हरों से तष्टित करने से लब्धि = ३, गुण = २,

यहां वल्ली विषम है, अतः अपने २ हरों में शुद्ध करने से लब्धि = २६, गुण = १४, हुआ ।

क्षेप तक्षण लाभ जोड़ने से लब्धि = २७, गुण = १४ पूर्वानीत ही रहा ।

इन में लब्धि यावत्तावत का और गुण कालक का मान हुआ ।

एक नीलक इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादि प्रकार से—

लब्धि = २९ नी + २७ = या,

गुण = १६ नी + १४ = का,

यदि नीलक = ०, तदा या = २७, का = १४ ।

आलाप० —राशि = २७ ।

$$\frac{२७ \times ९}{३०} = \frac{२४३}{३०} = ८ + \frac{३}{३०},$$

$$\frac{२७ \times ७}{३०} = \frac{१८९}{३०} + ६ + \frac{९}{३०},$$

यहां लब्धि और शेषों के योग = ८ + ६ + ३ + ९ = २६, आया ।

लब्धियों का योग (१४) कालक का मान है ।

यहां लब्धि और शेषों के योगों को सीमित होने के कारण एक आदि अनेक इष्ट के वश अनेक राशि नहीं लासकते हैं ॥

कश्त्रिसप्तनवक्षुण्णो राशिस्त्रिंशद्विभाजितः ।
यदग्रैक्यमपि त्रिंशदुद्धृतमेकादशाग्रकम् ॥ ११ ॥

अत्रापि गुणयोगो गुणः प्राग्वत् रू १९ । राशिः या १ लब्धं कालकः । एतद्गुणं हरं गुणगुणिताद्राशेरपास्य शेषम् या १९ का ३० । एतदग्रैक्यं त्रिंशत्तष्टमेव ततः प्रथमालापे द्वितीयालापस्यान्तर्भूतत्वादिदमेवैकादश-समं कृत्वा प्राग्वज्जातो राशिः = नी ३० रू २९ ।

सु०—अथान्योदाहरणमनुष्टुभाह—

को राशिस्त्रिधा त्रिसप्तनवभिः क्षुण्णो गुणितः त्रिंशद्विभाजितः शेषत्रयाणामैक्यं त्रिंशता भक्तं एकादशशेषं भवतीति तं वद ।

उदाहरणम्—

अत्र राशिः या १ अयं गुणानां ३।७।९ योगेन १९ गुणितः या १९ त्रिंशद्भक्तः लब्धं कालकः का १ ।

अत्र राशौ त्रिसप्तनवभिः पृथग्गुणिते त्रिंशता हृते लब्धीनां योगः शेषयोगात् त्रिंशद्भक्ताल्लब्धेन युतः स एव कालकः कल्पित इति। यतो गुणयोगेन गुणिते राशौ हरेण भक्ते शेषस्य हराल्पत्वनियमाल्लब्धिरेकचतुर्लब्धियोगरूपैव सम्भवति अतः शेषमेकादशसमं स्यात् ततो लब्धं का १ हरगुणितं का ३० गुणगुणिताद्राशे या १९ रपास्य शेषं या १९ का ३० इदमेकादशसममिति न्यासः—

{ या १९ का ३० रू० ।
{ या० का० रू ११

अनयोः समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं भिन्नं—

$$\frac{\text{का ३० रू ११}}{\text{१९}}$$

कुट्टकार्थं न्यासः—

$$\frac{\text{भा ३० क्षे ११}}{\text{ह १९}}$$

वल्ली— { १ / १ / ١ / २ / ११ / ०

लब्धिगुणौ १२१।७७ स्वहारतष्टौ ३।१ लब्धिवैषम्यात्स्वहारशुद्धौ २९।१८

अत्र लब्धिर्यावन्मानं गुणः कालकमानं नीलकवर्णमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहत इत्यादिना जातौ सक्षेपौ—

{ नी ३० रू २९
{ नी १९ रू १८

नीलकं शून्येनोत्थाप्य जातं यावत्तावन्मानं २९ कालकमानं च १८ ।

अत्र राशिः २९ त्रि ३ सप्त ७ नवभि९र्गुणितः ८७।२०३।२६१ त्रिंशता भक्तः लब्धानि २।६।८ शेषाणि २७।२३।२१ शेषाणां योगः ७१ त्रिंशद्भक्तः लब्धं २ शेष मेकादशसमं ११ ।

अत्र लब्धीनां चतुर्णां २।६।८।२ योगो हि कालकमानतुल्यः १८ ।

अथवा राशौ २९ गुणयोगेन १९ गुणिते ५५१ हरेण ३० भक्ते लब्धं कालकमानतुल्यं १८ शेषमेकादशसम् ।

अत्र राशौ या १ पृथग्गुणकै र्गुणिते हरेण भक्ते या लब्धयस्तासामैक्यं यदि कालकः कल्प्यते तदा शेषाणामैक्यं त्रिंशता भक्तं पुनः कार्यमित्यालाघवं तथा

कल्पिते क्रिया न निर्वहत्यतो लब्धिचतुष्टययोगे कालके कल्पिते शेषमेकादशसमं स्वत एव सम्भवति अतः प्रथमालापे द्वितीयालापस्यान्तर्भूतत्वं ग्रन्थकृतोक्तं युक्तमेवेति॥

विमला—वह कौन राशि है, जिस को अलग २ तीन, सात और नव से गुणा कर गुणन फल में तीस का भाग देने से जो शेष रहता है, उस में तीस का भाग देने से ग्यारह शेष रहता है।

उदाहरण—

यहाँ राशि = यावत्तावत् के बराबर कल्पना किया इस को गुण योग = (३ + ७ + ९ = १९) से गुणाकर तीस का भाग देने से लब्धि कालक के समान कल्पना किया तो—

$$\frac{\text{१९ या}}{\text{३०}} = \text{का} + \frac{\text{शे}}{\text{३०}} = \text{का} + \frac{\text{११}}{\text{३०}},$$

अतः १९ या − ३० का = ११ ।

$$\text{या} = \frac{\text{३० का} + \text{११}}{\text{१९}},$$

कुट्टक के लिये न्यास—

$$\frac{\text{भा ३० क्षे ११}}{\text{हा १९}}$$

$$\text{उक्त रीति से वल्ली} = \begin{cases} \text{१} \\ \text{१} \\ \text{१} \\ \text{२} \\ \text{१} \\ \text{१ १} \\ \text{०} \end{cases}$$

इस से लब्धि = १२१, गुण = ७७,

अपने २ हारों से तष्टित करने से लब्धि = १, गुण = १,

वल्ली को विषम होने के कारण अपने २ हरों में शुद्ध करने लब्धि = २९ गुण = १८, आया।

यहाँ लब्धि यावत्तावत् का मान और गुण कालक का मान आया।

अब एक नीलक इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादि प्रकार से-

लब्धि = ३० नी + २९ = या,

गुण = १९ नी + १८ = का,

अब नीलक का मान शून्य के बराबर कल्पना करने से—

या = २९, का = १८ ।

आलाप०—राशि = २९ ।

$$\frac{\text{२९} \times \text{३}}{\text{३०}} = \frac{\text{८७}}{\text{३०}} = \text{२} + \frac{\text{२७}}{\text{३०}} (\text{१})$$

$$\frac{२९ \times ७}{३०} = \frac{२०३}{३०} = ६ + \frac{२३}{३०} \quad (२)$$

$$\frac{२९ \times ९}{३०} = \frac{२६१}{३०} = ८ + \frac{२१}{३०} \quad (३)$$

यहां शेषों के योग में तीस का भाग देने से—

$$\frac{२७ + २३ + २१}{३०} = \frac{७१}{३०} = २ + \frac{११}{३०} \quad (४)$$

यह शेष (११) रहा।

चारों लब्धियों का योग (२ + ६ + ८ + २ = १८) कालक के बराबर हुआ। अथवा गुण योग (१९) से राशि को गुणा कर ३० तीस का भाग देने से—

$\frac{२९ \times १९}{३०} = \frac{५५१}{३०} = १८ + \frac{११}{३०}$। ऐसा हुआ।

यहां पर भी लब्धि (१८) कालक के बराबर और शेष (११) आया।

इन दोनों आलापों में प्रथम आलाप से क्रिया का निर्वाह नहीं होने के कारण द्वितीय आलाप ही यथार्थ है। इस लिये प्रथम आलाप में द्वितीय आलाप का अन्तर्भूतत्व है (प्रथमालापे द्वितीयालापस्यान्तर्भूतत्वम्) ऐसा भास्कर ने युक्त कहा॥

उदाहरणम्—

> कस्त्रयोविंशतिक्षुण्णः षष्ट्याऽशीत्या हृतः पृथक्।
> यदग्रैक्यं शतं दृष्टं कुट्टकज्ञ वदाशु तम् ॥ १२ ॥

अत्र सूत्रं वृत्तम्।

> यत्रैकाधिकवर्णस्य भाज्यस्थस्येप्सिता मितिः।
> भागलब्धस्य नो कल्प्या क्रिया व्यभिचरेत् तथा ॥
> अतोऽन्यथा यतितव्यम्।

अत्र स्वस्वभागहाराभ्यूने शेषे यथा भवतो यथा चाखिलं स्यात् तथा शेषयोगं विभज्य क्रिया कार्या। तथा कल्पिते शेषे ४०, ६०। राशिः या १। एष त्रयोविंशतिगुणः षष्टिहृतः फलं कालकस्तद्गुणं हरं शेषयुतमस्य या २३ समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानम् या $= \frac{\text{का } ६० \text{ रू } ४०}{२३}$। एवमन्यत् या $= \frac{\text{नी } ८० \text{ रू } ६०}{२३}$।

अनयोः समीकरणे कुट्टकेन लब्धे कालकनीलकमाने

$$\begin{cases} \text{का} = \text{पी } ४ \text{ रू } ३। \\ \text{नी} = \text{पी } ३ \text{ रू } २। \end{cases}$$

आभ्यामुत्थापने यावत्तावन्मानं भिन्नं स्यादिति कुट्टकेनाभिन्नं जातम्=लो २४० रू २० । अथ वा शेषे ३०,६० । आभ्यां राशिः=लो २४० रू ६०॥

सु०—अथान्यदुदाहरणमनुष्टुभाह—

स्पष्टम् ।

उदाहरणम्—

अत्र राशिः या १ । त्रयोविंशतिगुणितः या २३ द्विधा या २३ एकत्र षष्ट्या भक्तो लब्धं कालकः, परत्राशीत्या भक्तो लब्धं नीलकः स्वस्वलब्धिगुणिताद्धरात् का ६०, नी ८० त्रयोविंशतिगुणितराशे या २३ र्हीनात् पृथक् पृथक्शेषं या २३ का ६०, या २३ नी ८० ।

शेषयोरैक्यं या ४६ का ६० नी ८० शतसममिति समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं $=\dfrac{\text{का ६० नी ८० रू १००}}{\text{या ४६}}$, इदं द्वाभ्यामपवर्त्तितं॥ $\dfrac{\text{का ३० नी ४० रू ५०}}{\text{या २३}}$

अत्र यावत्तावन्मानं भिन्नं लभ्यत इति कुट्टकेनाभिन्नं कार्यं तत्र अन्येऽपि भाज्ये यदि सन्ति वर्णास्तन्मानमिष्टं परिकल्प्य साध्ये इत्युक्तत्वात्कालकनीलकयोरेकस्येष्टं मानं व्यक्तं कल्प्यं तच्च प्रकृते न युक्तम् ।

एतदेव ग्रन्थकृतोक्तम्—

> यत्रैकाधिकवर्णस्य भाज्यस्थस्येप्सिता मितिः ।
> भागलब्धस्य नो कल्प्या क्रिया व्यभिचरेत्तथेति ।

अस्यार्थः—अत्र प्रकृतोदाहरणे भाज्यस्थस्य एकाधिकवर्णस्य एको योऽधिकवर्णः कुट्टकोपयुक्तवर्णादतिरिक्तस्तस्य भागलब्धस्य भागे हृते लब्धस्य मितिरीप्सिता व्यक्ता नो कल्प्या ।

यथात्र भाज्यस्थौ कालकनीलकवर्णौ तत्र यदि कुट्टकार्थं कालकवर्णको भाज्यार्थे कल्प्यते तदा नीलकवर्णस्याधिकवर्णरूपस्य व्यक्तमानकल्पनमुचितं कथमन्यथा वर्णलोपेन क्षेपस्थाने रूपाणि स्युः ।

अत्राधिकवर्णो नीलकस्तु गुणगुणितराशे या २३ रशीत्या ८० भागे हृते लब्धरूपोहित नी १, एवमत्र नीलकवर्णस्य व्यक्तमानं नो कल्प्यं तथा नीलकवर्णाङ्कस्य भाज्यत्वकल्पने कालक एव षष्टिलब्धोधिकवर्णः स्यात् ।

तस्यापि व्यक्तमानकल्पनमनुचितमेव नन्वत्राधिकवर्णस्य व्यक्तमानकल्पने को दोष इत्यत्राह—

क्रियाव्यभिचरेत्तथेति तथा कल्पने राशिसिद्ध्यभावात् क्रियाव्यभिचार इत्यर्थः । व्यभिचारस्तु कुट्टककरणानन्तरं द्रष्टव्यः, अतोऽत्राचार्येणान्यथा राशिः साधितः ।

तद्यथा स्वस्वभागहारान्न्यूने शेषे यथा भवतः यथा च खिलं न स्यात्तथा शेषे कल्पिते ४०।६०, राशिः या १ ।

एष त्रयोविंशतिगुणः या २३ षष्ट्या भक्तः लब्धकालकः का १, तद्गुणितह

का ६० शेष ४० युतं का ६० रू ४० गुणगुणितराशि या २३ सममिति साम्यकरणा ल्लब्धं यावत्तावन्मानम् =

$$\frac{\text{का ६० रू ४०}}{\text{या २३}},$$

पुनश्च राशौ या १ त्रयोविंशतिगुणिते या २३ अशीत्या ८० भक्ते लब्धं नीलकस्तद्गुणितहरेण नी ८० शेष ६० युतेन नी ८० रू ६० गुणगुणितराशिः या २३ सम इति साम्यकरणाल्लब्धं यावत्तावन्मानं $=\frac{\text{नी ८० रू ६०}}{\text{या २३}}$,

अत्रानयोर्यावन्मानयोर्हरतुल्यत्वेन च्छेदापगमे कृते न्यासः—

{ का ६० नी० रू ४०
{ का० नी ८० रू ६०

अनयोः समशोधनाल्लब्धं कालकमानं भिन्नम् =

$$\frac{\text{नी ८० रू २०}}{\text{६०}},$$

विंशत्याऽपवर्तितं $=\frac{\text{नी ४ रू १}}{\text{का ३}}$,

कुट्टकार्थं वल्ली { १ १ ० लब्धिगुणौ १।१ लब्धि वैषम्यात्स्वहारशुद्धौ ३।२

लब्धिः कालकमानं, गुणो नीलकमानं, अथ पीतकवर्णमिष्टं प्रकल्प्य जातौ सक्षेपौ—

{ पी ४ रू ३ = का
{ पी ३ रू २ = नी

आभ्यां यावत्तावन्माने उत्थापनं यथा प्रथमयावत्तावन्मानम् =

$$\frac{\text{का ६० रू ४०}}{\text{या २३}},$$

यद्येककालकस्येदं मानं पी ४ रू ३ तदा षष्टिकालकस्य किमिति जातं पी २४० रू १८० रूपेण ४० युतं हरेण भक्तं जातं यावत्तावन्मानं भिन्नं =

$$\frac{\text{पी २४० रू २२०}}{\text{या २३}},$$

एवं द्वितीययावत्तावन्मानं =

$$\frac{\text{नी ८० रू ६०}}{\text{या २३}},$$

यद्येकनीलकस्येदं मानं पी ३ रू २ तदाऽशीति ८० नीलकस्य किमिति जातं रूपेण युतं हरेण भक्तं जातं यावत्तावन्मानं तदेव ।

अत्राभिन्नमानज्ञानाय कुट्टकार्थं हरतष्टे धनक्षेपे इति कृते न्यासः—

$$\frac{\text{भा २४० क्षे १३}}{\text{हृ २३}}$$

वल्ली $\left\{ \begin{matrix} १० \\ २ \\ ३ \\ १३ \\ ० \end{matrix} \right.$

लब्धिगुणौ ६२६ । ६१ स्वहारतष्टौ २१६ । २१ लब्धि वैषम्यात्स्वहारशुद्धौ ११ । १ क्षेपतक्षणलाभेन ६ लब्धियुता २० । १,

लब्धिर्यावत्तावन्मानं २० गुणः पीतकमानं १,

अत्र लोहितवर्णमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहत इति जातौ सक्षेपौ

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{लो २४० रू २०=या} \\ \text{लो २३ रू १=पी} \end{array} \right.$$

लोहितकं शून्येनोत्थाप्य जातं यावत्तावन्मानं २० अयमेवराशिः

अथ यदि शेषे त्रिंशत्सप्ततिमिते ३०।७० कल्पिते तदोक्तक्रियया जातो राशिः लो २४० रू ६० एवमनेकधा राशिर्भवतीति ॥

विमला—वह कौन राशि है जिस को तेईस से गुणाकर गुणन फल में अलग अलग साठ और अस्सी का भाग देने से शेष जो बचे उन का योग सौ के बराबर होता है।

उदाहरण—

राशि यावत्तावत् कल्पना किया। इस को तेईस से गुणा कर गुणन फल में अलग २ साठ और अस्सी का भाग देकर लब्धि क्रम से कालक तथा नीलक के बरा बर कल्पना करने से—

$$\frac{\text{२३ या}}{\text{६०}} = \text{का} + \frac{\text{प्रशे}}{\text{६०}},$$

$$\frac{\text{२३ या}}{\text{८०}} = \text{नी} + \frac{\text{द्विशे}}{\text{८०}},$$

ऐसा हुआ।

अतः २३ या = ६० का + प्रशे,

२३ या = ८० नी + द्विशे,

अतः २३ या − ६० का × प्रशे,

२३ या − ८० नी = द्विशे,

दोनों शेषों का योग सौ के बराबर है,

अतः (२३ या − ६० का) + (२३ या − ८० नी) = १००,

४६ या − ६० का − ८० नी = १००,

अतः ४६ या = ६० का + ८० नी + १००,

अतः $\text{या}=\frac{६० \text{ का}+८० \text{ नी}+१००}{४६}=$

$\frac{३० \text{ का}+४० \text{ नी}+५०}{२३}$ ।

इस तरह यावत्तावत् का मान भिन्न आया, इस को कुट्टक द्वारा अभिन्न करना चाहिए। यहां भाज्य में कालक, नीलक ये दो वर्ण हैं इन में एक का "अन्येऽपि भाज्ये यदि सन्ति वर्णास्तन्मानमिष्टं परिकल्प्य साध्ये" इस के अनुसार व्यक्तमान कल्पना करनी चाहिए।

किन्तु यहां पर ऐसा करने से ठीक नहीं होगा, इस को स्पष्ट करने के लिये भास्कराचार्यने "यत्रैकाधिकवर्णस्य" इत्यादि सूत्र लिखा है।

इस सूत्र का अर्थ—

यहां भाज्य में जो एकाधिक वर्ण है, उन में एक का यथेष्ट व्यक्तमान न कल्पना करना चाहिए। क्योंकि इस तरह कल्पना करने से क्रिया व्यभिचरित होती है।

नवीनोपपत्तिः—

अथात्र कल्प्यते राशिः = या ।

प्रथमशेषः = ४० = शे ।

द्वितीयशेषः = ६० = $\text{शे}^{१}$ ।

प्रथमलब्धिः = का,

द्वितीयलब्धिः = नी,

ततः प्रश्नोक्तरीत्या—

$$\frac{२३ \text{ या}}{६०}=\text{का}+\frac{४०}{६०},$$

$$\text{वा } \frac{\text{गु}\cdot\text{या}}{\text{हा}}=\text{का}+\frac{\text{शे}}{\text{हा}},$$

$$\frac{२३ \text{ या}}{८०}=\text{नी}+\frac{६०}{८०},$$

$$\text{वा } \frac{\text{गु}\cdot\text{या}}{\text{हा}}=\text{नी}+\frac{\text{शे}^{१}}{\text{हा}^{१}}$$

अतः $\text{शे}=\text{गु}\cdot\text{या}-\text{हा}\cdot\text{का}$,

$\text{शे}^{१}=\text{गु}\cdot\text{या}-\text{हा}^{१}\cdot\text{नी}$,

पक्षयोर्योगेन—

$\text{शे}+\text{शे}^{१}=\text{गु}\cdot\text{या}-\text{हा}\cdot\text{का}+\text{गु}\cdot\text{या}-\text{हा}^{१}\cdot\text{नी}$,

वा $\text{शे}\cdot\text{यो}\cdot=२\ \text{गु}\cdot\text{या}-(\text{हा}\cdot\text{का}+\text{हा}^{१}\cdot\text{नी})$

अतः $\text{या}=\frac{\text{शे}\cdot\text{यो}\cdot+(\text{हा}\cdot\text{का}+\text{हा}^{१}\cdot\text{नी})}{२\ \text{गु}}$,

अत्र पूर्वोक्तसूत्रयुक्त्या (का, नी) अनयोरेकतरस्य व्यक्तमानं कल्पयित्वा कुट्टकेनानेकं 'या' मानमागच्छेत् ।

अथ प्रथमशेषमानस्य धनात्मकत्वात् शून्यादधिकमेव स्याद्तः—

$$० < \text{या}\cdot\text{गु} - \text{हा}\cdot\text{का},$$

$$\therefore \frac{\text{हा}\cdot\text{का}}{\text{गु}} < \text{या} ।$$

तथा प्रथमशेषस्य स्वहरादल्पत्वात् ।

$$\text{हा} > \text{या}\cdot\text{गु} - \text{हा}\cdot\text{का},$$

$$\frac{\text{हा} + \text{हा}\cdot\text{का}}{\text{गु}} > \text{या} ।$$

$$\text{वा } \frac{(१ + \text{का})\,\text{हा}}{\text{गु}} > \text{या} ।$$

$$\text{अतः } \frac{\text{हा}\cdot\text{का}}{\text{गु}} < \text{या} < \frac{(१ + \text{का})\,\text{हा}}{\text{गु}},$$

एतेन राशिमानं नानेकधेति क्रियाव्यभिचारः ।

अत उपपन्नं सर्वम् ।

अतः उपायान्तर यहां पर आचार्य ने प्रदर्शित किया है—

जैसे अपने २ हर से न्यून शेष क्रम से ४०, ६० कल्पना किया ।

अब राशि (या) को तेईस से गुणा कर अपने २ हर का भाग देकर लब्धि कालक और नीलक कल्पना करने से—

$$\frac{२३ \text{ या}}{६०} = \text{का} + \frac{४०}{६०},$$

$$\frac{२३ \text{ या}}{८०} = \text{नी} + \frac{६०}{८०},$$

$$\text{अतः } २३ \text{ या} = ६० \text{ का} + ४०,$$

$$२३ \text{ या} = ८० \text{ नी} + ६०,$$

$$\text{अतः या} = \frac{६० \text{ का} + ४०}{२३},$$

$$\text{या} = \frac{८० \text{ नी} + ६०}{२३},$$

इन दोनों या मानों को समीकरण करने से—

$$\frac{६० \text{ का} + ४०}{२३} = \frac{८० \text{ नी} + ६०}{२३},$$

$$६० \text{ का} + ४० = ८० \text{ नी} + ६०,$$

$$\text{६० का} = \text{८० नी} + \text{२०},$$

$$\therefore \text{ का} = \frac{\text{८० नी} + \text{२०}}{\text{६०}} = \frac{\text{४ नी} + \text{१}}{\text{३}},$$

यहां कुट्टक के लिये न्यास—

$$\frac{\text{भा ४ क्षे १}}{\text{हा ३}},$$

$$\text{उक्त रीति से वल्ली} = \begin{cases} \text{१} \\ \text{१} \\ \text{०} \end{cases}$$

एवं कुट्टकोक्तयुक्ति से लब्धि = १, गुण = १,

वल्ली विषम होने के कारण अपने अपने हरों में शुद्ध करने से लब्धि = ३, गुण = २,

यहां लब्धि कालक का मान और गुण नीलक का मान हुआ ।

अब पीतक एक इष्ट कल्पना कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादि प्रकार से—

$$\text{लब्धि} = \text{४ पी} + \text{३} = \text{का},$$

$$\text{गुण} = \text{३ पी} + \text{२} = \text{नी},$$

कालक के मान से प्रथम यावत्तावत् के मान में उत्थापन देने से—

$$\text{या} = \frac{\text{६० का} + \text{४०}}{\text{२३}} = \frac{\text{६० (४ पी} + \text{३)} + \text{४०}}{\text{२३}} =$$

$$\frac{\text{२४० पी} + \text{१८०} + \text{४०}}{\text{२३}} = \frac{\text{२४० पी} + \text{२२०}}{\text{२३}},$$

नीलक के मान से द्वितीय यावत्तावत् के मान में उत्थापन देने से—

$$\frac{\text{८० नी} + \text{६०}}{\text{२३}} = \frac{\text{८० (३ पी} + \text{२)} + \text{६०}}{\text{२३}} =$$

$$\frac{\text{२४० पी} + \text{१६०} + \text{६०}}{\text{२३}} = \frac{\text{२४० पी} + \text{२२०}}{\text{२३}},$$

इस तरह दोनों मान बराबर सिद्ध हुए । इस को अभिन्न जानने के लिए कुट्टक किया—

$$\frac{\text{भा २४० क्षे २२०}}{\text{हा २३}},$$

"हरतष्टे धनक्षेपे" इस सूत्र के अनुसार करके न्यास—

$$\frac{\text{भा २४० क्षे १३}}{\text{हा २३}}$$

$$\text{उक्त रीति से वल्ली} = \begin{cases} \text{१०} \\ \text{२} \\ \text{३} \\ \text{१३} \\ \text{०} \end{cases},$$

कुट्टकयुक्त्या लब्धि = ६४६, गुण = ६१,

अपने हारों से तष्टित करने से लब्धि = २२६, गुण = २२,

वल्ली को विषम होने के कारण अपने २ हरों में शुद्ध करने से लब्धि = ११, गुण = १,

क्षेपतक्षण लाभ (९) युक्त करने से लब्धि = २०, गुण = १ वही रहा।

इस तरह लब्धि यावत्तावत् का मान और गुण पीतक का मान हुआ।

अब लोहितक एक इष्ट कल्पना कर के "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादि प्रकार से

लब्धि = २४० लो + २० = या,

गुण = २३ लो + १ = पी,

लोहितक को शून्य से उत्थापन देने से यावत्तावत् का मान = २०, आया।

अगर शेष (३०, ७०) कल्पना किया जाय तो उक्त रीति से राशि = (२४०लो + ९०) इतनी आती है। यहां पर भी लोहितक को शून्य के समान कल्पना करने से या = ९० ।

आलाप० — राशि = २०,

$$\frac{२३ \times २०}{६०} = \frac{४६०}{६०} = ७ + \frac{४०}{६०},$$

$$\frac{२३ \times २०}{८०} = \frac{४६०}{८०} = ५ + \frac{६०}{६०},$$

शेष योग = ४० + ६० = १०० ।

अथवा राशि = ९० ।

$$\frac{२३ \times ९०}{६०} = \frac{२०७०}{६०} = ३४ + \frac{३०}{६०},$$

$$\frac{२३ \times ९०}{८०} = \frac{२०७०}{८०} = २५ + \frac{७०}{६०},$$

अतः शेष योग = ३० + ७० = १०० ।

उदाहरणम्—

कः पञ्चगुणितो राशिस्त्रयोदशविभाजितः ।
यल्लब्धं राशिना युक्तं त्रिंशज्जातं वदाशु तम् ॥ १३ ॥

अत्र राशिः या १ । एष पञ्चगुणस्त्रयोदशहृतः फलं कालकः १ । एतत् फलं राशियुतं या १ का १ त्रिंशत्समं क्रियत इत्युक्तं यत इयं क्रिया निराधारा नात्र गुणो न च हर उपलभ्यते ।

तथा चोक्तम्—

निराधारा क्रिया यत्र नियताधारिकाऽपि वा ।
न तत्र योजयेत् तां तु कथं सा वा प्रवर्त्तते ॥

अतोऽत्रान्यथा यतितव्यम् । अत्र किल हरतुल्ये राशौ कल्पिते १३ । राशिफलयोगेनानेन १८ । यदि इदं ५ फलं तदा त्रिंशता किमिति लब्धं फलम् $\frac{२५}{३}$ । एतत्त्रिंशतोऽपास्य शेषं जातो राशिः $\frac{६५}{३}$ ॥

सु०—स्पष्टमेतत् ।

अत्र राशिः या १ एष पञ्चगुणस्त्रयोदशभक्तः फलं कालकः का १,

अयं राशियुतः या १ का १, त्रिंशत्सम इति समीकरणमत्रायुक्तं उद्दिष्टगुणहरानुरोधिन्याः क्रियाया अभावादुदाहरणासिद्धेः ।

अत एवाचार्यैरन्योक्तमुक्तम्—

निराधारा क्रिया यत्रानियताधारिकापि वा ।

न तत्र योजयेत्तां तु कथं सा वा प्रवर्तत इति ।

अतोत्र ग्रन्थकृतेष्टकर्मणैव यतितम्—

तथाहि हरतुल्यराशिः कल्पितः १३ अयं पञ्चगुणः ६५ त्रयोदशभक्तः फलं ५ राशिना १३ युक्तं १८ यद्यनेन राशिफलयोगेन १८ पञ्चमितं फलं तदा त्रिंशन्मितेन राशिफलयोगेन ३० किमिति जातं $\frac{१५०}{१८}$,

षड्भिरपवर्त्तितं लब्धं फलं$=\frac{२५}{३}$,

एतत्समच्छेदेन त्रिंशतोऽ३० पास्य शेषं जातो राशिः$=\frac{६५}{३}$,

एवमेकादितुल्ये राशौ कल्पितेऽप्ययमेव राशिरागच्छतीति,

अथवा राशिः या १ पञ्चगुणस्त्रयोदशभक्तः $\frac{\text{या}५}{१३}$ राशिना या १ युक्तः या $\frac{१८}{१३}$ त्रिंशत्सम इति न्यासः—

$$\begin{cases} \text{या } \frac{१८}{१३} \text{ रू०} \\ \text{या० रू ३०} \end{cases}$$

समच्छेदीकृत्य च्छेदगमे न्यासः$=\begin{cases} \text{या १८ रू०} \\ \text{या० रू० ३९०} \end{cases}$

अतः समशोधनाल्लब्धं यावन्मानं $\frac{३९०}{१८}$ इदं षड्भिरपवर्तितं जातः स एव राशिः $\frac{६५}{३}$ ॥

विमला०—वह कौन राशि है जिस को पांच से गुणा कर तेरह का भाग देने से जो लब्धि हो, उस में राशि को जोड़ने से तीस होते हैं ।

उदाहरण०—

राशि = या, कल्पना किया। इस को पांच से गुणा कर तेरह का भाग देने से जो लब्धि आई उस का मान कालक कल्पना किया तो राशि में युत कालक (या + का) तीस के बराबर सिद्ध होता है।

इस तरह यहां पर कोई गुण और हर उपलब्ध न होने के कारण क्रिया का निर्वाह नहीं होता है।

अतः आचार्यने कहा है

जहां पर निराधारा क्रिया हो या अनित आधार वाली क्रिया हो वहां उस को नहीं करना चाहिए।

जैसे पहले हर (१३) के समान राशि कल्पना कर उस को पाँच से गुणा कर तेरह का भाग दिया तो—

$\frac{१३ \times ५}{१३}$ = लब्धि (५),

इस लब्धि में राशि (१३) को जोड़ने से १८ हुआ।

अब अनुपात किया कि राशि फल योग (१८) में लब्धि (५) पाते हैं तो तीस में क्या = $\frac{५ \times ३०}{१८} = \frac{५ \times ५}{३} = \frac{२५}{३}$,

यह $(\frac{२५}{३})$ राशि फल योग तीस में लब्धि आई। इस को तीस में घटाने से

राशि = $३० - \frac{२५}{३} = \frac{९० - २५}{३} = \frac{६५}{३}$,

आलाप०—राशि = $\frac{६५}{३}$,

$$\frac{\frac{६५}{३} \times ५}{१३} = \frac{६५ \times ५}{३ \times १३} = \frac{५ \times ५}{३} = \frac{२५}{३} = \text{लब्धि।}$$

$$\frac{२५}{३} + \frac{६५}{३} = \frac{९०}{३} = ३०।$$

अथान्योदाहरणम्—

षडष्टशतकाः क्रीत्वा समर्घेण फलानि ये।
विक्रीय च पुनः शेषमेकैकं पञ्चभिः पणैः।
जाताः समपणास्तेषां कः क्रयो विक्रयश्च कः॥ १४॥

सु०—अथान्योक्तमुदाहरणं सार्द्धानुष्टुभा प्रदर्शयति—

षट् अष्टौ शतं च धनं विद्यते येषां ते षडष्टशतास्त एव षडष्टशतकाः

धनं चात्रपणाः तादृशा ये फलव्यापारिणः समार्घेण समेनैव मूल्येन स्वस्वपणानुपा· तेन फलानि क्रीत्वा क्रयं कृत्वा तानि महार्घेण समेनैव केनचिन्मूल्येन विक्रीय च यच्छेषं पणविक्रयान्न्यूनं एकैकफलं पञ्चभिः पणैः पुनर्विक्रीय समपणा येषां ते तथा जाताः एवं चेत्तर्हि तेषां फलव्यापारिणां क्रयः पणलभ्यफलप्रमाणं विक्रयः पणदेय· फलप्रमाणं किमिति प्रश्नः।

उदाहरणम्—

अत्र क्रयः या १ विक्रय इष्टं दशाधिकशतं ११० व्यक्तं कल्पितम्।

क्रयः या १ षड्गुणः या ६ विक्रयेण ११० भक्तो लब्धं कालकः का १ लब्धि· गुणं हरं का ११० षड्गुणिताद्राशेरपास्य शेषं या ६ का ११० इदं पञ्चगुणं या ३० का ५५० लब्ध्या का १ युतं जाताः प्रथमस्य पणाः या ३० का ५४९,

एवं क्रयः या १ अष्टगुणितः या ८ विक्रयेण ११० भक्तस्तत्र लब्धिज्ञानाय युक्तिः—

यदि षण्णां कालकस्तदाष्टानां किमिति जातं $\frac{\text{का } ८}{६}$, द्वाभ्यामपवर्तितं जाता

लब्धिः $\frac{\text{का } ४}{३}$,

लब्धिगुणितहरं $\frac{\text{का } ४४०}{३}$ भाज्यादस्मा या ८ त्समच्छेदेन विशोध्य जातं

द्वितीयशेषं $= \frac{\text{या } २४ \text{ का } ४४०}{३}$, इदं पञ्चगुणं$=\frac{\text{या } १२० \text{ का } २२००}{३}$,

लब्ध्या का $\frac{४}{३}$ युतं जाता द्वितीयस्य पणाः$=\frac{\text{या } १२० \text{ का } २१९६}{३}$,

एवं क्रये शतगुणिते या १०० विक्रयेण ११० भक्ते लब्ध्यर्थं युक्तिः—

यदि षण्णां कालकस्तदा शतस्य किमिति जातं $\frac{\text{का } १००}{६}$ द्वाभ्यामपवर्तितं

$\frac{\text{का } ५०}{३}$,

अनया लब्ध्या हरो ११० गुणितो $\frac{\text{का } ५५००}{३}$,

भाज्यादस्मा या १०० त्समच्छेदेन विशोध्य शेषं $\frac{\text{या } ३०० \text{ का } ५५००}{३}$, इदं

पञ्चगुणम्$=\frac{\text{या } १५०० \text{ का } २७५००}{३}$,

लब्ध्या $\frac{\text{का } ५०}{३}$ युतं जातास्तृतीयस्य पणाः$= \frac{\text{या } १५०० \text{ का } २७४५०}{३}$,

एते सर्वे समा इति प्रथमद्वितीययोः समच्छेदीकृतयो श्छेदगमे कृते न्यासः—

{ या ६० का १६४७
{ या १२० का २१९६

अनयोः समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं $=\frac{\text{का } ५४६}{\text{या } ३०}$,

एवं द्वितीयतृतीययोः समहरत्वात्तदपगमे न्यासः—

{ या १२० का २१९६
{ या १५०० का २७४५०

अनयोः समशोधनाल्लब्धं $=\frac{\text{का } २५२५४}{१३८०}$,

षट्चत्वारिंशताऽपवर्तितं जातं यावत्तावन्मानं तदेव $=\frac{\text{का } ५४६}{\text{या } ३०}$,

एवं प्रथमतृतीययोश्छेदगमे न्यासः—

{ या ६ का १६४७
{ या १५०० का २७४५०

अतः या $=\frac{\text{का } २५८०३}{१४१०}$,

सप्तचत्वारिंशताऽपवर्तितं जातं यावत्तावन्मानं तदेव $=\frac{\text{का } ५४६}{\text{या } ३०}$,

अत्र मानं भिन्नं लभ्यत इति कुट्टकः कार्यः। तत्र क्षेपाभावत्वाल्लब्धिगुणौ पूर्णमितौ ०।०

अत्र नीलकवर्णमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहतइत्यादिना जातौ सक्षेपौ

{ नी ५४६ रू० = या
{ नी ३० रू० = का

लब्धिर्यावन्मानं गुणः कालकमानं नीलकवर्णमेकं व्यक्तं प्रकल्प्योत्थापनाज्जातः क्रयः ५४६।

इदं यावत्तावन्मानं कालकमानं तु प्रथमलब्धिमानं ३०,

अथालापो यथा यद्येकपणेन एतानि फलानि ५४६ तदा षष्टि रष्टभिः शतेन किमिति क्रमेण जातानि फलानि ३२६४।४३६२।५४६००।

अथ प्रथमविक्रयकाले दशाधिकशतेन फलेन ११० यद्येकः पणोलभ्यते तदैभिः फलैः ३२६४।४३६२।५४६०० किमिति लब्धाः क्रमेण पणाः २९।३९।४९६ शेषाणि फलानि १०४।१०२।११०।

अथ द्वितीयविक्रयकाले यद्येकफलेन पंचपणा लभ्यन्ते तदा शेषफलैः किमिति जाताः पणाः ५२०।५१०।५५०।

एते पूर्वलब्धपणै २९।३९।४९६ युताः क्रमेण जाता समपणाः ५४९।५४९।५४६

नन्वत्र प्रथमलब्धिरेकोनत्रिंशन्मिता २६ कुट्टककरणेन कालकमानं त्रिंशन्मितमागतं तत्कथं युक्तम् ।

अत्रोच्यते तत्र तावल्लब्धिर्द्विविधा धनशेषा ऋणशेषा चेति

शेषमपि द्विविधं धनमृणं चेति, तत्र हरादल्पेनाङ्केन येन भाज्यो रहितः सन् हरभक्तः शुद्ध्येत् तच्छेषं धनं तत्र या लब्धिः सा धनशेषा ।

एवं हरादल्पेन येनाङ्केन भाज्यो युक्तः सन् हरभक्तः शुद्ध्येत् तच्छेषमृणं तत्र या लब्धिः सा ऋणशेषा ।

यथा भाज्यः २६ हरः १३ अत्र भाज्ये रूपत्रयोने २६ हरभक्ते शेषं० लब्धिरत्र धनशेषा २ शेषा रूपत्रयं च धनशेषसंज्ञं ३ ।

एवं भाज्ये २६ दशयुते ३९ हरभक्ते लब्धं ३ शेषं शून्यं, अत्र लब्धिरृणशेषा ३ दशमितमृणशेषं १०, अत्र हीनयुक्तभाज्ययोः २६।३६ अन्तरं १३ शेष ३।१० योगतुल्यमेव स्यात् तच्च हरतुल्यमेव १३ ।

अन्यथा द्वयोरपिहरभक्तयोः शुद्धिः कथं स्यात् ।

अत्र लब्ध्योश्च २।३ रूपतुल्यमन्तरं स्यात् १ तस्माद् धनशेषा लब्धिः २ सैका सती ऋणशेषा लब्धिः स्यात् ३ ।

एवमृणशेषा लब्धि ३ निरेका सती २ धनशेषा लब्धिः स्यात्, एवं सर्वत्र ।

प्रकृते तु केवलं भाज्यस्य रूपमिते ऋणशेषे सति गुणगुणितभाज्यस्य गुणतुल्यमृणशेषं स्यात् ।

अत्र पूर्वोक्तक्रये ५४६ षड्गुणिते ३२६४ विक्रयेण ११० भक्ते लब्धं २६ धनशेषसञ्ज्ञं शेषं च १०४ धनम् ।

अथवा गुणगुणितराशौ ३२६४ गुण ६ तुल्ययोजनेन ३३०० हर ११० भक्तेन लब्धि ऋणशेषा ३० शेषमृणं ६ ।

केवलभाज्ये ५४६ रूपयुते ५५० हरेण ११० भक्ते शेषं शून्यं० ।

अतो रूपमृणशेषं १, इदं गुण ६ गुणितं ६ गुणगुणितभाज्यस्य ३२६४ ऋणशेषेण ६ तुल्यं जातम् ।

अत्राचार्येण कल्पितक्रये या १ प्रथमगुणेन ६ गुणिते या ६ हरेण ११० भक्ते कालकरूपाया लब्धिर्गृहीता सा तु ऋणशेषा ।

अत्र गुणगुणितभाज्यस्य खण्डद्वयं एकं प्रथमगुणगुणितक्रयतुल्यं द्वितीयं प्रथमगुणतुल्यं, अनयोर्योगे हरभक्ते प्रथमलब्धिः० ऋणशेषसंज्ञका लभ्यते तत्स्वरूपं—

$$\frac{\text{प्रगु० क्र १ प्रगु १}}{\text{६ १}},$$

अत्रेतादृशलब्धिग्रहण एव द्वितीयादिलब्ध्यर्थमनुपातो युक्तः स्यात्तथाहि यदि

प्रथमगुणेन प्रथमलब्धिरियं तदा द्वितीयगुणेन किमिति जातं द्वितीयलब्धिस्वरूपं—

$$\frac{\text{द्विगु० क्ष १ द्विगु१}}{\text{ह १}},$$

अत्र द्वितीयगुणगुणिते क्षये द्वितीयगुणयुते हरभक्ते द्वितीयलब्धिः साऽपि ऋण-शेषैव एवं तृतीयगुणेन तृतीयलब्धिरपि।

यथा ऋणशेषा प्रथमलब्धिः ३० यदि षण्णामियं तदाष्टानां किमिति जाता द्वितीयलब्धिः ४० एवमनुपातेन तृतीयलब्धिश्च ५००,

अत्र क्षये ५४९ गुणकत्रयेण गुणिते हरेण भक्ते या लब्धयो २९।३९।४९९ धन शेषसंज्ञास्ताः सैकाः सत्य ऋणशेषलब्धयो ३०।४०।५०० भवन्ति न ह्यत्र यदि षण्णामियं लब्धि २९ स्तदाष्टानां किमित्यनुपातेन द्वितीयलब्धिरागत ३९ तुल्यां संभ-वति येन धनशेषलब्धिमानं कालकः कल्पनीयः। एवमृणशेषलब्धिकल्पने त्वनुपातो युक्त एवेति दर्शितः।

नन्वत्र यदि ऋणशेषा लब्धिः कल्पिता तदा सा हरगुणिता गुणितक्षयाद्विशोधि-ता धनशेषमिता कथं स्यात् तत्र ऋणशेषलब्धयो निरेकाः कार्याः ताभिरुक्तालाप-वत्क्रिया युक्ता।

तथाहि कल्पितक्षये गुणगुणिते या ६ हरेण ११० भक्ते लब्धं का १ निरेकं कृतं का १ रू १̇ इदं हरगुणितं का ११० रू १̇१̇०̇ गुणगुणितभाज्या या ६ द्विशोध्य शेषं या ६ का १̇१̇०̇ रू ११०, पञ्चगुणं या ३० का ५̇५̇०̇ रू ५५०, लब्ध्या का १ रू १̇ युतं जाताः प्रथमस्य पणाः या ३० का ५̇४̇९̇ रू ५४९।

एवं द्वितीयस्य लब्धिः $\frac{\text{का४}}{\text{३}}$; निरेका $\frac{\text{का४रू३̇}}{\text{३}}$, इयं हरगुणिता $\frac{\text{का४४०रू३̇३̇०̇}}{\text{३}}$,

गुणगुणितभाज्या या ८ द्विशोधिता $\frac{\text{या २४ का ४̇४̇०̇ रू ३३०}}{\text{३}}$, पंचगुणा,

$\frac{\text{या१२०का२̇२̇०̇०̇रू१६५०}}{\text{३}}$, लब्ध्या $\frac{\text{का ४ रू ३̇}}{\text{३}}$ युता $\frac{\text{या१२०का२̇१̇९̇६̇रू१६५७}}{\text{३}}$,

जाता द्वितीयस्य पणाः।

एवं तृतीयस्यापि पणाः साध्याः। अत्र प्रथमद्वितीययोः रूपस्थाने तुल्यरूपाण्ये ५४९ बाधिकानि सन्ति, यतः पूर्वसाधितयोः प्रथमद्वितीयपणयो या ३० का ५̇४̇९̇, $\frac{\text{या १२० का २̇१̇९̇६̇}}{\text{३}}$ रूपाभाव एवास्ति, अतोत्र प्रकृतानीतयोः समशोधनेनापि

यावत्तावन्मानं पूर्वतुल्यमेवागच्छति यथा न्यासः—

$$\left\{\begin{array}{l}\text{या ३० का ५̇४̇९̇ रू ५४९}\\ \dfrac{\text{या १२० का २̇१̇९̇६̇ रू १६४७}}{\text{३}}\end{array}\right.$$

पक्षयोः समच्छेदीकृत्य च्छेदगमे न्यासः—

$$\begin{cases} \text{या } ९० \text{ का } १६४७ \text{ रू } १६४७ \\ \text{या } १२० \text{ का } २१९६ \text{ रू } १६४७ \end{cases}$$

अत्र समशोधने रूपयोस्तुल्यत्वान्नाशे लब्धं यावत्तावन्मानं पूर्वोक्तमेव $\frac{\text{का } ५४६}{\text{या } ३०}$,

एवं द्वितीयतृतीययोः प्रथमतृतीययोश्च साम्यकरणाल्लब्धमिदमेवागच्छति ।

अत्र मत्प्रकारानीतप्रथमद्वितीयतृतीयपणास्तुल्यरूपै ५४६ रूनाः सन्त एवाचार्य साधितप्रथमद्वितीयतृतीयपणाः स्युस्तेऽपिमिथस्तुल्या एव समानां समशोधनात् ।

अत आचार्योक्तक्रिया युक्तियुक्तैवोह्या ।

नन्वत्र लब्धयावत्तावन्माने $\frac{\text{का } ५४६}{\text{या } ३०}$, त्रिभिरपवर्तनसंभवात्कुट्टकार्थमवश्यमपवर्तनीयत्वात् प्रकृते तथा कृते $\frac{\text{का } १८२}{\text{या } १०}$ नोद्दिष्ट सिद्धिः ।

अतोऽनपवर्तनैव कुट्टकाद्राशिज्ञानं कृतं तच्चोक्तमाचार्यैर्गोलप्रश्नाध्याये—

उद्दिष्टं कुट्टके तज्ज्ञैर्ज्ञेयं निरपवर्तनम् ।

व्यभिचारः क्वचित्क्वापि खिलत्वापत्तिरन्यथेति ।

एतेन क्वापि कुट्टके उद्दिष्टं निरपवर्तनं ज्ञेयं नापवर्तनीयमित्यर्थः ।

अन्यथा व्यभिचारःखिलत्वदोषश्चेति प्रकृते आचार्योक्तमार्गस्य समाधानं नवाङ्कुरकारा वदन्ति, परं तत्त्वविवेककारास्तु—

नवांकुरेऽपि बीजोत्थे कुट्टकानपवर्तने ।

सिद्धान्तसम्मतिर्योक्ता सदर्थाज्ञानतोऽस्ति सा ॥

इत्यनेन दोषमेव वदन्ति ।

अथ यथापवर्तादिसंशयो न भवति तथा सयुक्तिकमन्यथा साध्यते—

क्रयः या १ विक्रयः ११० केवलक्रये या १ विक्रयेण हृते ऋणशेषा लब्धिरियं कल्पिता का १ ।

एकगुणक्रयस्य चेदियंलब्धिः तदा षड्गुणितक्रयस्य किमिति जाता प्रथमलब्धिः का ६ ।

एवमष्टगुणितक्रयस्य द्वितीयलब्धिः का ८ ।

तृतीयलब्धिश्च का १०० ।

एता निरेका जाता धनशेषा लब्धयः का ६ रू १ । का ८ रू १ । का १०० रू १ ।

एताः पृथक् पृथक् हर ११० गुणिताः

$$\begin{cases} \text{का } ६६० \text{ रू } ११० \\ \text{का } ८८० \text{ रू } ११० \\ \text{का } ११००० \text{ रू } ११० \end{cases}$$

स्वस्वगुणगुणितक्रया—

{ या ६
{ या ८
{ या १००

द्विशोधिताः जातानि घनशेषाणि—

{ या ६ का ६६० रू ११०
{ या ८ का ८८० रू ११०
{ या १०० का ११००० रू ११०

एतानि पंच ५ गुणानि—

{ या ३० का ३३०० रू ५५०
{ या ४० का ४४०० रू ५५०
{ या ५०० का ५५००० रू ५५०

स्वस्वलब्धिपर्यौः—

{ का ६ रू १
{ का ८ रू १
{ का १०० रू १

युतानि—

{ या ३० का ३२९४ रू ५५०
{ या ४० का ४३९२ रू ५४९
{ या ५०० का ५४९०० रू ५४९

एतानि समानि—

तत्र प्रथमद्वितीययोः साम्यकरणेन लब्धं द्वाभ्यामपवर्तितं वा द्वितीयतृतीययोः साम्यकरणाल्लब्धं द्विनवत्यपवर्तितं तुल्यमेव यावत्तावन्मानम् =

का ५४९ / या ५ ,

अत्र पूर्ववत्कुट्टकेन लब्धं यावत्तावन्मानं ५४९ कालकमानं ५

अथ पूर्वानीतलब्धिषु—

{ का ६ रू १
{ का ८ रू १
{ का १०० रू १

कालकमाने ५ नोत्थापनाद्धनशेषा लब्धयः २९।३९।४९९॥

अथान्यथा साध्यते—

इहाधिकघनाच्छुता १०० देकगुणादेव विक्रयो ११०ऽधिकोऽस्तीति केवलक्रयस्य रूपमेव ऋणशेषं संभवति नान्यत् द्व्यादिके ऋणशेषे गुणाभावादस्माद्धरो न्यूनः स्यादिति शेषोत्थलब्धिसंभवेन व्यभिचारः स्यात् , अतो ज्ञातं व्यक्तमेव केवलक्रयस्य या १ ऋणशेषमिदं रू १ ।

इदं गुणकगुणितं सञ्जातं गुणघ्नभाज्यशेषं ६।८।१०० ।

एतानि हरा ११० द्विशोधितानि जातानि धनशेषाणि १०४।१०२।१० ।

ऋणशेषधनशेषयोर्योगस्य हरतुल्यत्वनियमादेकेनहीनो हरोन्यः स्यादेव ।

अथ धनशेषाणि पंचगुणितानि ५२०।५१०।५० स्वस्वलब्ध्या—

$$\begin{cases} \text{का } ६ \text{ रू } \dot{१} \\ \text{का } ८ \text{ रू } \dot{१} \\ \text{का } १०० \text{ रू } \dot{१} \end{cases}$$

युतानि—

$$\begin{cases} \text{का } ६ \text{ रू } ५१९ \\ \text{का } ८ \text{ रू } ५०९ \\ \text{का } १०० \text{ रू } ४९ \end{cases}$$

एतानि समानीति प्रथमद्वितीययोर्द्वितीयतृतीययोश्च साम्यकरणाल्लब्धं कालकमानम् ५ ।

अनेन लब्धय उत्थापिता जाता लब्धयः २९।३९।४९९ ।

केवलक्रयलब्धिरप्युत्थापिता ऋणशेषा इयमेकोना केवलक्रयस्य धनशेषा लब्धिः ४ केवलक्रयस्य ऋणशेषमिदं १ हरात् ११० शोधितं जातं धनशेषं १०९ ।

अथ लब्धिः ४ हरेण ११० गुणिता ४४० धनशेषेण १०९ युता जातः क्रयः ५४९ ।

एवं स्वबुद्ध्या बहुधा विज्ञेयमिति, अत्रनवांकुरकारगुरुणा विष्णुदैवज्ञेन व्यक्तरीत्या सूत्रं कृतमस्ति तद्यथा—

शेषविक्रयहतेष्टविक्रयः शीतरश्मिरहितो भवेत्क्रयः ।

पुंधनाधिक इहेष्टविक्रयः कल्प्य इत्थमवगम्यधीमतेति ॥

यथा शेषविक्रयेण ५ इ विक्रयो ११० गुणितः ५५० एकोनो जातः क्रयः ५४९ अत्रोपपत्तिस्तु पूर्वदर्शितसमीकरणेन संभवति ।

अथ वान्यथोच्यते—

इष्टालापे कृते क्रये स्वगुणगुणिते विक्रयेणभक्ते लब्धिः शेषश्च तत्र गुणोनविक्रयतुल्यमेव शेषम् गु॰ $\dot{१}$ वि १ ।

अयं शेषविक्रयगुणितः गु॰ शेवि $\dot{१}$ शेवि॰ इवि १

अयं गुणगुणितशेषविक्रयमित्या रूपोनया लब्ध्या गु॰ शेवि १ रू $\dot{१}$ युतस्तत्र प्रथमखण्डयोस्तुल्ययो ऋणधनयोर्नाशे समपद्यमानं शेवि॰ इवि १ रू $\dot{१}$ ।

एतेन शेषविक्रयहतेष्टविक्रयः शीतरश्मिरहितो भवेत् क्रय इत्युपपन्नम् ।

अत्र पूर्वक्रयस्य ५४९ समपद्यमान ५४९ साम्येनावगमात् केवलक्रये ५४९ सैककरणेन ५५० विक्रय ११० भक्तेन ५ लब्धिः ५ शेषविक्रयतुल्यैव इयं गुणकै ६।८।१०० गुणिता ३०।४०।५०० एता रूपोना एव लब्धयः २९।३९।४९९ एताः

शेषविक्रयमित्या ५ गुणा ६।८।१०० गुणितया रूपोनया २६।३९।४९९ तुल्या एव सन्ति।

अथ गुणौ ६।८।१०० रूना इष्टविक्रया ११० एव शेषाणि १०४।१०२।१० भवन्ति।

कथमन्यथा पूर्वक्रयस्य समपणतुल्यत्वं सम्भवते।

अथवा क्रयः या १ स्वगुण ६ गुणितः या ६ इष्टविक्रयेण ११० भक्तो लब्धं का १ इदं हरगुणितं भाज्याद्विशोधितं शेषं या ६ का ११० शेषविक्रयगुणं या ३० का ५५० लब्ध्या का १ युतं या ३० का ५४९ समपणमानमतो यावत्तावत्सममिति न्यासः—

$$\begin{cases} \text{या } ३० \text{ का } ५४९ \\ \text{या } १ \text{ का} ० \end{cases}$$

समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं $= \frac{\text{का } ५४९}{\text{या } २९}$,

अत्र कुट्टकेन यावन्मानं ५४९ कालकमानं च २९ एवमन्यगुणादपि।

तद्यथा राशिः या १ अष्टगुणितः या ८ विक्रयेण ११० भक्तो लब्धं नी १ इदं हरगुणितं नी ११० भाज्या या ८ द्विशोधितं शेषं या ८ नी ११० शेषविक्रय ५ गुणितं या ४० नी ५५० लब्ध्या नी १ युतं या ४० नी ५४९ समपणमानमतो यावत्तावत्सममिति समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं $= \frac{\text{नी } ५४९}{३९}$,

अत्र कुट्टकाज्जातं यावन्मानं ५४९ नीलकमानं च ३९।

अथैवं क्रयः या १ शतगुणितः या १०० विक्रयेण ११० भक्तो लब्धं पी १ इदं हरगुणितं पी ११० भाज्या या १०० द्विशोधितं या १०० पी ११० शेषं पञ्चगुणितं या ५०० पी ५५० लब्ध्या पी १ युतं समपणमानं या ५०० पी ५४९ यावत्तावत्सममिति साम्यकरणाल्लब्धं यावन्मानं $= \frac{\text{पी } ५४९}{४९९}$,

अत्र कुट्टकेन क्षेपाभावत्वाल्लब्धिगुणौ ०।० इष्टाहत इत्यादिना यावन्मानं ५४९। पीतकमानं ४९९।

अत्र सर्वत्र क्रय एक एव ५४९।

कालकनीलकपीतकमानानि लब्धयः २९।३९।४९९।

अत्र शेषविक्रय ५ हतेष्टविक्रयो ५५० रूपोन एव क्रयः सिद्ध्यति ५४९ परन्तु पुरुषधनाधिक एवेष्टविक्रयः ११० कल्प्यः।

यतोऽन्त्यधनं शतं १०० तस्मादधिक एवास्ति ११० तन्यूनत्वे आलापासंभवः, शेषविक्रय ५ पुरुषधन १०० घातस्य ५०० रूपोनस्य ४९९। लब्धित्वेन लब्धाधिकमेव समपणमानं शेषस्य पञ्चगुणितस्य लब्धियुतस्य समपणमानत्वात् ५४९ अत उक्तं पुंधनाधिक इष्टविक्रयः कल्प्य इत्यमपगम्य धीमतेति।

अथात्र षडष्टशतानां घनानां ६।८।१०० द्वाभ्यामपवर्तनसंभवाद्यदिसमपण-मानस्यापि द्व्यपवर्त्तनसम्भवस्तदेष्टविक्रयः पुंधनाल्पोऽपि सम्भवति, तत्रेष्टविक्रयोऽपव-र्तांकगुणितो यथा पुंधनादधिकः स्यात्तथात्रेष्टविक्रयकल्पने उक्तालापः स्यादिति।

यथा विक्रयः कल्पितः ५१ अयमपवर्तनांक २ गुणितः १०२ पुरुषधना १०० दधिकोस्ति तेनेष्टविक्रयः ५१ शेषविक्रय ५ गुणितः २५५ रूपोनः २५४ पूर्वरीत्या जातः क्रयः २५४ अयमपवर्तांक २ भक्तः प्रकृतविक्रये ५१ जातः क्रयः १२७।

आलापो यथा क्रयः १२७ षडष्टशतकैर्गुणितः ७६२।१०१६।१२७०० सर्वत्र विक्रयेण ५१ भक्तो लब्धानि १४।१६।२४६ शेषाणि ४८।४७।१ पञ्चगुणानि २४०।२३५।५ स्वस्वलब्धियुतानि जातानि समपणानि २५४।२५४।२५४।

अत्रेष्टविक्रयस्याज्ञानात्कुट्टकेन तस्य ज्ञानं जायते पञ्चमितो भाज्यः केन गुणकेन गुणितो रूपहीनो द्विभक्तः शुद्धयतीति गुण एव विक्रयः लब्धिः क्रय इति यथा न्यासः— $\frac{\text{भा ५ क्षे १०}}{\text{हा २}}$, वल्ली $\left\{\begin{matrix}२\\२\\१\\०\end{matrix}\right.$

लब्धिगुणौ २।१ वल्लीनां विषमत्वाद्दणक्षेपत्वाच्चाविकृतावेव २।१।

अत्रेष्टं कल्पितं २५ इष्टाहत इत्यादिना लब्धि १२७ गुणौ ५१। तत्र लब्धिः क्रयः १२७ गुणो विक्रयः ५१।

अत्र घनानां ६।८।१०० समपणमानस्य २५४। द्वाभ्यामपवर्तनसंभवादनयोरे-कस्यापवर्तनं कृत्वाऽऽलापः स्यात्।

यथा समपणमानं २५४ द्वाभ्यामपवर्तितं जातः क्रयः १२७।

अथवा घनान्येव द्वाभ्यामपवर्तितानि ३।४।५०।

तत्र क्रयः २५४ अत्राप्यालापः सम्भवति।

अत्र कुट्टकागतक्रयविक्रयसाधने श्रीबापूदेवदैवज्ञकृतपद्यानि यथा—

शेषविक्रयहृद्रूपं भाज्यं शुद्धिं च रूपकम्।
पुंस्वापवर्तनं हारं कृत्वा कल्प्यस्तथा गुणः।
यथा पुंस्वापवर्तघ्नः पुंधनादधिको भवेत्।
गुणः स्याद्विक्रयस्तत्र तथा लब्धिर्भवेत् क्रय इति।

अथान्यो विशेषः—

पुंस्वापवर्तो भाज्यश्च न भवेतां यदा दृढौ।
पुंस्वापवर्तनं रूपं तदा कल्प्यं विजानता।

अत्र रूपपञ्चमांशः शेषविक्रयः कल्पित $\frac{१}{५}$ स्तेन रूपे १ भक्ते पञ्चैव ५ लभ्यन्ते। एवं रूपचतुर्थांशशेषविक्रय $\frac{१}{४}$ स्तदा तेन रूपे भक्ते लब्धं भाज्यः ४ हारः २ क्षेपः १।

अत्र भाज्यहारयोर्द्वाभ्यामपवर्तनसम्भवान्न दृढत्वमस्ति, अपवर्तने कृते क्षेपस्यात्र

नापवर्तनं तेन कुट्टकासम्भवेऽपि रूपं हारं कृत्वा न्यासः— $\frac{\text{भा } ४ \text{ क्षे } १}{\text{हा } १}$,

अत्र क्षेपो हारहृतः फलमिति लब्धि १ गुणौ० ऋणक्षेपत्वात्स्वहारशुद्धौ लब्धि गुणौ ३।१।

अत्र शतमिष्टं १०० प्रकल्प्येष्टाहत इत्यादिना जातौ लब्धिगुणौ ४०३।१०१।

अत्र लब्धिः क्रयः ४०३ गुणो विक्रयः १०१।

अत्रेष्टविक्रयः १०१ शेषविक्रय ४ गुणितः ४०४ रूपोनो जातः क्रयः ४०३। अत्रालापे कृते समपणमानं क्रयतुल्यमेव ४०३।

अनेन षडष्टशतका ६।८।१०० गुणिताः २४१८।३२२४।४०३०० विक्रयेण १०१ भक्ता लब्धयः २३।३१।३९९ शेषाणि ९५।९३।१ चतुर्भिर्गुणितानि ३८०।३७२।४ स्वस्वलब्धियुतानि समपणा जाताः ४०३।४०३।४०३ ॥

एवं स्वबुद्ध्या यथासम्भवं बहुधा ज्ञेयम्।

त्रिस्कन्धसिन्धुपरपारगमैथिलार्य-श्रीशम्भुनाथगणकात्मजनिर्मितेऽस्मिन्।

बीजक्रियाविवरणोपरिपूर्तिमागाच्चानेकवर्णजसमीकरणं विचित्रम्॥

इति श्रीमच्छम्भुनाथदैवज्ञात्मजजीवनाथगणकविरचिते बीजव्याख्यानेऽनेकवर्णसमीकरणं समाप्तमिति॥

विमला—अ, क, ग, ये तीन व्यापारी हैं, जिन के पास में क्रम से ६, ८ और १०० पण धन है। उन्होंने कुछ फल तुल्य भाव से खरीद कर तुल्य ही भाव से बेंच दिये। तथा शेष फल को पाँच २ पण में बेच दिये तो सब के पास में तुल्य पण हो जाते हैं, बताओ क्रय, विक्रय क्या हैं।

उदाहरण—

यहाँ क्रय का मान (या) तुल्य और प्रथम लब्धि (का) तुल्य कल्पना किया, द्वितीय लब्धि के लिये अनुपात किया कि "छै पण में कालक तुल्य लब्धि तो ८ पण में क्या" इस से द्वितीय लब्धि= $\frac{८ \text{ का}}{६}=\frac{४ \text{ का}}{३}$, इसी तरह तृतीय से तृतीय लब्धि= $\frac{१०० \text{ का}}{६}=\frac{५० \text{ का}}{३}$, क्रय को छै (प्रथम के धन) से गुण कर, उस में इष्ट विक्रय (११०) का भाग दिया तो= $\frac{६ \text{ या}}{११०}$, ऐसा हुआ।

यहाँ लब्धि कालक के तुल्य,

∴ शेष=६ या−११० का, इतना आया इस को पाँच से गुणा कर लब्धि (का) जोड़ने से—

'अ' का पण=३० या−५५० का+का=३० या−५४९ का,

इसी तरह क्रय (या) को आठ से गुणा कर उसमें इष्ट विक्रय का भाग देने से-
$\frac{८ या}{११०}$, ऐसा हुआ।

यहाँ लब्धि ($\frac{४ का}{३}$) तुल्य है,

$\therefore$ शेष $= ८ या - \frac{४४० का}{३}$ ।

इस को पांच से गुण कर लब्धि ($\frac{४ का}{३}$) जोड़ने से क का पद्य =

$$५ (८ या - \frac{४४० का}{३}) + \frac{४ का}{३} =$$

$$४० या - \frac{२२०० का}{३} + \frac{४ का}{३} =$$

$$४० या - \frac{२१९६ का}{३} =$$

$$\frac{१२० या - २१९६ का}{३},$$

एवं क्रय (या) को (१००) से गुण कर इष्ट विक्रय (११०) का भाग देने से = $\frac{१०० या}{११०}$, ऐसा हुआ।

यहां लब्धि ($\frac{५० का}{३}$) इतना है,

$\therefore$ शेष $= १०० या - \frac{५५०० का}{३}$,

इस को पांच से गुण कर लब्धि ($\frac{५० का}{३}$) जोड़ने से ग का घन=

$$५ (१०० या - \frac{५५०० का}{३}) + \frac{५० का}{३} =$$

$$५०० या - \frac{२७५०० का}{३} + \frac{५० का}{३} =$$

$$५०० या - \frac{२७४५० का}{३} =$$

$$\frac{१५०० या - २७४५० का}{३} ।$$

सब आपस में तुल्य है, इस लिये प्रथम और द्वितीय का समीकरण-

$३० या - ५४६ का = \frac{१२० या - २१९६ का}{३}$,

∴ ९० या - १६४७ का = १२० या - २१९६ का,

∴ २१९६ का - १६४७ का = १२० या - ९० या,

वा ५४९ का = ३० या,

$∴ या = \frac{५४९ का}{३०}$ ।

द्वितीय और तृतीय का समीकरण—

$\frac{१२० या - २१९६ का}{३} = \frac{१५०० या - २७४५० का}{३}$,

∴ १२० या - २१९६ का = १५०० या - २७४५० का,

∵ २७४५० का - २१९६ का = १५०० या - १२० या,

वा २५२५४ का = १३८० या,

$∴ या = \frac{२५२५४ का}{१३८०} = \frac{५४९ का}{३०}$ ।

प्रथम और तृतीय का समीकरण—

$३० या - ५४९ का = \frac{१५०० या - २७४५० का}{३}$,

∴ ९० या - १६४७ का = १५०० या - २७४५० का,

∴ २७४५० का - १६४७ का = १५०० या - ९० या,

वा २५८०३ का = १४१० या,

$∴ या = \frac{२५८०३ का}{१४१०} = \frac{५४९ का}{३०}$ ।

यहां या के मान अभिन्न करने के लिये कुट्टक किया तो—

$\frac{भा ५४७ क्षे०}{हा ३०}$, ऐसा हुआ ।

अब "क्षेपाभावोऽथवा यत्र क्षेपः शुद्ध्येद्धरोद्धृतः" इत्यादि सूत्र के अनुसार लब्धि (०) और गुण (०) आया । "इष्टाहतस्वस्वहरेण" इत्यादि सूत्र के अनुसार नीलक एक इष्ट मान कर—

यावत्तावत् का मान = ५४९ नी + ०,

कालक का मान = ३० नी + ०,

लब्धि यावत्तावत् का और गुण कालक का मान आया ।

नीलक में रूप एक का उत्थापन देने से—

या = ५४९ नी + ० = ५४९ ।

का = ३० नी + ० = ३०,

आलाप—१ पण में ५४६ फल पाते है, तो ६, आदि पण में क्या—

प्रथम का फल = $\frac{५४६ \times ६}{१}$ = ३२६४।

द्वितीय का फल = $\frac{५४६ \times ८}{१}$ = ४३६२।

तृतीय का फल = $\frac{५४६ \times १००}{१}$ = ५४६००।

प्रथम विक्रय काल में ११० फल का एक पण मिलता है तो ३२६४, ४३६२ और ५४६०० फलों का क्या इस अनुपात से तीनों का अलग २ पण (२९, ३६, ४६६) आया।

तीनों का फल शेष (१०४, १०२, १०) रहे।

द्वितीय विक्रय काल में शेष फलों को पांच २ पण में बेंचा।

अतः अनुपात से तीनों फल शेष का क्रम से पणात्मक मौल्य (५२०, ५१०, ५०)।

प्रथम और द्वितीय विक्रय कालिक पणों का अलग २ योग करने से—

प्रथम का धन = २६ + ५२० = ५४६।

द्वितीय का धन = ३६ + ५१० = ५४६।

तृतीय का धन = ४६६ + ५० = ५४६।

सब समान पण वाले हो गये।

यहां प्रश्न उठता है—

कि प्रथम लब्धि का मान कालक तुल्य माना था, कुट्टक द्वारा उस का व्यक्तात्मक मान (३०) आया। किन्तु आलाप के समय प्रथम लब्धि (२६) ही आती है, ऐसा न होना चाहिए। दोनों समान होनी चाहिए।

इस का समाधान यह है—कि धन शेष और ऋण शेष के भेद से लब्धि और शेष दो तरह के होते हैं।

जहां हर से न्यून अङ्क से घटा हुआ भाज्य हर के भाग देने से शुद्ध होता हो वहां शेष = धनशेष और लब्धि = धनशेष होती है।

जहां हर से न्यून अङ्क से युत भाज्य हर के भाग देने से शुद्ध हो वहां शेष = ऋणशेष, और लब्धि = ऋणशेष कहलाती है।

जैसे भाज्य (२६) और हर (१३) है, हर से न्यून अङ्क (३) को भाज्य में घटा कर (२६), इस में हर १३ का भाग देने से निः शेष होता है और लब्धि दो आती है,

इस लिये दो धनशेष संज्ञक लब्धि और तीन धनशेष संज्ञक शेष हुआ।

इसी तरह भाज्य २६ में हर १३ से न्यून अङ्क (१०) को जोड़ कर हर का भाग देने से निः शेष होता है, और लब्धि तीन आती है।

इस लिये यहां ऋणशेष संज्ञक लब्धि, तीन और ऋणशेष संज्ञक शेष दश हुआ।

यहाँ हीन और युत करने से जो दो भाज्य हुए हैं, उन दोनों (२६, ३६) का अन्तर=(३६ − २६ = १३), शेषों के योग (३ + १० = १३), और हर (१३) के तुल्य है। अन्यथा हर का भाग देने से निःशेष नहीं होता।

दोनों जगह की लब्धियों (२,३) में एक का अन्तर है, अतः घनशेष लब्धि में एक जोड़ने से ऋणशेष लब्धि और ऋणशेष लब्धि में एक घटाने से घन शेष लब्धि होती है। इस तरह सर्वत्र जानना चाहिए।

प्रकृत में केवल भाज्य का रूप तुल्य ऋणशेष होने पर गुणगुणितभाज्य का गुण तुल्य ऋणशेष होता है,

यहाँ पूर्वानीत क्रय को छै से गुण कर (५४९ × ६ = ३२९४), इस में विक्रय (११०) का भाग देने से ($\frac{३२९४}{११०}$) लब्धि घन शेष संज्ञक (२९) आई। और शेष धनशेष संज्ञक (१०४) रहा।

अथवा गुणगुणितक्रय (३२९४) में गुणतुल्य अङ्क (६) जोड़ कर (३३००) हुआ। इस में विक्रय (११०) का भाग देने से ($\frac{३३००}{११०}$) लब्धि (३०) आई। शेष शून्य रहा, इसलिये यहाँ ऋणशेष संज्ञक लब्धि (३०) आई, और ऋण-शेष संज्ञक शेष (६) हुआ।

केवल भाज्य (५४९) में रूप एक जोड़ कर (५५०) हर (११०) का भाग देने से शेष शून्य रहता है।

इसलिये यहाँ का ऋणशेष (१) को गुण (६) से गुणने से (६) हुआ। यह गुणगुणितभाज्य (३२९४) के द्वारा आया हुआ ऋणशेष के तुल्य हुआ।

उक्त उदाहरण में प्रथम गुण से गुणित कल्पित क्रय (६ या) में विक्रय (११०) का भाग देकर जो लब्धि कालक तुल्य कल्पना की गई है, वह ऋणशेष संज्ञक है।

यहाँ गुण से गुणित भाज्य के दो खण्ड कल्पना किया, जिन में गुणगुणित क्रय के तुल्य प्रथम खण्ड, प्रथम गुण तुल्य दूसरा खण्ड,

दोनों खण्डों के योग में हर का भाग देने से ऋणशेष संज्ञक लब्धि = $\frac{\text{प्रगु·क} + \text{प्रगु}}{\text{ह}}$,

यहाँ इस तरह की दूसरी आदि लब्धि जानने के लिये "प्रथम गुण में प्रथम

लब्धि तो द्वितीय गुण में क्या" इस तरह का अनुपात किया तो—

$$\text{द्वितीय ऋणशेष संज्ञक लब्धि} = \frac{\text{द्विगु}\left(\frac{\text{प्रगु·क} + \text{प्रगु}}{\text{ह}}\right)}{\text{प्र·गु}} = \frac{\text{द्विगु·क} + \text{द्विगु}}{\text{ह}} ।$$

$$\text{एवं ऋणशेष संज्ञक तृतीय लब्धि} = \frac{\text{तृगु·क} + \text{तृगु}}{\text{ह}} ।$$

जैसे ऋणशेष संज्ञक प्रथम लब्धि (३०) है, अब "६ की ३० लब्धि तो ८ की क्या" इस अनुपात से—

$$\text{दूसरी लब्धि} = \frac{३० \times ८}{६} = ४०, \text{ आई ।}$$

$$\text{इसी तरह तीसरी लब्धि} = \frac{३० \times १००}{६} = ५०० ।$$

क्रय (५४९) को तीनों गुणक से अलग २ गुण कर हर का भाग देने से (२९, ३९, ४९९) ये धन शेषसंज्ञक लब्धि आती हैं।

इन में एक जोड़ने से (३०, ४०, ५००) ऋणशेष संज्ञक लब्धि आई।

यदि "६ की लब्धि २९ तो ८ की क्या" इस अनुपात से—

$$\text{दूसरी लब्धि} = \frac{२९ \times ८}{६} = \frac{२९ \times ४}{३} = \frac{११६}{३},$$

परन्तु पूर्वागत दूसरी लब्धि (३९) है, इस तरह धनशेष लब्धि का मान कालक मान कर अनुपात से द्वितीय, तृतीय लब्धि नहीं आती, इसलिये ऋणशेष लब्धि कालक मान कर अनुपात से द्वितीय, तृतीय लब्धि लाई गई है।

अब यहाँ पर उठता है, कि अगर ऋणशेष लब्धि कल्पना की है तो हर गुणित उस लब्धि को गुणगुणित क्रय में घटाने से धनशेष संज्ञक कैसे होगी।

इसका उत्तर यह है, कि वहां पर ऋणशेष संज्ञक लब्धि में एक घटाने से धनशेष संज्ञक लब्धि होगी, उस से उक्त प्रश्न के तुल्य क्रिया ठीक होती है।

जैसे कल्पित क्रय (या) को ६ से गुण कर हर का भाग देने से लब्धि (का − १) कल्पना की तो—

शेष = ६ या − ११० (का − १) = ६ या − ११० का + ११०,

इसको पाँच से गुण कर लब्धि जोड़ने से—

५ (६ या − ११० का + ११०) + का − १ =

३० या − ५५० का + ५५० + का − १ =

३० या − ५४९ का + ५४९,

$$\text{इसी तरह पूर्व कल्पित ऋणशेष संज्ञक लब्धि} \left(\frac{४\,\text{का}}{३}\right) - १ = \frac{४\,\text{का} - ३}{३} ।$$

अतः पूर्ववत् द्वितीय शेष = ८ या − ११० $(\frac{४ का − ३}{३})$ =

८ या − $\frac{४४० का − ३३०}{३}$ =

$\frac{२४ या − ४४० का + ३३०}{३}$,

इस को पाँच से गुण कर लब्धि जोड़ने से दूसरे का पण =

५ $(\frac{२४ या − ४४० का + ३३०}{३})$ + $\frac{४ का − ३}{३}$ =

$\frac{१२० या − २२०० का + १६५०}{३}$ + $\frac{४ का − ३}{३}$ =

$\frac{१२० या − २१९६ का + १६४७}{३}$ ।

इसी तरह ऋणशेष संज्ञक पूर्वागत लब्धि $(\frac{५० का}{३})$ में निरेक करने से धनशेष संज्ञक तृतीय लब्धि $(\frac{५० का − ३}{३})$ हुई।

अब पूर्ववत् तृतीय शेष = १०० या − ११० $(\frac{५० का − ३}{३})$ =

१०० या − $(\frac{५५०० का − ३३०}{३})$ =

$\frac{३०० या − ५५०० का + ३३०}{३}$,

इस को पाँच से गुण कर लब्धि जोड़ने से तीसरे का पण—

५ $(\frac{३०० या − ५५०० का + ३३०}{३})$ + $\frac{५० का − ३}{३}$ =

$\frac{१५०० या − २७५०० का + १६५०}{३}$ + $\frac{५० का − ३}{३}$ =

$\frac{१५०० या − २७४५० का + १६४७}{३}$,

अब प्रथम और द्वितीय पण का समीकरण—

३० या − ५४६ का + ५४९ =

$\frac{१२० या − २१९६ का + १६४७}{३}$,

∴ ९० या − १६४७ का + १६४७ =

∴ १२० या − २१६६ का + १६४७,

∴ ६० या − १६४७ का = १२० या − २१६६ का,

∴ २१६६ का − १६४७ का = १२० या − ६० या

∴ ५४९ का = ३० या,

∴ या = ५४६ का / ३० ।

इसी तरह दूसरे और तीसरे के पक्षों का समीकरण—

(१२० या − २१६६ का + १६४७) / ३ = (१५०० या − २७४५० का + १६४७) / ३ ,

∴ १२० या − २१६६ का + १६४७ =
१५०० या − २७४५० का + १६४७,

∴ १२० या − २१६६ का = १५०० या − २७४५० का,

∴ २७४५० का − २१६६ का = १५०० या − १२० या,

वा २५२५४ का = १३८० या,

∴ या = २५२५४ का / १३८० = ५४६ का / ३० ,

इसी तरह प्रथम और तृतीय के पक्षों का समीकरण—

३० या − ५४६ का + ५४६ = (१५०० या − २७४५० का + १६४७) / ३ ,

∴ ६० या − १६४७ का + १६४७ =
१५०० या − २७४५० का + १६४७,

∴ ६० या − १६४७ का = १५०० या − २७४५० का,

∴ २७४५० का − १६४७ का = १५०० य

वा २५८०३ का = १४९० या,

∴ या = २५८०३ का / १४९० = ५४६ का / ३० ।

अब पूर्ववत् राशि का ज्ञान करना चाहिए ।

आचार्योक्त प्रकार से लाये हुए पक्ष और इस प्रकार लाये हुए पक्ष में केवल १४६ रूप का अन्तर होने पर भी या के मान मे अन्तर नहीं होता ।

अब यहां पर अन्तिम शङ्का यह उठती है कि यावत्तावत् का मान (५४६ का / ३०) में "भाज्यो हारः क्षेपकश्चापवर्त्यः" इस सूत्र के अनुसार तीन का अप-

वर्तन देकर $\left(\frac{१८२ \text{ का}}{१०}\right)$ इस पर से कुट्टक करना चाहिए। परन्तु इस तरह करने से उद्दिष्ट सिद्ध नहीं होता।

इस का उत्तर यह है, कि यहां शेष का प्रयोजन है, अपवर्तन देने से अपवर्तित शेष आने के कारण उद्दिष्ट सिद्ध नहीं होता, अतः इस तरह के स्थल में अपवर्तन नहीं देना चाहिये। इस को महाप्रश्नाध्याय में आचार्य ने स्पष्ट कहा है-

उद्दिष्टं कुट्टके'तच्छेषेयं निरपवर्तनम्।
व्यभिचारः क्वचित्क्वापि खिलत्वापत्तिरन्यथा ॥

इस को नवाङ्कुरा टीका में कृष्णदैवज्ञ ने समाधान किया है। किन्तु कमलाकरने—

नवाङ्कुरेऽपि बीजोत्थे कुट्टकाऽनपवर्तने।
सिद्धान्तसम्मतिर्योक्ताऽसदर्थाऽज्ञानतोऽस्ति सा ॥

इस पद्य से "सिद्धान्ततत्त्वविवेक" में खण्डन किया है।

अब शङ्का रहित उदाहरण लिखते है—

यहां क्रय (या) और विक्रय (११०) है। क्रय में विक्रय का भाग देने से $\left(\frac{\text{या}}{११०}\right)$ जो लब्धि आई उस का मान ऋणशेष संज्ञक कालक तुल्य कल्पना किया।

अब "एक गुण क्रय (या) में कालक तुल्य लब्धि पाते हैं तो षड् गुण क्रय (६ या) में क्या" इस अनुपात से ऋणशेष संज्ञक प्रथम लब्धि=६ का,

इसी तरह द्वितीय लब्धि=८ का,

एवं तृतीय लब्धि=१०० का।

इन लब्धियों में एक घटाने से धनशेष संज्ञक—

प्रथमलब्धि=६ का—१,

द्वितीय लब्धि=८ का—१,

तृतीय लब्धि=१०० का—१।

अलग २ हर से गुणने से—

(१) ११० (६ का-१)=६६० का-११०,

(२) ११० (८ का-१)=८८० का-११०,

(३) ११० (१०० का-१)=११००० का-११०,

गुणगुणितक्रय (६ या, ८ या, १०० या) में घटाने से-

१ शेष=६ या—(६६० का - ११०)=
६ या - ६६० का + ११०,

२ शेष=८ या—(८८० का - ११०)=
८ या - ८८० का + ११०।

३ शेष = १०० या − (११००० का − ११०) =
१०० या − ११००० का + ११०,
इन शेषों को अलग २ पांच से गुण कर धनशेष लब्धि जोड़ने से—
प्रथम का पक्ष =
५ (६ या − ६६० का + ११०) + (६ का − १) =
३० या − ३३०० का + ५५० + (६ का − १) =
३० या − ३२९४ का + ५४९ ।
द्वितीय का पक्ष =
५ (८ या − ८८० का + ११०) + (८ का − १) =
४० या − ४४०० का + ५५० + (८ का − १) =
४० या − ४३९२ का + ५४९ ।
तृतीय का पक्ष =
५ (१०० या − ११००० का + ११०) + (१०० का − १) =
५०० या − ५५००० का + ५५० + (१०० का − १) =
५०० या − ५४९०० + ५४९ ।
प्रथम और द्वितीय के पक्ष का समीकरण—
३० या − ३२९४ का + ५४९ =
४० या − ४३९२ का + ५४९,
∴ ३० या − ३२९४ का = ४० या − ४३९२ का,
∴ ४० या − ३० या = ४३९२ का − ३२९४ का,
वा १० या = १०९८ का,

$$\therefore \text{या} = \frac{\text{१०९८ का}}{\text{१०}} = \frac{\text{५४९ का}}{\text{५}},$$

द्वितीय तृतीय का समीकरण—
४० या − ४३९२ का + ५४९ =
५०० या − ५४९०० का + ५४९,
∴ ४० या − ४३९२ का = ५०० या − ५४९०० का,
∴ ५४९०० का − ४३९२ का = ५०० या − ४० या,
वा ५०५०८ का = ४६० या,

$$\therefore \text{या} = \frac{\text{५०५०८ का}}{\text{४६०}} = \frac{\text{५४९ का}}{\text{५}},$$

प्रथम और तृतीय का समीकरण—
३० या − ३२९४ का + ५४९ =
५०० या − ५४९०० का + ५४९,

$\therefore$ ३० या − ३२६४ का = ५०० या − ५४६०० का,

$\therefore$ ५४६०० का − ३२६४ का = ५०० या − ३० या,

वा ५१६०६ का = ४७० या,

$\therefore$ या = $\frac{५१६०६ \text{ का}}{४७०} = \frac{५४६ \text{ का}}{५}$ ।

यहां अभिन्न मान जानने के लिये "क्षेपाभावोऽथवा यत्र" इत्यादि सूत्र के अनुसार कुट्टक करने से गुण, लब्धि दोनों शून्य तुल्य आईं ।

अब नीलक एक इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इस सूत्र के अनुसार—

या = ५४६ नी + ०,

का = ५ नी + ०,

नीलक के मान में एक का उत्थापन देने से—

या = ५४६ नी + ० = ५४६ ।

का = ५ नी + ० = ५ ।

कालक के मान से पूर्वानीत लब्धि में उत्थापन देने से—

प्रथम लब्धि = ६ का − १ = ३० − १ = २९ ।

द्वितीय लब्धि = ८ का − १ = ४० − १ = ३९ ।

तृतीय लब्धि = १०० का − १ = ५०० − १ = ४९९ ।

ये लब्धि आचार्य के प्रकार से आनीत लब्धि के समान ही आईं ।

इस तरह नाना प्रकार से उत्तर हो सकता है ।

अब विशेष ज्ञान के लिये अङ्गरेजी "बीजगणित" से कुछ उदाहरण लिखते हैं ।

(१) हल करो—

५ य − २४ र = १६,

४ य − र = ३१,

दूसरे समीकरण से—

र = ४ य − ३१ ।

इस से पहले समीकरण में उत्थापन देने से—

५ य − २४ र =

५ य − २४ (४ य − ३१) = १६,

$\therefore$ ५ य − ९६ य + ७४४ = १६,

वा − ९१ य = − ७२८,

$\therefore$ य = $\frac{-७२८}{-९१}$ = ८ ।

इस से 'र' के मान में उत्थापन देने से—

र = ४ य − ३१ = ३२ − ३१ = १ ।

इस प्रकार $\text{य} = \text{८}$, और $\text{र} = \text{१}$ ।

(२) हल करो—

$$\frac{\text{३ य} - \text{५ र}}{\text{२}} + \text{३} = \frac{\text{२ य} + \text{र}}{\text{५}},$$

$$\text{८} - \frac{\text{य} - \text{२ र}}{\text{४}} = \frac{\text{य}}{\text{२}} + \frac{\text{र}}{\text{३}} \text{ ।}$$

पहले समीकरण के दोनों पक्षों को १० से गुणने से—

$$\text{५} (\text{३ य} - \text{५ र}) + \text{३०} = \text{२} (\text{२ य} + \text{र}),$$

$$\text{वा } \text{१५ य} - \text{२५ र} + \text{३०} = \text{४ य} + \text{२ र},$$

$$\therefore \text{११ य} = \text{२७ र} - \text{३०} \quad (\text{१})$$

दूसरे समीकरण के दोनों पक्षों को १२ से गुणा करने से—

$$\text{९६} - \text{३} (\text{य} - \text{२ र}) = \text{६ य} + \text{४ र},$$

$$\text{वा } \text{९६} - \text{३ य} + \text{६ र} = \text{६ य} + \text{४ र},$$

$$\therefore \text{२ र} - \text{९ य} + \text{९६} = \text{०} \quad (\text{२})$$

$$(\text{१}) \text{ से } \text{य} = \frac{\text{२७ र} - \text{३०}}{\text{११}} \quad (\text{३})$$

इस से द्वितीय में उत्थापन देने से—

$$\text{२ र} - \frac{\text{९} (\text{२७ र} - \text{३०})}{\text{११}} + \text{९६} = \text{०}$$

$$\therefore \text{२२ र} - \text{९} (\text{२६ र} - \text{३०}) + \text{१०५६} = \text{०},$$

$$\text{वा } \text{२२ र} - \text{२४३ र} + \text{२७०} + \text{१०५६} = \text{०}$$

$$\therefore \text{२२१ र} = \text{१३२६},$$

$$\therefore \text{र} = \frac{\text{१३२६}}{\text{२२१}} = \text{६ ।}$$

इस से (३) समीकरण में उत्थापन देने से—

$$\text{य} = \frac{\text{२७ र} - \text{३०}}{\text{११}} =$$

$$\frac{\text{२७} \times \text{६} - \text{३०}}{\text{११}} = \frac{\text{१३२}}{\text{११}} = \text{१२ ।}$$

इस प्रकार $\text{य} = \text{१२}$, $\text{र} = \text{६}$ ।

अभ्यास के लिये उदाहरण—

(१) $\text{य} + \text{४ र} = \text{१४}$

$\text{७ य} - \text{३ र} = \text{५}$

(२) $\text{५ य} - \text{८ र} = \text{९}$

$\text{१३ य} - \text{७ र} = \text{७९}$

(३) २ य + ३ र = ३२

११ य — ६ र

(४) ९ य — ४ र = ८

१३ य + ७ र = १०१

(५) य + क·र = ख

क·य − ख·र = ग

(६) २ य − $\frac{१}{४}$ (र − ३) = ४

३ र + $\frac{१}{३}$ (य − २) = ९

(७) $\frac{१}{२}$ (य + र) = $\frac{१}{३}$ (२ य + ४)

$\frac{१}{२}$ (य − र) = $\frac{१}{६}$ (य − २४)

(८) $\frac{१}{३}$ (य − र) = $\frac{१}{२}$ (२ य + ४)

$\frac{१}{७}$ (४ य − ५ र) = (य − ७)

(९) $\frac{१}{६}$ (३ य − २ र) − ३ = $\frac{१}{४}$ (२ य − र)

$\frac{१}{२}$ (५ य − ४ र) − ३ = $\frac{१}{३}$ (४ य − ३ र)

(१०) $\frac{१}{६}$ (२ य + ३ र) + $\frac{१}{३}$ य = ८

$\frac{१}{२}$ (७ र − ३ य) − र = ११

दूसरी रीति से उदाहरण का उत्तर—

(१) हल करो

६ य — ५ र = ११,

२ य + ३ र = २७,

पहले समीकरण से—

५ र = ६ य — ११,

$$\therefore र = \frac{६ य — ११}{५} \ldots\ldots (१)$$

दूसरे समीकरण से—

३ र = २७ — २ य,

$$\therefore र = \frac{२७ — २ य}{३} \ldots\ldots (२)$$

∴ (१) और (२) का समीकरण—

$$\frac{६ य — ११}{५} = \frac{२७ — २ य}{३},$$

३ (६ य − ११) = ५ (२७ — २ य),

वा १८ य — ३३ = १३५ − १० य,

∴ २८ य = १६८,

∴ य = ६७

इस से (१) में उत्थापन देने से—

$$र = \frac{६ \times ६ - ११}{५} = ५,$$

इस प्रकार य = ६, र = ५।

(२) हल करो—

$$\frac{७ + य}{५} - \frac{२ य - र}{४} = ३ र - ५$$

$$\frac{५ र - ७}{२} + \frac{४ य - ३}{६} = १८ - ५ य$$

पहले समीकरण के दोनों पक्षों को २० से गुणा करने से

$४ (७ + य) - ५ (२ य - र) = २० (३ र - ५),$

वा $२८ - ६ य + ५ र = ६० र - १००,$

$\therefore ५५ र + ६ य = १२८ ......(१)$

दूसरे समीकरण के दोनों पक्षों को ६ से गुणा करने से—

$३ (५ र - ७) + (४ य - ३) = ६ (१८ - ५ य),$

वा $१५ र + ४ य - २४ = १०८ - ३० य,$

$\therefore १५ र + ३४ य = १३२ ......(२)$

(१) से $र = \frac{१२८ - ६ य}{५५} ......(३)$

(२) से $र = \frac{१३२ - ३४ य}{१५} ......(४)$

(३) और (४) से

$$\frac{१२८ - ६ य}{५५} = \frac{१३२ - ३४ य}{१५},$$

$$वा \frac{६४ - ३ य}{११} = \frac{६६ - १७ य}{३},$$

दोनों पक्षों को ३३ से गुणा करने से—

$$३ (६४ - ३ य) = ११ (६६ - १७ य)$$

$$वा १९२ - ९ य = ७२६ - १८७ य,$$

$$\therefore १७८ य = ५३४,$$

$$\therefore य = ३।$$

इस से (३) में उत्थापन देने से—

$$र = \frac{१२८ - १८}{५५} = \frac{११०}{५५} = २।$$

इस प्रकार य = ३, र = २,

अभ्यास के लिये उदाहरण—

निम्न लिखित समीकरणों को हल करो,

(१) ५ य − ३ र = ६
    ५ र + २ य = १६

(२) ३ र − ४ य = १
    ३ य + ४ र = १८

(३) ३ य − ७ र = ७
    ११ + ५ र = ८७

(४) र (३ + य) = य (७ + र)
    ४ य + ६ = ५ र − १४

(५) ३२ य − २५ र = २८
    १४ य + १५ र = ११६

(६) $\frac{१}{७}$ (३ य + र) = $\frac{१}{५}$ (२ य + र + १)
    ८ − $\frac{१}{५}$ (य − र) = ६

(७) $\frac{१}{२}\frac{१}{९}$ (५ य − ६ र) + ३ य = ४ र − र
    $\frac{१}{६}$ (५ य + ६ र) − $\frac{१}{४}$ (३ य − २ र) = २ र − २

(८) २ य − $\frac{१}{४}$ (र + ३) = ७ + $\frac{१}{५}$ (३ र − २ र)
    ४ र + $\frac{१}{३}$ (य − २) = २६$\frac{१}{२}$ − $\frac{१}{२}$ (२ र + १)

(९) २ य − $\frac{१}{३}$ (२ र − १) = ३$\frac{५}{२४}$ + $\frac{१}{४}$ (३ य − २ र)
    ४ र − $\frac{१}{४}$ (५ − २ य) = ६ − $\frac{१}{५}$ (३ − २ र)

(१०) $६ य - \frac{२ र - य}{२३ - २} = २० - \frac{५२ - १२ य}{२}$

$$३ र + \frac{र + ३}{य - १८} = २० - \frac{५३ - ६ र}{३}$$

तीसरी रीति से उदाहरणों का उत्तर—

(१) हल करो

$$\left.\begin{array}{l} ३ य - ४ र = ५ \\ ५ य + २ र = १७ \end{array}\right\} \text{ को}$$

दूसरे समीकरण को २ से गुणने से—

$$१० य + ४ र = ३४$$

और पहला समीकरण ३ य − ४ र = ५

दोनों का संकलन करने से—

$$१३ य = ३९,$$

$$\therefore य = \frac{३९}{१३} = ३,$$

इस से प्रथम समीकरण में उत्थापन देने से—

$$३ \times ३ - ४\,र = ५,$$

$$\therefore ९ - ५ = ४\,र,$$

$$\therefore र = १ ।$$

इस प्रकार $य = ३$ और $र = १$ ।

(२) हल करो—

$$\left.\begin{array}{l} ५\,य + ९\,र = ८९ \\ २\,य - १७\,र = १५ \end{array}\right\} \text{को}$$

पहले समीकरण को दो से दूसरे को पाँच से गुणा करने से—

$$\left.\begin{array}{l} १०\,य + १८\,र = १७८ \\ १०\,य - ८५\,र = ७५ \end{array}\right\}$$

दोनों का व्यवकलन करने से—

$$१०३\,र = १०३,$$

$$\therefore र = १ ।$$

र के मान से दूसरे समीकरण में उत्थापन देने से—

$$२\,य = १५ + १७ = ३२,$$

$$\therefore य = १६,$$

इस प्रकार $य = १६,\ र = १$ ।

(३) हल करो—

$$\left.\begin{array}{l} २३\,य - २४\,र = २१ \\ २५\,य - १६\,र = ४३ \end{array}\right\}$$

पहले समीकरण को दो से और दूसरे को तीन से गुणा करने से—

$$\left.\begin{array}{l} ४६\,य - ४८\,र = ४२ \\ ७५\,य - ४८\,र = १२९ \end{array}\right\}$$

दोनों का व्यवकलन करने से—

$$२९\,य = ८७,$$

$$\therefore य = ३ ।$$

य के मान से दूसरे समीकरण में उत्थापन देने से—

$$१६\,र = ७५ - ४३ = ३२,$$

$$\therefore र = २,$$

इस प्रकार $य = ३,\ र = २$ ।

(४) हल करो—

$$\frac{य - २}{२} - \frac{य + र}{१४} = \frac{य - र - १}{८} - \frac{र + १२}{४}$$

$$\frac{य+७}{३}+\frac{र-५}{१०}=(१-य)-\frac{५(र+१)}{७}$$

पहले समीकरण से—

$$\frac{७(य-२)-(य+र)}{१४}=\frac{(य-र-१)-२(र+१२)}{८}$$

$$वा\ \frac{६य-र-१४}{७}=\frac{य-३र-२५}{४},$$

$$वा\ २४य-४र-५६=७य-२१र=१७५,$$

$$वा\ १७य+१७र=-११९,$$

$$\therefore\ य+र=-७\ (१)$$

दूसरे समीकरण से—

$$\frac{१०(य+७)+३(र-५)}{३०}=$$

$$\frac{७-७य\ ५(र+१)}{७},$$

$$वा\ \frac{१०य+३र+५५}{३०}=\frac{२-७य-५र}{७},$$

$$वा\ ७०य+२१र+३८५=$$

$$६०-२१०य-१५०र,$$

$$वा\ २८०य+१७१र=-३२५ \cdots\cdots (२)$$

(१) को १७१ से गुणा करने से—

$$१७१य+१७१र=-११९७$$

(२) समीकरण $२८०य+१७१र=-३२५$

दोनों का व्यवकलन करने से—

$$१०९य=८७२,$$

$$\therefore\ य=८।$$

य के मान से (१) में उत्थापन देने से—

$$र=-७-८=-१५।$$

इस प्रकार $य=८।\ र=-१५।$

(५) उदाहरण—

हल करो—

$$\left.\begin{array}{l}\frac{२}{य}+\frac{३}{र}=१\\ \frac{७}{य}+\frac{४}{र}=१\frac{७}{८}\end{array}\right\}\ को$$

पहले समीकरण को चार से और दूसरे को तीन से गुणा करने से—

$$\frac{८}{य} + \frac{१२}{र} = ४, \text{ और } \frac{२१}{य} + \frac{१२}{र} = \frac{४५}{८} ।$$

दोनों का व्यकलन करने से—

$$\frac{१३}{य} = \frac{१३}{८},$$

$$\therefore य = ८ ।$$

य के मान से पहले समीकरण में उत्थापन देने से—

$$\frac{३}{र} = १ - \frac{१}{४} = \frac{३}{४},$$

$$र = ४ ।$$

इस प्रकार य = ८, र = ४ ।

अभ्यास के लिये उदाहरण—

निम्न लिखित समीकरण को हल करो ·

(१) $\left.\begin{array}{l} ७ य - ५ र = ११ \\ ३ य + २ र = १३ \end{array}\right\}$

(२) $\left.\begin{array}{l} १३ य + ६ र = ५८ \\ ५ य - ११ र = ६ \end{array}\right\}$

(३) $\left.\begin{array}{l} ८ य - ६ र = २० \\ ७ य - १० र = ६ \end{array}\right\}$

(४) $\left.\begin{array}{l} १५ य - १४ र = ८ \\ १२ य + ७ र = १८ \end{array}\right\}$

(५) $\left.\begin{array}{l} १२ य + ११ र = ७० \\ ८ य - ७ र = १८ \end{array}\right\}$

(६) $\left.\begin{array}{l} १३ य - १४ र = २२ \\ १७ य - २१ र = १८ \end{array}\right\}$

(७) $\left.\begin{array}{l} २८ य - १५ र = ४१ \\ २१ य + १३ र = ५५ \end{array}\right\}$

(८) $\left.\begin{array}{l} १६ य + २४ र = ३४ \\ २३ य + ३६ र = ६२ \end{array}\right\}$

(९) $\left.\begin{array}{l} ४७ य - ५६ र = १२३ \\ २५ य + ८४ र = २९३ \end{array}\right\}$

(१०) $\left.\begin{array}{l} ५१ य - १६ र = ३ \\ ६८ य + २३ र = १३७ \end{array}\right\}$

(११) $\left.\begin{array}{l} ५२ य - ९ र = ३४ \\ ३९ य + १४ र = ६७ \end{array}\right\}$

(१२) $\left.\begin{array}{l} १२ य + ८५ र = ४९ \\ १९ य - ३४ र = ६१ \end{array}\right\}$

(१३) $\left.\begin{array}{l} ६५ य - १४ र = ९ \\ ६१ य - १५ र = ३१ \end{array}\right\}$

(१४) $\left.\begin{array}{l} १५ य + ४६ र = १७ \\ १३ य + ६९ र = ७३ \end{array}\right\}$

(१५) $\left.\begin{array}{l} १४ य + ८१ र = ५३ \\ १७ य + ११५ र = १०१ \end{array}\right\}$

(१६) $\left.\begin{array}{l} ५ य + ११ र = १४६ \\ ११ य + ५ र = ११० \end{array}\right\}$

(१७) $\left.\begin{array}{l} क_{१} य + ख_{१} र = ग \\ क_{१}^{२} य + ख_{१}^{२} र = ग^{२} \end{array}\right\}$

(१८) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{य + र}{२} + \dfrac{३ य - ५ र}{४} = २ \\ \dfrac{य}{१४} + \dfrac{र}{१८} = १ \end{array}\right\}$

$$(१६)\quad \left.\begin{array}{l} \frac{४ य + ५ र}{४०} = य - र \\ \frac{३ य - र}{३} + २ र = \frac{१}{२} \end{array}\right\}$$

$$(२०)\quad \left.\begin{array}{l} \frac{४ य - ३ र - ७}{५} = \frac{३ य}{१०} - \frac{२ र}{१५} - \frac{५}{६} \\ \frac{र - १}{३} + \frac{य}{२} - \frac{३ र}{२०} = \frac{र - य}{१५} + \frac{य}{६} + \frac{११}{१०} \end{array}\right\}$$

$$(२१)\quad \left.\begin{array}{l} \frac{६ य + ९}{४} + \frac{३ य + ५ र}{४ य - ६} = ३\frac{१}{४} + \frac{३ य + ४}{२} \\ \frac{८ र + ७}{१०} + \frac{६ य - ३ र}{२ र - ८} = ४ + \frac{४ र - ६}{५} \end{array}\right\}$$

$$(२२)\quad \left.\begin{array}{l} \frac{३ य - ५ र}{३} - \frac{२ य - ८ र - ३३}{१२} = \frac{र}{२} + \frac{य}{३} + \frac{१}{४} \\ ३\frac{१}{२}\left(\frac{य}{७} + \frac{र}{४} + १\frac{१}{३}\right) = ३\frac{१}{३}\left(४ य - \frac{र}{८} - २४\right) \end{array}\right\}$$

$$(२३)\quad \left.\begin{array}{l} \frac{४}{य} + \frac{१०}{र} = २ \\ \frac{३}{य} + \frac{२}{र} = \frac{१६}{२०} \end{array}\right\} \qquad (२४)\quad \left.\begin{array}{l} \frac{२}{य} + \frac{३}{र} = २ \\ \frac{५}{य} + \frac{१०}{र} = ५\frac{५}{६} \end{array}\right\}$$

चौथी रीति से उदाहरणों का उत्तर—

(१) उदाहरण—हल करो—

$$\left.\begin{array}{l} ३ य - ५ र + ९ = ० \\ ५ य - ३ र - १ = ० \end{array}\right\} \text{ को}$$

इस में $क_१ = ३,\ ख_१ = -५,\ ग_१ = ९$

$क_२ = ५,\ ख_२ = -३,\ ग_२ = -१$

इसलिये—

$$\frac{य}{(-५)(-१) - (-३)९} = \frac{र}{९ \times ५ - (-१)३} = \frac{१}{३(-३) - ५(-५)},$$

$$\therefore \frac{य}{५ + २७} = \frac{र}{४५ + ३} = \frac{१}{९ + २५}\ ।$$

$$वा\ \frac{य}{३२} = \frac{र}{४८} = \frac{१}{१६}\ ।$$

$\therefore$ य $= \frac{३२}{१६} = २$ । र $= \frac{४८}{१६} = ३$ ।

इस प्रकार य $= २$, र $= ३$ ।

(२) उदाहरण—

हल करो—

$$\left.\begin{aligned} -७\,य + ८\,र &= ६ \cdots\cdots (१) \\ ५\,य - ४\,र &= -३ \cdots\cdots (२) \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} (१)\text{ से } -७\,य + ८\,र - ६ &= ० \\ (२)\text{ से } ५\,य - ४\,र + ३ &= ० \end{aligned}\right\}$$

इस लिये $\frac{य}{८ \times ३ - (-४)(-६)} = \frac{र}{(-६)५ - ३(-७)} = \frac{१}{(-७)(-४) - ५ \times ८}$ ।

वा $\frac{य}{२४ - ३६} = \frac{र}{-४५ + २१} = \frac{१}{२८ - ४०}$ ।

वा $\frac{य}{-१२} = \frac{र}{-२४} = \frac{१}{-१२}$ ।

$\therefore$ य $= \frac{-१२}{-१२} = १$ और र $= \frac{-२४}{-१२} = २$ ।

इस प्रकार य $= १$ । र $= २$ ।

(३) उदाहरण—

हल करो

$$\left.\begin{aligned} (य+७)(र-२)+७ &= (र+३)(य-र)+५ \cdots (१) \\ ५\,य - ११\,र + ३५ &= ० \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (२) \end{aligned}\right\}$$

(१) से यर $+ ७$ र $- ४$ य $- १४ =$ यर $+ ३$ य $-$ र $+ २$ ।

$\therefore$ ६ य $- ८$ र $+ १६ = ०$,

$\therefore$ ३ य $- ४$ र $+ ८ = ०$ ।

पुनः ५ य $- ११$ र $+ ३५ = ०$ ।

इस लिये $\frac{य}{(-४)३५ - (-११)८} = \frac{र}{८ \times ५ - ३५ \times ३} = \frac{१}{३(-११) - ५(-४)}$,

वा $\frac{२}{-१४०+८८}=\frac{र}{४०-१०५}=$

$\frac{१}{-३३+२०}$ ।

वा $\frac{य}{-५२}=\frac{र}{-६५}=\frac{१}{-१३}$ ।

अतः य = ४, और र = ५ ।

(४) उदाहरण—हल करो—

$$\left.\begin{array}{l} २ य - ३ र + ४ ल = ० \cdots\cdots (१) \\ ७ य + २ र - ६ ल = ० \cdots\cdots (२) \\ ४ य + ३ र - ल = ३७ \cdots\cdots (३) \end{array}\right\} को$$

$\frac{य}{(-३)(-६)-२\times४}=$

$\frac{र}{४\times७-(-६)२}=$

$\frac{ल}{२\times२-७(-३)}$

वा $\frac{य}{१०}=\frac{र}{४०}=\frac{ल}{२५}$,

वा $\frac{य}{२}=\frac{र}{८}=\frac{ल}{५}$

अब मान लो कि इन भिन्न में प्रत्येक का मान ठ है जो अभी अज्ञात है।

तो $\frac{य}{२}=\frac{र}{८}=\frac{ल}{५}=ठ$ ।

य = २ ठ, र = ८ ठ, ल = ५ ठ $\cdots\cdots$ (क)

य, र, ल, के मान से (३) में उत्थापन देने से—

ठ (८ + २४ + ५) = ३७,

वा ३७ ठ = ३७,

∴ ठ = १ ।

इस लिये (क) से य = २, र = ८, ल = ५ ।

(५) उदाहरण—हल करो

$$\left.\begin{array}{l} य + ६ र = ५ ल \cdots\cdots (१) \\ ७ य + ल = ६ र \cdots\cdots (२) \\ ५ य + ६ र - ल = २४ \cdots\cdots (३) \end{array}\right\}$$

(१) से य + ६ र − ५ ल = ०
(२) से ७ य − ६ र + ल = ०

$$\text{इस लिये } \frac{\text{य}}{६\times१-(-६)(-५)}=\frac{\text{र}}{(-५)७-१\times३}=\frac{\text{ल}}{१(-६)-७\times६}$$

$$\text{वा } \frac{\text{य}}{६-३०}=\frac{\text{र}}{-३५-२}=\frac{\text{ल}}{-६-४२},$$

$$\text{वा } \frac{\text{य}}{-२४}=\frac{\text{र}}{-३६}=\frac{\text{ल}}{-४८}\ ।$$

$$\therefore \frac{\text{य}}{२}=\frac{\text{र}}{३}=\frac{\text{ल}}{४},$$

इन भिन्नों में प्रत्येक का मान ठ के बराबर मान लो तो

य = २ ठ, र = ३ ठ, ल = ४ ठ ………… (ठ)

य, र, ल, के इन मानों को (१) में उत्थापन देने से—

ठ (१० + १८ − १६) = २४,

वा १२ ठ = २४,

∴ ठ = २ ।

इस लिये (क) से य = ४, र = ६, ल = ८ ।

अभ्यास के लिये उदाहरण—

निम्न लिखित समीकरणों को हल करो

(१) २ य + ३ र − ८ = ० ; ३ य − ४ र + ५ = ०

(२) ३ य − ५ र + ९ = ० ; ५ य + २ र − १६ = ०

(३) ४ य − ५ र + ८ = ० ; २ य − ३ र + ६ = ०

(४) −३ य + २ र + २ = ० ; ५ य − ३ र − ५ = ०

(५) ६ य − ७ र + १२ = ० ; −७ य + ४ र + ११ = ०

(६) ७ य − ८ र = −१४ ; ५ य − ३ र = ९

(७) −६ य + ५ र + २ = ० ; १३ य − ९ र = १९

(८) −७ य + ५ र + ११ = ० ; ८ य − ५ र = १९

(९) ४ य − ११ र + ६ = ० ; ९ य − १३ र = १०

(१०) ८ य − ७ र = १९ ; १० य − ९ र = २३

(११) −१२ य + १७ र + २६ = ० ; ९ य − १३ र = ११

(१२) १४ य − ११ र + १८ = ० ; ११ य − ७ र + १ = ०

(१३) १७ य − ७ र = ५२ ; ३ य = २ र

(१४) ९ य + ५ र = १२४ ; ७ य = ३ र

(१५) १५ य + ७ र = २४६
६ य = ४ र

(१६) ६ य = ८ र
१० य + २३ र − २८७ = ०

(१७) ४ य − ३ र = ०
७ य − ११ र + ६२ = ०

(१८) ४ य − ७ र = ०
१० य − ७ र − १०२ = ०

(१९) १३ य − १२ र + १५ = ०
८ य − ७ र = ०

(२०) ११ य − १० र + ८२ = ०
१४ य − ६ र = ०

(२१) १/३ (य + र) + १/४ (य − र) = ५६
५ य − ३३ र = ०

(२२) (४ य + ५ र)/४० = य − र
(२ य − र)/३ + २ र = २०

(२३) र (३ + य) = य (७ + र)
४ य + ६ = ५ र − १४

(२४) (४ र − ६)/(य + र) = २
(८ य − ५)/(र − ५) = ६

(२५) (य + ५) (र + ७) = (य + १) (र − ६) + ११२
२ य + १० = ३ र + १

(२६) ४ य − ५ र + २ ल = ०
२ य − ७ र + ४ ल = ०
य + र + ल = ६

(२७) ५ य + ६ र + ८ ल = ०
३ य + ४ र + ६ ल = ०
य + ५ र + १६ ल = ३

(२८) २ य − ७ र + ११ ल = ०
६ य − ८ र + ७ ल = ०
३ य + ४ र + ५ ल = ३५

(२९) ७ य + ३ र − ८ ल = ०
५ य − ७ र + ८ ल = ०
३ य + ५ र + ७ ल = ६४

(३०) य − २ र + ल = ०
६ य − ८ र + ३ ल = ०
२ य + ३ र + ५ ल = ३६

(३१) २ (४ य + ९ र) = ७ (२ र + ल)
७ (य + २ र) = ८ (र + ल)
३ य + ४ र + ५ ल = ३८

(३२) ४ (य + २) = ३ (२ ल − र)
५ (य − २ र = ३ (२ र − ३ ल)
६ (य − २) + ७ (र − ३) + ८ (ल − ४) = ६७

पांचवीं रीति से उदाहरणों का उत्तर—

(१) उदाहरण—हल करो—

४ य − ३ र + २ ल = ४० ......(१)
५ य + ६ र − ७ ल = ४७ ......(२)
६ य + ८ र − ३ ल = ६७ ......(३)

(१) को ७ से (२) को २ से गुणा करने से—

२८ य − २१ र + १४ ल = २८०
और १० य + १८ र − १४ ल = ९४

इस लिये जोड़ने से ३८ य − ३ र = ३७४ ......(४)

फिर (१) को ३ से और (३) को २ से गुणा करने से—

१२ य − ९ र + ९ ल = १२०
और १८ य + १६ र − ९ ल = १९४

इस लिये जोड़ने से ३० य + ७ र = ३१४ ......(५)

अब (४) और (५) से—

३८ य − ३ र − ३७४ = ०
और ३० य + ७ र − ३१४ = ० } इस लिये

$$\frac{\text{य}}{\text{३} \times \text{३१४} - \text{७}(-\text{३७४})} = \frac{\text{र}}{(-\text{३७४})\,\text{३०} - (-\text{३१४})\,\text{३८}} = \frac{\text{१}}{\text{३८} \times \text{७} - \text{३०}(-\text{३})},$$

वा $\frac{\text{य}}{\text{९४२} + \text{२६१८}} = \frac{\text{र}}{-\text{११२२०} + \text{११९३२}} = \frac{\text{१}}{\text{२६६} + \text{९०}},$

वा $\frac{\text{य}}{\text{३५६०}} = \frac{\text{र}}{\text{७१२}} = \frac{\text{१}}{\text{३५६}}$ ।

इस लिये य = १० और र = २ ।

य और र के मानों को (१) में उत्थापन देने से—

४० − ६ + २ ल = ४०

∴ ल = ३ ।

इस प्रकार य = १०, र = २, ल = ३ ।

(२) उदाहरण—हल करो

२ य − ४ र + ९ ल = २८ .... (१)
७ य + ३ र − ५ ल = ३ .... (२) } को
९ य + १० र − ११ ल = ४ .... (३)

(१) को ३ से और (२) को ४ से गुणा करने से

६ य − १२ र + २७ ल = ८४
और २८ य + १२ र − २० ल = १२

जोड़ने से—

३४ य + ७ ल = ९६ ....(४)

फिर (२) को १० से और (३) को ३ से गुणा करने से—

७० य + ३० र − ५० ल = ३०
और २७ य + ३० र − ३३ ल = १२

इस लिये घटाने से—

४३ य − १७ ल = १८ .... (५)

अब (४) और (५) से—

३४ य + ७ ल − ९६ = ०
और ४३ य − १७ ल − १८ = ०

अतः $$\frac{\text{य}}{७(-१८)-(-१७)(-९६)} = \frac{\text{ल}}{(-९६)४३-(-१८)३४} = \frac{१}{३४(-१७)-४३\times७} \text{।}$$

वा $$\frac{\text{य}}{-१२६-१६३२} = \frac{\text{ल}}{-४१२८+६१२} = \frac{१}{-५७८-३०१} \text{।}$$

वा $$\frac{\text{य}}{-१७५८} = \frac{\text{ल}}{-३५१६} = \frac{१}{८७९} \text{।}$$

इस लिये

$$\text{य} = \frac{-१७५८}{-८७९} = २,$$

$$\text{और ल} = \frac{-३५१६}{-८७९} = ४ \text{।}$$

अब य और ल के मान से (२) में उत्थापन देने से—

१४ + ३ र − २० = ३,
जिस से ३ र = ९,
∴ र = ३ ।
इस प्रकार य = २, र = ३, ल = ४ ।

(३) उदाहरण—हल करो

१२ य + ९ र − ७ ल = २ .... (१)
८ य − २६ र + ९ ल = १ .... (२)
२३ य + २१ र − १५ ल = ४ .... (३)

(२) को २ से गुणा करने से—

१६ य − ५२ र + १८ ल = २,
और १२ य + ९ र − ७ ल = २ .... (१)

इस लिये अन्तर करने से—

४ य − ६१ र + २५ ल = ० .... (४)

फिर (१) को २ से गुणा करने से—

२४ य + १८ र − १४ ल = ४
और २३ य + २१ र − १५ ल = ४ .... (३)

दोनों का अन्तर करने से—

य — ३ र + ल = ०.................(५)

चूँकि ४ य — ६१ र + २५ ल = ०..............(४)

और य — ३ र + ल = ०....................(५)

तिर्यक् गुणन से—

$$\frac{\text{य}}{-६१+७५} = \frac{\text{र}}{२५-४} = \frac{\text{ल}}{-१२+६१},$$

$$\text{वा } \frac{\text{य}}{१४} = \frac{\text{र}}{२१} = \frac{\text{ल}}{४९},$$

$$\text{वा } \frac{\text{य}}{२} = \frac{\text{र}}{३} = \frac{\text{ल}}{७},$$

यदि इन में प्रत्येक भिन्न = ठ ।

तब य = २ ठ, र = ३ ठ, ल = ७ ठ,

अतः (१) से ठ (२४ + २७ — ४९) = २,

या २ ठ = २, ∴ ठ = १ ।

इस लिये य = २, र = ३, ल = ७ ।

अभ्यास के लिये उदाहरण—

निम्न लिखित समीकरणों को हल करो—

(१) २ य — ३ र + ५ ल = ११
    ५ य   २ र   ७ ल = १२
    — ४ य + ३ र +   ल = ५

(२) ३ य + २ र + ५ ल = ३२
    २ य + ५ र + ३ ल = ३१
    ५ य + ३ र + २ ल = २७

(३) य + र — ल = १
    ८ य + ३ र — ६ ल = १
    ३ य   ४ य —   र = १

(४) २ य + ३ र + ४ ल = २९
    ३ य + २ र + ५ ल = ३२
    ४ य + ३ र + २ ल = २५

(५) २ य + ३ र + ४ ल = १६
    ३ य + २ र — ५ ल = ८
    ५ य — ६ र + ३ ल = ६

(६) ४ य — ३ र + २ ल = ८
    ३ य — ४ र + ५ ल = ६
    — ६ य + ५ र + ७ ल = — १

(७) ८ य — ७ र — ५ ल = — १
    ७ य + ५ र + ६ ल = — १
    १२ य — ८ र — ११ ल = २

(८) य + ५ र — ४ ल = ५
    ३ य — २ र + २ ल = १४
    — १० य + ८ र +   ल = ६

(९) २ य + ४ र + ५ ल = ४
    ३ य + ५ र + ६ ल = ६४
    ४ य + ३ र + ४ ल = ५५

(१०) य + ३ र + ५ ल = १०
    ३ य + ५ र + ७ ल = १४
    ५ य + ७ र + ८ ल = १५

(११) १२ य + ८ र — ११ ल = — ३
    ११ य — १३ र —   ल = २
    ८ य + १७ र — १२ ल = — २

(१२) ५ य — ४ र + ९ ल = १ ९
    ७ य — ६ र — १२ ल = १६
    — ९ य + ८ र + १५ ल = — १३

(१३) $\text{य} - \text{र} - \text{ल} = -\text{१५};\quad \text{र} + \text{य} + \text{२ल} = \text{४०};\quad \text{४ल} - \text{५य} - \text{६र} = -\text{१५०}$

(१४) $\text{२}(\text{य} - \text{र}) = \text{३ल} - \text{२};\quad \text{य} - \text{३ल} = \text{३र} - \text{१};\quad \text{२य} + \text{३ल} = \text{४१} - \text{र}$

(१५) $\text{३य} + \text{२र} - \text{ल} = \text{२०};\quad \text{२य} + \text{३र} + \text{६ल} = \text{७०};\quad \text{य} - \text{र} + \text{६ल} = \text{४१}$

(१६) $\text{४}(\text{र} - \text{य}) = \text{५ल} - \text{२२};\quad \text{३ल} + \text{४य} = \text{६र} + \text{२};\quad \text{ल} - \text{३र} = \text{१४} - \text{१०य}$

(१७) $\text{५य} + \text{२र} + \text{ल} = \text{३०};\quad \frac{\text{१}}{\text{२}}\text{य} + \frac{\text{४}}{\text{५}}\text{र} - \frac{\text{१}}{\text{१०}}\text{ल} = \text{४};\quad \text{२य} + \text{५र} + \text{१०ल} = \text{१२९}$

(१८) $\frac{\text{१}}{\text{२}}\text{य} + \frac{\text{१}}{\text{३}}\text{र} = \text{१२} - \frac{\text{१}}{\text{६}}\text{ल};\quad \frac{\text{१}}{\text{२}}\text{र} + \frac{\text{१}}{\text{३}}\text{ल} - \frac{\text{१}}{\text{६}}\text{य} = \text{८};\quad \frac{\text{१}}{\text{२}}\text{य} + \frac{\text{१}}{\text{२}}\text{ल} = \text{१०}$

(१९) $\frac{\text{१}}{\text{य}} + \frac{\text{५}}{\text{र}} + \frac{\text{४}}{\text{ल}} = \frac{\text{१}}{\text{१२}};\quad \frac{\text{३}}{\text{य}} - \frac{\text{४}}{\text{र}} + \frac{\text{५}}{\text{ल}} = \frac{\text{१९}}{\text{२४}};\quad -\frac{\text{४}}{\text{य}} - \frac{\text{४}}{\text{र}} + \frac{\text{६}}{\text{ल}} = \frac{\text{१}}{\text{२}}$

(२०) $\frac{\text{३}}{\text{य}} + \frac{\text{४}}{\text{५र}} + \frac{\text{१}}{\text{ल}} = \text{७}\frac{\text{३}}{\text{५}};\quad \frac{\text{१}}{\text{३य}} + \frac{\text{१}}{\text{२र}} + \frac{\text{२}}{\text{ल}} = \text{१०}\frac{\text{१}}{\text{६}};\quad \frac{\text{४}}{\text{५य}} - \frac{\text{१}}{\text{२र}} + \frac{\text{४}}{\text{ल}} = \text{१६}\frac{\text{१}}{\text{१०}}$

(२१) $\text{५य} + \text{३र} = \text{६५};\quad \text{२र} - \text{ल} = \text{११};\quad \text{य} + \text{४ल} = \text{५७}$

(२२) $\frac{\text{२}}{\text{य}} + \frac{\text{१}}{\text{र}} = \frac{\text{३}}{\text{२}};\quad \frac{\text{३}}{\text{ल}} - \frac{\text{२}}{\text{र}} = \text{१};\quad \frac{\text{१}}{\text{य}} + \frac{\text{१}}{\text{ल}} = \frac{\text{४}}{\text{३}}$

(२३) $\text{३य} + \text{४र} - \text{११} = \text{०};\quad \text{५र} - \text{६ल} = -\text{८};\quad \text{७ल} - \text{८य} - \text{१३} = \text{०}$

(२४) $\text{३र} + \text{य} - \text{२} = \text{०};\quad \text{३ल} - \text{४र} = \text{य} + \text{१५};\quad \text{२य} + \text{७ल} = \text{७}$

बुधनिवहवरेण्येणाच्युतानन्दनाम्ना विरचित 'विमला' ख्या बीजगा चारुटीका ।
नवगणितसुयुक्त्योद्देशकैः संस्कृताऽयाद्गणितविषयरम्यश्चैकवर्णाङ्गमन्यम् ॥

इति "दरभङ्गा" मण्डलान्तर्गत "जरिसो" ग्रामनिवासि ज्यौतिषाचार्य-साहित्याचार्य पौष्टाचार्यादिपदवीक प्राप्त "रीपन्" स्वर्णपदक "खुर्जा" स्थ श्रीराधाकृष्ण संस्कृतमहाविद्यालयाध्यापक पं० श्री अच्युतानन्द झा शर्मविरचिते 'बीजगणित भाषा-भाष्ये अनेकवर्णसमीकरणं समाप्तम् ।

अथानेकवर्णमध्यमाहरणभेदाः ।

तत्र श्लोकोत्तरार्धादारभ्य सूत्रं सार्धवृत्तत्रयम्—

वर्गाद्यं चेत् तुल्यशुद्धौ कृतायां पक्षस्यैकस्योक्तवद्वर्गमूलम् ।
वर्गप्रकृत्याऽपरपक्षमूलं तयोः समीकारविधिः पुनश्च ॥ १ ॥

वर्गप्रकृत्या विषयो न चेत् स्यात् तदाऽन्यवर्णस्य कृतेः समं तम् ।
कृत्वा परं पक्षमथान्यमानं कृतिप्रकृत्याऽऽद्यमितिस्तथा च ॥ २ ॥
वर्गप्रकृत्या विषयो यथा स्यात् तथा सुधीभिर्बहुधा विचिन्त्यम् ।

बीजं मतिर्विविधवर्णसहायिनी हि
मन्दावबोधविधये विबुधैर्निजाऽऽद्यैः ।
विस्तारिता गणकतामरसांशुमद्भि-
र्या सैव बीजगणिताह्वयतामुपेता ॥ ३ ॥

यत्र पक्षयोः शोधने कृते सति अव्यक्तवर्गादिकमवशेषं भवति तत्र पूर्ववत् पक्षौ तदेष्टेन निहत्येत्यादिना एकस्य पक्षस्य मूलं ग्राह्यम् । अन्यपक्षे यद्यव्यक्तवर्गः सरूपो वर्त्तते तदा तस्य पक्षस्य वर्गप्रकृत्या मूले साध्ये । तत्र वर्णवर्गे योऽङ्कः सा प्रकृतिः । रूपाणि क्षेपः प्रकल्प्यः । एवं यत् कनिष्ठपदं तत् प्रकृतिवर्णमानं यज्ज्येष्ठं तस्य वर्गस्य मूलम् । अतस्तत् पूर्वपक्षमूलेन समं कृत्वा पूर्ववर्णमानं साध्यम् ।

अथ यद्यन्यपक्षे व्यक्तवर्गः साव्यक्तोऽव्यक्तमेव सरूपमरूपं वा वर्त्तते तदा वर्गप्रकृतेर्न विषयः कथं तत्र मूलमित्यत आह । वर्गप्रकृत्या इति । तदाऽन्यवर्णवर्गसमं कृत्वा प्राग्वदेकस्य पक्षस्य मूलं ग्राह्यं तदन्यपक्षस्य वर्गप्रकृत्या मूले साध्ये तत्रापि कनिष्ठं प्रकृतिवर्णमानं ज्येष्ठं तत्पक्षस्य पदमिति पदानां यथोचितं समीकरणं कृत्वा वर्णमनानि साध्यानि ।

अथ यदि द्वितीयपक्षे तथाभूतोऽपि न विषयस्तदा यथा यथा वर्गप्रकृत्या विषयो भवति तथा तथा बुद्धिमद्भिर्बुद्ध्या विधायाव्यक्तमानानि ज्ञातव्यानि । यदि बुद्ध्यैव ज्ञातव्यानि तर्हि बीजेन किमित्याशङ्क्याह । बीजं मतिरिति । हि यस्मात् कारणाद्बुद्धिरेव पारमार्थिकं बीजं वर्णास्तु तत्सहायाः । गणककमलतिग्मरश्मिभिराद्यैराचार्यैर्मन्दावबोधार्थमात्मीया या मतिर्विविधवर्णान् सहायान् कृत्वा विस्तारं नीता सैवेह संप्रति बीजगणितसंज्ञां गता । इदं किल सिद्धान्ते मूलसूत्रं संक्षिप्तमुक्तं बालावबोधार्थं किञ्चिद्विस्तीर्योच्यते ॥

सु०—अथानेकवर्णमध्यमाहरणमाह–तत्र भूयः कार्यः कुट्टकोऽत्रान्त्यवर्णं तेनोत्थाप्योत्थापयेद्व्यस्तमाद्यादिति शालिनीवृत्तार्द्धस्योत्तरार्द्धेन तथोपजातिवृत्तद्वयेन च तत्कर्त्तव्यतामाह—

यत्र पक्षयोः समशोधने कृते सति अव्यक्तवर्गादिकमवशेषं भवति तदैकस्य पक्षस्य वर्गमूलमुक्तवद्ग्राह्यं तत्र पूर्ववत्पक्षाविष्टेन गुणयित्वा किंचित्प्रक्षिप्य विशोध्य वा एकस्य पक्षस्य मूलं ग्राह्यमित्यर्थः ।

अन्यपक्षे यदि तत्राव्यक्तवर्गः सरूपो वर्तते तदा तस्य परपक्षस्य वर्गप्रकृत्या मूलं साध्यं तद्यथा तत्र वर्णवर्गे योंकः सा प्रकृतिः रूपाणि क्षेपः।

अत इष्टं कनिष्ठं प्रकल्प्य ज्येष्ठं साध्यं तत्र कनिष्ठं प्रकृतिवर्णस्य व्यक्तं मानं ज्येष्ठं तु परपक्षमूलं तयोः प्रथमद्वितीयपक्षमूलयोः समीकारविधिः समीकरणविधिः पुनः कार्यः।

यदि वर्गप्रकृत्या विषयश्चेन्न स्यात्तदा तमन्यपक्षमन्यवर्णस्य कृतेः समं कृत्वा कृतिप्रकृत्या अन्यमानं साध्यं तथाद्यमितिश्च साध्या।

एतदुक्तं भवति यद्यन्यपक्षे इष्टाव्यक्तवर्गः साव्यक्तः स्यात् वा अव्यक्तमेव सरूपमरूपं वा वर्त्तते तदा वर्गप्रकृतेर्न विषयः कथं तत्र मूलं संभवतीत्यत आह—

तदा परपक्षमन्यवर्गसमं कृत्वा पूर्ववदेकस्य पक्षस्य मूलं ग्राह्यं तदन्यपक्षस्य वर्गप्रकृत्या मूले साध्ये तत्रापि कनिष्ठं प्रकृतिवर्णमानं ज्येष्ठं तु तत्पक्षस्य मूलमिति पदानां यथोचितं समीकरणं कृत्वा वर्णमानानि साध्यानि।

अथ यदि द्वितीयपक्षे तथा भूतेऽपि वर्गप्रकृतेर्विषयो न स्यात्तदापि यथा यथा वर्गप्रकृत्या विषयो भवति तथा तथा बुद्धिमद्भिर्बुद्ध्या विधायाव्यक्तमानानि ज्ञातव्यानि।

यदि बुद्ध्यैव विचिरयं तर्हि किं बीजेनेत्याशङ्कायां वसन्ततिलकयाऽऽह-बीजं बीजगणितं मतिर्बुद्धिः विविधवर्णसहायिनी विविधवर्णा यावत्तावदादयः सहाया यस्याः सा आद्यैः पूर्वाचार्यैः गणकतामरसांशुमद्भिः गणका एव तामरसानि कमलानि तेषामंशुमन्तः सूर्या इव गणकतामरसांशुमन्तस्तैः निजा आत्मीया बुद्धिः मन्दावबोधविधये मन्दस्यावबोधो ज्ञानं तस्य विधिः संपादनं तदर्थं या विस्तारिता सैव संप्रति बीजगणिताह्वयतामुपेता बीजगणितसंज्ञां प्राप्तेत्यर्थः।

यथा दीपप्रकाशे मृद्भाजनवर्तितैलाद्याः सहाया भवन्ति तथैवात्र बुद्धेर्वर्णानां सहायत्वमित्यर्थः॥

विमला—दोनों पक्षों के समशोधन करने से जहां अव्यक्त वर्ग आदि शेष रहे वहां प्रथम पक्ष का मूल पूर्वोक्त "पक्षौ तदेष्टेन निहत्य किञ्चित्" इत्यादि प्रकार-से और अन्यपक्ष का मूल वर्ग प्रकृति से लेना चाहिए।

इस तरह वर्गप्रकृति लक्षण युक्त होने पर ही अन्य पक्ष का मूल आ सकता है अन्यथा अन्य वर्ग के साथ उस का समीकरण करके वर्ग प्रकृति लक्षणात्मक बना कर मूल ग्रहण करना चाहिए।

यहां पर कनिष्ठ प्रकृतिवर्ण का मान और ज्येष्ठ उस पक्ष का मूल होगा।

अब दोनों पक्षों के मूलों का समीकरण करके अव्यक्त वर्ण का मान सिद्ध करना चाहिए।

अगर पूर्वोक्त युक्ति करने पर भी अन्य पक्ष में वर्ग प्रकृति लक्षण न आवे तो

जिस तरह वर्गप्रकृति का विषय हो सके अपनी बुद्धि से करना चाहिए ।

अब यहाँ पर यह शङ्का होती है कि अगर अपनी बुद्धि से ही जानना है तो बीजगणित बनाने का क्या प्रयोजन ?

इस का उत्तर यह है—

गणक रूपी कमलों के प्रकाश करने वाले सूर्य के समान पूर्व आचार्यों ने मन्द बुद्धियों के ज्ञान के लिये यावत्तावत् आदि वर्णों से विस्तृत बुद्धि ही बीजगणित संज्ञा को पाई है, अर्थात् पूर्वाचार्यों की बुद्धि ही बीजगणित नाम से प्रख्यात की जाती है । तथा यावत्तावत् आदि वर्ण समूह उस के सहकारी होते हैं ।

नवीनोपपत्तिः—

आलापानुसारेण कल्प्येते समौ पक्षौ—

$$य^{2} \pm २\, य \cdot गु + गु^{2} = क^{2} - इ \pm रू,$$

$$\therefore य \pm गु = \sqrt{क^{2}\; इ \pm रू},$$

वर्गप्रकृतिलक्षणसमन्वितपरपक्षमूलं तथैव कर्त्तुं युक्तमतो "वर्गप्रकृत्यापरपक्षमूलं मिति" युक्तयुक्तम् ।

वर्गप्रकृतिलक्षणालक्षितपरपक्षश्चेत्तदाऽन्यवर्णवर्गसमं विधाय वर्गप्रकृतिलक्षणात्मकः परपक्षः कार्यस्ततस्तथैव मूलानयनं कृत्वा मूलयोः साम्यादृव्यक्तं मानं समीकरणयुक्त्या ज्ञेयमित्युपपन्नं सर्वम् ।

सूत्रं वृत्तत्रयम्—

एकस्य पक्षस्य पदे गृहीते द्वितीयपक्षे यदि रूपयुक्तः ।
अव्यक्तवर्गोऽत्र कृतिप्रकृत्या साध्ये तथा ज्येष्ठकनिष्ठमूले ॥ ४ ॥

ज्येष्ठं तयोः प्रथमपक्षपदेन तुल्यं
कृत्वोक्तवत् प्रथमवर्णमितिस्तु साध्या
ह्रस्वं भवेत् प्रकृतिवर्णमितिः सुधीभि-
रेवं कृतिप्रकृतिरत्र नियोजनीया ॥ ५ ॥

सु०—अथ पूर्वोक्तं संक्षिप्तमुपजातिवसन्ततिलकाभ्यां विशदयति—
अस्यार्थो व्याख्यातोऽपि पुनरुदाहरणे स्पष्टीभविष्यतीति
अत्रोपपत्तिरपि तत्रैव ॥

विमला०—दोनो पक्षों का समशोधन करने के बाद जहां अव्यक्त वर्ग आदि शेष रहे, वहां "पक्षौ तदेष्टेन निहत्य किञ्चित्" इस पूर्व कथित सूत्र के अनुसार एक पक्ष का मूल ग्रहण करने से यदि द्वितीय पक्ष में रूप सहित अव्यक्त वर्ग हो तो वर्ग प्रकृति से मूल लेना चाहिये ।

जैसे अव्यक्त वर्ग के अङ्क को प्रकृति और रूप को क्षेप कल्पना कर "इष्टं ह्रस्वं तस्य वर्गः प्रकृत्या" इत्यादि प्रकार से ज्येष्ठ तथा कनिष्ठ ला कर के ज्येष्ठ

को प्रथम पक्ष के मूल के साथ समीकरण कर प्रथम वर्ण का मान लाना चाहिए। यहां जिस पक्ष का पद पहले ग्रहण किया गया है वह प्रथम पक्ष है। और वहां का वर्ण प्रथम वर्ण है। कनिष्ठ प्रकृतिवर्ण का मान है।

नवीनोपपत्तिः—कल्प्येते पक्षौ—

$$य^2 \cdot इ^2 \pm २ य \cdot गु \cdot इ + गु^2 = क^2 \cdot गु' + रू,$$

अत्र प्रथमपक्षमूलान्यानीयान्यपक्षमूलं वर्गप्रकृत्या साधनीयम्। तत्र ज्येष्ठपदं तत्पक्षमूलं कनिष्ठन्तु तत्पक्षीय "क" इत्यस्य मानं स्यादित्युपपन्नम्॥

उदाहरणम्—

को राशिर्द्विगुणो राशिवर्गैः षड्भिः समन्वितः।
मूलदो जायते बीजगणितज्ञ वदाशु तम्॥ १॥

अत्र यावत्तावद्राशिर्द्विगुणो वर्गैः षड्भिः समन्वितः याव ६ या २। एष वर्ग इति इति कालकवर्गेण समीकरणार्थं

न्यासः—याव ६ या २ काव ०।
याव ० या ० काव १।

अत्र समशोधने जातौ पक्षौ याव ६ या २, काव १।

अथैतौ षड्भिः संगुण्य रूपं प्रक्षिप्य प्राग्वत् प्रथमपक्षमूलम् या६रू१।

अथ द्वितीयपक्षस्यास्य काव ६ रू १। वर्गप्रकृत्या मूले क २ ज्ये ५, वा क २० ज्ये ४९। ज्येष्ठं प्रथमपक्षपदेनानेन या ६ रू १ समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानम् $\frac{२}{३}$ वा ८। ह्रस्वं प्रकृतिवर्णस्य कालकस्य मानम् २ वा २०। एवं कनिष्ठज्येष्ठवशाद् बहुधा॥

सु०—अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह—

यो राशिर्द्विगुणः राशिवर्गैः षड्गुणितैर्युक्तः सन् मूलदो भवति स क इति वदेति।

उदाहरणम्—

अत्र राशिः या १ द्विगुणः या २ राशिवर्गेण याव १ षड्गुणितेन याव ६ युतः याव ६ या २।

एष वर्ग इति अतः कालकवर्गेण समीकरणार्थं

न्यासः—

{ याव ६ या २ काव ०
{ याव ० या ० काव १

अत्राद्यं वर्ण शोधयेदन्यपक्षादित्यादिना समशोधने कृते पक्षौ यथास्थितावेव षड्भिः संगुण्य रूपं प्रक्षिप्य न्यासः—

{ याव ३६ या १२ रू १
{ काव ६ रू १

अत्राद्यपक्षस्य कृतिभ्य आदायेत्यादिना मूलं या ६ रू १

परपक्षेऽव्यक्तवर्गः सरूपो काव ६ रू १ वर्तते तेन कालकवर्गाङ्कः प्रकृतिः ६, रूपं क्षेपः १, अत्रेष्टं कनिष्ठं कल्पितं २ तद्वर्गा ४ त्प्रकृति ६ गुणितात् २४ क्षेप १ युता २५ न्मूलं ज्येष्ठं ५।

अथवा कनिष्ठं २० तद्वर्गा ४०० त्प्रकृति ६ गुणात् २४०० क्षेप १ युता २४०१ न्मूलं ज्येष्ठं ४९।

अत्र प्रथमपक्षस्य यदि मूलं या ६ रू १ लभ्यते तदा द्वितीयपक्षोऽपि काव ६ रू १ मूलप्रदः स्यात् कथमन्यथा पक्षयोस्साम्यं संभाव्येत ।

अत्रैको वर्णावर्गः षड्गुणो रूपयुतो वर्गः स्यादिति वर्गप्रकृतेर्विषयस्तत्र कालकमानं व्यक्तं कल्पितं २ इदमेव कनिष्ठं, अत उक्तं ह्रस्वं भवेत्प्रकृतिवर्णमितिरिति।

अत्र ज्येष्ठं द्वितीयपक्षमूलत्वेन पर्यवसन्नं ततोऽस्याद्यपक्षेण समीकरणाय न्यास-

$$\begin{cases} \text{या } ६ \text{ रू } १ \\ \text{या } ० \text{ रू } ५ \end{cases}$$

अथवा न्यासः—

या ६ रू १
या ० रू ४९

अनयोः समशोधनाल्लब्धं $\frac{४}{६}$ द्वाभ्यामपवर्तितं यावत्तावन्मानं $\frac{२}{३}$, अथवा यावत्तावन्मानं ८ कनिष्ठं तु प्रकृतिवर्णस्य कालकस्य मानं २ वा २०।

अथालापः—राशिः $\frac{२}{३}$ द्विगुणः $\frac{४}{३}$ पुनाराशिवर्गः $\frac{४}{९}$ षड्गुणः $\frac{२४}{९}$ अनेन द्विघ्नराशिः $\frac{४}{३}$ समच्छेदेन युतः $\frac{३६}{९}$, अयं मूलदः २।

अथवा राशिः ८ द्विगुणः १६ राशिवर्गेण ६४ षड्गुणेन ३८४ युतो ४०० मूलद एवेति २०॥

विमला०—वह कौन राशि है, जिस को द्विगुणित कर के उसी में षड्गुणित राशि वर्ग जोड़ देते है तो वर्गात्मक होता है।

उदाहरण—

यहाँ राशि = या, कल्पना किया तो आलापानुसार—

६ $\text{या}^२$ + २ या, यह वर्गात्मक है अतः कालक वर्ग के साथ समीकरण किया तो-

$$६\,\text{या}^२ + २\,\text{या} = \text{का}^२,$$

$$\therefore ६\,(६\,\text{या}^२ + २\,\text{या}) + १ = ६\,\text{का}^२ + १,$$

$$\therefore ३६\,\text{या}^२ + १२\,\text{या} + १ = ६\,\text{का}^२ + १ ।$$

$$\therefore ६\,\text{या} + १ = \sqrt{६\,\text{का}^२ + १},$$

द्वितीय पक्ष का मूल वर्ग प्रकृति से लाना है, इस में अव्यक्त वर्ग सरूप है, तो कालक वर्ग के गुणक ६ को प्रकृति रूप एक को क्षेप कल्पना किया।

अब इष्ट २ को कनिष्ठ कल्पना कर उस के वर्ग ४ को प्रकृति से गुणा कर क्षेप एक जोड़ देने से २५ हुआ। इस का मूल लिया तो ५ ज्येष्ठ पद हुआ।

अथवा कनिष्ठ २० के वर्ग ४०० को प्रकृति ६ से गुणा कर २४०० क्षेप जोड़ा तो २४००१ इतना हुआ। इस का मूल ग्रहण किया तो ज्येष्ठ पद ४६ हुआ।

यहाँ कनिष्ठ कालक का मान ज्येष्ठ पद (५ या ४६) प्रथम पक्ष के मूल के समान है, सम्पूर्ण द्वितीय पक्ष का मूल ज्येष्ठ पद है। दोनों पक्षों के वर्ग समान है, अतः मूल भी समान ही होगा। इस लिये—

$$६ \text{ या} + १ = ५, \therefore ६ \text{ या} = ४, \text{ या} = \frac{४}{६} = \frac{२}{३}।$$

$$\text{वा } ६ \text{ या} + १ = ४९, \therefore ६ \text{ या} = ४८, \therefore \text{ या} = \frac{४८}{६} = ८।$$

आलाप०—राशि$=\frac{२}{३}$, आलापानुसार

$$२ \times \frac{२}{३} + ६\left(\frac{२}{३}\right)^२ =$$

$\frac{४}{३} + \frac{२४}{९} = \frac{३६}{९} = ४$, यह वर्गात्मक है, यतः इस का मूल २, आता है।

अथवा०—राशि $= ८$।

$२ \times ८ + ६\,(८)^२ = १६ + ३८४ =$

$४०० = (२०)^२$, यह भी वर्गात्मक सिद्ध हुआ॥

आद्योदाहरणम्—

राशियोगकृतिर्मिश्रा राश्योर्योगघनेन चेत्।
द्विघ्नस्य घनयोगस्य सा तुल्या गणकोच्यताम्॥ २॥

अथ क्रिया यथा न विस्तारमेति तथा बुद्धिमता राशी कल्प्यौ तथा कल्पितौ (या १ का १), (या १ का १)। अनयोर्योगः या २। अस्य कृतिरस्यैव घनेन मिश्रा याघ ८ याव ४। अथ राश्योः पृथग् घनौ। प्रथमस्य याघ १ याव. काभा ३ काव. याभा ३ काघ १। द्वितीयस्य याघ १ याव. काभा ३ काव. याभा ३ काघ १। अनयोर्योगः याघ २ काघ. याभा ६। द्विघ्नः याघ ४ काव. याभा १२ समशोधनार्थं

न्यासः—

याघ ८ याव ४ काव. याभा ० ।
याघ ४ याव ० काव. याभा १२।

समशोधने कृते पक्षौ यावत्तावताऽपवर्त्य रूपं प्रक्षिप्य प्रथमपक्षमूलम् या २ रू १। परपक्षस्यास्य काव १२ रू १। वर्गप्रकृत्या मूले क २ ज्ये ७ वा क २८ ज्ये १७। कनिष्ठं कालकमानम्। ज्येष्ठमस्य या २ रू १

समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानम् ३ वा ४८। स्वस्वमानेनोत्थापने कृते जातौ राशी १, ५ वा २०, ७६ इत्यादि ॥

सु०—अथाद्योदाहरणमनुष्टुभा दर्शयति—

भो गणक तौ राशी कथय तौ कौ ययो राश्योर्योगकृतिर्योगवर्ग इत्यर्थः राश्योर्योगस्य घनेन मिश्रा युक्ता सती राशियोगकृतिः सा द्विघ्नस्य घनयोगस्य तुल्या भवति द्विघ्नस्य राशिघनयोगस्य तुल्याभवतीति।

उदाहरणम्—

अत्र क्रिया यथा विस्तारं नैति तथा बुद्धिमता राशी कल्पितौ या १ का १̊। या १ का १।

अनयोर्योगः या २ अस्य कृतिः याव ४ इयं राशियोग या २ घनेन याघ ८ युता याघ ८ याव ४।

अथ राश्योर्घनौ कार्य्यौ स्थाप्यो घनोन्त्यस्य ततोन्त्यवर्ग आदित्रिनिघ्नस्तत आदिवर्गस्त्र्यन्त्याहतोऽथादिघनश्च सर्वे इत्यादिना यथा राशिःया १ का १̊, अत्रान्त्यस्य घनः याघ १ ततोऽन्त्यवर्गः याव १ आदिना का १̊ निघ्नः यावकाभा १̊ त्रिनिघ्नः यावकाभा ३̊ तत आदि का १̊ वर्गः काव १ अन्त्यगुणः याकाव १ त्रिहतः याकाव ३ आदिघनः काघ १̊ ए क्रमेण न्यासः याघ १ यावकाभा ३̊ या काव ३ काघ १̊।

एवं द्वितीयराशे या १ का १ घनः याव १ यावकाभा ३ याकाव ३ काघ १

अनयोर्योगो धनधनयोर्ऋणऋणयोरथ धनर्णयोरन्तरमित्यादिना जातः याघ २ कावयाभा ६ द्विघ्नोयं याघ ४ कावयाभा १२ पूर्वानीतया याघ ८ याव ४ सम इति समशोधनार्थं न्यासः—

$$\begin{cases} \text{याघ } 8 \text{ याव } 4 \text{ कावयाभा } 0 \\ \text{याघ } 4 \text{ याव } 0 \text{ कावयाभा } 12 \end{cases}$$

समशोधने कृते पक्षौ—

$$\begin{cases} \text{याघ } 4 \text{ याव } 4 \text{ कावयाभा } 0 \\ \text{याघ } 0 \text{ याव } 0 \text{ कावयाभा } 12 \end{cases}$$

एतौ यावत्तावतापवर्त्य रूपं प्रक्षिप्य जातौ—

$$\begin{cases} \text{याव } 4 \text{ या } 4 \text{ काव } 0 \text{ रू } 1 \\ \text{याव } 0 \text{ या } 0 \text{ काव } 12 \text{ रू } 1 \end{cases}$$

अत्र तु कृतिभ्य आदाय पदानीत्यादिना प्रथमपक्षमूलं या २ रू १।

द्वितीयपक्षस्य काव १२ रू १ वर्गप्रकृत्या मूलं ग्राह्यम्।

अत्राव्यक्तवर्गः सरूपोऽस्ति तेन कालकवर्गांकः प्रकृतिः १२ रूपं क्षेप इति

अत्रेष्टं १ कनिष्ठं २ अस्य वर्गो ४ प्रकृति १२ गुणा ४८ तत् क्षेप १ युता ४९ न्मूलं ज्येष्ठं ७ वा इष्टं कनिष्ठं २८ अतो ज्येष्ठं ९७।

अत्र कनिष्ठं कालकमानं ज्येष्ठं द्वितीयपक्षमूलं तस्याद्यपक्षेण समीकरणार्थं न्यासः-

$$\left\{\begin{matrix} \text{या } २ \text{ रू } १ \\ \text{या } ० \text{ रू } ७ \end{matrix}\right. \quad \text{वा} \quad \left\{\begin{matrix} \text{या } २ \text{ रू } १ \\ \text{या } ० \text{ रू } ९७ \end{matrix}\right.$$

अनयोस्समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं ३ वा ४८।

अत्र ह्रस्वं भवेत्प्रकृतिवर्णमितिरित्युक्तत्वात्कालकस्य प्रकृतिवर्णत्वात् कनिष्ठमेव कालकमानम्।

अत्र यावन्माने ३ कालकमानस्य शोधनाद्योजनाच्च जातौ राशी १।५ वा २०।७६।

यतो राशी या १ का $\overset{०}{१}$। या १ का १ पूर्वं कल्पितौ।

अथालापो यथा राशी १।५ अनयोर्योग ६ कृतिः ३६, राशियोग ६ घनेन २१६ युक्ता २५२ इयं राशिघन १।१२५ योगेन १२६ द्विगुणेन २५२ तुल्याऽस्ति।

एवमनयो २०।७६ रपि, तद्यथा यावन्माने ४८ कालकमानस्य २८ शोधनाद्योजनाज्जातौ राशी २०।७६ तत उक्तवदालापः कार्यं इति॥

विमला०—वे दो राशि कौन हैं जिन के योग घन से जोड़ा हुआ योग-वर्ग, द्विगुणित घनयोग के तुल्य होता है।

उदाहरण—यहां पर दो राशि कल्पना किया जिस से क्रिया करने में सुलभ हो।

जैसे प्रथम राशि = या − का,

द्वितीय राशि = या + का,

अब इन दोनों के योगवर्ग (४ या^{२}) में योग घन (८ या^{३}) जोड़ने से-

प्रथम पक्ष = ८ या^{३} + ४ या^{२}, हुआ।

द्वितीय पक्ष सिद्ध करने के लिये प्रथम राशि का घन =

(या − का) (या − का) (या − का) =

{ या (या − का) − का (या − का) } (या − का =

{ (या^{२} − या का − (या का − का^{२}) } (या − का) =

(या^{२} − २ या का + का^{२}) (या − का) =

या (या^{२} − २ याका + का^{२}) − का (या^{२} − २ याका + का^{२}) =

(या^{३} − २ या^{२}का + याका^{२}) − (या^{२} का − २ याका^{२} + का^{३}) =

या^{३} − २ या^{२} का + याका^{२} − या^{२} का + २याका^{२} − का^{३} =

या^{३} − ३ या^{२} का + ३ या का^{२} − का^{३}।

एवं द्वितीय राशि का घन =

या^{३} + ३ या^{२} का + ३ या का^{२} + का^{३},

दोनों घनों का योग—

(या^{३} − ३ या^{२} का + ३ या का^{२} − का^{३}) +

$(\text{या}^3 + ३\ \text{या}^2\ \text{का} + ३\ \text{या}\ \text{का}^2 + \text{का}^6) =$
$२\ \text{या}^3 + ६\ \text{या}\ \text{का}^2$, यही द्विगुणित करने से प्रथम पक्ष के समान होता है।
अतः—

$$८\ \text{या}^3 + ४\ \text{या}^2 = २\ (२\ \text{या}^3 + ६\ \text{या}\ \text{का}^2) =$$
$$\text{वा}\ ८\ \text{या}^3 + ४\ \text{या}^2 = ४\ \text{या}^3 + १२\ \text{या}\ \text{का}^2 =$$
$$\therefore ४\ \text{या}^3 + ४\text{या}^2 = १२\ \text{या}\ \text{का}^2,$$
$$\therefore \frac{४\text{या}^3 + ४\text{या}^2}{\text{या}} = \frac{१२\ \text{या}\ \text{का}^2}{\text{या}},$$
$$\text{वा},\ ४\ \text{या}^2 + ४\ \text{या} = १२\ \text{का}^2,$$
$$\therefore ४\ \text{या}^2 + ४\ \text{या} + १ = १२\ \text{का}^2 + १,$$
$$\therefore \sqrt{४\ \text{या}^2 + ४\ \text{या} + १} = \sqrt{१२\ \text{का}^2 + १},$$
$$\text{वा},\ २\ \text{या} + १ = \sqrt{१२\ \text{का}^2 + १},$$

इस अव्यक्त वर्ग सरूप द्वितीय पक्ष का मूल वर्ग प्रकृति से लेना है।
इस में अव्यक्त वर्गाङ्क १२ को प्रकृति और रूप को क्षेप कल्पना किया।
अब कनिष्ठ २ कल्पना कर इस के वर्ग को प्रकृति से गुणा कर ४८ क्षेप १ जोड़ा तो ४९ हुआ। इस का मूल लिया तो ज्येष्ठ पद सात आया।
अथवा—कनिष्ठ २८ कल्पना कर उक्त रीति से ज्येष्ठ पद = ९७ आया
यहां कनिष्ठ कालक का मान और ज्येष्ठ द्वितीय पक्ष के मूलतुल्य है
अतः समीकरण—

$$२\ \text{या} + १ = ७,$$
$$\therefore २\ \text{या} = ६,$$
$$\therefore \text{या} = \frac{६}{२} = ३\ ।$$
$$\text{अथवा}\ २\ \text{या} + १ = ९७,$$
$$\therefore २\ \text{या} = ९६,$$
$$\therefore \text{या} = \frac{९६}{२} = ४८\ ।$$

उत्थापन देने से—

प्रथम राशि = या − का = ३ − २ = १।
द्वितीय राशि = या + का = ३ + २ = ५।
अथवा प्रथम राशि = या − का = ४८ − २८ = २०।
द्वितीय राशि = ४८ + २८ = ७६।

आलाप०—प्रथम राशि = १, द्वितीय राशि = ५।
अतः $(१ + ५)^2 + (१ + ५)^3 = २\ \{(१)^3 + (५)^3\}$
वा $३६ + २१६ = २\ (१ + १२५)$

वा २५२ = २ + २५० = २५२ ।

इसी तरह द्वितीय प्रकार से आई हुई राशि से भी आलाप समझना चाहिए ॥

अथान्यत् सूत्रं सार्धवृत्तम्—

द्वितीयपक्षे सति सम्भवे तु कृत्याऽपवर्त्यात्र पदे प्रसाध्ये ।
ज्येष्ठं कनिष्ठेन तदा निहन्याच्चेद्वर्गवर्गेण कृतोऽपवर्त्तः ॥ ६ ॥
कनिष्ठवर्गेण तदा निहन्याज्ज्येष्ठं ततः पूर्ववदेव शेषम् ।
स्पष्टार्थम् ।

सु०—अथ द्वितीयपक्षस्य वर्गप्रकृत्या पदं ग्राह्यमित्युक्तं तत्र यदि द्वितीयपक्षे साव्यक्तोऽव्यक्तवर्गवर्गः स्याद्यदिवा साव्यक्तवर्गः स्यात्तदा नात्र वर्गप्रकृतेर्विषयः तत्कथं पदं ग्राह्यमित्याशंकायां सार्द्धोपजातिकयाऽऽह—

संभवे सति द्वितीयपक्षं कृत्यापवर्त्य पदे प्रसाध्ये एवं वर्गवर्गेणापवर्त्य संभवे सति पदे प्रसाध्ये ।

एतदुक्तं भवति द्वितीयपक्षे यदि साव्यक्तवर्गोऽव्यक्तवर्गवर्गो भवति तदा अव्यक्तवर्गेणापवर्ते कृते सरूपोऽव्यक्तवर्गः स्यादिति वर्गप्रकृतेर्विषयः स्यात् एवं द्वितीयपक्षे साव्यक्तवर्गवर्गोऽव्यक्तवर्गघनो यत्रास्ति तत्राव्यक्तवर्गेणापवर्ते कृते सरूपोऽव्यक्तवर्गः स्यादिति वर्गप्रकृतेर्विषयः स्यात् अतः पूर्ववत्पदे प्रसाध्ये एतावानेव विशेषः ।

अव्यक्तवर्गेणापवर्ते कृते सति यज्ज्येष्ठमागतं तत्कनिष्ठेन गुणयेत् ।

अव्यक्तवर्गवर्गेणापवर्तेकृते तु यज्ज्येष्ठमागतं तत्कनिष्ठवर्गेण गुणयेत् ।

कनिष्ठं तूभयत्र यथास्थितमेव एवं त्र्यादिगतवर्गेणापवर्ते कनिष्ठवर्गवर्गादिना गुणनं ज्ञेयं शेषं पूर्ववत् । ज्येष्ठं तयोः प्रथमपक्षपदेन तुल्यमित्यादि ।

अत्रोपपत्तिः—

प्रथमपक्षमूलग्रहणादपरपक्षस्य मूलालाभादयं पक्षो वर्गात्मक एव तस्यान्यवर्गेणापवर्तने कृतेऽपि वर्गत्वमेव वर्गस्य वर्गेण गुणनाद्भजनाद्वा वर्गत्वं तिष्ठत्येवेति नियमात् ।

अत्राव्यक्तवर्गेणापवर्ते यदि सरूपोऽव्यक्तवर्गः स्यात्तर्हि सोपि वर्ग एव तस्य वर्गप्रकृत्या यन्मूलं ज्येष्ठं तदव्यक्तवर्गमानेन कनिष्ठेन गुणनीयं ह्रस्वं भवेत्प्रकृतिवर्गमितिरित्युक्तत्वान्मूलस्य मूलेन गुणनौचित्यादेवं कृते द्वितीयपक्षमूलं सिद्धं अथैवं वर्गवर्गेणापवर्ते कृते यदि सरूपोऽव्यक्तवर्गः स्यात्तदा सोपि वर्ग एव तस्य वर्गप्रकृत्या यन्मूलं तत्कनिष्ठवर्गेण गुणितं द्वितीयपक्षमूलं संभवतीति सुगममेव ॥

विमला०—अगर द्वितीय पक्ष में अव्यक्त वर्ग के साथ अव्यक्तवर्गवर्ग हो या अव्यक्तवर्गवर्ग के साथ अव्यक्तवर्गवर्गवर्ग हो तो अपवर्तन देकर ज्येष्ठ और कनिष्ठ साधन करना चाहिए ।

अर्थात् अव्यक्तवर्ग के साथ अव्यक्तवर्गवर्ग हो तो अव्यक्तवर्ग का और अव्य-

कवर्गवर्ग के साथ अव्यक्तवर्गवर्गवर्ग हो तो अव्यक्तवर्गवर्ग का अपवर्तन देने से रूपसहित अव्यक्तवर्ग शेष रहेगा ।

इस तरह दोनों स्थानों में वर्गप्रकृति का लक्षण आजायगा। तब वर्गप्रकृति में कथित प्रकार से ज्येष्ठ और कनिष्ठ का साधन करना चाहिए ।

किन्तु अव्यक्तवर्ग का अपवर्तन लगा हो तो आनीत ज्येष्ठपद को कनिष्ठ से गुण देने से और अव्यक्तवर्गवर्ग का अपवर्तन लगा हो तो आनीत ज्येष्ठ पद को कनिष्ठवर्ग से गुण देने से वास्तव ज्येष्ठ पद होता है । शेष क्रिया पूर्व के समान करनी चाहिए ।

नवीनोपपत्तिः

आलापानुसारेण पक्षौ—

$$य^2 = क^4 \cdot गु + क^2 \cdot गु',$$
$$\therefore य = \sqrt{क^4 \cdot गु + क^2 \cdot गु'} =$$
$$\sqrt{क^2 (क^2 \cdot गु + गु')} =$$
$$क\sqrt{क^2 \cdot गु + गु'},$$

अत्र वर्गप्रकृतिलक्षणलक्षितद्वितीयपक्षीयमूलचिह्नान्तर्गतखण्डवशादागतं ज्येष्ठपदं तत्खण्डमूलं कनिष्ठं तु 'क' इत्यस्य मानं स्यादतः—

$य = कनिष्ठं \times ज्येष्ठम् = क \cdot ज्ये$ इति स्यादत उपपन्नं ज्येष्ठं कनिष्ठेन तदा निहन्यादित्यन्तम् ।

तथा यदि पक्षौ—

$$य^2 = क^6 \cdot गु + क^4 \cdot गु',$$
$$\therefore य = \sqrt{क^6 \cdot गु + क^4 \cdot गु'} =$$
$$\sqrt{क^4 (क^2 \cdot गु + गु')} =$$
$$क^2\sqrt{क^2 \cdot गु + गु'},$$

अत्रापि मूलचिन्हान्तर्गतखण्डवशात्समागतं ज्येष्ठपदं तत्खण्डमूलं कनिष्ठं 'क' इत्यस्य मानमतः—

$य = कनिष्ठवर्गः \times ज्येष्ठम् = क^2 \cdot ज्ये$ इति स्यादतः कनिष्ठवर्गेण तदा निहन्यादित्यन्तमुपपन्नं सर्वम् ।

उदाहरणम्—

यस्य वर्गकृतिः पञ्चगुणा वर्गशतोनिता ।
मूलदा जायते राशिं गणितज्ञ वदाशु तम् ॥ १ ॥

अत्र राशिः = या १ । अस्य वर्गकृतिः पञ्चगुणा वर्गशतेनोना यावव ५ याव १०० । अयं वर्ग इति कालकवर्गसमं कृत्वा गृहीतं कालकवर्गस्य मूलम् का १ । द्वितीयपक्षस्यास्य यावव ५ याव १०० । याव-

त्तावद्वर्गेणापवर्त्य वर्गप्रकृत्या मूले क १० ज्ये २० वा क १७० ज्ये ३८०। कृत्याऽपवर्त्ते कृते "ज्येष्ठं कनिष्ठेन तदा निहन्यात्" इति जातम् ज्ये २०० वा ज्ये ६४६०० । इदं कालकमानं, कनिष्ठं प्रकृतिवर्णमानं स एव राशिः १० वा १७० ॥

सु०—अथ वर्गेणापवर्ते तावदुदाहरणमनुष्टुभा दर्शयति—

भो गणक तं राशिं वद तं कं यस्य वर्गकृतिः पंचगुणा राशिवर्गशतेनोनिता सती मूलदा जायते ।

अयमर्थः राशिवर्गवर्गः पंचगुणः पुनः शतगुणितेन राशिवर्गेणोनः सन् मूलद-इत्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्र राशिः या१ अस्य वर्गः याव१ अस्य वर्गः यावव१ पंचगुणः यावव ५ अयं राशिवर्गेण याव १ शतगुणेन याव १०० हीनः यावव ५ याव १०० एष वर्ग इत्यतः कालकवर्गेण समीकरणार्थं न्यासः—

यावव ५ याव १०० काव०
यावव० याव ० काव १

संशोधनाद्यथास्थितावेव कालकपक्षे मूलं का १,

द्वितीयपक्षे यावत्तावद्वर्गेणापवर्ते जातं याव ५ रू १००,

अत्र यावद्वर्णांकः ५ प्रकृतिः रूपं क्षेपः १००,

अत्रेष्टं कल्पितं कनिष्ठं १० अस्य वर्गा १०० त्प्रकृति ५ गुणा ५०० त् क्षेप १०० हीना ४०० न्मूलं ज्येष्ठं २० ।

अत्र द्वितीयपक्षस्य यावद्वर्गेणापवर्तनाद्यावत्तावन्मानस्य कनिष्ठतुल्यत्वात्कनिष्ठेन १० ज्येष्ठं गुणितं जातं द्वितीयपक्षमूलं २०० ।

अस्य प्रथमपक्षमूलेन का १ समीकरणाल्लब्धं कालकमानं २०० कनिष्ठं तु प्रकृतिवर्णस्य यावत्तावतो मानं १० अयमेव राशिः ।

अस्य वर्गवर्गः १०००० पंचगुणितः ५०००० राशिवर्गेण शतगुणेन १०००० हीनः ४०००० अयं वर्गः यतोस्य मूलमिदं २०० कालकमानेन तुल्यमेव ।

अथवेष्टं कनिष्ठं १७० अतो ज्येष्ठं ३८० इदं कनिष्ठेन गुणितं ६४६०० द्वितीयपक्षमूलं अस्याद्यपक्षमूलेन समीकरणाल्लब्धं कालकमानं ६४६०० कनिष्ठं यावत्तावन्मानं १७० अयमेव राशिरेवं बहुधा ॥

विमला०—वह कौन राशि है, जिस के पञ्चगुणित वर्ग वर्ग में सौ गुणित राशि वर्ग घटा देने से वर्ग होता है ।

उदाहरण—

राशि कल्पना किया = या ।

इस के पञ्च गुणित वर्ग वर्ग (५ $या^4$) में शत गुणित राशि वर्ग (१०० $या^2$) घटा देने से (५ $या^4$ — १०० $या^2$) वर्ग होता है ।

अतः इस को कालक वर्ग के साथ समीकरण किया तो—

$$(५\,\text{या}^{४} - १००\,\text{या}^{२} = \text{का}^{२},$$
$$\therefore \text{का} = \sqrt{५\,\text{या}^{४} - १००\,\text{या}^{२}} =$$
$$\sqrt{\text{या}^{२}\,(५\,\text{या}^{२} - १००)} =$$
$$\text{या}\sqrt{५\,\text{या}^{२} - १००}\,,$$

अब यावत्तावद्वर्गाङ्क (५) को प्रकृति और १०० को क्षेप मानकर वर्गप्रकृति से ज्येष्ठ तथा कनिष्ठ का साधन करते हैं।

जैसे इष्ट कनिष्ठ (१०) कल्पना किया इस का वर्ग (१००) को प्रकृति (५) से गुणा कर (५००) क्षेप ऋण करने से (५०० — १०० = ४००) हुआ। इस का मूल लिया तो (२०) ज्येष्ठ पद हुआ।

इस को कनिष्ठ से गुणा करने से (२००) दूसरे पक्ष के मूल के बराबर हुआ। अतः का = २०० । कनिष्ठ (१०) यावत्तावत् का मान है, यही राशि है।

अथवा—कनिष्ठ १७० कल्पना करने से ज्येष्ठ पद ३८० आता है। इस को कनिष्ठ से गुणा किया तो (६४६००) इतना हुआ। यह प्रथम पक्ष के मूल (का) के बराबर हुआ।

कनिष्ठ (१७०) यावत्तावत् का मान हुआ। यही राशि है।

$$\text{आलाप—राशि} = १०,$$
$$५\,(१०)^{४} - १००\,(१०)^{२} =$$
$$५ \times १०००० - १०००० =$$
$$५०००० - १०००० = ४००००,$$

यह वर्गात्मक है, यतः इस का मूल (२००) यह है। यही कालक के समान सिद्ध हुआ था। इसी तरह दूसरा आलाप भी समझना चाहिए॥

उदाहरणम्—

> कयोः स्यादन्तरे वर्गौ वर्गयोगो ययोर्घनः।
> तौ राशी कथयाभिन्नौ बहुधा बीजवित्तम ॥ २ ॥

अथ राशी या १, का १ । अनयोन्तरं या १̇ का १ नीलकवर्गसमं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानम् का १ नीव १̇ । अनेन यावत्तावदुत्थाप्य जातौ राशी का १ नीव १̇, का १ । अनयोर्वर्गयोगः काव २ नीव.काभा २̇ नीवव १ । एष घन इति नीलकवर्गघनसमं कृत्वा शोधने कृते जातं प्रथमपक्षे नीवघ १ नीवव १̇ । द्वितीयपक्षे काव २ नीव.काभा २̇ । पक्षौ द्वाभ्यां संगुण्य नीलकवर्गवर्गं प्रक्षिप्य द्वितीयपक्षस्य मूलम् का २ नीव १̇ । प्रथमपक्षम् = नीवघ २ नीवव १̇ नीलकवर्गवर्गेणापवर्त्य जातम् नीव २ रू १̇ । अत्र वर्गप्रकृत्या मूले क ५ ज्ये ७ । वा क २९

ज्ये ४१ । 'चेद्वर्गवर्गेण कृतोऽपवर्त्तः कनिष्ठवर्गेण तदा निहन्याज्ज्येष्ठम्'' इति जातं ज्येष्ठम् १७५ वा ज्ये ३४४८१ । कनिष्ठं नीलकमानं तेनोत्थापितं प्राङ्मूलं जातम् का २ रू २५ वा का २ रू ८४१ । इदं ज्येष्ठमूलसमं कृत्वा लब्धं कालकमानम् १०० वा १७६६१ । स्वस्वमानेनोत्थाप्य जातौ राशी ७५, १०० वा १६८२०, १७६६१ इत्यादि ॥

सु०—भो बीजज्ञ तौ राशी अभिन्नौ छेदरहितौ कथय ययो राश्योरन्तरं कस्यचिदेकस्य वर्गः स्यात् ययोर्वर्गयोगः कस्यचिद्घनः स्यादिति ।

उदाहरणम्—

अत्र कल्पितौ राशी या १, का १ ।

अनयोरन्तरं या १̇ का १ एष वर्ग इति नीलकवर्गेण समीकरणार्थं न्यासः—

{ या १̇ का १ नीव०
{ या० का० नीव १

आद्यं वर्णं शोधयेदित्यादिना लब्धं यावत्तावन्मानं का १ नीव १̇,

अनेन राश्यो या १ का १ रुत्थापनं यथा तत्र यावत्तावन्मानमेव जातः प्रथमराशिः का १ नीव १̇, द्वितीयराशिस्तु यथास्थित एव का १ ।

अथानयोर्वर्गयोगः काव २ नीवकाभा २̇ नीवव १,

एष घन इति नीलकवर्गघनसमं कृत्वा न्यासः—

{ काव २ नीवकाभा २̇ नीवव १ नीवघ ०
{ काव० नीवकाभा० नीवव० नीवघ १

समशोधनात्पक्षौ—

{ काव २ नीवकाभा २̇
{ नीवव १̇ नीवघ १

एतौ द्वाभ्यां संगुण्य नीलकवर्गवर्गं प्रक्षिप्य न्यासः—

{ काव ४ नीवकाभा ४̇ नीवव १
{ नीवव १̇ नीवघ २

प्रथमपक्षमूलं का २ नीव १̇ द्वितीयपक्षे नीवघ २ नवव १̇ नीलकवर्गवर्गेणापवर्तिते जातं नीव २ रू १̇ ।

अत्र नीलकवर्गाकः प्रकृतिः २ रूपं क्षेपः १̇ इष्टं कनिष्ठं ५ तद्वर्गो २५ प्रकृति २ गुणा ५० देकोना ४९ न्मूलं ज्येष्ठं ७ ।

अत्र द्वितीयपक्षस्य वर्गवर्गेणापवर्तनाज्ज्येष्ठं ७ कनिष्ठवर्गेण २५ गुणितं जातं द्वितीयपक्षमूलं १७५ ।

अत्राद्यपक्षमूलं का २ नीव १̇ रिदं तत्र कनिष्ठं प्रकृतिवर्णस्य नीलकस्य मान ५ मनेनाद्यपक्षमूलद्वितीयखण्डमुत्थापितं तत्र वर्गे ऋणत्वादस्य वर्गं ऋणत्वादृणगतोजातः २५ एवमाद्यपक्षमूलमिदं का २ रू २५̇ ।

द्वितीयपक्षमूलेन १७५ सममिति साम्यकरणाल्लब्धं कालकमानं १००,

अत्र पूर्वराशी का १ नीव १ । का १ उत्थाप्यौ तत्र कालकमानं १०० नीलकवर्गेण कनिष्ठवर्गतुल्येन २५ हीनं प्रथमो राशिः ७५ इदमेव यावन्मानं कालकमानं द्वितीय राशिः १०० ।

अथवा कनिष्ठमिष्टं २९ अतो ज्येष्ठं ४१ इदं कनिष्ठवर्गेण ८४१ गुणितं द्वितीयपक्षमूलं ३४४८१ अस्याद्यपक्षमूलेन का २ नीव १ साम्यं तत्रास्य रूपस्थाने प्रकृतिवर्णमानस्य कनिष्ठस्य २९ वर्गं रू ८४१ लिखित्वा न्यासः—

$$\begin{cases} \text{का } 2 \text{ रू } 841 \\ \text{का } 0 \text{ रू } 34481 \end{cases}$$

शोधनाल्लब्धं कालकमानं १७६६१ ।

अयं द्वितीयराशिः अयं नीलकवर्गेण कनिष्ठवर्गतुल्येन ८४१ हीनो जातः प्रथमराशिः १६८२० एवं बहुधा ॥

विमला०—कौन दो वे राशि हैं, जिन का अन्तर वर्ग और वर्गयोग घन होता है ।

उदाहरण०—या, का ये दो राशि कल्पना किया ।

इन का अन्तर वर्ग है, अतः नीलक वर्ग के साथ समीकरण के लिये न्यास—

$\text{का} - \text{या} = \text{नी}^2$, $\text{या} = \text{का} - \text{नी}^2$

इस यावत्तावत् के मान से उत्थापन देने से ।

प्रथम राशि $= \text{का} - \text{नी}^2$, द्वितीय राशि $= \text{का}$ ।

अब इन दोनों राशियों का वर्गयोग घन है, इसलिये नीलकवर्ग घन के साथ समीकरण किया तो—

$(\text{का} - \text{नी}^2)^2 + \text{का}^2 = \text{नी}^6$,

वा $\text{का}^2 - 2\ \text{का नी}^2 + \text{नी}^4 + \text{का}^2 = \text{नी}^6$,

वा $2\text{का}^2 - 2\ \text{का नी}^2 + \text{नी}^4 = \text{नी}^6$,

$\therefore 2\ \text{का}^2 - 2\ \text{का नी}^2 = \text{नी}^6 - \text{नी}^4$,

$\therefore 2\ (2\ \text{का}^2 - 2\ \text{का नी}^2) + \text{नी}^4 = 2\ (\text{नी}^6 - \text{नी}^4) + \text{नी}^4$,

वा $4\ \text{का}^2 - 4\ \text{का नी}^2 + \text{नी}^4 = 2\ \text{नी}^6 - 2\ \text{नी}^4 + \text{नी}^4$,

वा $4\ \text{का}^2 - 4\ \text{का नी}^2 + \text{नी}^4 = 2\ \text{नी}^6 - \text{नी}^4$,

$\because 2\ \text{का} - \text{नी}^2 = \sqrt{2\ \text{नी}^6 - \text{नी}^4} =$

द्वितीय पक्ष में नीलक वर्गवर्ग का अपवर्तन देने से ($2\ \text{नी}^2 - 1$) ऐसा हुआ ।

यहाँ नीलकवर्गाङ्क दो को प्रकृति और ऋण रूप क्षेप कल्पना किया ।

अब कनिष्ठ (५) माना, इस के वर्ग (२५) को प्रकृति (२) से गुणा कर क्षेप ऋण किया तो ४९ हुआ । इस का मूल (७) ज्येष्ठ पद हुआ ।

यहाँ नीलक वर्गवर्ग से अपवर्तन देने के कारण कनिष्ठ वर्ग (२५) से ज्येष्ठ

को गुणा किया तो (७ × २५ = १७५) हुआ, यही आद्य पक्ष के मूल तुल्य है। कनिष्ठ नीलक का मान है।

उत्थापन देने से प्रथम पद = २ का − नी² = २ का − २५,

यह द्वितीय पद के तुल्य है,

अतः समीकरण—

२ का − २५ = १७५,

∴ २ का = १७५ + २५ = २००,

$$का = \frac{२००}{२} = १००,$$

अब उत्थापन देने से—

प्रथम राशि = का − नी² = १०० − २५ = ७५।

द्वितीय राशि = का = १००।

अथवा—कनिष्ठ (२९) कल्पना करने से ज्येष्ठ पद (४१) आता है इस को कनिष्ठ वर्ग (८४१) से गुण देने से (३४४८१) हुआ, यह द्वितीय पक्ष के मूल (२ का − नी²) के बराबर है। कनिष्ठ नीलक के बराबर है, इस से उत्थापन देने से—

प्रथम पद = २ का − नी² = २ का − (२९)² = २ का − ८४१, यह द्वितीय पक्ष के मूल तुल्य है।

अतः समीकरण—

२ का − ८४१ = ३४४८१,

∴ २ का = ३४३८१ + ८४१ = ३५३२२,

$$∴ का = \frac{३५३२२}{२} = १७६६१।$$

यह दूसरी राशि है, इस में नीलक वर्ग के समान संख्या घटा देने से—

प्रथम राशि = १७६६१ − ८४१ = १६८२०,

दूसरी राशि = १७६६१।

आलाप०—प्रथम राशि = ७५, द्वितीय राशि = १००।

राशियों का अन्तर १०० − ७५ = २५ = (५)², वर्गात्मक सिद्ध हुआ।

वर्गयोग = (१००)² + (७५)² = १०००० + ५६२५ = १५६२५ = (२५)³, घनात्मक सिद्ध हुआ।

इसी तरह द्वितीय आलाप भी करना चाहिए॥

अन्यत् सूत्रं सार्धवृत्तम्—

साव्यक्तरूपो यदि वर्णवर्गस्तदाऽन्यवर्णस्य कृतेः समं तम् ॥७॥

कृत्वा पदं तस्य तदन्यपक्षे वर्गप्रकृत्योक्तवदेव मूले।

कनिष्ठमाद्येन पदेन तुल्यं ज्येष्ठं द्वितीयेन समं विदध्यात् ॥८॥

अत्र प्रथमपक्षमूले गृहीते सत्यन्यपक्षे साव्यक्ताऽव्यक्तकृतिः सरूपाऽरूपा वा भवति तत्राद्यपक्षस्यान्यवर्णवर्गसमीकरणं कृत्वा मूले। तयोः कनिष्ठमाद्यस्य पदेन ज्येष्ठं द्वितीयपक्षपदेन च समं कृत्वा वर्णमाने साध्ये ।

सु०—अथ यत्रैकस्य पक्षस्य पदे गृहीते सति द्वितीयपक्षे साव्यक्तोऽव्यक्तवर्गः सरूपो वा ऽसौ भवति तदासौ पक्षः वर्गप्रकृतेर्न विषयः अतस्तत्रोपायार्थं सार्धोपजातिकारूपं सूत्रमाह—

अथ यदि द्वितीयपक्षे वर्णवर्गः साव्यक्तः सरूपश्चेत्तदा तमन्यवर्णस्य कृतेः समं कृत्वा तस्य पदं ग्राह्यं तत्र प्रथमपक्षस्येत्यर्थः तदन्यपक्षस्य उक्तवदेव वर्गप्रकृत्या मूले कनिष्ठज्येष्ठे साध्ये कनिष्ठं आद्यपदेन तुल्यं कार्यं ज्येष्ठं द्वितीयेन पदेन समं कार्यम् ।

अत्रोपपत्तिः—

प्रथमपक्षस्य मूललाभाचत्समद्वितीयपक्षोऽपि वर्ग एव तस्य मूलालाभाद्वर्गात्मकस्यान्यवर्णवर्गेण समीकरणं कृतं वर्गप्रकृतिविषयत्वार्थं तदा प्रथमपक्षोऽप्यन्यवर्णवर्गसमस्ततः प्रथमपक्षमूलमन्यवर्णसमं जातं तत्रान्यवर्णमानमेव कनिष्ठं, ह्रस्वं भवेत्प्रकृतिवर्णमितिरित्युक्तेः अतः प्रथमपक्षमूलं कनिष्ठेन समं कृतमिति सिद्धम् ।

अनन्तरसाधितज्येष्ठस्यानन्तरसाधितपक्षसाम्यं पूर्ववदुचितमेवेति यथोक्तमुपपन्नम् ॥

विमला०—एक पक्ष का मूल ग्रहण करने पर अगर द्वितीय पक्ष में अव्यक्त और रूप युत अव्यक्त वर्ग हो तो किस तरह मूल ग्रहण करना चाहिए उसको कहते हैं।

यदि अव्यक्त और रूप से सहित अव्यक्त वर्ग हो तो उस को अन्यवर्ण के वर्ग के तुल्य करके प्रथम पक्ष का मूल लेना, तथा द्वितीय पक्ष का वर्गप्रकृति से कनिष्ठ, ज्येष्ठ लाकर प्रथम पक्ष के मूल को कनिष्ठ के साथ और द्वितीय पक्ष के मूल को ज्येष्ठ के साथ समीकरण करना चाहिए।

नवीनोपपत्तिः—

आलापानुसारेण पक्षौ—

$य^2 = क^2 \cdot गु \pm क \cdot गु' + इ,$

अत्र प्रथमपक्षस्य मूलं लभ्यते न द्वितीयस्य, किन्तु सोऽपि वर्गात्मक एव पूर्वपक्षसमानत्वादतो द्वितीयपक्षः केनापि वर्गेण समीकरणे—

$क^2 \cdot गु \pm क \cdot गु' + इ = अ^2,$

$\therefore क^2 \cdot गु \pm क \cdot गु' = अ^2 - इ,$

$\therefore गु\,(क^2 \cdot गु \pm क \cdot गु') = गु\,(अ^2 - इ),$

वा $क^2 \cdot गु^2 \pm क \cdot गुं \cdot गु = अ^2 \cdot गु - गु \cdot इ$,

$\therefore क^2 \cdot गु^2 \pm क \cdot गुं \cdot गु + \left(\frac{गुं}{२}\right)^2 = अ^2 \cdot गु - गु \cdot इ + \left(\frac{गुं}{२}\right)^2$

वा $क^2 \cdot गु^2 \pm क \cdot गुं \cdot गु + \left(\frac{गुं}{२}\right)^2 = अ^2 \cdot गु + \left(\frac{गुं}{२}\right)^2 - गु \cdot इ$

अत्र प्रथमपक्षस्य मूलं लभ्यते, द्वितीयपक्षस्य वर्गप्रकृत्या साध्यम् । यत्र प्रकृतिः $= गु$, क्षेपः $= \left(\frac{गुं}{२}\right)^2 - गु \cdot इ$,

अत्र कनिष्ठमानं 'अ' समानमतस्तत्पूर्वपक्षतुल्यं स्यात् ।
ज्येष्ठं तु एतत्समीकरणीयप्रथमपक्षेण (द्वितीयपक्षेण) समानमित्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

त्रिकाद्युत्तरश्रेढ्यां गच्छे क्वापि च यत् फलम् ।
तदेव त्रिगुणं कस्मिन्नन्यगच्छे भवेद्वद ॥ १ ॥

अत्र श्रेढ्योर्न्यासः । आदिः=३, चयः=२, गच्छः=या १ । आदिः=३, चयः=२, गच्छः=का १ । अनयोः फले=याव १ या २, काव १ का २ । एनयोराद्यं त्रिगुणं परसमं कृत्वा शोधनार्थं

न्यासः—याव ३ या ६ ।
काव १ का २ ।

शोधने कृते पक्षौ त्रिगुणीकृत्य नव प्रक्षिप्य प्रथमपक्षस्य मूलं या ३ रू ३ । द्वितीयपक्षस्यास्य काव ३ का ६ रू ९ । नीलकवर्गेण साम्यं कृत्वा तथैव पक्षौ त्रिगुणीकृत्य ऋणमष्टादश प्रक्षिप्य मूलं का ३ रू ३ । तदन्यपक्षस्यास्य नीव ३ रू १८ वर्गप्रकृत्या मूले क ९ ज्ये १५ वा क ३३ ज्ये ५७ । कनिष्ठमाद्यपदेनानेन या ३ रू ३ समं कृत्वा लब्धे यावत्तावत्कालकमाने २, ४ वा १०, १८ । एवं सर्वत्र ॥

सु॰ ०—अत्रोदाहरणमनुष्टुभाऽऽह–त्रिकं त्रयं आदिर्मुखं त्रिकादिः द्विमितमुत्तरं च द्व्युत्तरः त्रिकादिद्व्युत्तरौ यस्यां श्रेढ्यां तस्यां क्वापि गच्छे यत्फलं तदेव त्रिगुणं फलमन्यगच्छे त्रिकादिद्व्युत्तरविशिष्टे कस्मिन्निति वद ।

उदाहरणम्—

न्यासः—अत्रादिः ३ उत्तरः २ गच्छप्रमाणं यावत्तावत् या १ ।

पुनर्न्यासः आदिः ३ उत्तरः २ गच्छमानं कालकः १ ।

अत्र व्येकपदघ्नचयो मुखयुक्स्यादित्यादिना फले साध्ये तद्यथा प्रथमगच्छः या १ व्येकः या १ रू १ चय २ गुणितः या २ रू २ मुख ३ युतः या २ रू १ पुनर्मुख ३ युक् या २ रू ४ दलितः या १ रू २ गच्छेन या १ गुणितः प्रथमफलं याव १ या २ ।

एवं द्वितीयगच्छेन का १ यथोक्ताद्युत्तराभ्यां ३।२ जातं द्वितीयफलम् काव १ का २।

इदं प्रथमफलेन त्रिगुणेन याव ३ या ६ सममिति न्यासः—

{ याव ३ या ६ काव० का०
{ याव० या० काव १ का २

शोधने कृते पक्षौ यथास्थितावेव त्रिगुणीकृत्य नवरूपाणि प्रक्षिप्य न्यासः—

{ याव ९ या १८ रू ९
{ काव ३ का ६ रू ९

प्रथमपक्षमूलं या ३ रू ३ द्वितीयपक्षे काव ३ का ६ रू ९,

अव्यक्तवर्गोऽव्यक्तरूपाभ्यां युतोऽस्ति अतोऽस्य नीलकवर्गेण समीकरणार्थं न्यासः—

{ काव ३ का ६ नीव० रू ९
{ काव० का० नीव १ रू०

समशोधनात्पक्षौ—

{ काव ३ का ६
{ नीव १ रू ९

त्रिगुणीकृत्य नवरूपाणि प्रक्षिप्य न्यासः—

{ काव ९ का १८ रू ९
{ नीव ३ रू १८

अत्रापि प्रथमपक्षस्य मूलं का ३ रू ३,

परपक्षस्य नीव ३ रू १८ वर्गप्रकृत्या मूलं ग्राह्यं तद्यथा इष्टं कनिष्ठं ९ तद्वर्गः ८१ प्रकृत्या ३ गुणितः २४३ क्षेपेण १८ हीनः २२५ अस्य मूलं ज्येष्ठं १५,

अत्र कनिष्ठस्य पूर्वसाधितप्रथमपक्षमूलेन या ३ रू ३ साम्यार्थं न्यासः—

{ या ३ रू ३
{ या० रू ९

एवं ज्येष्ठस्य १५ पश्चात्साधितप्रथमपक्षमूलेन का ३ रू ३ साम्यार्थं न्यासः—

{ का ३ रू ३
{ का० रू १५

उभयत्र साम्यकरणाल्लब्धं यावत्तावन्मानं २ कालकमानं ४ एवमेतौ गच्छौ २।४

अथवा कनिष्ठं ३३ तद्वर्गात्प्रकृति ३ गुणात् क्षेपेण १८ हीनान्मूलं ज्येष्ठं ५७ ज्येष्ठस्य द्वितीयमूलेन साम्यार्थं न्यासः—

{ का ३ रू ३
{ का० रू ५७

अतः कालकमानं १८ कनिष्ठस्य प्रथममूलेन साम्यार्थं न्यासः—

{ या ३ रू ३
{ या० रू ३३

अत्रोक्तवद्यावत्तावन्मानं १० एवमेतौ गच्छौ १०।१८ ॥

विमला०—किसी श्रेढी में तीन आदि दो चय हैं, वहाँ किसी अनिश्चित गच्छ में जो फल आता है उस को त्रिगुणित तुल्य फल पूर्वतुल्य आदि और चय होने पर कितने गच्छ में होगा।

उदाहरण—

यहाँ आदि = ३, चय = २, गच्छ=या, कल्पना किया,

तथा आदि = ३, चय = २, गच्छ = का, द्वितीय स्थान में कल्पना किया

अब "व्येकपदघ्नचयो मुखयुक् स्यात्" इत्यादि पाटीगणितोक्त प्रकार से सर्वधन साधन करते हैं,

$$\text{प्रथम सर्वधन} = \text{ग}\left\{\frac{(\text{ग}-१)\,\text{च}+\text{आ}+\text{आ}}{२}\right\} =$$

$$\text{या}\left\{\frac{(\text{या}-१)\,२+६}{२}\right\} =$$

$$\frac{\text{या}\,(२\,\text{या}-२+६)}{२} =$$

$$\frac{२\,\text{या}^२+४\,\text{या}}{२} = \text{या}^२+२\,\text{या},$$

एवं द्वितीय सर्वधन $= \text{का}^२ + २\,\text{का}$,

यहाँ द्वितीय सर्वधन ,त्रिगुणित प्रथम सर्वधन के बराबर है,

अतः समीकरण—

$$३\,\text{या}^२+६ = \text{का}^२+२\,\text{का},$$

$\therefore ३\,(३\,\text{या}^२+६\,\text{या})+९ = ३\,(\text{का}^२+२\,\text{का})+९,$

वा $९\,\text{या}^२+१८\,\text{या}+९ = ३\,\text{का}^२+६\,\text{का}+९,$

$\therefore ३\,\text{या}+३ = \sqrt{३\,\text{का}^२+६\,\text{का}+९},$

यहाँ द्वितीय पक्ष में अव्यक्त और रूप से सहित अव्यक्त वर्ग है, इस लिये इस को नीलक वर्ग के साथ समीकरण के लिये न्यास—

$३\,\text{का}^२+६\,\text{का}+९ = \text{नी}^२,$

$\therefore ३\,\text{का}^२+६\,\text{का} = \text{नी}^२-९,$

$\therefore ३\,(३\,\text{का}^२+६\,\text{का})+९ = ३\,(\text{नी}^२-९)+९,$

वा $९\,\text{का}^२+१८\,\text{का}+९ = ३\,\text{नी}^२-२७+९ = ३\,\text{नी}^२-१८$।

$\therefore ३\,\text{का}+३ = \sqrt{३\,\text{नी}^२-१८},$

यहाँ वर्गप्रकृति के लक्षण से युत होने के कारण उस से द्वितीय पक्ष का मूल लाते हैं।

जैसे इष्ट कनिष्ठ (९) कल्पना कर इस का वर्ग (८१) प्रकृति (३) से

गुणा किया तो २४३ हुआ। इस में क्षेप १८ घटा देने से शेष (२२५) रहा, इस का मूल (१५) ज्येष्ठपद हुआ।

यहाँ कनिष्ठ प्रथम पक्ष के मूल के तुल्य है,

अतः इस के साथ समीकरण के लिये न्यास—

६ या + ३ = ९,

∴ ३ या = ६, ∴ या = $\frac{६}{३}$ = २, यह प्रथम गच्छ का मान है,

इसी तरह ज्येष्ठपद (१५) द्वितीय समीकरण के प्रथम पक्ष (३ का + ३) के समान है,

∴ ३ का + ३ = १५,

∴ ३ का = १२,

∴ का = $\frac{१२}{३}$ = ४, यह द्वितीय गच्छ का मान आया।

अथवा—कनिष्ठ (३३) पर से ज्येष्ठपद (५७) आया।

कनिष्ठ का प्रथम पद के साथ समीकरण—

३ या + ३ = ३३,

∴ ३ या = ३०,

∴ या = $\frac{३०}{३}$ = १०

यह प्रथम गच्छ आया।

ज्येष्ठ का द्वितीय पक्ष के साथ समीकरण—

३ का + ३ = ५७,

∴ ३ का = ५४,

∴ का = $\frac{५४}{३}$ = १८,

यह द्वितीय गच्छ आया।

आलाप०— आदि = ३, चय = २, गच्छ = २।

आदि = ३, चय = २, गच्छ = ४।

प्रथम सर्वधन = ८,

द्वितीय सर्वधन = २४, इसलिये दो गच्छ का सर्वधन (८) को त्रिगुणित (२४) करने से उसी आदि और चय में चार गच्छ में सिद्ध हुआ॥

अन्यत सूत्रं वृत्तद्वयम्—

सरूपके वर्णकृती तु यत्र तत्रेच्छयैकां प्रकृतिं प्रकल्प्य।
शेषं ततः क्षेपकमुक्तवच्च मूले विदध्यादसकृत् समत्वे॥ ९॥
सभाविते वर्णकृती तु यत्र तन्मूलमादाय च शेषकस्य।
इष्टोद्धृतस्येष्टविवर्जितस्य दलेन तुल्यं हि तदेव कार्यम्॥ १०॥

यत्र प्रथमपक्षमूले गृहीते द्वितीयपक्षे वर्णयोः कृती सरूपे अरूपे वा भवतस्तत्रैकां वर्णकृतिं प्रकृतिं प्रकल्प्य शेषं क्षेपम्। तत "इष्टं ह्रस्वं तस्य

वर्गः प्रकृत्या क्षुण्ण" इत्यादिकरणेन क्षेपजातीयं वर्णमेकादिहतं युतं वा स्वबुद्धया कनिष्ठपदं प्रकल्प्य ज्येष्ठं साध्यम्। अथ वर्गगता चेत् प्रकृतिरिति तदा "इष्टभक्तो द्विधा क्षेप" इत्यादिना मूले साध्ये यत्र भावितं च वर्त्तते तत्र "सभाविते वर्णकृती तु" इत्यादिना तदन्तर्वर्त्तिनो यावतो मूलमस्ति तावतो मूलं ग्राह्यम्। शेषस्येष्टोद्धृतस्येष्टविवर्जितस्य दलेन समं तदेव मूलं कार्यम्। यत्र तु द्वित्र्यादयो वर्णवर्गाद्या भवन्ति तत्र द्वाविष्टौ वर्णौ मुक्त्वाऽन्येषामिष्टानि मानानि कृत्वा मूले साध्ये। एवं तदैव यदाऽसकृत् समीकरणं यदा तु सकृदेव समीकरणं तदैकं वर्णं मुक्त्वाऽन्येषामिष्टानि मानानि कृत्वा प्राग्वन्मूले ॥

सु०—अथ द्वितीयपक्षे द्वित्र्यादयो वर्णवर्गा यदि भवेयुस्तत्रोपायमार्ययाह—

यत्र प्रथमपक्षमूले गृहीते सति द्वितीयपक्षे सरूपके वर्णकृती भवतः सरूपके इत्यत्रानियमः यदि रूपाणि भवेयुस्तर्हि तान्यपि क्षेपपक्षे प्रकल्प्यानि वर्णकृती इति द्विवचनोपादानाद्यत्र्यादयो वर्णवर्गा भवेयुस्तत्र वर्णानामिष्टानि व्यक्तानि मानानि प्रकल्प्य तैस्तानुत्थापयेत्।

यदि रूपाण्यपि सन्ति तदा तेषु प्रक्षिपेत् एवं कृते सति सरूपके वर्णकृती एव भवतः अत्र स्वेच्छया एकां वर्णकृतिं प्रकृतिं प्रकल्प्य शेषं वर्णवर्गमात्रं सरूपकं वा यत्तत्क्षेपकं प्रकल्प्य उक्तरीत्या मूले कनिष्ठज्येष्ठे साध्ये अत्र यदि वर्गगता प्रकृतिरस्ति तदेष्टभक्तो द्विधा क्षेप इत्यादिना कनिष्ठज्येष्ठे साध्ये।

नन्वेवं कृतेऽपि कनिष्ठज्येष्ठयोरव्यक्तस्वरूपत्वाद्राशिमानमव्यक्तमेव स्यात्तत्किमनेनेत्याह—

असकृत्समत्वे इति। यद्यालापविधिना पुनस्समीकरणं कर्त्तव्यमस्ति तदा राशिमानमव्यक्तं युक्तमेव यदि तु शेषालापविधिर्नास्ति तदा त्र्यादिवर्णानामपि द्वितीयवर्णस्यापि व्यक्तमेव मानं कल्पनीयं तथा सति सरूपोऽव्यक्तवर्ग एव स्यादिति प्राग्वद्वर्गप्रकृत्या राशिमानं व्यक्तमेव सिद्धेत्।

अत्रोपपत्तिः—

सुगमेव यथा वर्गप्रकृतिविषयस्तथा कृतमिति ॥

विमला०—यदि द्वितीय पक्ष में दो, तीन आदि वर्णवर्ग हो तो वर्गप्रकृति की प्रवृत्ति कैसे हो उस को बताते हैं।

प्रथम पक्ष का मूल मिलता हो किन्तु द्वितीय पक्ष में रूप के साथ दो वर्णवर्ग हों वहाँ अपनी इच्छा से किसी एक वर्ण को प्रकृति और शेष को क्षेप कल्पना कर के उक्त प्रकार से कनिष्ठ और ज्येष्ठ का साधन करना चाहिये।

इस तरह अव्यक्त कनिष्ठ, ज्येष्ठ आने से राशि मान भी अव्यक्त ही होगा।

अगर आलाप के अनुसार फिर समीकरण करना हो तो राशि का अव्यक्त मान ठीक है।

अगर फिर समीकरण न करना हो तो दो, तीन, चार आदि वर्णों के समान अन्य वर्ण का भी व्यक्त मान कल्पना कर लेना चाहिये।

इस तरह करने पर अव्यक्त वर्ग सरूप आवेगा, तब उक्त प्रकार से राशि का व्यक्त मान सिद्ध करना चाहिए।

विशेष—इस सूत्र में "सरूपके" यह कहना उपलक्षण मात्र है, अतः जिस समीकरण में रूप न हो या अनेक रूप हों तो भी इन को क्षेप मान कर क्रिया करनी चाहिए।

तथा "वर्णकृती" इस द्विवचन के प्रयोग से जहां तीन, चार आदि वर्ण वर्ग हों वहां वर्णों का इष्ट व्यक्त मान मान कर वर्णों में उत्थापन देना चाहिए।

जिस स्थान में रूपाभाव है वहां के लिये "सरूपके वर्णकृती" के स्थान में "अरूपके वर्णकृती" पाठ कर के अन्यक्रियात्मक पद पूर्व तुल्य जानना चाहिए।

यदि एक पक्ष का मूल लेने के बाद अन्य पक्ष में 'भावित से युक्त वर्ण वर्ग हो तो उस पक्ष में जितने खण्डों का मूल मिले उन को लेकर जो शेष बचे उस में इष्ट का भाग देने से जो लब्धि मिले इस को उसी इष्ट में घटाना चाहिए।

तब उस के आधे के साथ प्रथम पक्षीय मूल का समीकरण करना चाहिए। शेष का सजातीय वर्गात्मक इष्ट कल्पना करनी चाहिए।

यहां पर भी राशिमान अव्यक्त सिद्ध होगा। यदि आलाप बाँकी न हो तो एक राशि को व्यक्त मान कर क्रिया करनी चाहिए।

नवीनोपपत्तिः—

कल्प्येते पक्षौ—

$$य^2 = अ^{\cdot 2} इ + क^{\cdot 2} इ' + क्षे,$$

अत्र प्रथमपक्षमूलमानीय द्वितीयपक्षे वर्णवर्गयोरेकतरं प्रकृतिमवशिष्टं सरूपान्यक्तवर्गं क्षेपं परिकल्प्य कनिष्ठज्येष्ठे साध्ये, एवं समागतकनिष्ठज्येष्ठयोः क्षेपवर्णात्मकत्वात्पुनर्द्वितीयसमीकरणविधानेन यावत्तावत्कालकमानयोर्व्यक्तत्वं स्यादत उक्तं "मूले विदध्यादसकृत्समत्वे" इत्युपपन्नम्।

अथ कल्प्येते पक्षौ—

$$य^2 = अ^{\cdot 2} इ^2 + इ' \cdot अ \cdot क + इ''^{\cdot 2} क^2,$$

$$वा\; य^2 = अ^{\cdot 2} इ^2 + इ' \cdot अ \cdot क + इ''^{\cdot 2} क^2 + \frac{क^{\cdot 2} इ'^2}{४ इ^2} - \frac{क^{\cdot 2} इ'^2}{४ इ^2},$$

$$वा\; य^2 = अ^{\cdot 2} इ^2 + इ' \cdot अ \cdot क + \frac{क^{\cdot 2} इ'^2}{४ इ^2} + क^2 \left(इ''^2 - \frac{इ'^2}{४ इ^2} \right)$$

$$यद्यत्र\; प = इ \cdot अ + \frac{इ' \cdot क}{२ इ},$$

तदा $प^2 = इ^2 अ^2 + इ' \cdot अ क + \frac{इ'^2 क^2}{४ इ^2}$,

$\therefore य^2 - प^2 = क^2 \left(इ''^2 - \frac{इ'^2}{४ इ^2} \right)$,

यदि $य - प = इ''' \cdot क$,

$$तदा\ य + प = \frac{य^2 - प^2}{य - प} = \frac{क^2 \left(इ''^2 - \frac{इ'^2}{४इ^2} \right)}{इ''' \cdot क} =$$

$$\frac{क \left(इ''^2 - \frac{इ'^2}{४इ^2} \right)}{इ'''}$$

अथ संक्रमणगणितेन—

$$\frac{\left\{ \frac{क \left(इ''^2 - \frac{इ'^2}{४इ^2} \right)}{इ'''} \right\} - इ''' \cdot क}{२} = इ \cdot अ + \frac{इ' \cdot क}{२ इ}$$

"सभाविते वर्णकृती तु यत्र" इत्याद्युपपन्नं सर्वम् ॥

उदाहरणम्—

तौ राशी वद यत्कृत्योः सप्ताष्टगुणयोर्युतिः ।
मूलदा स्याद्वियोगस्तु मूलदो रूपसंयुतः ॥ १ ॥

अत्र राशी या १, का १ । अनयोर्वर्गयोः सप्ताष्टगुणयोर्युतिः याव ७ काव ८ । अयं वर्ग इति नीलकवर्गेण समीकरणार्थं न्यासः—

याव ७ काव ८ नीव ० ।
याव ० काव ० नीव १ ।

समशोधने कृते कालकवर्गाष्टकं प्रक्षिप्य गृहीतं नीलकपक्षस्य मूलम् नी १ । परपक्षस्यास्य याव ७ काव ८ । वर्गप्रकृत्या मूले तत्र यावत्तावद्वर्गयोऽङ्कः सा प्रकृतिः शेषं क्षेपः काव ८ । "इष्टं ह्रस्वम्" इत्यादिना कालकद्वयमिष्टं प्रकल्प्य जाते मूले कनिष्ठम् का २ । ज्येष्ठम् का ६ । ज्येष्ठं नीलकमानं कनिष्ठं यावत्तावन्मानं तेन यावत्तावदुत्थाप्य जातौ राशी का २, का १ । पुनरेतद्वर्गयोः सप्ताष्टगुणयोरन्तरं सैकं जातम् काव २० रू १ । एतद्वर्ग इति प्राग्वल्लब्धं कनिष्ठमूलम् २ वा ३६ । एतत्कालमानेनोत्थापितौ जातौ राशी ४, २ वा ७२, ३६ ॥

सु०—अत्रोदाहरणमनुष्टुभा यथा—

तौ राशी वद ययोर्वर्गयोः सप्ताष्टगुणयोर्युतिर्मूलदा स्यात् तथा वर्गयोः सप्ताष्टगुणयोर्वियोगः रूपसंयुतः मूलदः स्यात् ।

उदाहरणम्—

अत्र राशी या १ । का १ अनयोर्वर्गौ याव १ । काव १ एतयोः सप्ताष्टगुणयो-र्युतिः याव ७ काव ८ अयं वर्ग इति नीलकवर्गेण साम्यार्थं न्यासः—

{ याव ७ काव ८ नीव ०
{ याव ० काव ० नीव १

समशोधने पक्षौ यथास्थितावेव द्वितीयपक्षस्य मूलं नी १ ।

पूर्वपक्षस्य याव ७ काव ८ वर्गप्रकृत्या मूलं ग्राह्यं तत्र यावत्तावद्वर्गे योऽङ्कः सा प्रकृतिः ७ शेषं कालकवर्गाङ्कः क्षेपः काव ८ ।

अत्र क्षेपकस्य वर्णवर्गत्वात् कनिष्ठं वर्णात्मकं कल्पितं का २ ।

अस्य वर्गः काव ४ प्रकृति ७ गुणितः काव २८ क्षेपेण काव ८ युतः काव ३६ अस्य मूलं ज्येष्ठं का ६ वर्णात्मकमेव ।

अत्र कनिष्ठं का २ प्रकृतिवर्णस्य यावत्तावतो मानं का २, ज्येष्ठस्य का ६ द्वितीयपक्षमूलेन नी १ साम्यकरणान्नीलकमानं ज्येष्ठं जातं का६ तेन प्रथमराशिः का२ द्वितीयराशिः पूर्वकल्पित एव का१ ।

अनयोर्वर्गयोः काव ४। काव १ सप्ताष्टगुणयो (काव २८ काव ८) रन्तरं (काव २०) सैकं (काव २० रू १) अयमपि वर्ग इति नीलकवर्गेण समीकरणार्थं न्यासः—

{ काव २० रू१
{ नीव १ रू०

समशोधने यथास्थितावेव द्वितीयपक्षस्य मूलं नी १ पूर्वपक्षस्यास्य काव २० रू १ वर्गप्रकृत्या मूलं तत्र कनिष्ठं २ तद्वर्गो ४ त्प्रकृति २० गुणात् क्षेप १ युता ८१ न्मूलं ज्येष्ठं ९ कनिष्ठं प्रकृतिवर्णस्य कालकस्य मानं २ ।

अनेन पूर्वराश्यो (का २ का १) रुत्थापनं तत्र कालकमानं द्वितीयराशिः २ अयं द्विगुणः प्रथमराशिः ४ । एवमेतौ राशी ४।२ ।

अथवा कनिष्ठं ३६ अतो ज्येष्ठं १६१, कनिष्ठमेव कालकमानं द्वितीयराशिः ३६, अयं द्विगुणः प्रथमराशिः ७२ एवमेतौ राशी ७२।३६ अत्र ज्येष्ठं नीलकमानं ९ वा १६१ एवं बहुधा ।

अत्राचार्येण सरूपकेवर्णकृतौ तु यत्रेत्यादिना यदुक्तं तस्योदाहरणं न दर्शितं तौ राशी वद यत्कृत्योरित्युदाहरणे पूर्वपक्षे वर्गाङ्कावेव रूपाणि न सन्ति अत एव सिद्धान्तसुन्दरकारेण ज्ञानराजेन निजकृतबीजे अरूपके वर्णकृती तु यत्रे-त्यादिनोक्तं परं भास्कराचार्योक्तमूलसूत्रं तथाविधं नास्ति ततस्तदभिमतमुदाहरणं सिद्धान्ततत्त्वविवेके प्रश्नाध्याये सार्द्धेन भुजङ्गप्रयातेन दर्शितं तद्यथा—

यथा भीष्टराश्योश्च वर्गौशरा ५ ष्टया १६ हतौ तद्युतिः खाश्विहीना कृतिःस्यात् ।
शरघ्नैकवर्गो नखघ्नान्यवर्गोनितो भूपयुक्तोपि वर्गोऽथवा स्यात् ॥

तयोस्ते पदे तौ च राशी प्रचदव पटुत्वेऽभिमानोत्र यद्यस्ति बीजे इत्यादिना ॥

अत्र प्रथमोदाहरणे राशी या १। का १ अनयोर्वर्गौ याव १ काव १

पंचषोडशाभ्यां गुणितौ याव ५ काव १६ अनयोर्युतिर्विंशत्या हीना जाता याव ५ काव १६ रू २०̇ ।

अयं वर्ग इति नीलकवर्गेण समीकरणात्पक्षौ तथास्थितावेव द्वितीयपक्षस्य मूलं नी १।

प्रथमपक्षे याव ५ काव १६ रू २०̇ वर्णकृतीरूपाणि च तत्र प्रथमवर्णवर्गाङ्कः प्रकृतिः ५ शेषं क्षेपः काव १६ रू २०̇ ।

अत्र कनिष्ठकल्पनप्रकारोऽपिशालिनीद्वयेनोपजातिकार्द्धेन च तेनैवोक्तः—

तावत्क्षेपं क्षेपरूपाणि कृत्वा ह्रस्वज्येष्ठे साधनीये यथोक्ते ।
पूर्वक्षेपे योऽन्यवर्णस्य वर्गस्तस्याङ्कघ्नो ज्येष्ठवर्गो विभक्तः ॥
रूपैर्निघ्नयात्तत्प्रकृत्याऽऽप्तमूलं तद्घ्नः पूर्वक्षेपजो वर्ण एव ।
शेयं ह्रस्वाव्यक्तखण्डं पुरोक्तह्रस्वं तु स्याद्व्यक्तखण्डं तदैक्ये ॥
सरूपके क्षेपकजातिवर्णे एव स्वकीयन्तु कनिष्ठमत्रेति ॥

अत्र क्षेपः खण्डद्वयात्मकोऽस्ति काव १६ रू २०̇ तत्रास्य द्वितीयं खण्डं रू २०̇ क्षेपं प्रकल्प्य पूर्वकल्पितप्रकृतौ ५ ज्येष्ठं साध्यम् ।

तद्यथा इष्टं कनिष्ठं कल्पितं ३ तद्वर्गात्प्रकृति ५ गुणा ४५ ऋणक्षेप २०̇ युता युता २५ न्मूलं ज्येष्ठं ५ ।

अस्य वर्गः २५ खण्डद्वयात्मकक्षेपस्य कालकवर्गाङ्केन १६ गुणितः ४०० क्षेप स्वरूपेण २० धनकल्पितेन प्रकृति ५ गुणेन १०० भक्तः फलं ४ अस्य मूलं २ अनेन पूर्वक्षेपजो वर्णः कालको गुणितः का२ इदं कनिष्ठस्याव्यक्तखण्डं, प्रकृतसाधितकनिष्ठं ३ तु व्यक्तखण्डमेवं जातं कनिष्ठं का २ रू ३ अनेन कनिष्ठेन प्रथमपक्षे ज्येष्ठं साध्यम् ।

तद्यथा कनिष्ठवर्गः काव ४ का १२ रू ९ प्रकृति ५ गुणः काव २० का ६० रू ४५ खण्डद्वयात्मकक्षेपेण काव १६ रू २०̇ युतः काव ३६ का ६० रू २५ अस्य मूलं जातं ज्येष्ठं का ६ रू ५ इदं द्वितीयपक्षेण नी १ सममतो नीलकमानमिदं का ६ रू ५ कनिष्ठं तु का २ रू ३ प्रकृतिवर्णस्य यावत्तावतो मानम् ।

अत्र पूर्वं राशी कल्पितौ या १, का १ यावत्तावन्माने कालकस्य रूपं व्यक्तं मानं प्रकल्प्य उत्थापनाद्यावत्तावन्मानं ५ कालकमानं तु रूपं १ एवमेतौ राशी ५।१ ।

ज्येष्ठं का ६ रू ५ यद्येककालकस्येदं व्यक्तं मानं रू १ तदा कालकषट्कस्य किमिति जातं रू ६ रूपेण ५ युतं नीलकमानं व्यक्तं ११ ।

अत्र राशिवर्गौ २५।१ पंचषोडशगुणौ १२५।१६ द्वयोर्युतिः १४१ विंशत्या हीना १२१ अस्या मूलं नीलकमानसमं जातं ११ ।

एवं कालकस्य व्यक्तं मानद्वयं कल्पितं तदा राशी ७।२

रूपत्रय ३ कल्पने राशी ९।३ एवं बहुधेति ।

अथ द्वितीयोदाहरणे राशी या १ का १ अनयोराद्यस्य वर्गः याव १ पञ्चगुणः याव ५ द्वितीयस्य वर्गेण विंशतिगुणितेन हीनः याव ५ काव २०̇ षोडशयुतः नीलकवर्ग सम इति न्यासः—

{ याव ५ काव २०̇ रू १६ =
{ नीव १

द्वितीयपक्षमूलं नी१, प्रथमपक्षे पूर्ववर्णाङ्कः प्रकृतिः ५ शेषं क्षेपः काव २०̇ रू १६ अत्रापि तावत्क्षेपस्य रूपाणि १६ क्षेपत्वेन प्रकल्प्य ज्येष्ठं साध्यते इष्टं कनिष्ठं २ तद्वर्गो ४ त्प्रकृति ५ गुणा २०त्क्षेप १६ युतान्मूलं ६ ज्येष्ठं, अथ पूर्वक्षेपे काव २०̇ रू १६ अन्यवर्णस्य वर्गः कालकवर्गस्तस्यांकेन धनेन कल्पितेन २० ज्येष्ठवर्गो ३६ गुणितः ७२० क्षेपस्य रूपेण १६ प्रकृति ५ गुणेन ८० भक्तः लब्धं ९ मूलं ३ अत्र पूर्वक्षेपजो वर्णः कालको गुणितः का ३ पूर्वानीतकनिष्ठेन २ युतः का ३ रू २ इदमेव कनिष्ठम् ।

अस्य वर्गः काव ९ का १२ रू ४ प्रकृतिगुणितः काव ४५ का ६० रू २० क्षेपेण कव २०̇ रू १६ युतः काव २५ का ६० रू ३६ अस्य मूलं ज्येष्ठं का ५ रू ६ ।

अत्र कालकस्य व्यक्तं मानं रूपं प्रकल्प्य कनिष्ठ का ३ रू २ मुत्थापितं जातं यावत्तावन्मानं ५ ।

कालकमानं तु व्यक्तं कल्पितमेव एवमेतौ राशी ५।१ ।

ज्येष्ठं का ५ रू ६ चोत्थापितं जातं नीलकमानं ११ एवं कालकस्य मानद्वयं कल्पितं तदा जातौ राशी ८।२, नीलकमानं १६,

रूपत्रयं कालकमानं ३ व्यक्तं चेत्तदा राशी ११।३ नीलकमानं २१ एवं बहुधेति ।

यत्र क्षेपोद्भवे खण्डे धनर्णे तत्र दर्शितं ।

सरूपेणान्यवर्णेन तुल्यं ह्रस्वं च ते यदा ॥

धने तत्र च तद्ध्रस्वासिद्ध्यासिद्धिः कथं भवेत् ।

यथोदाहरणम्—

अत्रोदाहरणे कृत्योः पंचाष्टगुणयोर्युतौ त्र्यधिका विंशतिर्युता वर्गः स्यात्तौ वद द्रुतमिति, पक्षौ—

{ याव ५ काव ८ रू २३
{ नीव १

द्वितीयपक्षमूलं नी १ पूर्वपक्षस्य वर्गप्रकृत्या मूलं ग्राह्यं तत्र प्रकृतिः याव ५ शेषं क्षेपकः काव ८ रू २३ ।

अत्र कालकमिष्टं २ प्रकल्प्योत्थापनाजातः क्षेपः रू ५५ ।

अथ कनिष्ठं ३ तस्य वर्गः ९ प्रकृति ५ गुणः ४५ क्षेप ५५ युतः १०० अस्य मूलं ज्येष्ठं १० कनिष्ठं यावत्तावन्मानं ३ कालकमानं तु कल्पितमेव २ एवं राशी ३।२ ज्येष्ठं तु नीलकमानं १० ।

अथवा कालकमानं व्यक्तं ३ अस्य वर्गो ९ ष्टगुणितो ७२ रूप २३ युतो जातः क्षेपः ९५ । कनिष्ठं १ तद्वर्गात् १ प्रकृति ५ गुणात् ५ क्षेप ९५ युतान्मूलं ज्येष्ठं १० एवं जातौ राशी १।३ यावत्कालकमाने ।

अथ ज्येष्ठं तु १० नीलकमानं एवं बहुधा राशी स्तः ।

अथ तावत्क्षेपं क्षेपरूपाणि कृत्वा इति सूत्रोपपत्तिः—

पूर्वदर्शितो दाहरणे प्रकृतिः याव ५ क्षेपः काव १६ रू २०̇ ।

अत्र साधितं कनिष्ठं का २ रू ३ अस्य वर्गः प्रकृतिगुणः काव २० का ६० रू ४५ क्षेप काव १६ रू २०̇ युतो ज्येष्ठवर्गः काव ३६ का ६० रू २५ ।

अत्र प्रथमं क्षेपरूपाणां २०̇ क्षेपत्वकल्पने यज्ज्येष्ठं तद्वर्ग एव २५ खण्डत्रयात्मकज्येष्ठवर्गस्यान्त्यखण्ड २५ मिति तन्मूलं ५ साधितकनिष्ठा का २ रू ३ परखण्ड ३ साधितज्येष्ठं ५ भवितुमर्हति अत उक्तं तावत्क्षेपं क्षेपरूपाणि कृत्वा ह्रस्वज्येष्ठे साधनीये यथोक्ते इति युक्तमेव ।

अथ साध्यमानकनिष्ठस्य (का २ रू ३) पूर्वं खण्ड का २ ज्ञाना मुपायः ।

अत्र कनिष्ठं खण्डद्वयात्मकं तत्र पूर्वखण्डमव्यक्तं या १ द्वितीयखण्डं व्यक्तं व्य १ एवमस्य वर्गः याव १ या· व्य २ व्यव १ प्रकृतिगुणः याव· प्र १ या व्य· प्र· २ व्यव· प्र १ ।

अत्राद्यान्त्ययोः क्षेपखण्डयोर्योजनाज्ज्येष्ठवर्गः स्यात् मध्यखण्डं तु यथास्थित मेव या·व्य प्र २ तत्र क्षेपखण्डयोर्द्धनयोर्योगे आद्यन्त्ययोर्मूले पूर्वमूलाभ्यामधिके तयोर्घातस्य द्विगुणस्य कथमपि मध्यखण्डसाम्यं न स्याद्येन मूललाभाज्ज्येष्ठं स्यात् ।

अतः क्षेपखण्डयोरेकं धनमन्यदृणं कल्पनीयं यतस्तद्योजने मूले गृहीते पूर्वमूलाभ्यां न्यूनाधिके संभवतस्तद्घातोऽपि मध्यखण्डसमः स्यात् यतोऽनेकांकयोर्घात एक एव राश्यो ६।४ घातः २४ वा राश्यो ८।३ घात २४ इत्यादि ज्ञेयम् ।

अथ प्रकृतिगुणकनिष्ठवर्गस्याद्यान्त्यखण्डे यावप्र १ व्यवप्र १ अत्र क्षेपस्याद्यखण्डं वर्णवर्गाङ्क १६ रूपं योजितं प्रथमखण्डे तथा क्षेपरूपा २५ ण्यन्त्यखण्डे योजितानि ।

यथा न्यासः—याव प्र १ क्षेपवर्णाङ्क १। व्यव प्र १ क्षेप रूप १ ।

अत्र तृतीयचतुर्थखण्डयोर्योगे क्षेपापरखण्डसम्बन्धिज्येष्ठवर्ग एवेति ।

न्यासः—यावप्र १ क्षेपवर्णांक ज्येव १

अनयोः खण्डयोर्मूलाज्ञानादनयोर्घात एव मूलघातवर्गः याव·ज्येव· प्र १ क्षेपवर्णाङ्क ज्येव १ ।

अत्र ज्येष्ठवर्गस्त्वयं ज्यव प्र १ क्षेप रूप १ यावद्वर्गगुणितः प्रकृतिगुण इति प्रथमखण्डं याव·ज्यव·प्रव१ याव· क्षेपरूप· प्र १ द्वितीयखण्डं यथास्थितमेव क्षेपव-र्णांक· ज्येव १, अयं पूर्वलिखितस्य प्रकृतिगुणकनिष्ठवर्गस्य मध्यखण्डस्य या· ज्यप्र २ दल या ज्य प्र १ वर्गेण याव ज्यव प्रव १ समोऽस्ति मूलयोर्घातस्य द्विगुणस्य मध्य-खण्डसमत्वान्मूलघातवर्गस्य मध्यखण्डार्द्धवर्गसमत्वात् ।

एवं समौ पक्षौ—

$$\begin{cases} \text{याव ज्यव· प्रव १ क्षेपवर्णांक· ज्येव १ याव· क्षेपरूप· प्र १} = \\ \text{याव· ज्यव· प्रव १} \end{cases}$$

अनयोः समशोधनात्पूर्वखण्डयोस्तुल्ययोर्नाशे शेषं—

$$\begin{cases} \text{याव· क्षेपरूप· प्र १} \\ \text{क्षेपवर्णांक· ज्येव १} \end{cases}$$

एतावपि समावेव तत्र क्षेपवर्णांक १६ गुणितो ज्येष्ठ ५ वर्गः २५ जातः ४०० द्वितीयपक्षस्वरूपः ।

अयं पूर्वपक्षेण क्षेपरूपेण २० प्रकृति ५ गुणितेन १०० भक्तः फलं यावद्वर्ग मानं ४ तन्मूलं २ वर्णगुणितं का २ जातं कनिष्ठाद्यखण्डं का २ ।

एवं कनिष्ठं का २ रू ३ एवंसर्वत्र, एतेन—

पूर्वक्षेपे योऽन्यवर्णस्य वर्गस्तस्यांकघ्नो ज्येष्ठवर्गो विभक्तः ।

रूपैर्निघ्न्यातत्प्रकृत्यासमूलं तद्घ्नः पूर्वक्षेपजो वर्ण एवेत्यादि यथोक्तमुपपन्नम् ॥

विमला—वे कौन दो राशि हैं, जिन के वर्ग को क्रम से सात, आठ से गुणा कर योग करने से और अन्तर में एक जोड़ देने से मूलद होता है ।

उदाहरण—

यहाँ राशि (या, का) कल्पना किया ।

दोनों के वर्गों को क्रम से सात, आठ से गुण कर योग करके नीलक वर्ग के तुल्य किया तो—

$७ \text{ या}^२ + ८ \text{ का}^२ = \text{नी}^२$, ऐसा हुआ ।

यहाँ द्वितीय पक्ष का मूल (नी) आया । प्रथम पक्ष का मूल वर्गप्रकृति से लेना है, अतः यावत्तावद्वर्गाङ्क सात को प्रकृति और कालकवर्गाङ्क ८ को क्षेप कल्पना किया ।

क्षेप वर्णात्मक है, अतः इष्ट कनिष्ठ वर्णात्मक (२ का) के समान कल्पना किया ।

इस का वर्ग (४ का^{२}) को प्रकृति (७) से गुण कर (२८ का^{२}) क्षेप (८ का^{२}) जोड़ने से (३६ का^{२}) इतना हुआ । इस का मूल लेने से ज्येष्ठपद (६ का) समान हुआ ।

कनिष्ठ (२ का) प्रकृति वर्ण (या) के और ज्येष्ठ पद द्वितीय पक्ष के मूल के बराबर है ।

अतः नी = ६ का,

अब पूर्व कल्पित राशि में उत्थापन देने से—

प्रथम राशि = या = २ का ।

द्वितीय राशि = का, यथा स्थित रही ।

अब आलापानुसार इन दोनों राशियों के वर्ग को क्रम से सात, आठ से गुण कर अन्तर कर के रूप युक्त करने से वर्ग होता है, अतः इस को भी नीलक वर्ग के बराबर किया तो—

$७ (२ का)^२ - ८ (का)^२ + १ = २८ का^२ - ८ का^२ + १ =$

$२० का^२ + १ = नी^२$,

यहाँ पर भी द्वितीय पक्ष का मूल (नी) मिला ।

प्रथम पक्ष का मूल वर्ग प्रकृति से लेना है, अतः कालक वर्गाङ्क (२०) को प्रकृति और रूप को क्षेप मान कर मूल लाते हैं ।

इष्ट कनिष्ठ (२) कल्पना कर इस का वर्ग (४) को प्रकृति (२०) से गुणाकर (८०) रूप जोड़ने से (८१) हुआ ।

इस का मूल (६) ज्येष्ठ पद हुआ ।

यहाँ कनिष्ठ प्रकृति वर्ण कालक का मान हुआ । और ज्येष्ठ द्वितीयपक्षीयपद (नी) के बराबर हुआ ।

अब कालक के मान से पूर्व राशि में उत्थापन देने से—

प्रथम राशि = २ का = २ × २ = ४,

द्वितीय राशि = का = २,

अथवा कनिष्ठ (३६) कल्पना करने से ज्येष्ठ पद (१६१) आता है।

अतः उत्थापन देने से—

प्रथम राशि = २ का = ७२,

द्वितीय राशि = का = ३६,

आलाप—प्रथम राशि = ४, द्वितीय राशि = २,

$७ (४)^२ + ८ (२)^२ = ७ × १६ + ८ × ४ =$

$११२ + ३२ = १४४$, वर्गात्मक है,

$७ (४)^२ - ८ (२)^२ + १ = ११२ - ३२ + १ =$

$८० + १ = ८१$, वर्गात्मक है ॥

उदाहरणम्-

घनवर्गयुतिर्वर्गो ययो राश्योः प्रजायते ।
समासोऽपि ययोर्वर्गस्तौ राशी शीघ्रमानय ॥ २ ॥

अत्र राशी या १, का १ । अनयोर्वर्गघनयोर्योगः याव १ काघ १

अयं वर्ग इति नीलकवर्गसमं कृत्वा पक्षयोः कालकघनं प्रक्षिप्य नीलकपक्षस्य मूलम् नी १ परपक्षस्यास्य याव १। काघ १ वर्गप्रकृत्या मूले तत्र यावत्तावद्वर्गे योऽङ्कः सा प्रकृतिः शेषं क्षेपः प्रकल्प्यः। प्रकृतिः याव १। क्षेपः काघ १। "इष्टभक्तो द्विधा क्षेपः" इत्यादिना कालकेनेष्टेन जाते मूले क= $\frac{\text{काव १ का १}}{२}$, ज्ये= $\frac{\text{काव १ का १}}{२}$। कनिष्ठं यावत्तावन्मानं तेनोत्थाप्य जातौ राशी $\frac{\text{काव १ का १}}{२}$, का १। अनयोः समासः $\frac{\text{काव १ का १}}{२}$ अयं वर्ग इति पीतकवर्गेण समीकरणं कृत्वा पक्षशेषं चतुर्भिः संगुण्य रूपं प्रक्षिप्य प्रथमपक्षमूलं का २ रू १। परपक्षस्यास्य पीव ८ रू १। वर्गप्रकृत्या मूले क ६ ज्ये १७, वा क ३५ ज्ये ९९। ज्येष्ठं पूर्वमूलेनानेन का २ रू १। समं कृत्वा लब्धं कालकमानम् ८ वा ४९। अनेनोत्थाप्य जातौ राशी २८, ८ वा ११७६, ४९।

अथ वा राशी याव २, याव ७। अनयोर्योगः याव ९। अयं वर्ग एव। अथानयोर्घनवर्गयोगः यावघ ८ यावव ४९। एष वर्ग इति कालकवर्गेण समीकृत्य प्राग्वद्यावत्तावद्वर्गेणापवर्त्य लब्धं यावत्तावन्मानम् २, ३ वा ७ अनेनोत्थापितौ राशी ८, २८; १८, ६३ वा ९८, ३४३॥

सु०—अथ वर्गगतप्रकृतावुदाहरणमनुष्टुभा दर्शयति—

स्पष्टम्।

उदाहरणम्—

अत्र राशी या १ का १।

प्रथमस्य वर्गः याव १। द्वितीयस्य घनः काघ १।

द्वयोर्योगः याव १ काघ १।

अयं वर्ग इति नीलकवर्गेण समीकरणार्थं न्यासः—

{ याव १ काघ १ =
{ नीव १

समशोधनात्पक्षौ—

{ याव १ काघ ० =
{ काघ १ नीव १

पक्षयोः कालकघनं काघ १ प्रक्षिप्य न्यासः—

{ याव १ काघ १
{ नीव १

द्वितीयपक्षमूलं नी १ पूर्वपक्षे याव १ काघ १, यावद्वर्गाङ्कः प्रकृतिः याव १, शेषं क्षेपः काघः १।

अत्र प्रकृतेर्वर्गगतत्वादिष्टभक्तो द्विधा क्षेप इत्यादिना मूलं साध्यम् ।

तद्यथा क्षेपः काघ १ इष्टेन कालकेन का १ भक्तः लब्धं काव १ इष्टेन का १ हीनं युतं च काव १ का १̇ । काव का १ उभयत्रार्द्धितं—

$$\frac{\text{काव १ का १̇}}{\text{२}},\quad \frac{\text{काव १ का १}}{\text{२}},$$

अत्राद्यः प्रकृतिमूलेन १ भक्तः लब्धं यावत्तावन्मानं $=\frac{\text{काव १ का १̇}}{\text{२}}$,

ज्येष्ठं तु यथास्थितमेव $=\frac{\text{काव १ का १}}{\text{२}}$ ।

अत्र प्रथमराशिस्थाने यावत्तावन्मानमेव द्वितीयस्तु कालकोऽस्त्येव एवमेतौ राशी-

$$\frac{\text{काव १ का १̇}}{\text{२}},\ \text{का १}\ ।$$

अनयोः समच्छेदेन योगः $=\frac{\text{काव १ का १}}{\text{२}}$

अयमपि वर्ग इति पीतकवर्गेण साम्यार्थं न्यासः—

$$\frac{\text{काव १ का १̇}}{\text{२}} = \text{पीव १}$$

समच्छेदीकृत्य च्छेदगमे न्यासः—

$$\begin{cases}\text{काव १ का १̇ =}\\ \text{पीव २}\end{cases}$$

पक्षौ चतुर्भिः संगुणय रूपं प्रक्षिप्य न्यासः—

काव ४ का ४̇ रू १

पीव ८ रू १

प्रथमपक्षमूलं का २ रू १̇ परपक्षस्य पीव ८ रू १ वर्गप्रकृत्या मूलं ।

तत्र प्रकृतिः ८ क्षेपः १ इष्टं कनिष्ठं ६ तद्वर्गो ३६ स्वप्रकृति ८ गुणा २८८ त्क्षेप-१ युतान्मूलं ज्येष्ठं १७ ।

अस्य प्रथमपक्षमूलेन साम्यार्थं न्यासः—

$$\begin{cases}\text{का २ रू १̇=}\\ \text{का ० रू १७}\end{cases}$$

समशोधनाल्लब्धं कालकमानं ८ ।

अनेन राश्योरुत्थापनं यथा राशी

$$\frac{\text{काव १ का १̇}}{\text{२}},\ \text{का १}\ ।$$

अत्र यद्येककालकस्येदं मानं ८ तदा कालकवर्गस्य किमिति वर्गेण वर्गे गुणये

क्षेपेच्चेत्युक्तः तद्वर्गः ६४ अयं राशेर्द्वितीयखण्डस्य ऋणकालकस्य मानेन ८ युतः ९६ हरेण २ भक्तो जातः प्रथमो राशिः २८ ।

अथवा परपक्षे पीव ८ रू १ इष्टं कनिष्ठं ३५ तद्वर्गात् प्रकृति ८ गुणात् क्षेप १ युक्तान्मूलं ज्येष्ठं ९९ ।

अस्याद्यपक्षमूलेन का २ रू १ समीकरणाल्लब्धं कालकमानं ४९, अयमेव द्वितीयराशिः ।

अस्य वर्गः २४०१ कालकमानेन ४९ हीनः २३५२ हरेण २ भक्तः प्रथमो राशिः ११७६, एवमेतौ राशी ११७६।४९ ।

अथवा राशी कल्पितौ याव २ । याव ७ ।

अनयोर्योगः याव ९ स्वयं वर्ग एव अतो राश्योर्घनवर्गयो यावघ ८ । यावव ४९ योगः वर्ग इति कालकवर्गेण समीकरणार्थं न्यासः—

$$\left\{\begin{array}{l}\text{यावघ ८ यावव ४९ =}\\ \text{काव १}\end{array}\right.$$

अत्रैकपक्षस्य मूलं का १ परपक्षस्य यावत्तावद्वर्गवर्गेण यावव १ अपवर्तने जातं याव ८ रू ४९ ।

अत्र प्रकृतिः ८ क्षेपः ४९ इष्टं कनिष्ठं २ तद्वर्गो ४ त्प्रकृति ८ गुणा ३२ तत्क्षेप ४९ युता ८१ न्मूलं ज्येष्ठं ९ ।

अत्र कनिष्ठं प्रकृतिवर्णस्य यावत्तावतो मानं २ ।

अथ ज्येष्ठं ९ कनिष्ठवर्गेण ४ गुणितं जातं द्वितीयपक्षमूलं ३६ ।

अस्याद्यपक्षमूलेन का १ साम्यात्कालकमानं ३६ ।

अथ राशी याव २, याव ७ यावत्तावन्मानस्य वर्गौ ४।४ द्वाभ्यां सप्तभिश्च गुणितौ जातौ राशी ८।२८ ।

अथवा कनिष्ठं ७ तद्वर्गात् ४९ प्रकृति ८ गुणा ३९२ तत्क्षेप ४९ युता ४४१ न्मूलं ज्येष्ठं २१,

अत्रापि द्वितीयपक्षस्य वर्गवर्गेणापवर्तनात् ज्येष्ठं २१ कनिष्ठवर्गेण ४९ गुणितं द्वितीयपक्षमूलं १०२९ इदमेव कालकमानम् ।

अत्र यावत्तावन्मानेन कनिष्ठेन ७ राश्योरुत्थापनाज्जातौ राशी ९८।३४३ एवं बहुधा, एवं सरूपके वर्णकृती तु यत्र तत्रेच्छयैकां प्रकृतिं प्रकल्प्येति सूत्रेण इष्टकृतिरिष्ट-गुणिता व्येका दलिता विभाजितेष्टेनेत्यादिपाटीगणितसूत्रमुपपन्नं भवतीति तट्टीकायां द्रष्टव्यमित्यलम् ।

अथ यत्र द्वितीयपक्षे वर्णवर्गौ भावितं च तत्रोपायमुपजात्याह—

यत्र प्रथमपक्षस्य मूले गृहीते द्वितीयपक्षे वर्णवर्गौ सभावितौ स्तस्तत्र तद-न्तर्वर्तिनो यावतो मूलं लभ्यते तावतो मूलं ग्राह्यं अथ यच्छेषं तस्य इष्टांकेन भक्तस्य इष्टरहितस्यार्द्धेन तदेव गृहीतमूलं तुल्यं सम्यं कार्यं अत्र शेषस्य सजातीयवर्णात्मकमिष्टं

कल्पनीयं तथा प्राग्वदसकृत्समत्वे सति मानमव्यक्तमेव सिद्ध्यति यदि तु शेषालाप-
विधिर्नास्ति तदैकं राशिं व्यक्तमेव प्रकल्प्य क्रिया कार्या ।

अत्रोपपत्तिः—

द्वितीयपक्षस्य वर्गात्मकस्यापि संपूर्णस्य मूलं न लभ्यते अतो यावतो मूलं लभ्यते तावतो मूलं गृहीतं तत्तु द्वितीयपक्षमूलखण्डरूपं तद्वर्गस्य द्वितीयपक्षाच्छोधितस्य शेषं वर्गान्तरमेव तत्तुयोगान्तरघातसममतः शेषमिष्टेनान्तरमितेन भक्तं योगस्सचेष्टेन हीनस्तद्दलं लघुराशिः संक्रमणसूत्रेण सिद्धः ।

अस्य द्वितीयपक्षमूलखण्डेन यथागतेन साम्यमस्ति यतो गृहीतमूलं लघुराशिः संपूर्णपक्षमूलं बृहद्राशिः अनयोरन्तरमिष्टं कल्पितं तथा लघुबृहद्राश्योर्वर्गान्तरं शेषमिति समीकरणं यथागतमूलस्य लघुराशिना युक्तमेवेति यथोक्तमुपपन्नम् ॥

विमला—वे दो कौन राशि हैं, जिनके क्रमसे घन और वर्ग का योग तथा केवल राशियों का योग करने से वर्गात्मक होता है ।

उदाहरण—

यहाँ पर राशि या, का, कल्पना किया, इन में पहले का वर्ग और दूसरे का घन करके योग किया तो ($या^2 + का^3$) इतना हुआ, यह वर्गात्मक है, अतः नीलक वर्ग के साथ समीकरण किया तो—

$या^2 + का^3 = नी^2$,

यहाँ प्रथम पक्ष का मूल (नी) आया,

द्वितीय पक्ष का मूल वर्गप्रकृति से लेना है, अतः (या) को प्रकृति और ($का^3$) को क्षेप मान कर "इष्टभक्तो द्विधा क्षेप॰" इत्यादि प्रकार से कनिष्ठ, ज्येष्ठ का साधन करते हैं ।

जैसे क्षेप ($का^3$) में इष्ट (का) का भाग देने से लब्धि ($का^2$) आई, इस में इष्ट घटा कर आधा किया तो—

$\frac{का^2 - का}{2}$, इतना हुआ ।

युत करके आधा किया तो –

$\frac{का^2 + का}{2}$, इतना हुआ ।

पहले आधे में प्रकृति (रूप) का भाग देने से यावत्तावत् का मान हुआ ।

$या = \frac{का^2 - का}{2}$,

द्वितीय अर्ध यथास्थित ज्येष्ठपद का मान हुआ ।

अब यावत्तावत् के मान से राशि में उत्थापन देने से—

प्रथम राशि $=$ या $= \frac{\text{का}^2 - \text{का}}{२}$,

द्वितीय राशि $=$ का ।

दोनों राशियों का योग वर्ग है, अतः पीतक वर्ग के साथ समीकरण के लिये न्यास—

$\text{का} + \frac{\text{का}^2 - \text{का}}{२} = \text{पी}^2$,

वा $\frac{\text{का}^2 + \text{का}}{२} = \text{पी}^2$,

$\therefore \text{का}^2 + \text{का} = २\ \text{पी}^2$,

$४(\text{का}^2 + \text{का}) + १ = ४(२\ \text{पी}^2) + १$,

वा $४\ \text{का}^2 + ४\ \text{का} + १ = ८\ \text{पी}^2 + १$,

यहाँ प्रथम पक्ष का मूल (२ का + १) आया ।

द्वितीय पक्ष का मूल वर्गप्रकृति से लाना है, अतः पीतक वर्गाङ्क (८) को प्रकृति और रूप को क्षेप मान कर क्रिया करते हैं ।

इष्ट कनिष्ठ ६ कल्पना किया, इस का वर्ग ३६ को प्रकृति से गुणा कर (२८८) क्षेप जोड़ने से (२८९) हुआ । इस का मूल लिया तो ज्येष्ठ पद (१७) हुआ ।

कनिष्ठ प्रकृतिवर्ग (पी) के और ज्येष्ठ पूर्वपद के बराबर होता है ।

अतः समीकरण—

$२\ \text{का} + १ = १७$,

$\therefore २\ \text{का} = १६$,

$\therefore \text{का} = \frac{१६}{२} = ८$,

इस से उत्थापन देने से—

प्रथम राशि $= \frac{\text{का}^2 - \text{का}}{२} = \frac{६४ - ८}{१} = \frac{५६}{२} = २८$ ।

द्वितीय राशि $=$ का $= ८$ ।

अथवा इष्ट कनिष्ठ (३५) का वर्ग (१२२५) को प्रकृति (८) से गुणा कर (९८००) क्षेप (१) जोड़ने से (९८०१) इतना हुआ । इस का मूल (९९) ज्येष्ठ पद हुआ ।

इस का पूर्व पद के साथ समीकरण—

$२\ \text{का} + १ = ९९$,

$\therefore २\ \text{का} = ९८$,

$\therefore \text{का} = \frac{९८}{२} = ४९$ ।

इससे उत्थापन देने से—

प्रथम राशि $= \frac{का^2 - का}{२} = \frac{२४०१ - ४९}{२} =$

$\frac{२३५२}{२} = ११७६$ ।

द्वितीय राशि = का = ४९ ।

प्रकारान्तर से उदाहरण—

यहाँ प्रथम राशि = २ या^{2} और द्वितीय राशि = ७ या^{2}, दोनों का योग (९ या^{2}) स्वतः वर्ग होता है।

अब प्रथम राशि का घन (८ या^{6}) और द्वितीय राशि का वर्ग (४९ या^{4}), इन दोनों का योग (८ या^{6} + ४९ या^{4}) वर्ग है, अतः इस का कालक वर्ग के साथ समीकरण—

८ या^{6} + ४९ या^{4} = का^{2},

द्वितीय पक्ष का मूल (का) आया । प्रथम पक्ष का मूल वर्गप्रकृति से लेना है । अतः इस में (या^{4}) का अपवर्तन दिया तो (८ या^{2} + ४९) इतना हुआ ।

अब इष्ट कनिष्ठ (२) का वर्ग (४) को प्रकृति (८) से गुणाकर (३२) क्षेप (४९) युत करने से (८१) हुआ। इस का मूल (९) ज्येष्ठ पद हुआ।

यहां कनिष्ठ प्रकृति वर्ण (या) का मान है, इस के वर्ग से इस मूल (९) को गुणा किया तो (३६) हुआ। यही पूर्व पद (का) के बराबर है,

अतः का = ३६,

अब यावत्तावत् के मान से उत्थापन देने से—

प्रथम राशि = २ या^{2} = २ × ४ = ८ ।

द्वितीय राशि = ७ या^{2} = ७ × ४ = २८ ।

अथवा—इष्ट कनिष्ठ (७) का वर्ग (४९) को प्रकृति (८) से गुण कर (३९२) क्षेप (४९) जोड़ने से (४४१) हुआ। इस का मूल लिया तो (२१) ज्येष्ठ पद हुआ। इस ज्येष्ठ को भी कनिष्ठ वर्ग (४९) से गुणा करने पर पूर्व मूल के तुल्य होगा,

अतः का = ४९ × २१ = १०२९,

कनिष्ठ यावत्तावत् का मान है,

इस से पूर्वराशि में उत्थापन देने से—

प्रथम राशि = २ या^{2} = २ × ४९ = ९८ ।

द्वितीय राशि = ७ या^{2} = ७ × ४९ = ३४३ ।

आलाप०—प्रथम राशि = ८, द्वितीय राशि = २८, $(८)^3 + (२८)^2$ = ५१२ + ७८४ = १२९६, यह वर्गात्मक है, यतः इस का मूल (३६) आता है, दोनों का योग = ८ + २८ = ३६, यह भी वर्गात्मक है। यतः इस का मूल (६) है॥

"सभाविते वर्णकृतौ तु यत्र" इत्येतद्विषयीभूतमुदाहरणम्—

यथोर्वर्गयुतिर्घातयुता मूलप्रदा भवेत् ।
तन्मूलगुणितो योगः सरूपश्चाशु तौ वद ॥ ३ ॥

अत्र राशी या १, का १ । अनयोर्वर्गयुतिर्घातयुता याव १ याकाभा १ काव १। अस्या मूलं नास्तीति नीलकवर्गेण समामेतां कृत्वा पक्षयोः कालकवर्गं प्रक्षिप्य पक्षौ षट्त्रिंशता संगुण्य लब्धं नीलकपक्षमूलम् नी ६ । परपक्षस्यास्य याव ३६ याकाभा ३६ काव ३६ । यावतो मूलमस्ति तावतः "सभाविते वर्णकृतौ तु"–इत्यादिना मूलं गृहीतम् या ६ का ३ । शेषस्यास्य काव २७ । इष्टेन कालकेन हृतस्येष्टकालकवर्जितस्य च दलेन का १३ । तन्मूलं समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानम् का $\frac{५}{३}$ । अनेन यावत्तावदुत्थाप्य जातौ राशी का $\frac{५}{३}$, का १ । अनयोर्वर्गयुतेः काव $\frac{३४}{९}$ घातयुतायाः काव $\frac{४९}{९}$ मूलम् का $\frac{७}{३}$। अनेन राशियोगो का $\frac{८}{३}$ गुणितः काव $\frac{५६}{९}$ सरूपो जातः $\frac{\text{का ५६ रू ९}}{९}$ । अमुं पीतकवर्गसमं कृत्वा समच्छेदीकृत्य पक्षयोर्नवरूपाणि प्रक्षिप्य लब्धं कनिष्ठमूलम् ६ वा १८० । एतत्कालकमानमित्यनेनोत्थापितौ राशी १०, ६ । वा ३००, १८० एवमनेकधा ॥

सु॰—ययो राश्योर्वर्गयुतिः राशिघातेन युता सती मूलदा भवति तथा तन्मूलेन राशियोगो गुणितः सैकश्च मूलदः स्यात् तौ राशी वदेति ।

उदाहरणम्—

अत्र राशी या १। का १

अनयोर्वर्गयुतिर्घातयुता याव १ याकाभा १ काव १ अयं वर्ग इति नीलकवर्गेण समीकरणार्थं न्यासः—

{ याव १ याकाभा १ काव १ नीव ०
{ याव ० याकाभा ० काव ० नीव १

संशोध्य जातौ पक्षौ—

{ याव १ याकाभा १ काव० नीव०
{ याव ० याकाभा ० काव १ नीव१

अत्र कालकवर्गं प्रक्षिप्य न्यासः—

{ याव १ याकाभा १ काव १ नीव०
{ याव० याकाभा० काव० नीव १

एतावेव, एतौ षट्त्रिंशता संगुण्य द्वितीयपक्षस्य मूलं नी ६ ।

परपक्षे याव ३६ याकाभा ३६ काव ३६ अत्र यावतो मूलं स्यात्तावतो ग्राह्यं यथा भावितस्य नाशः स्यात् तत्र पूर्वखण्डस्य याव ३६ मूलं या ६ तृतीयखण्डा काव ३६ नवघ्नितकालकवर्गे काव ९ निः कास्य शेषं काव २७ निः काशितस्य मूलं का ३,

यावन्मूलं या ६, का ३ अनयोर्घातेन याकाभा १८ द्विगुणेन याकाभा ३६ संशोध्य-मानत्वादृणात्मकेन पूर्वस्थापित याकाभायाः ३६ नाश एव ।

एवं मूले या ६ का ३ शेषं काव २७ इदं कालकेष्टेन हृतं यथास्थितं परन्तु वर्णेन वर्गे भक्ते लब्धिर्वर्णात्मिकैव का २७ कालकेष्टेनोनं का २६ अर्द्धितं मूलमिमं का १३ पूर्वमूलसममिति न्यासः—

$$\begin{cases} \text{या ६ का ३} \\ \text{या ० का १३} \end{cases}$$

समीकरणाल्लब्धं $\frac{\text{का १०}}{\text{६}}$ द्वाभ्यामपवर्तितं यावत्तावन्मानं $= \frac{\text{का ५}}{\text{३}}$

अनेन यावत्तावदुत्थाप्य जातौ राशी

$\frac{\text{का ५}}{\text{३}}$, का १ ।

अनयोर्वर्गयुतिः समच्छेदेन $\frac{\text{काव ३४}}{\text{९}}$ राशिघातेन $\frac{\text{काव ५}}{\text{३}}$ समच्छेदेन युता ।

$\frac{\text{काव ४९}}{\text{९}}$ अस्या मूलं $\frac{\text{का ७}}{\text{३}}$ अनेन राशियोगो का $\frac{\text{८}}{\text{३}}$ गुणितः $\frac{\text{काव ५६}}{\text{९}}$,

समच्छेदेन सरूपः $\frac{\text{काव ५६ रू ९}}{\text{९}}$,

अयं वर्ग इति पीतकवर्गेण सम इति न्यासः—

$$\begin{cases} \frac{\text{काव ५६ पीव ० रू ९}}{\text{९}} \\ \text{काव ० पीव १ रू ०} \end{cases}$$

अत्र समच्छेदीकृत्य छेदगमे समशोधने च कृते जातौ पक्षौ—

$$\begin{cases} \text{काव ५६ पीव ० रू ०} \\ \text{काव ० पीव ९ रू ९} \end{cases}$$

अनयोर्नवरूपाणि ९ प्रक्षिप्य पीतकवर्गमूलं पी ३ परपक्षस्यास्य काव ५६ रू ९ वर्गप्रकृत्या मूलं साध्यम् ।

अत्रेष्टं कनिष्ठं ६ अस्य वर्गा ३६ प्रकृति ५६ गुणा २०१६ ९ क्षेपयुता २०२५ न्मूलं ज्येष्ठं ४५ ।

अत्र कनिष्ठं ६ कालकमानं ६ अनेन राशी का $\frac{\text{५}}{\text{३}}$, का १ उत्थापितावर्थाद्गुणितौ $\frac{\text{३०}}{\text{३}}$, ६ प्रथमो हर भक्तः एवं राशी १०।६ ।

अथवा कनिष्ठं १८० अनेनोत्थापितौ राशी ३००।१८० ।

आलापो यथा राश्यो १०।६ वर्गयुतिः १३६ राशिघात ६० युता १९६ अस्या-मूलं लभ्यते १४ ।

पुनः राशियोगः १६ मूलेन १४ गुणितः २२४ सरूपः २२५ अयमपि मूलद इति ॥

विमला०—कौन वे दो राशि हैं, जिन के वर्गयोग में राशिघात युत करने से मूलप्रद होता है। और राशियोग को पूर्वमूल से गुण कर एक युक्त करने से मूलप्रद होता है।

उदाहरण—

यहां राशि (या, का) कल्पना किया।

इन दोनों का वर्गयोग ($या^2 + का^2$) में घात (या·का) युत करने से ($या^2 + का^2 + या \cdot का$) वर्ग होता है।

अतः नीलकवर्ग के साथ समीकरण—

$$या^2 + का^2 + या \cdot का = नी^2,$$

$$\therefore ३६ (या^2 + का^2 + या \cdot का) = ३६ नी^2,$$

$$वा\ ३६ या^2 + ३६ का^2 + ३६ या का = ३६ नी,$$

यहां द्वितीय पक्ष का मूल (६ नी) आया। अब प्रथम पक्ष का मूल लेना है, इस में या· का को हटाने के लिये जितने खण्ड का मूल मिले उस को लेना चाहिए। अतः निम्न लिखित की तरह खण्ड कल्पना किया—

$$जैसे\ ३६ या^2 + ३६ या \cdot का + ९ का^2 + २७ का^2 =$$

$$(६ या + ३ का)^2 + २७ का^2$$

यहां प्रथम खण्ड का मूल = (६ या + ३ का) आया। शेष ($२७ का^2$) रहा। अब इष्ट कालक तुल्य कल्पना कर के शेष में उस का भाग देने से लब्धि = $\frac{२७ का^2}{का} = २७ का$, आई,

इस में इष्ट घटा कर आधा किया तो $\frac{२७ का - का}{२} = १३ का$ हुआ।

इस का प्रथम खण्ड के पद (६ या + ३ का) के साथ समीकरण—

$$६ या + ३ का = १३ का,$$

$$\therefore ६ या = १० का$$

$$\therefore या = \frac{१० का}{६} = \frac{५ का}{३},$$

इस से पूर्व कल्पित राशि में उत्थापन देने से—

$$प्रथम राशि = \frac{५ का}{३},$$

$$द्वितीय राशि = का,$$

दोनों राशियों के वर्गयोग में राशिघात जोड़ कर मूल लिया

$$\sqrt{\frac{२५ का^2}{९} + का^2 + \frac{५ का}{३} \times का} =$$

$$\sqrt{\frac{३४\ का^२}{९}+\frac{५\ का^२}{३}}=\sqrt{\frac{३४\ का^२+१५\ का^२}{९}}=$$

$$\sqrt{\frac{४९\ का^२}{९}}=\frac{७\ का}{३}$$, आया।

इस से राशि योग $\left(\frac{५\ का}{३}+का=\frac{८\ का}{३}\right)$ को गुण देने से—

$\frac{८\ का}{३}\times\frac{७\ का}{३}=\frac{५६\ का^२}{९}$, इस में रूप जोड़ने से $\left(\frac{५६\ का^२}{९}+१\right)$ वर्ग होता है,

अतः इस का पीतक वर्ग के साथ समीकरण—

$$\frac{५६\ का^२}{९}+१=पी^२,$$

$$\therefore ५६\ का^२+९=९\ पी^२,$$

यहां द्वितीय पक्ष का मूल (३ पी) आया।

प्रथम पक्ष का मूल वर्गप्रकृति से लेना है।

अतः इष्ट कनिष्ठ ६ कल्पना किया, इस के वर्ग (३६) को प्रकृति (५६) से गुण कर (२०१६) क्षेप (९) युत किया तो (२०२५) हुआ। इस का मूल (४५) ज्येष्ठ पद हुआ।

कनिष्ठ (६) कालक का मान है, इस से पूर्व राशि में उत्थापन देने से—

$$प्रथम\ राशि=\frac{५\ का}{३}=\frac{५\times६}{३}=१०\ ।$$

$$द्वितीय\ राशि=का=६\ ।$$

अथवा—कनिष्ठ (१८०) से उत्थापन देने से—

$$प्रथम\ राशि=\frac{५\ का}{३}=\frac{५\times१८०}{३}=५\times६०=३००\ ।$$

$$द्वितीय\ राशि=का=१८०\ ।$$

आलाप—प्रथमराशि = १० ।

द्वितीय राशि = ६ ।

$(१०)^२+(६)^२+१०\times६=$

$१००+३६+६०=१९६=(१४)^२,$

वर्गात्मक सिद्ध हुआ। यतः इस का मूल (१४) है, इस मूल से गुणित राशि योग में रूप जोड़ने से—

$१४\ (१०+६)+१=२२४+१=२२५=(१५)^२$, यह भी मूलप्रद सिद्ध हुआ ॥

अथ कस्याप्युदाहरणम्—

यत् स्यात् सालपवधार्धतो घनपदं यद्वर्गयोगात् पदं
 यद्योगान्तरयोर्द्विकाभ्यधिकयोर्वर्गान्तरात् साष्टकात् ।
यच्चैतत्पदपञ्चकं तु मिलितं स्याद्वर्गमूलप्रदं
 तौ राशी कथयाशु निश्चलमते षट्काष्टकाभ्यां विना ॥ ५ ॥

सालपवधस्यार्धाद्घनपदं ग्राह्यम् । अत्रालापानां बहुत्वेऽसकृत् क्रिया कार्या सा न निर्वहत्यतो बुद्धिमता तथा राशी कल्प्यौ यथैकेनैव वर्णेन सर्वेऽप्यालापा घटन्ते ।

तथा कल्पितौ राशी याव १ रू १̇, या २ । अनयोः सालपवधार्धतो घनपदम् या १ । वर्गयोगात् पदम् याव १ रू १ । अधिकयोगपदम् या १ रू १ । अधिकान्तरपदम् या १ रू १̇ । साष्टवर्गान्तरपदम् याव १ रू ३̇ । एषां योगः याव २ या ३ रू २̇ । अयं वर्ग इति कालकवर्गसमं कृत्वा पक्षावष्टभिः संगुण्य पञ्चविंशतिरूपाणि प्रक्षिप्य प्रथमपक्षस्य मूलम् या ४ रू ३ । परपक्षस्यास्य काव ८ रू २५ वर्गप्रकृत्या मूले क ५ ज्ये १५ वा क ३० ज्ये ८५ वा क १७५ ज्ये ४९५ । ज्येष्ठं पूर्वपदेन समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानम् ३, वा $\frac{८१}{४}$, वा १२३ । अनेनोत्थापितौ राशी ८, ६ वा $\frac{६५७७}{४}$, ४१ वा १५१२८, २४६ । एवमनेकधा ।

अथवा यावत्तावद्वर्गो यावत्तावद्द्वयेन युत एको राशिः याव १ या २ यावत्तावद्द्वयं रूपद्वययुतमन्यराशिः या २ रू २ । अथवा यावत्तावद्वर्गो यावत्तावद्द्वयोन एको राशिः याव १ या २̇ । यावत्तावद्द्वयं रूपद्वयोनमन्यराशिः या २ रू २̇ । अथवा यावत्तावद्वर्गो यावत्तवच्चतुष्टयं रूपत्रययुतं चैको राशिः याव १ या ४ रू ३ । यावत्तावद्द्वयं रूपचतुष्टयं चान्यः या २ रू ४ ॥

सु०—अथ क्रियालाघवं प्रदर्शयितुं कस्यचिदुदाहरणमाह शार्दूलविक्रीडितेन—भो निश्चलमते तौ राशी कथय तौ कौ ययोर्लघुबृहद्राश्योर्घातो वधः सालपः अल्पेन लघुराशिना सहितः सालपः सालपवधस्यार्धाद्यद्घनपदं घनमूलमिति, तयोरेव राश्योर्वर्गयोर्योगात्पदं तयोरेव योगान्तरयोर्द्विकाभ्यधिकयोः द्वाभ्यामधिके युक्ते ये योगान्तरे ताभ्यां ये पदे तयोरेव वर्गान्तरात्साष्टकात् रूपाष्टकेन सहिताद्यत्पदं एतत्पदपंचकं मिलितं एकीकृतं सद्वर्गमूलप्रदं स्यात् परन्तु षट्काष्टकाभ्यां विना वदेत्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्रालापानां बहुत्वे सकृत् क्रिया न निर्वहति अतस्तथा राशी कल्प्यौ यथैकेनैव वर्णेन सर्वेऽप्यालापा घटन्ते तथा कल्पितौ राशी याव १ रू १̇ । या २ ।

अनयोर्वधः याघ २ या २̇ अयं लघुराशिना या २ युक्तः घनर्णयोरन्तरमेव योग इति जातं याघ २ अस्यार्द्धं याघ १ अस्य घनपदं या १ ।

अथ राश्योर्वर्गौ यावव १ याव २̇ रू १ । याव ४ ।

अनयोर्यथास्थानं योगे कृते जातं यावव १ याव २ रू १ ।

अस्य पदं याव १ रू १ ।

अथ राश्योर्योगः याव १ या २ रू १̇ रूपद्वय २ युतः याव १ या २ रू १ अस्य मूलं या १ रू १ ।

अथ राश्योरन्तरं याव १ या २̇ रू १̇ रूपद्वययुतं याव १ या २̇ रू १ अस्य मूलं या १ रू १̇ ।

अथ राश्योर्वर्गौ यावव १ याव २̇ रू १ । याव ४ अनयोरन्तरं यावव १ याव ६̇ रू १ रूपाष्टकयुतं यावव १ याव ६̇ रू ९ अस्य पदं याव १ रू ३̇ ।

एषां पंचपदानां क्रमेण न्यासः—

$$\left\{\begin{array}{l} \text{या १ रू ०} \\ \text{याव १ रू १} \\ \text{या १ रू १} \\ \text{या १ रू १̇} \\ \text{याव १ रू ३̇} \end{array}\right.$$

एषां यथास्थानकं योगः याव २ या ३ रू २̇ वर्गोऽयमिति कालकवर्ग सम इति संशोधनात्पक्षौ,—

$$\left\{\begin{array}{l} \text{याव २ या ३} \\ \text{काव १ रू २} \end{array}\right.$$

एतावष्टभिस्संगुण्य नवरूपाणि प्रक्षिप्य जातौ—

$$\left\{\begin{array}{l} \text{याव १६ या २४ रू ९} \\ \text{काव ८ रू २५} \end{array}\right.$$

प्रथमपक्षस्य मूलं या ४ रू ३ ।

परपक्षस्यास्य काव ८ रू २५ वर्गप्रकृत्या मूलं यथा इष्टं कनिष्ठं ५ अस्य वर्गो २५ स्प्रकृति ८ गुणा २०० तत्क्षेप २५ युतान्मूलं ज्येष्ठं १५ ।

अथवा इष्टं ३० अतो ज्येष्ठं ८५ वा १७५ । ४९५, अथ ज्येष्ठं १५ वा ज्येष्ठं ८५ वा ज्येष्ठं ४६५ पूर्वपदेन या ४ रू ३ सममिति शोधनार्थं न्यासः—

$$\left\{\begin{array}{l} \text{या ४ रू ३} \\ \text{या ० रू १५} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{या ४ रू ३} \\ \text{या ० रू ८५} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{या ४ रू ३} \\ \text{या ० रू ४९५} \end{array}\right.$$

समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं ३ वा ४१/२ वा १२३ प्रथमयावत्तावन्मानेन

१ राशी याव १ रू १ । या २ उत्थापितौ वर्गेण वर्गं गुणयेद्भजेच्चेदित्यतो मान-वर्गो ९ रूपोनो जातः प्रथमोराशिः ८ ।

तदेव द्विगुणं द्वितीयो राशिः ६ ।

अथवाऽनेन $\frac{४१}{२}$, जातौ राशी $\frac{१६७७}{४}$, ४१ ।

अथवाऽनेन १२३ जातौ राशी १५ १२८ । २४६ । एवमनेकधा ।

अथवा यावद्वर्गो यावद्द्वययुत एकोराशिः याव १ या २, यावद्द्वयं रूपद्वययु-तमन्यः या २ रू २ ।

अथ राश्योर्घातस्तु "गुण्यः पृथग्गुणकखण्डसमो निवेश्य" इत्यादिना न्यासः—

{ या २
{ रू २

{ याव १ या २
{ याव १ या २

गुणने कृते यथा स्थानकं योगे च कृते न्यासः याघ २ याव ६ या ४ ।

अयमल्पराशिना या २ रू २ युतः याघ २ याव ६ या ६ रू २ ।

अस्यार्द्धम् याघ १ याव ३ या ३ रू १ ।

अस्य घनपदं ग्राह्यं तत्र आद्यं घनस्थानमथाघने द्वे पुनस्तथान्त्याद्घनतो विशो ध्येत्यादिना यथा घनमूलार्थे संकेतं कृत्वा न्यासः याघ १ याव ३ या ३ रू १

अत्रान्त्यात् याघ १ अस्य या १ घनं विशोध्य शेषं याव ३ या ३ रू १ पृथक्-स्थं पदं या १ ।

अस्य कृत्या त्रिघ्न्या याव ३ तदाद्यं भक्तं लब्धं रू १ अस्यकृति १ मन्त्यनिघ्नीं त्रिघ्नीं या ३ तत्प्रथमात्संत्यज्य फलस्य रू १ घनं तदाद्यात्त्यजेदिति जातं घन पदं या १ रू १।

अथ राश्योर्वर्गौ यावव १ याघ ४ याव ४ । याव ४ या ८ रू ४ ।

अनयोर्योगः यावव १ याघ ४ याव ८ या ८ रू ४ ।

पदमत्र त्यक्त्वान्त्याद्विषमात्कृतिमित्यादिना—

याव १ या २ रू २ ।

अथ राश्योर्योगो द्वियुक्तः याव १ या ४ रू ४ अत्र कृतिभ्य आदाय पदानीति पदं या १ रू २ ।

अथ राश्योरन्तरे क्रियमाणे द्वितीयराशौ स्थानद्वये ऋणत्वधनर्णयोरन्तरमिति जातं याव १ रू २ इदं रूपद्वययुतं याव १ अस्य पदं या १ ।

अथ राश्योर्वर्गौ यावव १ याघ ४ याव ४। याव ४ या ८ रू ४ ।

अनयोरन्तरं धनर्णयोरन्तरमित्यादिना जातं यावव १ याघ ४ याव० या ८ रू ४ ।

अस्य पदं त्यक्त्वान्त्याद्विषमादित्यादिना प्राग्वं न्यासः यावव १ याघ ४ याव० या ८ रू ४ं।

अत्र प्रथमखण्डस्य पदं याव १ अनेन द्विगुणेन याव २ द्वितीयखण्डे याघ ४ भक्ते लब्धं या २ अत्र भाज्यस्य वर्गत्वाल्लब्धं या २ अस्य वर्गः याव ४ तृतीयखण्डा याव० च्छोधितः शेषं याव ४ं या ८ रू ४।

अथ लब्धेन याव १ या २ द्विगुणेन याव २ या ४ समे याव ४ं या ८ भक्ते लब्धं रू २ं।

अत्र भाज्यस्य ऋृणत्वाल्लब्धेरप्यृणत्वं अत्र लब्धगुणितहरं तथा रूपकृतिं च संशोध्य शेषाभावः जातं पदं याव १ या २ रू २ं।

अथ क्रमेण पदानां न्यासः—

$$\begin{cases} \text{या } २ \text{ रू } १ \\ \text{याव } १ \text{ या } २ \text{ रू } २ \\ \text{या } १ \text{ रू } २ \\ \text{या } १ \text{ रू } ० \\ \text{याव } १ \text{ या } २ \text{ रू } \dot{२} \end{cases}$$

एषां योगः याव २ या ७ रू ३।

अयं वर्ग इति कालकवर्गेण साम्यार्थं न्यासः—

$$\begin{cases} \text{याव } २ \text{ या } ७ \text{ काव } ० \text{ रू } ३ \\ \text{याव } ० \text{ या } ० \text{ काव } १ \text{ रू } ० \end{cases}$$

संशोध्य जातौ पक्षौ—

$$\begin{cases} \text{याव } २ \text{ या } ७ \\ \text{काव } १ \text{ रू } \dot{३} \end{cases}$$

अत्र पक्षावष्टभिस्संगुण्य सप्तवर्गतुल्यानि। ४९ रूपाणि प्रक्षिप्य न्यासः—

$$\begin{cases} \text{याव } १६ \text{ या } ५६ \text{ रू } ४९ \\ \text{काव } ८ \text{ रू } २५ \end{cases}$$

प्रथमपक्षमूलं या ४ रू ७ परपक्षस्यास्य काव ८ रू २५ वर्गप्रकृत्या मूलं अत्रेष्टं कनिष्ठं ५ अस्य वर्गात्प्रकृति ८ गुणा २०० त् क्षेप २५ युतान्मूलं ज्येष्ठं १५ इदं पूर्वमूलेन सममिति न्यासः—

$$\begin{cases} \text{या } ४ \text{ रू } ७ \\ \text{या } ० \text{ रू } १५ \end{cases}$$

अत्र समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं २।

अनेन पूर्वराशी याव १ रू २। या २ रू २। उत्थाप्य रूपाणि संयोज्य जातौ राशी ८।६।

अत्रोत्थापनं वर्णस्य वर्गेणेति ज्ञेयम्।

अथवा इष्टं ३० कनिष्ठमतोज्येष्ठं ८५ पूर्वपदेन या ४ रू ७ साम्यकरणादस्य जातं यावत्तावन्मानं ३६।

अनेनोत्थाप्य जातौ राशी तावेव $\frac{१६७७}{४}$ । ४१ तद्यथा वर्गे वर्गोत्थापनं यावन्मानं $\frac{३९}{२}$, अस्यवर्गः $\frac{१५२१}{४}$ अथ यावन्मानं द्विगुणं ३९ अनयोः समच्छेदेन योगः प्रथमो राशिः $\frac{१६७७}{४}$,

एवं यावन्मानं द्विगुणं ३९ रूपद्वययुतं द्वितीयो राशिः ४१ ।

एवं बहुधा अथवा यावद्वर्गो यावद्द्वयोन एको राशिः याव १ या २ ।

यावद्द्वयं द्विरूपोनमन्यः या २ रू २ अत्र पूर्ववद्यावन्मानं $\frac{४३}{२}$ अनेनोत्थापितौ जातौ राशी तावेव ।

अथवा यावद्वर्गो यावच्चतुष्टयं रूपत्रययुतं चैकः याव १ या ४ रू ३ ।

यावद्द्वयं रूपचतुष्टययुतं चान्यः या २ रू ४ ।

अत्रोक्तवद्यावन्मानं $\frac{३७}{२}$ तावेव राशी भवतः ॥

विमला०—वे कौन दो राशियां हैं, जिन के घात में लघु राशि जोड़ कर आधा करने से घनमूलद होता है ।

उन्हीं राशियों के वर्गयोग करने से वर्गमूलद होता है ।

एवं उनके योग और अन्तर में दो जोड़ने से वर्गमूलद होता है ।

तथा उन के वर्गान्तर में आठ जोड़ देने से वर्गमूलद होता है ।

इस तरह से लाये हुए पाँचों मूलों के योग भी मूलप्रद होता है । हे स्थिरबुद्धि वाले ! छै, आठ को छोड़ कर उन राशियों को बता ओ ।

उदाहरण—

इस उदाहरण में अनेक आलाप होने के कारण बार बार क्रिया करने से राशि आवेगी। किन्तु बार बार क्रिया करना ठीक नहीं होगा, अतः पहले ही इस तरह की राशि कल्पना किये जिन में सब आलाप घटित होवें ।

जैसे प्रथम राशि = या^{२} − १ ।

द्वितीय राशि = २ या ।

दोनों राशियों के घात मे लघु राशि युत कर आधा करने से—

$$\frac{(\text{या}^{२} - १) \times २\,\text{या} + २\,\text{या}}{२} =$$

$$\frac{२\,\text{या}^{३} - २\,\text{या} + २\,\text{या}}{२} =$$

$\frac{२\,\text{या}^{३}}{२} = \text{या}^{३}$, यह घनात्मक सिद्ध हुआ ।

दोनों राशियों के वर्गयोग करने से—

$(\text{या}^{२} - १)^{२} + (२\,\text{या})^{२} =$

$\text{या}^{४} - २\,\text{या}^{२} + १ + ४\,\text{या}^{२} =$

$\text{या}^{४} + २\,\text{या}^{२} + १ = (\text{या} + १)^{२}$, यह वर्गात्मक सिद्ध हुआ ।

राशियों के योग में दो युत करने से—

$या^2 - १ + २ या + २ =$

$या^2 + २ या + १ =$

$(या + १)^2$, यह भी वर्गात्मक सिद्ध हुआ।

राशियों के अन्तर में दो रूप युत करने से—

$या^2 - १ - २ या + २ =$

$या^2 - २ या + १ =$

$(या - १)^2$, यह भी वर्गात्मक सिद्ध हुआ।

राशियों के वर्गान्तर में आठ जोड़ने से—

$(या^2 - १)^2 - (२ या)^2 + ८ =$

$या^4 - २ या^2 + १ - ४ या^2 + ८ =$

$या^4 - ६ या^2 + ९ = (या^2 - ३)^2$ यह भी वर्गात्मक सिद्ध हुआ।

अब पाँचों मूलों का योग करने से—

$(या) + (या^2 + १) + (या + १) + (या - १) + (या^2 - ३) =$

$२ या^2 + ३ या - २$,

यह वर्गात्मक है, अतः कालक वर्ग के साथ समीकरण—

$२ या^2 + ३ या - २ = का^2$,

$\therefore २ या^2 + ३ या = का^2 + २$,

$\therefore ८ (२ या^2 + ३ या) + ९ = ८ का^2 + १६ + ९$,

वा $१६ या^2 + २४ या + ९ = ८ का^2 + २५$,

वा $(४ या + ३)^2 = ८ का^2 + २५$,

यहाँ प्रथम पक्ष का मूल (४ या + ३), आया। द्वितीय पक्ष का मूल वर्ग प्रकृति से लेना है,

अतः इष्ट कनिष्ठ ५ कल्पना किया, इस का वर्ग (२५) को प्रकृति (८) से गुण कर (२००) क्षेप जोड़ा तो (२२५) हुआ। इस का मूल (१५) ज्येष्ठपद हुआ।

अथवा—कनिष्ठ (३०) का वर्ग (९००) को प्रकृति (८) से गुण कर (७२००) क्षेप (२५) जोड़ा तो (७२२५) हुआ। इस का मूल (८५) ज्येष्ठ पद हुआ।

अथवा—कनिष्ठ (१७५) कल्पना करने से ज्येष्ठपद (४९५) हुआ।

इन तीनों ज्येष्ठपदों का पूर्व पद (४ या + ३) के साथ समीकरण के लिये न्यास—

$४ या + ३ = १५, \therefore या = \frac{१२}{४} = ३$।

$४ या + ३ = ८५$, $\therefore या = \frac{८२}{४} = \frac{४१}{२}$।

$४ या + ३ = ४९५$ $\therefore या = \frac{४९२}{४} = १२३$।

पहला यावत्तावत् के मान का उत्थापन देने से—

प्रथम राशि $= या^{२} - १ = ९ - १ = ८$।

द्वितीय राशि $= २ या = २ \times ३ = ६$।

दूसरा यावत्तावत् के मान का उत्थापन देने से—

प्रथम राशि $= या^{२} - १ = \frac{१६८१}{४} - १ = \frac{१६७७}{४}$।

द्वितीय राशि $= २ या = २ \times \frac{४१}{२} = ४१$।

तीसरा यावत्तावत् के मान का उत्थापन देने से—

प्रथम राशि $= या^{२} - १ = १५१२९ - १ = १५१२८$।

द्वितीय राशि $= २ या = २ \times १२३ = २४६$।

प्रकारान्तर से उदाहरण—

प्रथम राशि $= या^{२} + २ या$। द्वितीय राशि $= २ या + २$।

इन के घात में लघु राशि जोड़ने से—

$(या^{२} + २ या) \times (२ या + २) + २ या + २ =$

$या^{२} (२ या + २) + २ या (२ या + २) + २ या + २ =$

$२ या^{३} + २ या^{२} + ४ या^{२} + ४ या + २ या + २ =$

$२ या^{३} + ६ या^{२} + ६ या + २$,

इस का आधा किया तो $या^{३} + ३ या^{२} + ३ या + १ = (या + १)^{३}$.

अतः यह घनात्मक सिद्ध हुआ।

राशियों के वर्गयोग करने से—

$(या^{२} + २ या)^{२} + (२ या + २)^{२} =$

$या^{४} + ४ या^{३} + ४ या^{२} + ४ या^{२} + ८ या + ४ =$

$या^{४} + ४ या^{३} + ८ या^{२} + ८ या + ४ =$

$(या^{२} + २ या + २)^{२}$

यह भी वर्गात्मक सिद्ध हुआ।

राशियों के योग में दो जोड़ देने से—

$या^{२} + २ या + २ या + २ + २ =$

$या^{२} + ४ या + ४ =$

$(या + २)^{२}$, यह वर्गात्मक सिद्ध हुआ

राशियों के अन्तर में दो जोड़ देने से—

$($या$^2 + २$ या$) - (२$ या$+ २) + २ =$

या^{2}, यह भी वर्गात्मक सिद्ध हुआ।

राशियों के वर्गान्तर में आठ जोड़ देने—

$($या$^2 + २$ या$)^2 - (२$ या$+ २)^2 + ८ =$

$($या$^4 + ४$ या$^3 + ४$ या$^2) - (४$ या$^2 + ८$ या$+ ४) + ८ =$

या$^4 + ४$ या$^3 - ८$ या$+ ४ = ($या$^2 + २$ या$- २)^2$,

यह भी वर्गात्मक सिद्ध हुआ।

अब मूलों का यथाक्रम न्यास—

$$\begin{array}{rr} \text{या} + १ & (१) \\ \text{या}^2 + २\,\text{या} + २ & (२) \\ \text{या} + २ & (३) \\ \text{या} & (४) \\ \text{या}^2 + २\,\text{या} - २ & (५) \\ \hline \text{योग} = २\,\text{या}^2 + ७\,\text{या} + ३, & \end{array}$$

यह भी वर्ग है, अत कालक वर्ग के साथ समीकरण

$$२\,\text{या}^2 + ७\,\text{या} + ३ = \text{का}^2,$$

$$\therefore २\,\text{या}^2 + ७\,\text{या} = \text{का}^2 - ३,$$

$$\therefore ८(२\,\text{या}^2 + ७\,\text{या}) + ४९ = ८(\text{का}^2 - ३) + ४९,$$

$$\text{वा } १६\,\text{या}^2 + ५६\,\text{या} + ४९ = ८\,\text{का}^2 + २५,$$

$$\therefore ४\,\text{या} + ७ = \sqrt{८\,\text{का}^2 + २५},$$

अब द्वितीय पक्ष का मूल वर्गप्रकृति से लेते हैं।

जैसे इष्ट कनिष्ठ ५ कल्पना किया, इस का वर्ग २५ को प्रकृति (८) से गुण कर (२००) क्षेप (२५) जोड़ने से (२२५) हुआ।

इस का मूल (१५) ज्येष्ठपद हुआ।

इस ज्येष्ठ का पूर्व पक्ष के साथ समीकरण —

$$४\,\text{या} + ७ = १५,$$

$$\therefore \text{या} = \frac{८}{४} = २।$$

इस से उत्थापन देने से—

$$\text{प्रथम राशि} = \text{या}^2 + २\,\text{या} = ४ + ४ = ८।$$

$$\text{द्वितीय राशि} = २\,\text{या} + २ = ४ + २ = ६।$$

अथवा—इष्ट कनिष्ठ (३०) पर से ज्येष्ठ पद (८५) आया, इस को पूर्व मूल (४ या + ७) के साथ समीकरण—

$४ \text{ या} + ७ = ८५,$

$\therefore ४ \text{ या} = ८५ - ७ = ७८,$

$\therefore \text{या} = \frac{७८}{४} = \frac{३९}{२},$

इस से उत्थापन देने से—

प्रथम राशि $= \text{या}^२ + २ \text{ या} = (\frac{३९}{२})^२ + २ \times \frac{३९}{२} =$

$\frac{१५२१}{४} + \frac{७८}{२} =$

$\frac{१५२१}{४} + \frac{१५६}{४} = \frac{१६७७}{४}$ ।

द्वितीय राशि $= २ \text{ या} + २ = २ \times \frac{३९}{२} + २ =$

$\frac{७८}{२} + २ = \frac{८२}{२} = ४१$ ।

अथवा—प्रथम राशि $= \text{या}^२ - २ \text{ या},$

द्वितीय राशि $= २ \text{ या} - २,$

कल्पना कर उक्त रीति से—

$\text{या} = \frac{४३}{२}$, आता है ।

अथवा—प्रथम राशि $= \text{या}^२ + ४ \text{ या} + ३,$

द्वितीय राशि $= २ \text{ या} + ४,$

कल्पना कर उक्त रिति से—

$\text{या} = \frac{३७}{२}$, आता है ।

इस से उत्थापन देकर राशियों का मान जानना चाहिए ।

आलाप—प्रथम राशि $= \frac{१६७७}{४}$, द्वितीय राशि $= ४१,$

$$\frac{\frac{१६७७}{४} \times ४१ + ४१}{२} = \frac{६८७५७ + १६४}{८} =$$

$\frac{६८९२१}{८} = \left(\frac{४१}{२}\right)^३$, यह घन सिद्ध हुआ ।

वर्ग योग $= \left(\frac{१६७७}{४}\right)^२ + (४१)^२ =$

$\frac{२८१२३२९}{१६} + १६८१$

$$\frac{२८१२३२९ + २६८९६}{१६} =$$

$$\frac{२८३९२२५}{१६} = \left(\frac{१६८५}{४}\right)^२$$, यह वर्गात्मक सिद्ध हुआ।

राशि योग में दो जोड़ने से—

$$\frac{१६७७}{४} + ४१ + २ = \frac{१६७७ + १६४ + ८}{४} =$$

$$\frac{१८४९}{४} = \left(\frac{४३}{२}\right)^२$$, यह वर्गात्मक सिद्ध हुआ।

राश्यन्तर में दो जोड़ने से—

$$\frac{१६७७}{४} - ४१ + २ = \frac{१६७७ - १६४ + ८}{४} =$$

$$\frac{१५१३ + ८}{४} = \frac{१५२१}{४} =$$

$$\left(\frac{३९}{२}\right)^२$$, यह वर्गात्मक सिद्ध हुआ।

वर्गान्तर में आठ जोड़ने से—

$$\left(\frac{१६७७}{४}\right)^२ - (४१)^२ + ८ =$$

$$\frac{२८१२३२९}{१६} - १६८१ + ८ =$$

$$\frac{२८१२३२९ - २६८९६}{१६} + ८ = \frac{२७८५४३३ + १२८}{१६} =$$

$$\frac{२७८५५६१}{१६} = \left(\frac{१६६९}{४}\right)^२$$, यह भी वर्गात्मक सिद्ध हुआ।

पाँचों मूलों का योग =

$$\frac{४१}{२} + \frac{१६८५}{४} + \frac{४३}{२} + \frac{३९}{२} + \frac{१६६९}{४} =$$

$$\frac{४१}{२} + \frac{४३}{२} + \frac{३९}{२} + \frac{१६८५}{४} + \frac{१६६९}{४} =$$

$$\frac{१२३}{२} + \frac{३३५४}{४} = \frac{२४६}{४} + \frac{३३५४}{४} =$$

$$\frac{३६००}{४} = \left(\frac{६०}{२}\right)^२$$, यह भी वर्गात्मक सिद्ध हुआ॥

एवं सहस्रधा गूढा मूढानां कल्पना यतः।
कृपया कल्पनोपायस्तेषामेव च कथ्यते॥

सु०—यथात्र चतुर्धा राशिकल्पना कृता एवं राशिकल्पना सहस्रधा अस्ति सा यतो मूढानां मन्दज्ञानां गूढा गुप्ता कठिना वास्ति तेषां राशीनां कल्पनोपायः क्रियया युक्त्या कथ्यत इति ॥

विमला—इस तरह अनेक प्रकार से राशि की कल्पना हो सकती है । किन्तु मन्द बुद्धियों के लिये यह कल्पना कठिन है । इस लिये क्रिया के द्वारा राशि कल्पना करने की युक्ति को कहते हैं ।

अथ सूत्रं वृत्तद्वयम्—

सरूपमव्यक्तमरूपकं वा वियोगमूलं प्रथमं प्रकल्प्य ।
योगान्तरक्षेपकभाजिताद्यद्वर्गान्तरक्षेपकतः पदं स्यात् ॥ ११ ॥
तेनाधिकं तत्तु वियोगमूलं स्याद्योगमूलं तु तयोस्तु वर्गौ ।
स्वक्षेपकोनौ हि वियोगयोगौ स्यातां ततः संक्रमणेन राशी ॥ १२ ॥

सु०—अथ प्रतिज्ञातमुपायमुपजातिद्वयेनाह—

प्रथममादौ सरूपं अव्यक्तं अरूपकं रूपरहितमव्यक्तं वा वियोगमूलं कल्प्यं पुनर्वर्गान्तरक्षेपाद्योगान्तरक्षेपभक्ताद्यल्लब्धं तस्य यत्पदं तेनाधिकं युक्तं वियोगमूलं योगमूलं स्यात् ततस्तयोर्योगवियोगमूलयोर्वर्गौ कार्यौ तौ स्वस्वक्षेपकोनौ योगान्तरक्षेपकेन रहितौ योगवियोगौ स्यातां ततस्ताभ्यां योगवियोगाभ्यां संक्रमणसूत्रेण राशी स्यातामित्यर्थः ।

यत्र योगान्तरयोस्तुल्यः क्षेपस्तत्रैवानेन विधिना राशिकल्पनं संभवति न ह्यतुल्ये क्षेपे इति ज्ञेयम् ।

अथास्योदाहरणम्—

यथा अरूपमव्यक्तं वियोगमूलं कल्पितं या १ रू १ ।

अथ वर्गान्तरक्षेपे ८ योगान्तरक्षेपक २ भक्ते लब्धं ४ अस्यमूलेन २ वियोगमूलं युक्तं योगमूलं या १ रू १ ।

तयोर्वर्गौ याव १ या २ रू १ । याव १ या २ रू १ ।

योगान्तरक्षेपाभ्यां २।२ हीनौ जातौ वियोग याव १ या २ रू १ योगौ याव १ या २ रू १

योगो वियोगयुक्तो दलितः प्रथमो राशिः याव १ रू १ ।

योगो वियोगहीनो दलितो द्वितीयराशिः या २ ।

एवं यत्स्यात्सार्धवधार्द्धतो घनपदमित्युदाहरणे सिद्धम् ।

अथवा सरूपमव्यक्तं वियोगमूलं या १ रू १ आगतपदेन २ युक्तं योगमूलं या १ रू ३ द्वयोर्वर्गौ याव १ या २ रू १ । याव १ या ६ रू ६ स्वक्षेपाभ्यां २।२ हीनौ जातौ वियोग याव १ या २ रू १ योगौ याव १ या ६ रू ७ ।

अनयोर्योगा याव २ या ८ रू ६ न्तरे या ४ रू ८ दलित इति याव १ या ४ रू ३ प्रथमः, या २ रू ४ द्वितीयः ।

एवमन्यात्रापि ।

अथोक्तसूत्रोपपत्तिः—

राश्योर्योगान्तरे क्षेपयुते वर्गात्मके तन्मूले यावत्तावत्कालकमिते कल्पिते या १ । का १ ।

अनयोर्वर्गौ स्वस्वक्षेपोनौ योगान्तरस्वरूपौ याव १ क्षे १̇। काव १ क्षे १̇ ।

एतौ चेत्स्वस्वक्षेपयुतौ तदा वर्गौ मूलदावेव ।

अथ योगान्तरयोर्गुणनार्थं न्यासः—

याव १ (काव १ क्षे १̇)
क्षे १̇ (काव १ क्षे १̇)

गुणनाजातं खण्डचतुष्टयं याव·काव १ याव·क्षे १̇ काव·क्षे १̇ क्षेव १ इदं राश्योर्वर्गान्तरं जातं वर्गान्तरस्य योगान्तरघातसमत्वात् ।

अथ वर्गान्तरमिदं केन युक्तं मूलदं स्यात्स एव वर्गान्तरक्षेपस्तद्विचारो यथा अत्र खण्डचतुष्टये आद्यान्त्ययोर्मूले याका १। क्षे १ दृश्येते ततस्तयोर्घातो द्विगुण ऋणगतः याका·क्षे २ यदि क्षिप्यते तथा द्वितीयतृतीयखण्डतुल्यो धनगतश्च याव·क्षे १ काव·क्षे १ योज्यते तदा द्वितीयतृतीयखण्डयोर्नाशः ।

अतो ज्ञातः क्षेपः काव·क्षे १ याव·क्षे १ याका·क्षे २̇ ।

खण्डचतुष्टये वर्गान्तरस्वरूपे क्षेपयोजनेन जातं याव·काव १ याकाक्षे २̇ क्षेव १

अस्य मूलमिदं लभ्यते याका १ क्षे १̇ ।

अतो वर्गान्तरक्षेपोऽयं याव·क्षे १ काव·क्षे १ याका·क्षे २̇ क्षेपभक्तः लब्धं याव १ काव १ याका २̇ ।

अस्य मूलं या १ का १̇ इदं मूलान्तरं ज्ञातं अतो वर्गान्तरक्षेपाद्योगान्तरक्षेपभक्तान्मूलं मूलान्तरं स्यादिति सिद्धमिदं वियोगमूले युक्तं योगमूलं स्यादेव ततस्तयोर्वर्गौ स्वस्वक्षेपहीनौ राश्योर्योगान्तरे स्यातां ततः संक्रमणेन राशी भवत इत्युपपन्नं यथोक्तम् ।

अत्र वर्गान्तरस्वरूपे यदि क्षेपोयं याव·क्षे १ काव·क्षे १ याका·क्षे २ योज्यते तदा तन्मूलमिदं याका १ क्षे १ ।

मूलघातः क्षेपयुत इति स्यादतो वर्गान्तरक्षेपोऽयमपि याव·क्षे १ काव·कक्षे १ याका·क्षे २ स्यात् ।

अयं क्षेपभक्तः याव १ काव १ याका २ अस्य मूलं या १ का १ इदं मूलयोगमितं ज्ञातं परमेवं न साधितमाचार्यैरिति बोद्धव्यम् ।

यथा राशी ६।८ अनयोर्योगान्तरे १४।२ क्षेपेण २ युते १६।४ एतयोर्मूले ४।२ यावत्तावन्मिते कल्पिते या १। का १ अत्र मूलान्तर २ वर्गः ४ क्षेप २ गुणितो ८ वर्गान्तरक्षेप आचार्यैरुक्तोऽस्ति यतोराश्योर्वर्गयो ३६।६४ रन्तरं २८ स्वक्षेप ८ युतं ३६ मूलदमस्ति, अथ च मूलयो २।४ र्युति ६ वर्गः ३६ क्षेप २ गुणः ७२ वर्गा-

न्तरे २८ योज्यते १०० तदायमपि मूलदः स्यात्परं त्वयं क्षेपो ७२ ग्रन्थकृता न स्वीकृत इति ज्ञेयं एवं राश्योर्मूलत्रयानुरोधेन सिद्धत्वादवश्यमूलत्रयलाभः, अवशिष्टपदद्वयलाभे तु न नियमोऽस्ति तदनुरोधेन राश्योरसिद्धेः यतस्यात्साल्पवधार्द्धतो घनपदं यद्वर्गयोगात्पदमिति पर्य्यन्तं राशिज्ञानोपायेन चिन्तितं तेन बुद्धिमता राशिकल्पनं स्वधियैव सम्पादनीयमित्यलम् ॥

विमला–पहले रूप युक्त या रहित अव्यक्त को वियोग मूल कल्पना करनी चाहिए तथा योगान्तर क्षेप से वर्गान्तर क्षेप में भाग देकर जो मूल मिले उस को वियोग मूल में जोड़ देने से योग मूल होगा।

अब उन योग वियोग मूलों के वर्ग में क्षेप घटा देने से शेष क्रम से योग, वियोग होंगे।

इस तरह योग, वियोग के ज्ञान से संक्रमण गणित के द्वारा राशि जाननी चाहिए।

नवीनोपपत्तिः—

अत्र कल्प्यते योगान्तरक्षेपमानम् = योक्षे।

वर्गान्तरक्षेपमानम् = वअंक्षे।

वर्गयोगक्षेपमानम् = वयोक्षे।

वियोगमूलम् = य,

योगमूलम् = क।

आलापानुसारेण—

वियोगः = य^{2} — योक्षे। योगः = क^{2} — योक्षे।

ततः संक्रमणगणितेन—

$$\text{अल्प राशिः} = \frac{\text{क}^{2} - \text{य}^{2}}{2},$$

$$\text{बृहद्राशिः} = \frac{\text{य}^{2} + \text{क}^{2} - 2\ \text{योक्षे}}{2},$$

$$\text{लघुराशि वर्गः} = \frac{\text{य}^{4} - 2\text{य}^{2}\cdot\text{क}^{2} + \text{क}^{4}}{4},$$

$$\text{बृहद्राशि वर्गः} = \frac{\text{य}^{4} + 2\text{य}^{2}\cdot\text{क}^{2} - 4\text{योक्षे}\cdot\text{य}^{2} + \text{क}^{4} - 4\text{योक्षे}\cdot\text{क}^{2} + 4\text{योक्षे}^{2}}{4}$$

$$\text{वर्गान्तरम्} = \frac{4\text{य}^{2}\cdot\text{क}^{2} - 4\ \text{योक्षे}\cdot\text{य}^{2} - 4\text{योक्षे}\cdot\text{क}^{2} + 4\text{योक्षे}^{2}}{4}$$

$$\text{य}^{2}\cdot\text{क}^{2} - \text{योक्षे}\cdot\text{य}^{2} - \text{योक्षे}\cdot\text{क}^{2} + \text{योक्षे}^{2} =$$

$$\text{य}^{2}\cdot\text{क}^{2} - 2\ \text{य}\cdot\text{क}\cdot\text{योक्षे} + \text{योक्षे}^{2} - \text{योक्षे}\cdot\text{य}^{2} + 2\text{य}\cdot\text{क}\cdot\text{योक्षे} - \text{योक्षे}\cdot\text{क}^{2}$$

$$(\text{य}\cdot\text{क} - \text{योक्षे})^{2} - \text{योक्षे}\,(\text{य}^{2} - 2\ \text{य}\cdot\text{क} + \text{क}^{2}),$$

यद्यत्र क्षेपमानमिदं $\{\text{योक्षे}\,(\text{य}^{2} - 2\ \text{य}\cdot\text{क} + \text{क}^{2})\}$

स्यात्तदा—

निरवयवमूलमिद (य· क − योक्षे) मवश्यमागच्छेत् ।

अतो वर्गान्तरक्षेपमानम् =

$$\text{वक्षे} = \text{योक्षे}(\text{य}^{२} - २\,\text{य}\cdot\text{क} + \text{क}^{२}),$$

$$\therefore \frac{\text{वक्षे}}{\text{योक्षे}} = \text{य} - २\,\text{य}\cdot\text{क} + \text{क}^{२}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{\text{वक्षे}}{\text{योक्षे}}} = \text{य} - \text{क},$$

इत्युपपन्नम् ।

यद्यत्र योगान्तरक्षेपवर्गान्तरक्षेपयोरभावस्तदा $\frac{\text{वक्षे}}{\text{योक्षे}} = \frac{०}{०}$, अस्य मानं कियदिति ज्ञानमशक्यमतस्तत्र भास्करीयसूत्रानुसारेण राशिकल्पनमसम्भवं दृष्ट्वा पूज्यचरणमहामहोपाध्याय-पण्डितसुधाकरद्विवेदिमहोदयै राशिकल्पनोपायार्थं विहितप्रकारः ।

$$\text{कल्प्यते}\ \sqrt{\frac{\text{क्षे},}{\text{क्षे}}} = \text{प}\ \ \text{ततः}\ \text{का} = \text{या} + \text{प}\ ।$$

पूर्वराशिद्वयवर्गयोगः

$$= \frac{२\,\text{या}^{४} + २\,\text{का}^{४} - ४\,\text{क्षे}\cdot\text{या}^{२} - ४\,\text{क्षे}\cdot\text{का}^{२} + ४\,\text{क्षे}^{२}}{४}$$

$$= \frac{२\text{या}^{४} + २\,(\text{या} + \text{प})^{४} - ४\,\text{क्षे}\cdot\text{या}^{२} - ४\,\text{क्षे}\,(\text{या} + \text{प})^{२} + ४\,\text{क्षे}^{२}}{४}$$

$$= \frac{२\text{या}^{४} + २\text{या}^{४} + ८\text{या}^{३}\text{प} + १२\text{या}^{२}\text{प}^{२} + ८\text{या}\,\text{प}^{३} + २\text{प}^{४} - \text{क्षे}\,\text{या}^{२}}{४}$$

$$+ \frac{-४\,\text{क्षे}.\text{या}^{२} - ८\,\text{क्षे}.\text{या}.\text{प} - ४\,\text{क्षे}\,\text{प}^{२} + ४\,\text{क्षे}^{२}}{४}$$

$$= \text{या}^{४} + २\,\text{या}^{३}.\text{प} + ३\,\text{या}^{२}\,\text{प}^{२} + २\,\text{या}.\text{प}^{३} + \frac{\text{प}^{४} - २\,\text{क्षे}.\text{या}^{२}}{२}$$

$$- \text{क्षे}.\text{या}^{२} - २\,\text{क्षे}.\text{या}.\text{प} - \text{क्षे}.\text{प}^{२} + \text{क्षे}^{२}$$

$$= \text{या}^{४} + २\text{या}^{३}.\text{प} + \text{या}^{२}\,(३\text{प}^{२} - \text{क्षे}) + \text{या}(२\text{प}^{३} - २\text{क्षे}\cdot\text{प}) - \text{क्षे}\cdot\text{या}^{२}$$

$$+ \frac{\text{प}^{४}}{२} + \text{क्षे}^{२} - \text{क्षे}.\text{प}^{२}$$

$$= \text{या}^{४} + २\,\text{या}^{३}.\text{प} + \text{या}^{२}\,(३\text{प}^{२} - २\,\text{क्षे}) + \text{या}\,(२\,\text{प}^{३} - २\,\text{क्षे}.\text{प})$$

$$+ \frac{\text{प}^{४}}{२} + \text{क्षे}^{२} - \text{क्षे}.\text{प}^{२}$$

$$= \text{या}^{४} + २\,\text{या}^{३}.\text{प} + \text{या}^{२}.\text{प}^{२} - \text{या}^{२}.\text{प}^{२} + \text{या}^{२}\,(३\,\text{प}^{२} - २\,\text{क्षे})$$

$+ या\,(२प^३ - २क्षे.प) + \frac{प^४}{२} + क्षे^२ - क्षे.प^२$

$= (या^२ + या.प)^२ + २या^२(प - क्षे) + या\,(२प^३ - २\,क्षे.प)$

$+ \frac{प^४}{२} + क्षे^२ - क्षे.प^२$

$= (या^२ + या.प)^२ + २\,(प^२ - क्षे)\,(या^२ + या.प) + (प^२ - क्षे)^२$

$+ या^२(२\,प^२ - २\,क्षे) + या\,(२\,प^३ - २\,क्षे.प)$

$- २(प^२ - क्षे)\,(या^२ - या.प) - (प^२ - क्षे)^२ + \frac{प^४}{२} + क्षे^२ - क्षे.प^२$

$= \left\{(या^२ + या.प) + (प^२ - क्षे)\right\}^२ + या^२\,(२प^२ - २क्षे)$

$+ २\,(प^२ - क्षे)\,या.प$

$- या^२\,(२\,प^२ - २\,क्षे) - २\,(प^२ - क्षे)\,या.प - (प^२ - क्षे)^२$

$+ \frac{प^४}{२} + क्षे^२ - क्षे.प^२$

$$= \left\{(या^२ + या.प) + (प^२ - क्षे)\right\}^२ + \frac{प^४}{२} - प^४ + २क्षे.प^२ - क्षे^२ + क्षे^२ - क्षे.प^२$$

$$= \left\{(या^२ + याप) + (प - क्षे)\right\}^२ - \frac{प^४}{२} + क्षे_१$$

अतो यदि वर्गयोगक्षेपमानम् $\frac{प^४}{२} - क्षे_१$ इदं भवेत् तदाऽवश्यं निरवयवं मूलं $(या^२ + याप) + (प^२ - क्षे)$ इदं स्यात् । तथा कृते जातं वर्गयोगक्षेपमानम्

$= क्षे_२ = \frac{प^४}{२} - क्षे_१ \therefore प^४ = २(क्षे_२ + क्षे_१)$

ततः $प = \sqrt[४]{२\,(क्षे_२ + क्षे_१}$

अनेन मदुक्तमिदम्—

"वर्गान्तरक्षेपकसंमितिर्युता क्षेपेण कृत्योर्युतिजेन वै ततः ।
द्विघ्न्याः पदं तत्पदयुग्वियोगजं मूलं युतेर्मूलमतस्तयोर्मिती" ॥

सूत्रमुपपद्यते ।

अत्र तदीयः प्रश्नः—

यत् स्याद्‌व्यल्पवधार्धतो घनपदं वर्गान्तराद्यत् पदं
यद्योगात् पदमन्तरादपि पदं मातङ्गयुक्तात् पदम् ।

मत्कृत्योर्युतितोऽथ सर्वपदजो योगो विरूपो भवेद्-
विद्वन्मूलद एव तौ वद सपद्यस्तीह चेत् ते गतिः ॥

अत्र राशिकल्पने ह्याचार्योक्तसूत्रं व्यभिचरति मदीयसूत्रं चाचार्योक्तोदाहरणयो-रत्राप्यव्यभिचारीति सुधीभिर्भृशं विभावनीयमिति ।

अथ वा योगमूलवियोगमूलयोरन्तरज्ञानाय मत्कृतं प्रकारान्तरमतीव चमत्कारकर-मिदं चिन्त्यम् ।

घातेऽथ वाऽल्पोनयुते च घाते येनैव भक्ते घनमूलमत्र ।
योगान्तरक्षेपकभक्तवर्गवियोगजक्षेपकतः पदं तत् ॥

अस्योपपत्तिः पूर्वराशिघातेन स्फुटाऽतो न लिखिताऽस्माभिः ।

अथात्र मदीयः प्रश्नः—

अतुल्यौ वद तौ राशी रूपत्रिगुणयोर्ययोः । वर्गयोर्युतिरत्र स्याद्घनमूलप्रदा सखे ॥

अस्य भङ्गश्च—

लब्धिष्टत्रिवधोत्थवर्गरहितोऽनल्पेष्टवर्गो हतो-
ऽनल्पेन प्रथमो भवेल्लघुहतं त्रिघ्नेष्टकृत्यन्तरम् ।
स्यादन्योऽप्यथ वेष्टवर्गजयुतिर्लब्धिष्टकृत्या युता
द्विघ्न्याऽनल्पगुणा पृथग् लघुगुणा चाद्यपरौ स्तः क्रमात् ॥

उदाहरणम्—

राश्योर्योगवियोगकौ त्रिसहितौ वर्गौ भवेतां ययो-
र्वर्गैक्यं चतुरूनितं रवियुतं वर्गान्तरं स्यात् कृतिः ।
साल्पं घातदलं घनः पदयुतिस्तेषां द्वियुक्ता कृति-
स्तौ राशी वद कोमलामलमते षट् सप्त हित्वाऽपरौ ॥ ६ ॥

अत्र रूपोनमव्यक्तं वियोगमूलं प्रकल्प्य या १ रू १ । अत्राप्यनेनैव युक्त्या कल्पितौ राशी याव १ रू १, या २ । वा कल्पितौ राशी याव १ या २ रू १, या २ रू २ । राश्योर्योगस्त्रिसहितः याव १ या २ रू १ । राश्योरन्तरं त्रिसहितम् याव १ या १ रू १ । प्रथमराशिवर्गः=यावव १ याव ४ रू ४ । द्वितीयराशिवर्गः = याव ४ । अनयोरैक्यं चतुरूनम् यावव १ । तयोरे-कान्तरं रवियुतम् यावव १ याव ८ रू १६ । राशिघातः याघ २ या ४ । दलम् याघ १ या २ । साल्पम् याघ १ । एभ्यो मूलानि तत्र त्रियुतयोग-मूलं या १ रू १ । त्रियुतवियोगमूलं या १ रू १ । चतुरूनितवर्गैक्यमूलम् याव १ । रवियुतवर्गान्तरमूलम् याव १ रू ४ । तथा घनमूलम् या १ । पद-पञ्चकयोगो द्वियुतो जातः याव २ या ३ रू ४ एष वर्ग इति कालकवर्गेण समीकरणाय न्यासः—

$$\begin{cases} \text{याव } 2 \text{ या } 3 \text{ काव } 0 \text{ रू } 4 \text{ ।} \\ \text{याव } 0 \text{ या } 0 \text{ काव } 1 \text{ रू } 0 \text{ ।} \end{cases}$$

समीकरणात् पक्षशेषौ याव २ या ३, काव १ रू २। अत्रैतावष्टभिः संगुण्य नव रूपाणि प्रक्षिप्याद्यपक्षस्य मूलम् या ४ रू ३। परपक्षस्यास्य काव ८ रू २५। वर्गकृत्या मूले क ५ ज्ये १५ वा क १७५ ज्ये ४९५। ज्येष्ठं प्रथमपक्षमूलसमं कृत्वाऽऽप्तं यावत्तावन्मानम् ३ वा १२३। वर्णनाद्यं केवलेनान्त्यमुत्थाप्य जातौ राशी ७, ६ वा १५१२७, २४६।

अथवा कल्पितद्वितीयराश्योर्योगस्त्रियुतः—

याव १ या ४ रू ४। वियोगस्त्रियुतः याव १। अत्राद्यवर्गः

यावव १ याघ४ याव२ या४ रू १। द्वितीयाराशिवर्गः याव ४ या ८ रू४। अनयोरैक्यं चतुरूनम् यावव १ याघ ४ याव ६ या ४ रू १। वर्गान्तरं रवियुतं यावव १ याघ ४ याव २ या १२ रू ९। राशिघातः याघ २ याव ६ या २ रू २।

दलम् याघ १ याव ३ या १ रू १।

साल्पम् याघ १ याव ३ या ३ रू १। एभ्यो मूलानि तत्र—

त्रियुतयोगमूलम्	या	१ रू २।
त्रियुतवियोगमूलम्	या	१ ।
चतुरूनितवर्गैक्यमूलम् याव १	या	२ रू १।
रवियुतवर्गान्तरमूलम् याव १	या	२ रू ३।
घनमूलम्	या	१ रू १।

पदपञ्चकयोगो द्वियुक्तः याव २ या ७ रू ३। वर्ग इति कालकवर्गेण समीकरणाय—

न्यासः— { याव २ या ७ काव ० रू ३।
याव ० या ० काव १ रू ०।

समशोधनात् पक्षशेषौ याव २ या ७, काव १ रू ३। अत्र पक्षावष्टभिः संगुण्यैकोनपञ्चाशद्रूपाणि प्रक्षिप्याद्यपक्षमूलम् या ४ रू ७। परपक्षस्यास्य काव ८ रू २५। वर्गप्रकृत्या मूले क ५ ज्ये १५ वा क १७५ ज्ये ४९५। ज्येष्ठं प्रथमपक्षपदेन समं विधाय लब्धं यावत्तावन्मानम् २ वा १२२। अत्र वर्गेणाव्यक्तवर्गराशिं केवलेनाव्यक्तमुत्थाप्य जातौ राशी ७, ६ वा १५१२७, २४६।

तद्यथा या २। अस्य वर्गः ४। अनेन याव १ गुणितः ४। केवलेन २ या २ गुणितः ४। उभयोर्व्यक्तत्वाद्योगः ८। ऋणगे रूपे १ वियोजितो जात एकः ७ तथा या २ केवलेन या २ गुणितः ४ रूप २ युतो जातः परः ६। एवं द्वितीयः या १२२। वर्गः १४८८४। अनेन याव १ गुणितः १४८८४। केवलेन १२२ या २। गुणितः २४४। उभयोर्व्यक्तयोर्योगा-दूनं रूपं विशोध्यं जात एकः १५१२७। तथा या २ केवलेन १२२ गुणितो व्यक्तरूप-२ युतोऽपरः २४६। एवं बहुधा॥

सु०—अथास्य सूत्रस्य व्याप्तिं दर्शयितुमुदाहरणान्तरं शार्दूलविक्रीडितेन दर्शयति—

भो कोमलामलमते कोमला अमला निर्मला मतिर्बुद्धिर्यस्येति तत्संबोधने हे कोमलामलमते षट्सप्तमितौ राशी हित्वा त्यक्त्वा प्रसिद्धत्वाच्छीघ्रोपस्थितित्वादिति परावेव राशी वदेत्यर्थः।

तौ कौ ययो राश्योर्योगवियोगकौ त्रिसहितौ वर्गौ भवेतां ययोर्वर्गैक्यं चतुरूनितं सद्वर्गो भवति, ययोर्वर्गान्तरं रवियुतं सत् कृतिर्वर्गः स्यात् ययो राश्योर्घातदलं घातार्द्धं साल्पं लघुराशिना युक्तं सद्घनं भवति, तेषां पदानां युतिर्द्वियुक्ता सती कृतिर्भवति।

उदाहरणम्—

प्रथमं रूपोनमव्यक्तं वियोगमूलं प्रकल्प्य यथा राशी भवतस्तथा प्रदर्श्यते।

या १ रू १ वियोगमूलमिदं अत्र योगान्तरक्षेपकेणानेन ३ वर्गान्तरं क्षेपके १२ भक्ते लब्धं ४ अस्य पदेन २ युक्तं वियोगमूलं या १ रू १ धनर्णयोरन्तरमेव योग इति योगमूलं या १ रू १।

अनयोर्वियोगयोगमूलयोर्वर्गौ स्याप्योन्त्यवर्ग इत्यादिना क्रमेण याव १ या २ रू १। याव १ या २ रू १।

एतौ स्वक्षेपकेण ३ (योगान्तरक्षेपकेण) हीनौ जातौ वियोगयोगौ याव १ या २ रू २। याव १ या २ रू २।

अतो योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्द्धित इति संक्रमणेन योगः याव १ या २ रू २ अन्तरेण याव १ या २ रू २ हीनस्तत्र योगे अन्तरेण ऊने क्रियमाणे यावद्वर्गस्य संशोध्यमानत्वादृणत्वं यावतो रूपस्य च धनत्वं कृत्वा धनर्णयोरन्तरमिति कृते शेषं या ४ अर्द्धितं या २ पुनर्योगोन्तरेण युतः याव २ रू ४ अर्द्धितः याव १ रू २ क्रमेण प्रथम याव १ रू २ द्वितीय या २ राशी कल्पितौ।

अनयोर्योगः याव १ या २ रू २ त्रियुतः याव १ या २ रू १ अस्य पदं या १ रू १

अथ राश्योरन्तरं त्रियुतं याव १ या २ रू १ अस्य पदं या १ रू १।

अथ राश्योर्वर्गौ यावव १ याव ४ रू ४, याव ४ अनयोर्योगः धनर्णयोरन्तरमित्यादिना। यावव १ रू ४ चतुरूनितः यावव १। अस्य पदं याव १।

अथ राश्योर्वर्गान्तरं यावव १ याव ८ रू ४ रवि १२ युतं यावव १ याव ८ रू १६ अस्य पदं याव १ रू ४।

राश्योर्घातः याव २ या ४ अस्य दलं याघ १ या २ अल्पराशिना या २ युतं धनर्णयोरन्तरमिति जातं याघ १ अस्य घनमूलं या १।

अत्र पदपंचकानां क्रमेण न्यासः—

या १ रू १
या १ रू १
याव १ रू ०
याव १ रू ४
या १ रू ०

यथास्थानकं योगः याव २ या ३ रू ४ द्वियुतः याव २ या ३ रू ६ अयं वर्ग इति कालकवर्गेण समीकरणार्थं

न्यासः— { याव २ या ३ रू ६
याव० काव १ रू० }

संशोध्य पक्षौ—

{ याव २ या ३
काव १ रू ६ }

एतावष्टभिः संगुण्य रूपनवकं ९ प्रक्षिप्य जातौ—

{ याव १६ या २४ रू ९
काव ८ रू ५७ }

प्रथमपक्षस्य मूलं या ४ रू ३ परपक्षस्यास्य काव ८ रू ५७ वर्गप्रकृत्या मूलं ।

अत्र कनिष्ठमिष्टं ५ अस्य वर्गःप्रकृति ८ गुणा २०० तू क्षेप ५७ युतान्मूलं ज्येष्ठं १५ अनेन पूर्वमूलस्य साम्यार्थं न्यासः—

{ या ४ रू ३
या० रू १५ }

समीकरणेन लब्धं यावत्तावन्मानं ३ ।

वा इष्टं कनिष्ठं १७५ अतो ज्येष्ठं ४९५ इदं पूर्वमूलसममिति समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं १२३ ।

पूर्वमानेन ३ राशी याव १ रू ६ । या २ उत्थापितौ जातौ राशी ७ । ६ ।

द्वितीययावत्तावन्मानेन १२३ राशी उत्थाप्य जातौ व्यक्तौ १५१२७ । २४६ । एवं बहुधा ।

अथवा—कल्पितः प्रथमराशिः याव १ या २ रू १ द्वितीयराशिः या २ रू २ ।

अनयोर्योगस्त्रियुतः याव १ या ४ रू ४ अस्य पदं या १ रू २ ।

अथ राश्योरन्तरं त्रियुतं याव १ रू० अस्य पदं या १ ।

अथ राशिवर्गौ यावव १ याघ ४ याव २ या ४ रू १ । याव ४ या ८ रू ४ वर्गयोगश्चतुरूनः यावव १ याघ ४ याव ६ या ४ रू १ अस्य मूलं याव १ या २ रू १

अथ राश्योर्वर्गान्तरं रवियुतं यावव १ याघ ४ याव ६ या १२ रू ९ अस्य मूलं याव १ या २ रू ३ ।

अथ राश्योर्घातः याघ २ याव ६ या २ रू ६ अस्य दलं याघ १ याव ३ या १ रू १ लघुराशिना या २ रू २ युक्तं याघ १ याव ३ या ३ रू १ अस्य घन पदं या १ रू १ ।

एवं पदपंचकानां न्यासः—

{ या १ रू २
या १ रू ०
याव १ या २ रू ६
याव १ या २ रू ३
या १ रू १ }

एषां योगः याव ३ या ७ रू १ द्वियुतः या व ३ या ७ रू ३ एष वर्ग इति कालकवर्गेण काव १ समीकरणात्पक्षौ—

{ याव ३ या ७
{ काव १ रू ३

एतावष्टभिस्संगुण्य सप्तवर्गरूपाणि ४६ प्रक्षिप्य न्यासः—

{ याव १६ या ५६ रू ४९
{ काव ८ रू २५

प्रथमपक्षमूलं या ४ रू ७ परपक्षस्य काव ८ रू २५ वर्गप्रकृत्या मूलं ।

तत्र कनिष्ठं ५ अतो ज्येष्ठं १५ ।

वा कनिष्ठं १७५ अतो ज्येष्ठं ४९५ ज्येष्ठं प्रथमपदेन या ४ रू ७ समं कृत्वा लब्धं यावन्मानं २ । वा १२२

अनेन २ राशी उत्थापितौ जातौ ७।६ व्यक्तौ ।

अथवा राशी याव १ या २ रू १ । या २ रू २ ततो यावन्मानस्य १२२ वर्गः १४८८४ पुनर्यावन्मानं द्विगुणं २४४ अनयोर्योगो रूपेण रहितः प्रथमो राशिः १५१२७ ।

एवं यावन्मानं द्विगुणं २४४ द्वियुतं द्वितीयराशिः २४६ ।

एवं प्रथमयावन्मानं २ अस्यवर्गः ४ यावन्मानेन द्विगुणेन ४ युतः ८ व्येकः प्रथमराशिः ७ एवं बहुधा ॥

विमला—वे दो कौन राशि हैं जिन के योग और अन्तर में तीन जोड़ देने से वर्ग होता है ।

वर्गों के योग में चार घटा देने से वर्ग होता है ।

वर्गों के अन्तर में बारह जोड़ देने से वर्ग होता है ।

घात के आधे में लघु राशि जोड़ देने से घन होता है ।

इस तरह आये हुए पांचों मूलों के योग में दो जोड़ देने से वर्ग होता है ।

उदाहरण—

यहां पहले रूप रहित अव्यक्त (या — १) को वियोग मूल मानकर दोनों राशियों को लाते हैं ।

जैसे वर्गान्तर क्षेप (१२) में योगान्तर क्षेप (३) का भाग देने से लब्धि (४) आई, इस के मूल (२) को वियोग मूल (या — १) में जोड़ देने से योग मूल (या + १) आया ।

अब वियोग मूल और योग मूल के वर्ग में योगान्तर क्षेप (३) को घटा देने से-

वियोग $=$ (या $-$ १)^{२} $-$ ३ $=$

या^{२} $-$ २या $+$ १ $-$ ३ $=$ या^{२} $-$ २या $-$ २ ।

योग $=$ (या $+$ १)^{२} $-$ ३ $=$

या^{२} $+$ २या $+$ १ $-$ ३ $=$

$या^2 + २या - २$ ।
इस पर से संक्रमण गणित के द्वारा—
लघु राशि $= २ या$,
बृहद्राशि $= या^2 - २$,
अब प्रश्न के अनुसार राशियों के योग में तीन जोड़ने से-
$२या + या^2 - २ + ३ =$
$या^2 + २या + १ = (या + १)^2$,
यह वर्गात्मक सिद्ध हुआ ।
राशियों के अन्तर में तीन जोड़ने से—
$(या^2 - २) - २या + ३ =$
$या^2 - २या + १ = (या - १)^2$,
यह भी वर्गात्मक सिद्ध हुआ ।
वर्गैक्य में चार घटाने से—
$(या^2 - २)^2 + (२या)^2 - ४ =$
$या^4 - ४या^2 + ४ + ४या^2 - ४ = या^4 = (या^2)^2$
यह भी वर्गात्मक सिद्ध हुआ ।
वर्गान्तर में (१२) जोड़ने से—
$(या^2 - २)^2 - (२ या)^2 + १२ =$
$या^4 - ४ या^2 + ४ - ४ या^2 + १२ =$
$या^4 - ८ या^2 + १६ = (या^2 - ४)^2$,
यह भी वर्गात्मक सिद्ध हुआ ।
घात के आधे में अल्प राशि जोड़ने से—

$$\frac{(या^2 - २) - (२ या)}{२} + २ या = \frac{२ या^3 - ४ या}{२} + २ या =$$

$$\frac{२ या^3 - ४ या + ४ या}{२} = \frac{२ या^3}{२} = या^3,$$

यह घनात्मक सिद्ध हुआ ।
इस तरह आये हुए पाँचो पदों का योग—

$या + १$ (१)
$या - १$ (२)
$या^2 + ० + ०$ (३)
$या^2 + ० - ४$ (४)
$या + ०$ (५)

योग $= २ या^2 + ३ या - ४$,

इस में दो जोड़ने से ($या^२ + ३ या - २$) वर्ग होता है, इस का कालक वर्ग के साथ समीकरण—

$२ या^२ + ३ या - २ = का^२$,

$\therefore २ या^२ + ३ या = का^२ + २$

$\therefore ८ (२ या^२ + ३ या) + ६ = ८ (का^२ + २) + ६$,

वा $१६ या^२ + २४ या + ६ = ८ का^२ + १६ + ६$,

वा $१६ या^२ + २४ या + ६ = ८ का^२ + २५$,

$\therefore ४ या + ३ = \sqrt{८ का^२ + २५}$,

यहाँ द्वितीय पक्ष का मूल वर्ग प्रकृति से लेना है। इसलिये इष्ट कनिष्ठ (५) कल्पना किया।

इस का वर्ग (२५) को प्रकृति (८) से गुणा कर (२००) क्षेप (२५) जोड़ने से (२२५) हुआ।

इस का मूल (१५) ज्येष्ठ पद हुआ।

यह पूर्व पद के तुल्य है, अतः उस के साथ समीकरण—

$$४ या + ३ = १५,$$
$$\therefore ४ या = १२,$$
$$\therefore या = \frac{१२}{४} = ३ ।$$

इस का उत्थापन देने से

प्रथम राशि $= या^२ - २ = ९ - २ = ७$ ।

द्वितीय राशि $= २ या = २ \times ३ = ६$ ।

अथवा इष्ट कनिष्ठ (१७५) कल्पना करने से ज्येष्ठ पद (४९५) आता है।

इस का पूर्व पद के साथ समीकरण—

$$४ या + ३ = ४९५,$$
$$\therefore ४ या = ४९२,$$
$$\therefore या = \frac{४९२}{४} = १२३ ।$$

इस का राशियों में उत्थापन देने से—

प्रथम राशि $= या^२ - २ = १५१२९ - २ = १५१२७$ ।

द्वितीय राशि $= २ या = १२३ \times २ = २४६$ ।

अथवा प्रकारान्तर से उत्तर—

प्रथम राशि $= या^२ + २ या - १$, द्वितीय राशि $= २ या + २$,

राशियों के योग में तीन जोड़ने से—

$(या^२ + २ या - १) + (२ या + २) + ३ =$

$\text{या}^{२}+४\,\text{या}+४=(\text{या}+२)^{२}$, वर्गात्मक सिद्ध हुआ ।

राशियों के अन्तर में तीन जोड़ने से—

$(\text{या}^{२}+२\,\text{या}-१)-(२\,\text{या}+२)+३=$

$\text{या}^{२}$, वर्गात्मक सिद्ध हुआ,

राशियों के वर्गयोग में चार घटा देने से—

$(\text{या}^{२}+२\,\text{या}-१)^{२}+(२\,\text{या}+२)^{२}-४=$

$(\text{या}^{४}+४\,\text{या}^{३}+२\,\text{या}^{२}-४\,\text{या}+१)+$

$(४\,\text{या}^{२}+८\,\text{या}+४)-४=$

$\text{या}^{४}+४\,\text{या}^{३}+६\,\text{या}^{२}+४\,\text{या}+१=$

$(\text{या}^{२}+२\,\text{या}+१)^{२}$ वर्गात्मक सिद्ध हुआ ।

राशियों के वर्गान्तर में बारह जोड़ देने से—

$(\text{या}^{२}+२\,\text{या}-१)^{२}-(२\,\text{या}+२)^{२}+१२=$

$(\text{या}^{४}+४\,\text{या}^{३}+२\,\text{या}^{२}-४\,\text{या}+१)-$

$(४\,\text{या}^{२}+८\,\text{या}+४)+१२=$

$\text{या}^{४}+४\,\text{या}^{३}-२\,\text{या}^{२}-१२\,\text{या}+९=$

$(\text{या}^{२}+२\,\text{या}-३)^{२}$, यह भी वर्गात्मक सिद्ध हुआ ।

राशियों के घात के आधे में लघु राशि जोड़ने से—

$$\frac{(\text{या}^{२}+२\,\text{या}-१)\times(२\,\text{या}+२)}{२}+(२\,\text{या}+२)=$$

$$\frac{(\text{या}^{२}+२\,\text{या}-१)\,२\,\text{या}+२\,(\text{या}^{२}+२\,\text{या}-१)}{२}+२\,\text{या}+२=$$

$$\frac{२\,\text{या}^{३}+४\,\text{या}^{२}-२\,\text{या}+२\,\text{या}^{२}+४\,\text{या}-२}{२}+२\,\text{या}+२=$$

$$\frac{२\,\text{या}^{३}+६\,\text{या}^{२}+२\,\text{या}-२}{२}+२\,\text{या}+२=$$

$(\text{या}^{३}+३\,\text{या}^{२}+\text{या}-१)+(२\,\text{या}+२)=$

$\text{या}^{३}+३\,\text{या}^{२}+३\,\text{या}+१=(\text{या}+१)^{३}$,

यह घनात्मक सिद्ध हुआ ।

क्रम से सब मूलों का न्यास—

$\text{या}+२$ (१)

$\text{या}+०$ (२)

$\text{या}^{२}+२\,\text{या}+१$ (३)

$\text{या}^{२}+२\,\text{या}-३$ (४)

$\text{या}+१$ (५)

योग $=२\,\text{या}^{२}+७\,\text{या}+१$,

इस में दो जोड़ने से वर्ग होता है, इस लिये दो जोड़ कर कालक वर्ग के साथ समीकरण—

$२ \text{ या}^२ + ७ \text{ या} + ३ = \text{का}^२,$

$\therefore २ \text{ या}^२ + ७ \text{ या} = \text{का}^२ - ३,$

$\therefore ८(२ \text{ या}^२ + ७ \text{ या}) + ४९ = ८(\text{का}^२ - ३) + ४९,$

$\text{वा } १६ \text{ या}^२ + ५६ \text{ या} + ४९ = ८ \text{ का}^२ - २४ + ४९,$

$\text{वा } १६ \text{ या}^२ + ५६ \text{ या} + ४९ = ८ \text{ का}^२ + २५,$

$\therefore ४ \text{ या} + ७ = \sqrt{८ \text{ का}^२ + २५},$

यहाँ द्वितीय पक्ष का मूल वर्गप्रकृति से लेना है, अतः इष्ट कनिष्ठ (५) कल्पना किया।

इस का वर्ग (२५) को प्रकृति (८) से गुणा कर क्षेप जोड़ने से (२२५) हुआ।

इस का मूल (१५) ज्येष्ठ पद हुआ।

इस ज्येष्ठ पद का पूर्व पद के साथ समीकरण—

$$४ \text{ या} + ७ = १५,$$

$$\therefore ४ \text{ या} = ८, \therefore \text{या} = \frac{८}{४} = २।$$

इस से उत्थापन देने से—

प्रथम राशि $= \text{या}^२ + २ \text{ या} - १ = ४ + ४ - १ = ७।$

द्वितीय राशि $= २ \text{ या} + २ = २ \times २ + २ = ६।$

अथवा इष्ट कनिष्ठ १७५ मानकर ज्येष्ठ पद (४९५) आया। इस का पूर्व पद के साथ समीकरण—

$$४ \text{ या} + ७ = ४९५,$$

$$\therefore ४ \text{ या} = ४८८,$$

$$\therefore \text{या} = \frac{४८८}{४} = १२२।$$

इस का उत्थापन देने से—

प्रथम राशि $= \text{या}^२ + २ \text{ या} - १ =$

$(१२२)^२ + २ \times १२२ - १ =$

$१४८८४ + २४४ - १ = १५१२७।$

द्वितीय राशि $= २ \text{ या} + २ = २४४ + २ = २४६।$

आलाप—प्रथम राशि=७। द्वितीय राशि=६।

राशियों के योग में तीन जोड़ने से—

$७ + ६ + ३ = १६ = (४)^२$, वर्ग है।

राशियों के अन्तर में तीन जोड़ने से—

$७ - ६ + ३ = ४ = (२)^२$, वर्ग, है।

वर्गयोग में चार घटाने से—

$४९ + ३६ - ४ = ८१ = (९)^२$ वर्ग होता है।

वर्गान्तर में बारह जोड़ने से—

$४९ - ३६ + १२ = १३ + १२ = २५ = (५)^२$, वर्ग होता है।

दोनों राशियों के घातार्ध में लघु राशि जोड़ने से—

$\frac{७ \times ६}{२} + ६ = २१ + ६ = २७ = (३)^३$, घन होता है।

सब पदों के योग में दो जोड़ने से—

$४ + २ + ९ + ५ + ३ + २ = २५ = (५)^२$ वर्ग होता है॥

आद्योदाहरणम्—

> राश्योर्ययोः कृतियुतिवियुती चैकेन संयुते वर्गौ।
> रहिते वा तौ राशी गणयित्वा कथय यदि वेत्सि॥ ४॥

अथ प्रथमोदाहरणे कल्पितौ राशिवर्गौ याव ४, याव ५ रू १। अनयोर्योगवियोगौ रूपयुतौ मूलदौ भवतः। कथितप्रथमवर्गस्य मूलमेको राशिः या २। द्वितीयस्यास्य याव ५ रू १ वर्गप्रकृत्या मूले क १ ज्ये २ वा क १७ ज्ये ३८। अनयोर्ज्येष्ठपदं द्वितीयराशिः। ह्रस्वं यावत्तावन्मानेनोत्थाप्याद्यराशिः। एवं जातौ राशी २, २ वा ३४, ३८।

अथ द्वितीयोदाहरणे तथैव कल्पितः प्रथमराशिः या २। द्वितीयस्यास्य याव ५ रू १। वर्गप्रकृत्या मूले क ४ ज्ये ९ वा क ७२ ज्ये १६१। कनिष्ठेन प्रथम उत्थापितो ज्येष्ठं द्वितीय इति जातौ राशी ८, ९ वा १४४, १६१।

अत्राल्पराशिवर्गेण यो राशिरूनितो युतश्च मूलदः स्यात् स तावदव्यक्त एव द्वितीयो ज्ञेयः। तस्यानयनेऽप्युपायस्तद्यथा—

कल्पित राशिवर्गः ४। अनेन द्वितीयराशिरूनितो युतश्च मूलदः स्यादित्ययं द्विगुणः ८। वर्गान्तरमिदं कयोरपि च योगान्तरघातसमम्। अतोऽन्तरमिष्टं २ कल्पितं "वर्गान्तरं राशिवियोगभक्तम्" इति जाते वर्गान्तरयोगमूले १, ३। आद्यस्य वर्गं १ कल्पितराशिवर्गं ४ प्रक्षिप्य द्वितीयस्य वर्गात् ९ वा विशोध्य जातो द्वितीयः ५। अत्र चाल्पराशिवर्गस्तथा कल्प्यते यथा द्वितीयराशिरभिन्नः स्यात्। तथाऽन्यः कल्पितः ३६। द्विगुणः ७२। इदं वर्गान्तरम्। राश्यन्तरषट्के कल्पिते जातौ ३, ९। अन्यवर्गात् ८१ कल्पितं विशोध्य जातो द्वितीयः ४५। चतुष्केण वा ८५ द्विकेन वा ३२५।

अथान्यथा कल्पने युक्तिः। राश्योर्घातेन द्विगुणेन वर्गयोगो युतोनितोऽवश्यं मूलदः स्यात्। राशिवधो द्विगुणो यथा वर्गः स्यात् तथैको वर्गोऽन्यो वर्गार्धमिति कल्प्यौ। यतो वर्गयोर्वधो वर्गो भवतीति तथा कल्पितौ। एको वर्गः १। अन्यो वर्गार्धम् २। अनयोर्घातो २ द्विगुणः ४ अयं प्रथमः। अयमल्पराशिवर्गः। तयोरेव वर्गयोगः ५। अयं द्वितीयो राशिः।

अथवैको वर्गः ६। अन्यो वर्गार्धम् २। अनयोर्घातो १८ द्विगुणः ३६। अयमल्पराशिवर्गः। अथ तयोरेव वर्गयोगः ८५। अयं द्वितीयो राशिः। एतौ व्यक्तौ यावत्तावद्वर्गगुणौ कल्पितौ। प्रथमोदाहरणे रूपयुतः द्वितीयो राशी रूपेणोनो द्वितीयोदाहरणे कार्यः। एवं कृत्वा तौ तथा राशिवर्गौ कल्पितौ यथाऽऽलापद्वयं घटते किन्तु प्रथमस्य मूलं गृहीत्वा द्वितीयस्य वर्गप्रकृत्या मूलमित्यादि पूर्वोक्तमेव। एवमनेकधा॥

सु०—अथशिष्यबुद्धिप्रसारार्थमाद्योदाहरणमार्ययाऽऽह—

अहो गणक तौ राशी यदि वेत्सि जानासि तर्हि गणयित्वा कथय ययोः कृति· युतिः कृत्योर्योगः कृत्योर्वियुतिः वर्गान्तरं ते एकेन संयुते वर्गौ स्याताम्।

ययो राश्योः कृतियुतिकृतिवियुती एकेन रहिते वर्गौ स्याताम्।

उदाहरणम्—

अथ प्रथमोदाहरणे कल्पितौ राशिवर्गौ याव ४।याव ५ रू १ अनयोर्योगवियोगौ।

याव ६ रू १
याव १ रू १

रूपयुतौ मूलदौ भवतः, कल्पितप्रथमवर्गस्य याव ४ मूलमेकोराशिः या २।

द्वितीयस्यास्य याव ५ रू १ वर्गप्रकृत्या मूलं यथा इष्टं कनिष्ठं १ अस्य वर्गो १ प्रकृति ५ गुणा ५ एकोना ४ मूलं ज्येष्ठं २।

वा इष्टं कनिष्ठं १७ अतो ज्येष्ठं ३८ अनयोर्ज्येष्ठं पदं द्वितीयो राशिः कनिष्ठं यावत्तावन्मानं १ वा १७ एतौ द्विगुणौ जातः प्रथमो राशिः २ वा ३४।

ज्येष्ठमितावन्यौ २। ३८ एवं राशी २।२ वा ३४।३८।

अथ द्वितीयोदाहरणे तथैव कल्पितः या २ द्वितीयस्यास्य याव ५ रू १ वर्ग, प्रकृत्या मूलं यथा इष्टं कनिष्ठं ४ अस्य वर्गः १६ प्रकृतिगुणः ८० क्षेप १ युतः ८१ अस्य मूलं ज्येष्ठं ९।

वा कनिष्ठं ७२ अतो ज्येष्ठं १६१।

कनिष्ठं यावन्मानं ४ इदं द्विगुणमेकराशिः ८।

ज्येष्ठं द्वितीयराशिः ९ वा १६१।

अत्राल्पराशिवर्गेण यो राशिरूनो युतश्च मूलदः स्यात्स तावद्व्यक्त एव द्वितीयो ज्ञेयः तस्यानयने उपायो यथा अत्राल्पराशिवर्गः ४ अनेन द्वितीयो राशिरूनो युतश्च मूलदः स्यात् यथा अराव १ द्वि।

अनयोरन्तर अराव २ मिदमतोऽल्पराशिवर्गो (१ द्विरा अराव १) यं द्विगुणः ८ इदं कयोरपि वर्गान्तरमेव तच्च योगान्तरघातसमं अतः कल्पितो राशिवियोगः २ वर्गान्तरं राशिवियोगभक्तं योग इति अत्र वर्गान्तरं ८ कल्पित वियोगेन २ भक्तं योगोऽयं ४ द्विधा योगोन्तरेणोनयुतोर्द्धित इति संक्रमणसूत्रेण जातौ राशी १।३

एते वर्गान्तरयोगयोर्मूले अत्राद्यस्य १ वर्गे १ कल्पिताल्पराशि २ वर्ग ४ युते जातो द्वितीयराशिः ५ ।

वा द्वितीयमूलस्य ३ वर्गा ९ दल्पराशिवर्गे ४ विशोधिते जातः स एव ५, वर्गस्यास्य मूलं २ अयं प्रथमराशिः ।

अत्रालापो यथा अल्पराशि २ वर्गेण ४ बृहद्राशिरयं ५ युतः सन् वर्गोयं ६ । तेनैवा ४ य ५ मूनः १ अयमपि वर्गः ।

अनयो १।६ रन्तरं ८ इदमल्पराशि २ वर्गेण ४ द्विगुणेन ८ तुल्यमतोऽल्पराशिवर्गो द्विगुणो वर्गान्तरसम इति अल्पराशिवर्गस्तथाप्रकल्प्यो यथा द्वितीयो राशिरभिन्नः स्यात् तथान्यो वा कल्पितः ३६ द्विगुणः ७२ इदं वर्गान्तरं कल्पितराश्योन्तरेण ६ भक्तं लब्धो योगः १२ द्विधा वियोगेन ६ हीनो युतश्च ६।१८ अर्द्धितः ३।९ जाते वर्गान्तरयोगयोर्मूले ३।९ ।

अत्राद्यस्य वर्गे ६ कल्पितराशि ६ वर्ग ३६ युते जातो द्वितीयराशिः ४५ । द्वितीयमूलस्य ६ वर्गा ८१ दयं ३६ विशोधितो वा जातः स एव ४५ । प्रथमराशिः ६ द्वितीयराशिः ४५ वाल्पराशि ६ वर्गः ३६ अयं द्विगुणः ७२ जातमिदं वर्गान्तरं कल्पितराश्यन्तरेण चतुःकेन ४ भक्तं लब्धो योगः १८ अन्तरेणोनो युतोर्द्धित इति जातौ ७।११ ।

अत्राद्यस्य वर्गे ४९ कल्पितराशिवर्ग ३६ युते जातो द्वितीयराशिः ८५ द्विकेनान्तरेण वा द्वितीयो राशिः ३२५ ।

अथान्यथा वा कल्पनेयुक्तिः—

राश्योर्घातेन द्विगुणेन वर्गयोगो युत ऊनितश्चावश्यं मूलदः स्यात् राशिवधो द्विगुणो यथा वर्गः स्यात्तथैको वर्गः कल्पितः अन्यो वर्गार्द्धमिति कल्प्यौ यतो वर्गयोर्वधो वर्गो भवतीति तथा कल्पित एको वर्गः १ अन्यो वर्गार्द्धं २ अनयोर्घातो २ द्विगुणः ४ अयमल्पराशि २ वर्गः ४ ।

अथ तयो १।२ रेव वर्गयोगो ५ द्वितीयराशि ५ ।

अथवा एको वर्गोऽन्यो वर्गार्द्धं ९।२ अनयोर्घातो १८ द्विगुणः ३६ अयमल्पराशिवर्गः ३६ अस्य मूलं प्रथमराशिः ६ तयोरेव ९।२ वर्ग ८१।४ योगः ८५ अयं द्वितीयः ।

एतौ व्यक्तौ यावत्तावद्वर्गगुणितौ प्रथमोदाहरणे द्वितीयो राशिः रूपोनः द्वितीयोदाहरणे द्वितीयो राशिः रूपयुतः कार्यःएवं कृत्वा तौ राशिवर्गौ तथा कल्पितौ यथाऽऽ-

त्वापद्वयमपि घटते किन्तु प्रथमस्य मूलदत्वात् द्वितीयस्य वर्गप्रकृत्या मूलमित्यादि पूर्वमुक्तमेव ॥

विमला०—वे दो कौन राशि हैं, जिन के वर्गयोग और वर्गान्तर में एक युत अथवा ऊन करने से वर्ग होता है ।

उदाहरण—

यहाँ प्रथम राशि वर्ग $=$ ४ या^{२}, और द्वितीय राशि वर्ग $=$ ५ या^{२} $-$ १, कल्पना किया ।

इन दोनों के योग और अन्तर में रूप जोड़ने से—

योग $=$ (५ या^{२} $-$ १) $+$ ४ या^{२} $+$ १ $=$ ९ या^{२} $=$ (३ या)^२, वर्ग हुआ।

अन्तर $=$ (५ या^{२} $-$ १) $-$ ४ या^{२} $+$ १ $=$ या^{२}, यह भी वर्ग हुआ ।

प्रथम राशि वर्ग का मूल ग्रहण किया तो (२ या) पहली राशि हुई ।

द्वितीय राशि वर्ग (५ या^{२} $-$ १) का मूल वर्ग प्रकृति से लेना है ।

अतः इष्ट कनिष्ठ (१) का वर्ग (१) को प्रकृति (५) से गुण कर (५) रूप क्षेप घटाया तो (४) हुआ, इस का मूल (२) ज्येष्ठपद हुआ ।

अथवा इष्ट कनिष्ठ (१७) कल्पना किया । इस का वर्ग (२८९) को प्रकृति (५) से गुण कर (१४४५) क्षेप जोड़ने से (१४४४) हुआ, इस का मूल (३८) ज्येष्ठ पद हुआ ।

यहाँ कनिष्ठ यावत्तावत् का मान है, इस का उत्थापन देने से—

पहली राशि $=$ २ या $=$ २, वा ३४ ।

ज्येष्ठ पद द्वितीय राशि वर्ग (५ या^{२} $-$ १) का मूल है ।

अतः दूसरी राशि $=$ २, वा ३८ ।

द्वितीय उदाहरण में प्रथम राशि वर्ग $=$ ४ या^{२} । द्वितीय राशि वर्ग $=$ ५ या^{२} $+$ १ ।

दोनों वर्गों के योग और अन्तर में रूप घटाने से वर्ग होता है ।

जैसे रूप रहित वर्गयोग $=$ ५ या^{२} $+$ १ $+$ ४ या^{२} $-$ १ $=$ ९ या^{२} $=$ (३ या)^२, वर्ग है।

रूप रहित वर्गान्तर $=$ ५ या^{२} $+$ १, $-$ ४ या^{२} $-$ १ $=$ या^{२},

यह भी वर्ग है ।

अब प्रथम राशिवर्ग का मूल (२ या) मिलता है ।

द्वितीय राशिवर्ग का मूल वर्ग प्रकृति से लेना है ।

इस लिये इष्ट कनिष्ठ (४) कल्पना किया, इस का वर्ग (१६) को प्रकृति से गुण कर क्षेप जोड़ने से (१६ $\times$ ५ $+$ १ $=$ ८१) हुआ, इस का मूल (९) ज्येष्ठपद हुआ ।

अथवा इष्ट कनिष्ठ (७२) के वर्ग (५१८४) को प्रकृति पाँच से गुण

कर (२५६२०) क्षेप जोड़ने से (२५९२१) हुआ। इस का मूल (१६१) ज्येष्ठ पद हुआ।

कनिष्ठ यावत्तावत् का मान है, इस से उत्थापन देने से प्रथम = २ या = ८, वा १४४।

ज्येष्ठपद द्वितीय राशि वर्ग का मूल है, अतः द्वितीय राशि=९, वा १६१ हुई।

मूल के उदाहरण में आये हुए "अत्राल्पराशिवर्गेण" इत्यादि पंक्तियों का अर्थ—

यहाँ लघु राशि के वर्ग से ऊन, युत जो राशि मूलद होता हो,

उस को व्यक्तात्मक दूसरी राशि जानना। उस को जानने के लिये उपाय कहते हैं।

यहाँ लघु राशि का वर्ग (४) है। इस से ऊन, युत द्वितीय राशि मूलद होता है। इस लिये द्विगुणित लघु राशि का वर्ग (२ × ४ = ८) किसी दो राशि का वर्गान्तर होगा। किन्तु वर्गान्तर योगान्तर घात के तुल्य होता है।

अब "वर्गान्तरं राशिवियोगभक्तं" इत्यादि सूत्र में कथित प्रकार से वर्गान्तर (८) में कल्पित वियोग (२) से भाग देने से (४) योग आया।

योग, अन्तर के ज्ञान से संक्रमण गणित के द्वारा दोनों राशि (१, ३) आईं।

इन में वर्गान्तर मूल (१) और वर्गयोग मूल (३) है। पहली राशि के वर्ग (१) में कल्पित राशि वर्ग (४) जोड़ने से द्वितीय राशि (५) आई।

अथवा द्वितीय (३) के वर्ग (९) में कल्पित राशि का वर्ग घटाने से वही द्वितीय राशि (५) आई।

यहाँ लघु राशि ऐसा मानना चाहिए, जिस से दूसरी राशि अभिन्न आवे।

यथा द्वितीय राशि (३६) कल्पना किया। इस को दूना किया तो (७२) वर्गान्तर हुआ। इस में कल्पित राश्यन्तर ६ का भाग देने से योग (१२) आया।

अब योग, अन्तर के ज्ञान से संक्रमण गणित के द्वारा राशि (३।९) आईं। इन में (३) वर्गान्तर मूल और (९) वर्गयोग मूल है।

पहली राशि के वर्ग (९) में कल्पित राशि (६) का वर्ग (३६) जोड़ने से दूसरी राशि (४५) आई।

वा द्वितीय राशि वर्ग (८१) में कल्पित राशि वर्ग (३६) घटाने से वही दूसरी राशि (४५) आई।

अथवा कल्पित राशि (६) वर्ग (३६) को द्विगुणित किया तो वर्गान्तर (७२) हुआ। इस में कल्पित राश्यन्तर (४) का भाग देने से लब्धि (१८) राशि योग तुल्य मिली।

अब संक्रमण गणित से राशि (७, ११) आईं।

इन में पहली राशि वर्ग (४९) में कल्पित राशि वर्ग जोड़ने से द्वितीय राशि (४९ + ३६ = ८५) आई।

अथवा द्वितीय वर्ग में कल्पित राशि वर्ग घटाने से (१२१ − ३६ = ८५) वही द्वितीय राशि आई।

अथवा राश्यन्तर दो कल्पना करने से द्वितीय राशि (३२५) आती है।

अथवा प्रकारान्तर से राशि कल्पना में युक्ति—

द्विगुणित राशियों के घात में उन के वर्ग योग युत, ऊन करने से अवश्य मूलद होता है।

जिस तरह राशियों का घात वर्ग हो ऐसा एक वर्ग और दूसरा वर्गार्ध कल्पना किया। क्योंकि दो वर्गों का घात वर्ग ही होता है। अब एक वर्ग (१) और दूसरा वर्गार्ध (२) कल्पना किया।

इन को द्विगुणित करने से (४) लघु राशि वर्ग हुआ।

तथा इन का वर्ग योग (५) द्वितीय राशि हुई।

अथवा एक वर्ग (९) और दूसरा वर्गार्ध (२) कल्पना किया। इन का द्विगुणित घात (३६) पहली राशि का वर्ग हुआ।

और इन का वर्ग योग (८१ + ४ = ८५ दूसरी राशि हुई।

दोनों व्यक्त राशि यावत्तावद्वर्गगुणित कल्पित की गई है।

प्रथम उदाहरण में रूप से ऊन दूसरी राशि और द्वितीय उदाहरण में रूप से युत दूसरी राशि करनी चाहिए।

जैसे प्रथम उदाहरण में दूसरी राशि = $\text{या}^{२} - १$,

द्वितीय उदाहरण में दूसरी राशि = $\text{या}^{२} + १$।

इस तरह दोनों राशिवर्ग की कल्पना करनी चाहिए। जिन में दोनों आलाप घटित हों। इन में पहली राशि वर्ग का मूल ग्रहण करके दूसरे का वर्ग प्रकृति से लेना चाहिये।

इस तरह अनेक प्रकार हो सकते हैं।

अत्र नवीनोपपत्तिः—

अथात्र कल्प्येते राशि—

$$\text{अ}^{२} = \text{य} - \text{इ}^{२},\ \text{क}^{२} = \text{य} + \text{इ}^{२},$$

अनयोरन्तरे कृते—

$$\text{क}^{२} - \text{अ}^{२} = (\text{य} + \text{इ}^{२}) - (\text{य} - \text{इ}^{२}) = २\ \text{इ}^{२}।$$

$$\text{यद्यत्र क} - \text{अ} = \text{इ}',$$

$$\text{तदा क} + \text{अ} = \frac{२\ \text{इ}^{२}}{\text{इ}'}।$$

ततः संक्रमण गणितेन—

$$\text{अ} = \frac{\frac{२\ \text{इ}^{२}}{\text{इ}'} - \text{इ}'}{२},$$

$$क = \frac{\frac{२ इ^२}{इ'} + इ'}{२},$$

आभ्याम्—

[$य = अ^२ + इ^२ = क^२ - इ^२$, इत्युपपन्नम् ॥

यत्राव्यक्तं सरूपं हि तत्र तन्मानमानयेत्।
सरूपस्यान्यवर्णस्य कृत्वा कृत्यादिना समम् ॥ १३ ॥
राशिं तेन समुत्थाप्य कुर्याद्भूयोऽपरां क्रियाम्।
सरूपेणान्यवर्णेन कृत्वा पूर्वपदं समम् ॥ १४ ॥

यत्राद्यपक्षमूले गृहीते परपक्षेऽव्यक्तं सरूपमरूपं वा स्यात् तत्रान्यवर्णस्य सरूपस्य वर्गेण साम्यं कृत्वा तस्याव्यक्तस्य मानमानीय तेन राशिमुत्थाप्य पुनरन्यां क्रियां कुर्यात् तथा तेनान्यवर्णेन सरूपेणाद्यपक्षपदसाम्याच्च यदि पुनः क्रिया न भवेत् तदा तु व्यक्तेनैव वर्गादिना समक्रिया ॥

सु०—अथानुष्टुब्द्वयेनान्यसूत्रमाह—

यत्राद्यपक्षमूले गृहीते अव्यक्तं सरूपमरूपं वा स्यात्तत्रान्यवर्णस्य सरूपस्य वर्गेण साम्यं कृत्वा तस्याव्यक्तस्य मानमानयेत्।

यत्र तु प्रथमपक्षस्य घनमूले गृहीते अन्यपक्षे अव्यक्तं सरूपमरूपं वा स्यात्तत्रान्यवर्णस्य घनेन साम्यं कृत्वा अव्यक्तस्य मानमानयेत् कृत्येत्यादिपदोपादानात्, तथागतेन वर्णात्मकेनाव्यक्तमानेन राशिमुत्थाप्य सरूपेण कल्पितेनान्यवर्णेन आद्यपक्षसाम्यं च कृत्वा पुनरन्यां क्रियां कुर्यात्।

यदि च पुनः क्रिया नास्ति तदा सरूपस्यान्यवर्णस्य वर्गादिना समीकरणं कार्यं यतस्तथाकृते राशिमव्यक्तमेव स्यात्, अत्राव्यक्तवर्गोऽव्यक्तघनो वा तथा कल्प्यो यथामानमभिन्नं स्यादिति।

अत्रोपपत्तिः—

एकस्य पक्षस्य मूले गृहीते द्वितीयपक्षे यद्यव्यक्तं केवलं सरूपं वास्ति तर्हि सोऽपि वर्ग एव पक्षयोस्तुल्यत्वात्।

अतस्तत्र केवलमव्यक्तं तदाऽन्यवर्णवर्गेण समीकरणं कार्यं यदा सरूपमव्यक्तं द्वितीयपक्षे तदा सरूपस्यान्यवर्णस्य वर्गेण तस्य समीकरणं कार्यम्।
एवं कृते पुनर्द्वितीयपक्षे सरूपो वर्णवर्गः स्यादिति वर्गप्रकृतिविषयः स्यात्, एवं शेषविधौ कर्त्तव्ये सति तदा ज्ञेयं यथाव्यक्तमानमभिन्नं स्यात्तथा संपादितमित्यर्थः, यदि तु शेषालापविधिर्नास्ति तदाद्वितीयपक्षस्य व्यक्तेनैव वर्गेण समीकरणं विधेयमित्यादिबुद्धिमताज्ञातव्यम् ॥

विमला०—जहाँ पर एक पक्ष का मूल लेनेके बाद दूसरे पक्ष में रूप सहित या रूप रहित अव्यक्त हो वहाँ पर उस का रूप सहित अन्य वर्ण के साथ समीकरण

कर के अव्यक्त राशि का मान लाना चाहिए।

जहां पर एक पक्ष का घन मूल लेने के बाद अन्य पक्ष में रूप से सहित या रहित अव्यक्त हो, उस का रूप सहित अन्यवर्ण के घन के साथ समीकरण कर के अव्यक्त राशिमान लाना चाहिए।।

इस तरह लाया हुआ वर्णात्मक अव्यक्त मान से उत्थापन देना, तथा आद्य पक्षीयमूल का कल्पित रूप सहित अन्यवर्ण के साथ समीकरण कर के अन्य क्रिया करनी चाहिए। अगर अन्य क्रिया करने का अवसर न हो तो रूप सहित अन्यवर्ण वर्गादि के साथ समीकरण न करना क्यों कि वैसा करने से राशि का मान अव्यक्तात्मक आवेगा। किन्तु व्यक्त राशि के वर्गादि के साथ समी करना चाहिए। क्योंकि इस तरह करने से राशि का मान व्यक्त ही होगा। यहां जिस तरह राशि मान अभिन्न मिले उसी तरह अव्यक्त के वर्ग, घन आदि कल्पना करना।

नवीनोपपत्तिः—

यथात्र कल्प्येते पक्षौ—

य^2=इ० क±रू,

अत्र प्रथमपक्षस्य वर्गात्मकत्वाद्द्वितीयपक्षोऽपि वर्गात्मक एव, किन्त्वत्राऽव्यक्त-वर्गराशेर्विरहात्तन्मूलं वर्गप्रकृत्यावगन्तुं कठिनम्।

अतः कल्पितं द्वितीयपक्षमूलमानम्=इं० न±रूं,

अतः य=इं० न±रूं, अतउपपन्नं सर्वम्॥

उदाहरणम्—

यस्त्रिपञ्चगुणो राशिः पृथक् सैकः कृतिर्भवेत्।
वदेति बीजमध्येऽसि मध्यमाहरणे पटुः॥ १॥

अत्र राशिः या १। एष त्रिगुणः सैकः या ३ रू १। अयं वर्ग इति कालकवर्गसमं कृत्वा पक्षयोः रूपं १ प्रक्षिप्य मूलम् का १। अन्यपक्षस्यास्य या ३ रू १। सरूपनीलकत्रयस्य वर्गेण नीव ९ नी ६ रू १ साम्यं कृत्वा लब्धयावत्तावन्मानेनोत्थापितो जातो राशिः नीव ३ नी १। पुनरयं पञ्चगुणः सैको वर्ग इति नीव १५ नी १० रू १ पीतकवर्ग-समं कृत्वा समशोधने कृते पक्षौ नीव १५ नी १०, पीव १ रू १।

इमौ पञ्चदशभिः संगुण्यः पञ्चविंशतिरूपाणि प्रक्षिप्याद्यपक्षस्य मूलं नी १५ रू ५। परपक्षस्यास्य पीव १५ रू १०। वर्गप्रकृत्या मूले क ९ ज्ये ३५ वा क ७१ ज्ये २७५। कनिष्ठं पीतकमानं ज्येष्ठमाद्यपक्षस्य मूलेनानेन नी १५ रू ५ समं कृत्वाऽऽप्तं नीलकमानम् २ वा १८। स्वस्व-मानेनोत्थाप्य जातो राशिः १६ वा १००८।

अथवैकालापः स्वत एव संभवति तथा कल्पितो राशिः

याव $\frac{१}{३}$ रू $\frac{१}{३}$ । एष पञ्चगुणो रूपयुतः याव $\frac{५}{३}$ रू $\frac{२}{३}$ मूलद इति कालकवर्गसमं कृत्वा पक्षयो ऋणऽयंशद्वयं प्रक्षिप्योक्तवद्गृहीतं कालकपक्षस्य मूलम् का १ । द्वितीयपक्षस्यास्य याव $\frac{५}{३}$ रू $\frac{२}{३}$ । वर्गप्रकृत्या मूले क ७ ज्ये ९ वा क ५५ ज्ये ७१ । अत्र कनिष्ठं प्रकृतिवर्णमानं तेन कल्पितराशिमुत्थाप्य जातो राशिः स एव १६ वा १००८ ॥

सु०—अत्रोदाहरणमाहानुष्टुभा—

भो गणक त्वं यदि चेत् बीजमध्ये मध्यमाहरणे पटुरसि दक्षोऽसि तर्हि तं राशिं वद तं कं यो राशिः पृथक् त्रिपंचगुणः सैकः कृतिर्भवेत् अयमर्थः राशिस्त्रिगुणः सैकः कृतिर्भवति पुनः पंचगुणो राशिः सैकः कृतिः स्यादित्यर्थः ।

उदाहरणम्—

अत्र राशिःया १ अयं त्रिगुणः या ३ सैकः या ३ रू १ एष वर्ग इति कालकवर्गेण साम्यार्थं न्यासः—

{ या ३ काव ० रू १
{ या ० काव १ रू ०

शोधने कृते पक्षौ—

{ काव १ रू १
{ या ३

पक्षयो रू प्रक्षिप्य जातं—

{ काव १
{ या ३ रू १

प्रथमपक्षस्य मूलं का १ अन्यपक्षस्यास्य या ३ रू १ सरूपनीलकत्रयस्य वर्गेण नीव ९ नी ६ रू १ साम्यार्थं न्यासः—

{ या ३ नीव ० नी ० रू १
{ या ० नीव ९ नी ६ रू १

संशोध्य जातौ पक्षौ—

{ नीव ९ नी ६
{ या ३

हरभक्ते लब्धं यावत्तावन्मानं नीव ३ नी २,

अनेनोत्थापितो जातो राशिः नीव ३ नी २ पुनरयं पंचगुणः सैको वर्ग इति पीतकवर्गेण साम्यार्थं न्यासः—

{ नीव १५ नी १० पीव रू १
{ नीव ० नी ० पीव १ रू ०

संशोध्य पक्षौ—

{ नीव १५ नी १०
{ पीव १ रू १

पंचदशभिस्संगुण्य पंचविंशतिरूपाणि प्रक्षिप्य जातं—

{ नीव २२५ नी १५० रू २५
{ पीव १५ रू १०

प्रथमपक्षस्य मूलं नी १५ रू ५।

परपक्षस्यास्य पीव १५ रू १० वर्गप्रकृत्या मूलं अत्र कनिष्ठमिष्टं ९ अतो ज्येष्ठं ३५।

अथवा कनिष्ठं ७१ अतो ज्येष्ठं २७५।

कनिष्ठं पीतकमानं ज्येष्ठं तु आद्यपक्षस्य मूलेन सममिति न्यासः—

{ नी १५ रू ५
{ नी० रू ३५

{ नी १५ रू ५
{ नी २७५

अनयोः समशोधनाल्लब्धं नीलकमानं २ वा १८।

स्वमानेन राशिरयं नीव ३ नी २ उत्थापितो जातो राशिः १६।

यथा नीलकमानस्य २ वर्गस्त्रिगुणः १२ नीलकमानेन २ द्विगुणेन ४ युतो राशिः १६।

वा तन्मानं १८ वर्गीकृतं ३२४ त्रिगुणं ९७२ द्विगुणनीलकमानेन ३६ युतं राशिः १००८।

अथवात्र राशिः या १ अयं त्रिगुणः सैको या ३ रू १ वर्ग इति कालकवर्गेण साम्यार्थं न्यासः—

{ याव ३ काव० रू १
{ या० काव १ रू०

समशोधनेन लब्धं यावत्तावन्मानं—

$$\left\{ \frac{\text{काव १ रू }\dot{१}}{३} \right.,$$

अयं राशि या १ स्स्थापितः—

$$\left\{ \frac{\text{काव १ रू }\dot{१}}{३} \right.,$$

अथवा यथेक आलापः स्वत एव संभवति तथा प्रथममेवैतादृशः कल्पितोऽयं राशिः—

$$\left\{ \frac{\text{याव १ रू }\dot{१}}{३} \right.$$

अयं पंचगुणः—

$$\left\{ \frac{\text{याव ५ रू }\dot{५}}{३} \right.$$

समच्छेदेन रूपयुतः धनर्णयोरन्तरमित्यादिना—

{ याव ५ रू २ / ३

जातो मूलद इति कालकवर्गेण साम्यार्थं न्यासः—

{ याव ५ काव० रू २ / ३
{ याव० काव १ रू०

पक्षौ समच्छेदीकृत्यच्छेदगमे संशोध्य जातौ—

{ याव ५ रू०
{ काव ३ रू २̇

पक्षौ पंचभिः संगुण्य जातं—

{ याव २५ रू०
{ काव १५ रू १̇०

प्रथमपक्षमूलं या ५।

द्वितीयपक्षस्यास्य काव १५ रू १̇० वर्गप्रकृत्या मूलं।

अत्रेष्टं कनिष्ठं ९ अस्य वर्गः ८१ प्रकृति १५ गुणः १२१५ दशयुतः १२२५ अस्य मूलं ज्येष्ठं ३५ इदं प्रथमपक्षस्य मूलसममिति न्यासः—

{ या ५ रू०
{ या० रू ३५

समशोधनाल्लब्धं यावन्मानं ७।

अनेन राशि—

{ याव १ रू १̇ / ३

रुत्थापितस्तद्यथा यावन्मानवर्गः ४९ रूपहीनः ४८ हरभक्तः स एव राशिः १६, अथवा कनिष्ठं ७१ अतो ज्येष्ठं २७५ इदं पूर्वमूल या ५ सममिति यावन्मानं ५५ अस्य वर्गः ३०२५ रूपोनः ३०२४ त्रिभक्तो जातो राशिः १००८ एवं बहुधा॥

विमला०—वह कौन राशि है, जिस को दो जगह रख कर क्रम से पाँच और तीन से गुणा कर दोनों जगह में रूप युत करने से वर्ग होता है।

उदाहरण—

यहाँ राशि (या) कल्पना किया। इस को तीन से गुणकर रूप युत करने से वर्ग होता है, अतः इस का कालक वर्ग के साथ समीकरण—

$$३ या + १ = का^{२},$$

यहाँ द्वितीय पक्ष का मूल (का) मिला। प्रथम पक्ष का मूल नहीं मिलता, इसलिये इस का कल्पित राशि (३ नी + १) का वर्ग (९ नी^{२} + ६ नी + १) के साथ समीकरण—

$$३ या + १ = ९ नी^२ + ६ नी + १,$$
$$\therefore ३ या = ९ नी^२ + ६ नी,$$
$$\therefore या = ३ नी^२ + २ नी,$$

इस से उत्थापन देने से पूर्व कल्पित राशि $= या = ३ नी^२ + नी$।

फिर इस को पाँच से गुण कर रूप जोड़ने से वर्ग होता है। इसलिये पीतक वर्ग के साथ इस का समीकरण—

$$५ (३ नी^२ + २ नी) + १ = पी^२,$$
$$\therefore वा\ १५ नी^२ + १० नी + १ = पी^२,$$
$$\therefore १५ नी^२ + १० नी = पी^२ - १,$$
$$\therefore १५ (१५ नी^२ + १० नी) + २५ = १५ (पी^२ - १) + २५,$$
$$वा\ २२५ नी^२ + १५० नी + २५ = १५ पी^२ - १५ + २५,$$
$$वा\ २२५ नी^२ + १५० नी + २५ = १५ पी^२ + १०,$$
$$\therefore १५ नी + ५ = \sqrt{१५ नी^२ + १०},$$

अन्य पक्ष का मूल वर्ग प्रकृति से लेना है, यहाँ इष्ट कनिष्ठ (९) कल्पना किया, इस का वर्ग (८१) को प्रकृति (१५) से गुण कर (१२१५) क्षेप (१०) जोड़ने से (१२२५) हुआ, इस का मूल (३५) ज्येष्ठ पद हुआ।

—ष्ट कनिष्ठ (७१) मानकर ज्येष्ठपद (२७५) आया।

—तक का मान और ज्येष्ठ आद्यपक्षीय मूल के समान है।

अतः समीकरण—

$$१५ नी + ५ = ३५,$$
$$\therefore १५ नी = ३५ - ५ = ३०,$$
$$\therefore नी = \frac{३०}{१५} = २,$$

$$अथवा\ १५ नी + ५ = २७५,$$
$$\therefore १५ नी = २७५ - ५ = २७०,$$
$$\therefore नी = \frac{२७०}{१५} = १८,$$

अब नीलक के मान से उत्थापन देने से—

$$राशि = ३ नी^२ + २ नी = ३ \times ४ + २ \times २ = १६ ।$$
$$अथवा\ राशि = ३ नी^२ + २ नी = ३ \times ३२४ + २ \times १८ =$$
$$९७२ + ३६ = १००८ ।$$

अथवा प्रकारान्तर से उत्तर—

यहाँ एक आलाप घटित राशि $= \left(\frac{या^२ - १}{३}\right)$ कल्पना किया क्योंकि इस को तीन से गुण कर रूप जोड़ने से ($या^२$) वर्ग होता है।

अब इस को पाँच से गुणकर रूप जोड़ने से—

$$५\left(\frac{\text{या}^२ - १}{३}\right) + १ = \frac{५\ \text{या}^२ - ५}{३} + १ =$$

$$\frac{५\ \text{या}^२ - २}{३},\ \text{यह वर्ग है ।}$$

इसलिये कालक वर्ग के साथ इस का समीकरण—

$$\frac{५\ \text{या}^२ - २}{३} = \text{का}^२,$$

$$\therefore २५\ \text{या}^२ = १५\ \text{का}^२ + १०,$$

$$\therefore ५\ \text{या} = \sqrt{१५\ \text{का}^२ + १०},$$

अन्य पक्ष का मूल वर्गप्रकृति से लेना है। इसलिये इष्ट कनिष्ठ (९) कल्पना किया ।

इस का वर्ग (८१) को प्रकृति (१५) से गुणा कर (१२१५) क्षेप जोड़ने से (१२२५) हुआ। इस का मूल (३५) ज्येष्ठ पद हुआ। यह पूर्वपक्षीय मूल के तुल्य है ।

अतः समीकरण—

$$५\ \text{या} = ३५,\quad \therefore \text{या} = \frac{३५}{५} = ७,$$

इस से उत्थापन देने से—

$$\text{राशि} = \frac{\text{या}^२ - १}{३} =$$

$$\frac{४९ - १}{३} = \frac{४८}{३} = १६ ।$$

अथवा इष्ट कनिष्ठ (७१) पर से ज्येष्ठपद (२७५) आता है।

इस का पूर्व पद के साथ समीकरण—

$$५\ \text{या} = २७५,\quad \therefore \text{या} = \frac{२७५}{५} = ५५ ।$$

इस से उत्थापन देने से—

$$\text{राशि} = \frac{\text{या}^२ - १}{३} = \frac{३०२५ - १}{३} = \frac{३०२४}{३} = १००८ ।$$

आलाप—राशि = १६ ।

$$१६ \times ३ + १ = ४९ = (७)^२\ \text{वर्ग है ।}$$

$$१६ \times ५ + १ = ८१ = (९)^२\ \text{वर्ग है ।}$$

अथान्योदाहरणम्—

को राशिस्त्रिभिरभ्यस्तः सरूपो जायते घनः ।

घनमूलं कृतीभूतं त्र्यभ्यस्तं कृतिरेकयुक् ॥ २ ॥

अत्र राशिः या १। अयं त्र्यभ्यस्तो रूपयुतः या ३ रू १। एष घन इति कालकघनसमं कृत्वा प्राग्वज्जातो राशिः काघ $\frac{१}{३}$ रू $\frac{\dot{१}}{३}$। अस्य त्रिगुणस्य सरूपस्य घनमूलं वर्गितं त्रिहतं रूपयुतं काव ३ रू १। एतत् कृतिरिति नीलकवर्गसमं कृत्वा पक्षयो रूपं प्रक्षिप्य प्रथमपक्षमूलम् नी १। द्वितीयपक्षस्यास्य काव ३ रू १ वर्गप्रकृत्या मूले क १ ज्ये २ वा क ४ ज्ये ७ वा क १५ ज्ये २६। कनिष्ठं कालकमानम् ४। अस्य घनेन ६४ उत्थापितो जातो राशिः २१ वा $\frac{३३७४}{३}$ ॥

सु०—अथ पूर्वपक्षस्य घनमूले गृहीते अन्यपक्षस्य घनेन समीकरणप्रदर्शनार्थमाद्योदाहरणमाहानुष्टुभा—

को राशिस्त्रिभिरभ्यस्तो गुणितः सरूपो रूपयुक्तः सन् घनो जायते।

घनस्य मूलं कृतीभूतं वर्गीकृतं त्र्यभ्यस्तं त्रिगुणितं सरूपं कृतिर्भवतीति।

उदाहरणम्—

अत्र राशिः या १ अयं त्रिगुणितः या ३ रूपयुतः या ३ रू १ एष घन इति कालकघनेन साम्यार्थं न्यासः—

{ या ३ रू १
{ काघ १ रू०

संशोधनाज्जातं यावन्मानं—

{ $\frac{\text{काघ १ रू } \dot{१}}{३}$

अयं त्रिगुणः काघ १ रू $\dot{१}$ रूपयुतःकाघ १।

अस्य घनमूलं का इदं वर्गीकृतं काव १ त्रिहतं काव ३ रूपयुतं काव ३ रू १ अयं वर्ग इति नीलकवर्गसमं न्यासः—

{ काव ३ रू १
{ नीव १ रू०

संशोधनात्पक्षौ—

{ नीव १ रू $\dot{१}$
{ काव ३

पक्षयोरूपं प्रक्षिप्य—

{ नीव १ रू०
{ काव ३ रू १

प्रथमपक्षस्य मूलं नी १।

परपक्षस्यास्य काव ३ रू १ वर्गप्रकृत्या मूले अभीष्टकनिष्ठं ४ अस्य वर्गो १६

त्प्रकृति ३ गुणात् ४८ क्षेप १ युता ४९ न्मूलं ज्येष्ठं ७ अत्र कनिष्ठं कालकमानं ४।

अस्य घनेन ६४ पूर्वराशि—

$$\left\{ \frac{\text{काघ १ रू } \dot{\text{१}}}{\text{३}} \right.$$

मुत्थाप्य ६४ रूपं संशोध्य ६३ त्रिभिर्भक्ते जातो राशिः २१।

अथवा कनिष्ठं १५ अतो ज्येष्ठं २६ अत्र कनिष्ठं कालकमानं १५ अस्य घनः ३३७५ रूपोनः ३३७४ त्रिभक्तो राशिः $=\frac{\text{३३७४}}{\text{३}}$ ॥

विमला०—वह कौन राशि है, जिस को तीन से गुणा कर रूप जोड़ने से घन होता है।

उस घनमूल के वर्ग को तीन से गुण कर एक जोड़ने से वर्ग होता है।

उदाहरण—

यहाँ राशि = या, कल्पना किया इस को तीन से गुणा कर रूप जोड़ने से घन होता है।

अतः कालक घन के साथ समीकरण—

$$\text{३ या} + \text{१} = \text{का}^{\text{३}},\ \therefore\ \text{या} = \frac{\text{का}^{\text{३}} - \text{१}}{\text{३}}\ ।$$

इस को तीन से गुणा कर रूप जोड़ने से—

$$\text{३}\left(\frac{\text{का}^{\text{३}} - \text{१}}{\text{३}}\right) + \text{१} = \frac{\text{३ का}^{\text{३}} - \text{३} + \text{३}}{\text{३}} = \text{का}^{\text{३}}$$

इस का घन मूल (का) मिला।

इस का वर्ग को तीन से गुण कर रूप जोड़ा तो (३ का यह वर्ग है।

अतः नीलक वर्ग के साथ समीकरण—

$$\text{३ का}^{\text{२}} + \text{१} = \text{नी}^{\text{२}},\ \therefore \sqrt{\text{३ का}^{\text{२}} + \text{१}} = \text{नी}\ ।$$

प्रथम पक्ष का मूल वर्ग प्रकृति से लेना है, अतः इष्ट कनिष्ठ (४) कल्पना किया। इस का वर्ग (१६) को प्रकृति (३) से गुणा कर क्षेप जोड़ने से (४९) हुआ। इस का मूल (७) ज्येष्ठ पद हुआ।

कनिष्ठ कालक का मान है, इस से उत्थापन देने से—

$$\text{राशि} = \frac{\text{का}^{\text{३}} - \text{१}}{\text{३}} = \frac{(\text{४})^{\text{३}} - \text{१}}{\text{३}} =$$

$$\frac{\text{६४} - \text{१}}{\text{३}} = \frac{\text{६३}}{\text{३}} = \text{२१}\ ।$$

अथवा इष्ट कनिष्ठ (१५) पर से ज्येष्ठ पद (२६) आता है।

इस कनिष्ठ से उत्थापन देने से—

$$राशि = \frac{का^{३} - १}{३} = \frac{३३७५ - १}{३} = \frac{३३७४}{३}$$ ।

आलाप—राशि = २१ ।

२१×३+१ = ६३+१ = ६४ = $(४)^{३}$ घन है। घन मूल का वर्ग को तीन से गुण कर रूप जोड़ने से—

$(४)^{२}$×३+१=४८+१=४९=$(७)^{२}$ वर्ग है ॥

उदाहरणम्—

वर्गान्तरं कयोः राश्यो पृथक् द्वित्रिगुणं त्रियुक् ।
वर्गौ स्यातां वद क्षिप्रं षट्कपञ्चकयोरिव ॥ ३ ॥
क्वचिदादेः क्वचिन्मध्यात् क्वचिदन्त्यात् क्रिया बुधैः ।
आरभ्यते यथा लघ्वी निर्वहेच्च यथा तथा ॥

अतोऽत्र वर्गान्तरम् या १ । एतद्द्विघ्नं त्रियुतं या २ रू ३ वर्ग इति कालकवर्गसमं कृत्वाऽऽप्तयावत्तावन्मानेनोत्थापितो जातो राशिः काव $\frac{१}{२}$ रू $\frac{३}{२}$ पुनरिदं त्रिघ्नं त्रियुतम् काव $\frac{३}{२}$ रू $\frac{३}{२}$ वर्ग इति नीलकवर्गसमं कृत्वा समशोधने कृते जातौ पक्षौ $\left\{ \begin{matrix} नीव\ २\ रू\ ३ \\ काव\ ३ \end{matrix} \right.$ । एतौ त्रिभिः संगुण्य कालकपक्षमूलम् का ३ । परपक्षस्यास्य नीव ६ रू ९ वर्गप्रकृत्या मूले क ६ ज्ये १५ वा क ६० ज्ये १४७ । ज्येष्ठं प्रथमपक्षपदेन का ३ समं कृत्वा लब्धं कालकमानम् ५ वा ४९ । प्राग्वदाप्तकालकमानेनोत्थापितं जातं वर्गान्तरं राश्योः ११ वा ११९९ । इदमन्तरहृतं द्विधाऽन्तरेणोनयुतमर्धितं राशी भवत इति प्रागुक्तमतोऽन्तरमिष्टं रूपं प्रकल्प्य जातौ राशी ६, ५ वा ६००, ५९९ । अथ वाऽन्तरमेकादशं प्रकल्प्य जातौ राशी ६०, ४९ ॥

सु०—अथाद्युदाहरणमनुष्टुभाह—

कयो राश्योर्वर्गान्तरं एकत्र द्विगुणमन्यत्र त्रिगुणम् उभयत्र त्रियुक्तं तदा वर्गौ स्यातां तौ राशी वद कयोरिव षट्कपंचकयोरप्युक्तालापसंभवात्तयोः प्रसिद्धत्वेन तद्भिन्नौ राशी वदेत्यर्थः ।

अत्र राश्योः पृथक्कल्पनेन क्रियाविस्तारः स्यात्तत्राहानुष्टुभा—

क्वचित्पृच्छकालापस्यादितः कल्पना कार्या क्वचिदालापमध्यादेव क्वचिदन्त्याद्विलोमविधिना वा बुधैर्यथा लघ्वी क्रिया निर्वहति तथा आरभ्यते ।

उदाहरणम्—

अतोऽत्र क्रियालाघवाय राशिवर्गान्तरमेव यावत्तावत्कल्पितं या १ ।

इदं द्विगुणं त्रियुतं या २ रू ३ वर्ग इति कालकवर्गसमं कृत्वा लब्धं यावन्मानं-

$$\frac{\text{काव १ रू } \dot{\text{३}}}{\text{२}},$$

अयमपि राशिरेव अत इदं त्रिगुणं—

$$\frac{\text{काव ३ रू } \dot{\text{९}}}{\text{२}}$$

समच्छेदेन त्रियुतं धनर्णयोरन्तरमेवयोग इति जातं—

$$\frac{\text{काव ३ रू } \dot{\text{३}}}{\text{२}}$$

अयमपि वर्ग इति नीलकवर्गेण साम्यार्थं न्यासः—

$$\begin{cases} \text{काव } \frac{\text{३}}{\text{२}} \text{ नीव० रू } \frac{\dot{\text{३}}}{\text{२}} \\ \text{काव० नीव १ रू०} \end{cases}$$

पक्षयोःसमच्छेदीकृतयोः छेदगमे न्यासः—

$$\begin{cases} \text{काव ३ रू } \dot{\text{३}} \\ \text{नीव २ रू ०} \end{cases}$$

समशोधनात्पक्षौ—

$$\begin{cases} \text{नीव २ रू ३} \\ \text{काव ३} \end{cases}$$

त्रिगुणितौ—

$$\begin{cases} \text{नीव ६ रू ९} \\ \text{काव ९} \end{cases}$$

अत्र कालकपक्षस्य मूलं का ३ ।

परपक्षस्य नीव ६ रू ९ वर्गप्रकृत्या मूलमिष्टं कनिष्ठं ६ तद्वर्गो ३६ स्प्रकृति ६ गुणा २१६ तत्क्षेप ९ युता २२५ न्मूलं ज्येष्ठं १५ ।

अथवा कनिष्ठं ६० अतो ज्येष्ठं १४७ ।

अथ ज्येष्ठस्य प्रथमपक्षमूलेन साम्यार्थं न्यासः—

$$\begin{cases} \text{का ३ रू०} \\ \text{का० रू १५} \end{cases}$$

$$\text{वा} \begin{cases} \text{का ३ रू०} \\ \text{का० रू० १४७} \end{cases}$$

उक्तवल्लब्धं कालकमानं ५ वा ४९ ।

अत्र कालकमानेन पूर्वराशौ —

$$\frac{\text{काव १ रू } \dot{\text{३}}}{\text{२}},$$

उत्थापनं यथा यद्येककालकस्येदं मानं ५ तदा कालकवर्गस्य किमिति तद्वर्ग एव तन्मानं २५ रूपत्रयोनं २२ हरेण २ भक्तं लब्धं यावत्तावन्मानं ११ ।

एवमन्यकालकमानेन ४६ यावत्तावन्मानमिदं ११६६ सिद्ध्यति ।

अत्र वर्गान्तरमेव यावत्तावन्मानं ततो राश्योर्ज्ञानाय युक्तिः राश्योरन्तरमिष्टं कल्पितं १ अनेन वर्गान्तरे ११ भक्ते जातो राशियोगः ११ ।

अन्तरयोगाभ्यां संक्रमणेन जातौ राशी ५।६ ।

अथवा वर्गान्तरं ११६६ राश्योरन्तरेण कल्पितेन ११ भक्तं जातो राशियोगः १०६ आभ्यां संक्रमणेन जातौ राशी ६०।४९ ॥

विमला०—पाँच, छै के तुल्य वे दो कौन राशि हैं जिन के वर्गान्तर को दो और तीन से अलग २ गुण कर तीन जोड़ने से वर्ग होते हैं ।

विशेष यहाँ पर राशियों का अव्यक्त मान कल्पना करने से क्रिया नहीं चलती । इसलिये वर्गान्तर का मान अव्यक्त कल्पना करके राशि लाते हैं ।

इस में युक्ति के लिये श्लोक—

कहीं प्रश्न के आदि से, कहीं प्रश्न के मध्य से और कहीं अन्त से क्रिया करनी चाहिए । जिस तरह क्रिया थोड़ी हो और आगे चल सके ।

उदाहरण—

यहाँ उक्त रीति से राशियों का वर्गान्तर (या) कल्पना किया ।

इस को दूना कर के तीन जोड़ा तो (२ या + ३) हुआ । यह वर्ग है ।

अतः कालक वर्ग के साथ समीकरण—

$$२ \text{ या} + ३ = \text{का}^२,$$

$$\therefore \text{या} = \frac{\text{का}^२ - ३}{२},$$

इस से पूर्व राशि में उत्थापन देने से

$$\text{राशि} = \text{या} = \frac{\text{का}^२ - ३}{२} \text{ ।}$$

इस को तीन से गुण कर तीन जोड़ने से—

$$३ \left(\frac{\text{का}^२ - ३}{२}\right) + ३ = \frac{३ \text{ का}^२ - ३}{२}, \text{ हुआ ।}$$

यह भी वर्ग है, अतः नीलक वर्ग के साथ समीकरण—

$$\frac{३ \text{ का}^२ - ३}{२} = \text{नी}^२,$$

$$\therefore ३ \text{ का}^२ - ३ = २ \text{ नी}^२,$$

$$\therefore ३ \text{ का}^२ = २ \text{ नी}^२ + ३,$$

$$\therefore ३ (३ \text{ का}^२) = ३ (२ \text{ नी}^२ + ३)$$

$$\text{या } ९ \text{ का}^२ = ६ \text{ नी}^२ + ९,$$

$$\therefore ३ \text{ का} = \sqrt{६ \text{ नी}^२ + ९},$$

द्वितीय पक्ष का मूल वर्गप्रकृति से लेना है, इसलिये इष्ट कनिष्ठ (६) कल्पना किया ।

इस का वर्ग (३६) प्रकृति (६) से गुणा कर (२१६) क्षेप जोड़ने से (२२५) हुआ । इस का मूल (१५) ज्येष्ठ पद आया । यह पूर्वपद के तुल्य है ।

अतः समीकरण—

$$३ \text{ का} = १५, \quad \therefore \text{ का} = \frac{१५}{३} = ५ ।$$

इस से उत्थापन देने से—

$$\text{पूर्व राशि} = \frac{\text{का}^२ - ३}{२} = \frac{(५)^२ - ३}{२} = \frac{२२}{२} = ११ ।$$

अथवा इष्ट कनिष्ठ (६०) पर से ज्येष्ठ पद (१४७) आया ।

इस का पूर्व पद के साथ समीकरण—

$$३ \text{ का} = १४७, \therefore \text{ का} = \frac{१४७}{३} = ४९ ।$$

इस से उत्थापन देने से—

$$\text{पूर्व राशि} = \frac{\text{का}^२ - ३}{२} = \frac{२४०१ - ३}{२} =$$

$$\frac{२३९८}{२} = ११९९ ।$$

इस तरह जो यावत्तावत् का मान आया वह वर्गान्तर है । इस (११) वर्गान्तर में इष्ट राश्यन्तर (१) का भाग देने से राशि योग (११) मिला ।

अब संक्रमण गणित से राशि (५, ६) आई ।

अथवा इस वर्गान्तर (११९९) में इष्ट राश्यन्तर (११) का भाग देने से राशि योग (१०९) आया ।

योग, अन्तर जान कर संक्रमण गणित से राशि (६०, ४९) आई ।

आलाप०—राशि (६०, ४९) हैं ।

दोनों के वर्गान्तर को अलग २ दो, तीन से गुणा कर तीन जोड़ने से—

$$२ \{ (६०)^२ - (४९)^२ \} + ३ =$$
$$२ (३६०० - २४०१) + ३ =$$
$$(२ \times ११९९ + ३ = २३९८ + ३ =$$
$$२४०१ = (४९)^२$$
$$\text{वा } ३ \{ (६०)^२ - (४९)^२ \} + ३ =$$
$$३ (३६०० - २४०१) + ३ =$$
$$३ \times ११९९ + ३$$
$$३५९७ + ३ = ३६०० = (६०)^२ \text{ वर्ग है ॥}$$

अन्यत्करणसूत्रं सार्धवृत्तम्—

वर्गादेर्यो हरस्तेन गुणितं यदि जायते ।
अव्यक्तं तत्र तन्मानमभिन्नं स्याद्यथा तथा ॥ १५ ॥
कल्प्योऽन्यवर्णवर्गादिस्तुल्यः शेषं यथोक्तवत् ।

यत्रवर्गादौ कुट्टकादौ वा एकपक्षमूले गृहीतेऽन्यपक्षेऽव्यक्तवर्गादिकस्य यो हरस्तेन गुणितमव्यक्तं यदि स्यात् तदा तस्य मितिरभिन्ना यथा स्यात् तथाऽन्यवर्णवर्गादिः सरूपो रूपोनो वा तुल्यः कल्प्यः शेषं पूर्वसूत्रोक्तम् ॥

सु०—अथ विशेषमाह सार्द्धानुष्टुभा—

यत्र वर्गादौ एकस्य पक्षस्य पदे गृहीते अन्यपक्षेऽव्यक्तवर्गादेर्योहरस्तेन गुणितमव्यक्तं यदि जायते तदा तत्र तन्मानं तस्याव्यक्तस्य मानमभिन्नं यथास्यात्तथा-अन्यवर्णवर्गादिः कल्प्यः पूर्वं वर्गे सतीहान्यवर्णवर्गः घने घनः कल्प्य इति शेषं कर्म-यथोक्तवत्तुल्यं योजनीयं पूर्वसूत्रोक्तमित्यर्थः ॥

विमला०—जहाँ एक पक्ष का मूल ग्रहण करने के बाद अन्य पक्ष में अव्यक्त वर्ग आदि के हर से गुणा हुआ अव्यक्त हो वहाँ सरूप या अरूप अन्य वर्ण वर्गादि की इस तरह कल्पना करनी चाहिए, जिस के साथ उस का समीकरण करने से उस अव्यक्त राशि का मान अभिन्नात्मक मिले ।

नवीनोपपत्तिः—

कल्प्येते पक्षौ—

$$\frac{\text{य}^2 - \text{रू}}{\text{ह}} = \text{क},$$

$$\therefore \text{य}^2 = \text{क}\cdot\text{ह} + \text{रू},$$

$$\text{अत्र यदि } \text{क}\cdot\text{ह} + \text{रू} = (\text{न}\cdot\text{ह} + \sqrt{\text{रू}})^2,$$

$$\text{तदा } \text{क}\cdot\text{ह} + \text{रू} = \text{न}^2\cdot\text{ह}^2 + 2\,\text{न}\cdot\text{ह}\cdot\sqrt{\text{रू}} + \text{रू},$$

$$\therefore \text{क}\cdot\text{ह} = \text{न}^2\cdot\text{ह}^2 + 2\,\text{न}\cdot\text{ह}\cdot\sqrt{\text{रू}},$$

$$\therefore \text{क} = \frac{\text{न}^2\cdot\text{ह}^2 + 2\,\text{न}\cdot\text{ह}\cdot\sqrt{\text{रू}}}{\text{ह}},$$

$$\text{वा } \text{क} = \text{न}^2\cdot\text{ह} + 2\,\text{न}\cdot\sqrt{\text{रू}}$$

$$\therefore \text{य}^2 = \text{क}\cdot\text{ह} + \text{रू} = (\text{न}\cdot\text{ह} + \sqrt{\text{रू}})^2$$

$$\therefore \text{य} = \text{न}\cdot\text{ह} + \sqrt{\text{रू}},$$

इत्थं कल्पनवशात्कमानं कथमभिन्नमेवागच्छेत्तदर्थं "हरभक्ता यस्य कृतिः" इत्याद्यग्रिमसूत्रमत्राचार्येणोपन्यस्तमित्युपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

को वर्गश्चतुरूनः सन् सप्तभक्तो विशुध्यति।
त्रिंशदूनोऽथवा कः स्याद्यदि वेत्सि वद द्रुतम्॥ १॥

अत्र राशिः या १। अस्य वर्गश्चतुरूनः सप्तभक्तो विशुध्यतीति लब्धिप्रमाणं कालकस्तद्गुणितहरेणास्य याव १ रू ४̇ साम्यं कृत्वा प्रथमपक्षमूलम् या १। परपक्षस्यास्य का ७ रू ४ मूलाभावात् "वर्गादेर्यो हरस्तेन गुणितं यदि जायते" इत्यादिना करणेन नीलकसप्तकस्य रूपद्वयाधिकस्य वर्गेण तुल्यं कृत्वा लब्धं कालकमानमभिन्नं जातम् नीव ७ नी ४। यत्तु कल्पितं तस्य द्वितीयपक्षस्य मूलम् नो ७ रू २। इदं प्राक्पक्षमूलस्यास्य या १ समं कृत्वाऽऽप्तं यावत्तावन्मानं नी ७ रू २ सक्षेपम् ६। अस्य वर्गो राशिः स्यात् ८१॥

सु०—उदाहरणमाहानुष्टुभा—

को वर्गश्चतुरूनः सन् सप्तभक्तो विशुद्ध्यति तं वद।

अथवा को वर्गस्त्रिंशदूनः सप्तभक्तो विशुद्ध्यति तं यदि वेत्सि तदा द्रुतं शीघ्रं वदेत्यर्थः।

उदाहरणम्—

अत्र राशिः याव १ चतुरूनः सप्तभक्तः—

$$\frac{\text{याव १ रू }\dot{४}}{७}$$

निःशेषो भवति तत्र लब्धिप्रमाणं कालकः का १ तद्गुणितहरेण का ७ भाज्यस्य याव १ रू ४̇ साम्यार्थं न्यासः—

{ याव १ का० रू ४̇
{ याव० का ७ रू०

समशोधने पक्षौ—

{ याव १
{ का ७ रू ४

प्रथमपक्षमूलं या १ परपक्षस्यास्य का ७ रू ४ मूलाभावोऽस्ति, अत्र वर्गस्य हरः सप्तमितस्तेन गुणितं अव्यक्तं कालकस्वरूप का ७ मस्ति तेन कालकमानमभिन्नं यथा स्यात्तथा अन्यवर्णवर्गादिः कल्पनीयः॥

विमला—वह कौन सा वर्ग है, जिस में चार या तीस घटा कर सात का भाग देने से निःशेष होता है।

उदाहरण—

यहाँ राशि (या१) कल्पना किया। इस में चार घटा कर सात का भाग देने से निःशेष होता है, अतः लब्धि (का) कल्पना किया तो—

$\frac{\text{या}^2 - ४}{७}$ का, ऐसा हुआ।

∴ या² − ४ = ७ का,

∴ या² = ७ का + ४,

∴ या = $\sqrt{\text{७ का} + ४}$,

यहाँ द्वितीय पक्ष का मूल वर्ग प्रकृति से नहीं मिलता, इस लिये उस का (७ नी + २) का वर्गः (४९ नी² + २८ नी + ४) के साथ समीकरण—

७ का + ४ = ४९ नी² + २८ नी + ४,

∴ ७ का = ४९ नी² + २८ नी,

∴ का = $\frac{\text{४९ नी}^2 + \text{२८ नी}}{७}$,

वा का = ७ नी² + ४ नी, अभिन्न आया।

कल्पित मूल पूर्व मूल के समान है इस लिये

या = ७ नी + २, यहाँ यदि नी = १,

तदा या = ७ + २ = ९।

अतः राशि = या² = ८१।

आलाप—वर्ग राशि = ८१।

$\frac{८१ - ४}{७} = \frac{७७}{७}$ = ११, निःशेष होता है।

दूसरा उदाहरण आगे स्पष्ट होगा॥

अथ वाऽन्यवर्णकल्पनायां मन्दावबोधाय पूर्वैरुपायः पठितः। तत्र सूत्राणि—

हरभक्ता यस्य कृतिः शुध्यति सोऽपि द्विरूपपदगुणितः।
तेनाहतोऽन्यवर्णो रूपपदेनान्वितः कल्प्यः॥ १६॥
न यदि पदं रूपाणां क्षिपेद्धरं तेषु हारतष्टेषु।
तावद्यावद्वर्गो भवति न चेदेवमपि खिलं तर्हि॥ १७॥
हित्वा क्षिप्त्वा च पदं यत्राद्यस्येह भवति तत्रापि।
आलापित एव हरो रूपाणि तु शोधनादिसिद्धानि॥ १८॥

हरभक्तेति। यस्याङ्कस्य कृतिर्हरभक्ता सती शुध्यतीति निःशेषा भवति अपि च सोऽप्यङ्को द्वाभ्यां रूपपदेन च गुणितो हरभक्तः सन् शुध्यति तदा तेनाङ्केन हतोऽन्यवर्णस्तेन रूपेणान्वितः कल्प्यः। यदि तु रूपाणां पदं न तदा तेषु हरतष्टेषु रूपेषु तावद्धरं क्षिपेत् यावद्वर्गो भवेत् तन्मूलं रूपपदं भवेत्। एवमपि कृते चेद्वर्गः कदाचिन्न भवेत् तदा तदु-

दाहरणं खिलं स्यात् । यत्र तु आद्यपक्षस्य मूलं "हित्वा क्षिप्त्वा" इत्यादिना लभ्यते तदा हर आलापित एव ग्राह्यो न तु गुणितो विभक्तो वा । रूपाणि तु समशोधने कृते शोधनादिसिद्धानि यानि तान्येव ग्राह्यानि । एवं घनेऽपि योज्यं तद्यथा यस्याङ्कस्य घनो हरभक्तः शुध्यति तथा च सोऽप्यङ्कस्त्रिभी रूपाणां घनमूलेन च गुणितो हरभक्तः शुध्यति तदा तेनाङ्केन हतोऽन्यवर्णो रूपाणां घनमूलेन चान्वितः कल्प्यः । यदि रूपाणां घनमूलं न लभ्यते तदा तेषु रूपेषु हरतष्टेषु तावद्धरं क्षिपेद्यावद्घनो भवेत् । तच्च घनमूलं रूपपदं स्यात् । एवमपि कृते च घनः कदाचिन्न भवेत् तदुदाहरणं खिलं स्यादित्यग्रेऽपि योज्यमिति शेषः ।

अथ द्वितीयोदाहरणे राशिः या १ । अस्य यथोक्तं कृत्वाऽऽद्यपक्षस्य मूलम् या १ । परपक्षस्यास्य का ७ रू ३० । "न यदि पदं रूपाणाम्"—इत्यादिकरणेन हारतष्टरूपेषु द्विगुणं हरं प्रक्षिप्य मूलम् ४ । एतदधिकनीलकसप्तकवर्गसमीकरणादिना प्राग्वज्जातो राशिः नी ७ रू ४ ।

अथ यदि ऋणरूपैरन्वितं नीलकसप्तकं नो ७ रू ४̇ परिकल्प्यानीयते तदाऽन्योऽपि राशिः ३ स्यात् ॥

सु०—तत्कल्पनायामज्ञावबोधार्थं पूर्वाचार्यैरुपायः पठित आर्यात्रयेण—

यस्याङ्कस्य कृतिर्हरभक्ता सती शुद्ध्यति निःशेषा भवति सोऽप्यंको द्विरूपपदगुणितो द्वाभ्यां गुणितो रूपपदेन च गुणितो हरभक्तः सन् यदि शुद्ध्यति तदा तेनैकेनान्यवर्णो हतः तेन रूपपदेनान्वितः परपक्षमूलस्थाने कल्प्यः ।

अथ यदि रूपाणां पदं न भवति तदा तेषु रूपेषु हारतष्टेषु हरं तावत्क्षिपेत् यावद्वर्गो भवति हरतष्टरूपेषु एकादिगुणितहरं तथा योजयेद्यथावर्गः स्यात्तन्मूलं रूपपदं कल्प्यम् ।

एवमपि कृते रूपपदं यदि न स्यात्तर्हि तदुदाहरणं खिलं दुष्टमेवेति ।

अथ हत्वा क्षिप्त्वा पक्षौ गुणयित्वा तयोः पक्षयो रूपं योजयित्वा च यत्राद्यस्य पक्षस्य पदं भवति तत्रापि हर आलापित एव ग्राह्यः पठितहर इत्यर्थः रूपाणि तु शोधनादि सिद्धानि ग्राह्यानि गुणनयोजनोत्तरं रूपस्थाने यत्सिद्धं तदेव ग्राह्यमित्यर्थः ।

एवं घनेऽपि योज्यं तद्यथा यस्याङ्कस्य घनो हरभक्तः सन् शुद्ध्यति तथा च सोऽप्यङ्कस्त्रिभिर्गुणितः रूपाणां घनमूलेन च गुणितो हर भक्तः सन् शुद्ध्यति तदा तेनाङ्केन हतोऽयवर्णः रूपाणां घनमूलेनान्वितः कल्प्यः ।

यदि रूपाणां घनमूलं न लभ्यते तदा तेषु रूपेषु हरतष्टेषु तावत्संक्षिपेत् यावद्घनो भवेत् यत्र घनपदं रूपमूलं स्यादिति कृते चेद्घनः कदाचिन्न भवेत्तदा तदुदाहरणं खिलं स्यादित्यग्रे योजनीयम् ।

अत्र प्रकृतोदाहरणे प्रथमपक्षमूलं या १ परपक्षोऽयं का ७ रू ४ ।

अत्र हरः सप्तमितोऽस्ति रूपसप्तकस्य वर्गः ४९ हरभक्तः सन् शुद्ध्यति तथा सोऽयं कः ७ द्विगुणितः १४ परपक्षस्य रूप ४ मूलेन च २ गुणितः २८ हरभक्तः सन् शुद्ध्यति ततस्तेनांकेन ७ गुणितोऽन्यवर्णः नीलकः नी ७ रूपाणां पदेन २ युतः कल्पितः नी ७ रू २।

अस्य वर्गेण नीव ४९ नी २८ रू ४ परपक्षस्य का ७ रू ४ साम्यार्थं न्यासः—

{ का ७ नीव० रू ४
{ का० नीव ४९ नी २८ रू ४

उक्तवल्लब्धं कालकमानमभिन्नं नीव ७ नी ४ यत्तु कल्पितं नी ७ रू २ तत्तु द्वितीयपक्षमूलमेव .कथमन्यथा तद्वर्गस्य द्वितीयपक्षसाम्यं भवेत् द्वितीयपक्षमूलस्य नी ७ रू २ प्रथमपक्षमूलेन या १ समीकरणाल्लब्धं यावन्मानं नी ७ रू २।

अत्र नीलकस्य व्यक्तं मानं रूपं कल्पितं १ सप्तगुणितं ७ रूपद्वययुतं ९ यावन्मानं ९ अस्यवर्गो राशिः ८१।

अथ कालकमानं नीव ७ नी ४ नीलकस्य मानं १ वर्गीकृतं १ सप्तगुणितं ७ नीलकमानेन १ चतुर्गुणितेन ४ युतं कालकमानं व्यक्तं ११।

अथ राशिः ८१ चतुरूनः ७७ सप्तभक्तः लब्धं ११ कालकमानतुल्यं ११ शेषं शून्यम्।

अत्रोपपत्तिः—

इह वर्गकुट्टके को वर्ग उद्दिष्टक्षेपेण युतो हीनो वा हरभक्तः शुद्ध्यतीत्यालापोऽस्ति तत्र यथोद्दिष्टरीत्या यथा प्रथमपक्षमूलं गृहीतं या १ द्वितीयपक्षस्यास्य का ७ रू ४ मूलं न लभ्यत इति वर्गात्मकोऽयम्।

अस्य तृतीयपक्षेण कल्पितेन वर्गात्मकेन समीकरणं कर्तुमुचितं यथा समशोधने कृते मानमभिन्नं स्यात्तथा चिन्त्यते।

अत्र तृतीयपक्षस्य वर्गात्मकस्य मूलमिष्टांकगुणितोन्यवर्णो रूपयुतः कल्प्यः नी ७ रू २।

द्वितीयपक्ष का ७ रू ४ गतरूपाणां ४ मूल २ तुल्यं रूपं २ तृतीयपक्षमूलरूपं कल्पितं यतस्तस्य वर्गे कृते ४ समीकरणे तुल्ययो रूपयोर्नाशः स्यादेव अत उक्तं रूपपदेनान्वितः कल्प्य इति।

अथेष्टांकगुणितान्यवर्णे नी ७ गुणकइष्टांकरूप ७ स्तथाकल्पितो यथा तृतीयपक्षो वर्गात्मकः नीव ४९ नी २८ रू ४ द्वितीयपक्षेण का ७ रू ४ समीकरणे निःशेषः स्याद्यथा पक्षशेषे नीव ४९ नी २८ अव्यक्तशेषेण का ७ भक्ते निःशेषाल्लब्धिः नीव ७ नी ४।

एतेन मानमभिन्नं स्यात् अत्र यस्यांकस्य वर्गो हरेण ७ भक्तो निःशेषो भवति स एवेष्टांकः ७ कल्पितः द्वितीयपक्षाव्यक्तशेषं का ७ हरगुणितवर्णतुल्यमेवालापविधिना भवति ततो हरभक्ता यस्य कृतिः शुद्ध्यतीत्युक्तम्।

अथ कल्पिततृतीयपक्षमूलं खण्डद्वयात्मकं नी ७ रू २ ।

अस्य वर्गे त्रीणि खण्डानि स्थाप्योन्त्यवर्ग इत्येकं नीव ४९ नीलकसप्तरूपद्वयघातो द्विगुणश्च द्वितीयं नी २८ रूपवर्गस्तृती ' खण्डं रू ४ ।

अत्र प्रथमखण्डं हरभक्तं शुद्ध्यत्येव हरभक्ता यस्य कृतिरिति पूर्वं निरूपणात् ।

अथ द्वितीयं खण्डं तु रूपपदेन २ द्वाभ्यां च २ गुणित इष्टांकोऽस्ति तेन शुद्ध्यति सोऽपि द्विरूपपदगुणित इत्युक्तं इष्टांकरूपपदद्विकानां घाते इष्टांकभक्ते लब्धं रूपपदद्विकघातात्मकं निःशेषमेवेति युक्त्या तृतीयपक्षमूलस्य प्रथमपक्षमूलेन समीकरणाद्राशिज्ञानं युक्तं प्रथमद्वितीयतृतीयपक्षाणां मिथः साम्यादिति सर्वमुपपन्नम् ।

अथ यदि न पदं रूपाणामित्यस्य व्याप्तिं दर्शयितुमुदाहरणम्—

यथा राशिः या १ ।

अस्य वर्गः याव १ त्रिंशदूनः याव १ रू ३० अयं सप्तभक्तः शुद्ध्यतीति लब्धिप्रमाणं कालकः का १ ।

एतद्गुणितहरो का ७ भाज्य याव १ रू ३० सम इति न्यासः—

याव १ का० रू ३०
याव० का ७ रू०

समशोधनात्पक्षौ—

याव १
का ७ रू ३०

प्रथमपक्षमूलं या १ द्वितीयपक्षस्यास्य का ७ रू ३० हरभक्ता यस्य कृतिरित्यादिना क्रिया कार्या तत्र रूपस्थाने ३० मूलाभावात् रूपेषु ३० हार ७ तष्टेषु २ द्विगुणितहरं १४ प्रक्षिप्य जातो वर्गः १६ अस्य मूलं ४ रूपपदमिदमेव ।

अथेष्टस्य सप्तकस्य वर्गो ४९ हरभक्तो विशुद्ध्यत्येव तथा स एवेष्टांको ७ द्विगुणः १४ रूपपदेन ४ गुणितः ५६ हरभक्तः शुद्ध्यत्येव हरतुल्यस्येष्टाङ्कस्य ७ पूर्वमेव हरभक्ते शुद्धिस्तर्हि द्विरूप १ पदगुणितेष्टांके हरभक्ते कथं न शुद्धिरिति ध्येयं ।

अत इष्टेन ७ अन्यवर्णो नीलको हतः नी ७ रूपपदेन ४ युतः नी ७ रू ४ कल्पितं इदं तृतीयपक्षमूलम् ।

अस्य वर्गोऽयं नीव ४९ नी ५६ रू १६ द्वितीयपक्षस्य साम्यार्थं न्यासः—

का ७ नीव० नी० रू ३०
का० नीव ४९ नी ५६ रू १६

समशोधनाल्लब्धं कालकमानमभिन्नं नीव ७ नी ८ रू २ ।

अथ कल्पितमूलस्य नी ७ रू ४ तृतीयपक्षमूलस्य प्रथमपक्षमूलेन या १ समीकरणाल्लब्धं यावत्तावन्मानं नी ७ रू ४ नीलकमानमेकं व्यक्तं प्रकल्प्योत्थापनाज्जातो राशिः ११ ।

एवं कालकमानेऽपि नीलकमानस्य १ वर्गः १ सप्तगुणः ७ नीलकमानमष्टगुणं

८ द्वयोर्योगो १५ रूपद्वयोनः १३ इदं कालकमानं, तद्यथा राशि ११ वर्गः १२१ त्रिंशदूनः ९१ सप्तभक्तः शुद्ध्यति लब्धं कालकमानतुल्यं १३ ।

अत्रोपपत्तिः—

यदि द्वितीयपक्षरूपाणां पदं न लभ्यते तदा द्वितीयपक्षरूपेषु इष्टगुणितहरं क्षिपेद्यथावर्गः स्यात् प्रकृतोदाहरणे द्वितीयपक्षः का ७ रू ३० ।

अत्र रूपाणि ३० हरतष्टानि २ द्विगुणहर १४ युतानि १६ अयं वर्गस्तु रूपेण ३०द्विगुणहर १४ हीनेन तुल्यः १६ ।

अस्य मूलं रूपं यदि ४ कल्प्यते तदा तद्वर्गस्य १६ द्वितीयपक्षरूपेण ३० समशोधने शेषं १४ द्विगुणहरतुल्यमेव तस्याऽव्यक्तशेषेण हरेण भागे लब्धं द्वयमेवेष्टं शेषाभावाच्छुद्धिर्जाता ।

तत्रापि मानमभिन्नमेव सिद्ध्यति एवं यथोक्तमुपपन्नम् ॥

अथ यदि वर्गोभीष्टांकगुणितः क्षेपयुतोनो हरभक्तो निःशेषो भवतीत्यालापस्तदाभीष्टांकगुणितहरो द्वितीयवर्णाङ्कः कल्प्यस्तथा सति प्रोक्तप्रकारेणैवोद्दिष्टसिद्धिः स्यात् ॥

विमला०—पूर्व सूत्र (वर्गादेर्यो हरः इत्यादि सूत्र) में अन्य वर्ण के वर्ग आदि कल्पना करने के लिये कहा है। वह किस तरह करना चाहिए। इस को बताते हैं।

जिस राशि का वर्ग हर का भाग देने से निःशेष हो उस को दो और रूप के मूल से गुणा कर हर का भाग देने से निःशेष हो तो उस से अन्य वर्ण को गुणा कर रूप का मूल जोड़ कर जो हो उस को अन्य पक्ष के मूल स्थान में कल्पना करे।

अगर रूप का मूल न मिले तो हर से भक्त रूपों में हर को तब तक जोड़ते जाय जब तक वर्गात्मक न हो जाय।

इस तरह सिद्ध वर्ग का जो मूल मिले उस को रूप पद कल्पना करे।

यदि इस तरह से भी रूप का पद न मिलता हो तो उस उदाहरण को दुष्ट समझना चाहिये।

जहाँ पर दोनों पक्षों को गुणा कर और रूप जोड़ कर प्रथम पक्ष का मूल आता हो तो वहाँ उदाहरण में कथित हर लेना चाहिये।

तथा रूप शोधन आदि (गुणन, योजन आदि) के बाद रूप स्थान में जो रूप आवे उसी को ग्रहण करना चाहिए।

इसी तरह घन में भी क्रिया करनी चाहिये। अर्थात् जिस राशि का घन हर से भाग देने से निःशेष हो उस को तीन और रूप के घन मूल से गुणा कर हर का भाग देना चाहिए। यदि भाग देने से निःशेष हो तो उस से अन्य वर्ण को गुणा कर रूप जोड़ने से जो हो उस को अन्य पक्ष के मूल स्थान में करे। यदि रूप का घन मूल न मिलता हो तो हर से तक्षित रूप में हर को तब तक जोड़ता जाय जब तक वह घनात्मक न हो जाय।

अब साधित घन का जो मूल मिले उस को रूप पद कल्पना करे, यदि इस तरह से भी रूप के घन में मूल न मिले तो उस उदाहरण को दुष्ट समझना चाहिए। इस तरह चतुर्घात आदि में भी क्रिया करे।

नवीनोपपत्तिः—

कल्प्येते पक्षौ—

$$य^2 = इ \cdot क + रू,$$

अत्र यदि 'रू' इदं वर्गात्मकं तदा कल्प्यते द्वितीयपक्षमूलमानम् $= न \cdot इ + \sqrt{रू}$

तदा $य = न \cdot इ + \sqrt{रू}$,

$\therefore य^2 = न^2 इ^2 + 2न \cdot \sqrt{रू} + रू,$

$\therefore इ \cdot क + रू = न^2 इ^2 + 2न \cdot इ \cdot \sqrt{रू} + रू,$

$\therefore इ \cdot क = न^2 इ^2 + 2न \cdot इ \cdot \sqrt{रू},$

$\therefore क = \dfrac{न^2 \cdot इ^2 + 2न \cdot इ \cdot \sqrt{रू}}{इ},$

वा $क = न^2 \dfrac{इ^2}{इ} + न \cdot \dfrac{2इ \cdot \sqrt{रू},}{इ}$

चेदत्र $\dfrac{इ^2}{इ}, \dfrac{2इ \cdot \sqrt{रू}}{इ}$ मानद्वयमिदमभिन्नं तदा 'क' मानमप्यभिन्नमेवातोऽ ऽयस्तद्गुणकाङ्कस्तथा कल्पनीयो यद्वर्गो हरेण निःशेषः स्यादतः "रूपपदेनान्वित कल्प्य" इत्यन्तमुपपन्नम्।

अथ कल्प्येते राशी

$$य^2 = इ \cdot क + रू,$$

चेदत्र रूपस्य पदं न लभ्यते तदा

कल्प्यते

$क = प + इ - इ',$

$\therefore इ \cdot क + रू = प \cdot इ + इ \cdot इ - इ \cdot इ' + रू,$

अत्र यदि "$इ \cdot इ - इ \cdot इ' + रू$" इदं वर्गात्मकं "$रू'$" अनेन समं स्यात्तदा—

$इ \cdot क + रू = प \cdot इ + रू',$

अत्र रूपस्य वर्गात्मकत्वात्पूर्वोक्तयुक्त्याऽस्य मानं साधयितुं शक्यते।

उक्तयुक्त्याऽपिवर्गात्मको न भवेत्तदा तदुदाहरणमेव खिलं ज्ञेयमित्युपपन्नं "तावद्यावद्वर्गः" इत्यन्तसूत्रम्।

अथ "यस्याङ्कस्य घनो हरभक्तः शुध्यति" इत्यादिमूलान्तर्गत-गद्यस्योपपत्तिः—

अथ चेदत्र ($य^2 = इ \cdot क + रू$),

द्वितीयपक्षीय 'रू' इत्यस्य निरग्रं घनमूलं लभ्यते तदा कल्प्यते

$\text{द्वितीयपक्षमूलम्} = \text{न} \cdot \text{इ} + \sqrt[3]{\text{रू}},$

$\text{तदा } \text{य} = \text{न} \cdot \text{इ} + \sqrt[3]{\text{रू}},$

$\therefore \text{य}^3 = \text{न}^3 \cdot \text{इ}^3 + 3\,\text{इ}^2 \cdot \text{न}^2 \cdot \sqrt[3]{\text{रू}} + 3\,\text{न} \cdot \text{इ} \cdot (\sqrt[3]{\text{रू}})^2 + \text{रू},$

$\therefore \text{ह} \cdot \text{क} + \text{रू} = \text{न}^3 \cdot \text{इ}^3 + 3\,\text{इ}^2 \cdot \text{न}^2 \cdot \sqrt[3]{\text{रू}} + 3\,\text{न} \cdot \text{इ} \cdot (\sqrt[3]{\text{रू}})^2 +$

$\therefore \text{ह} \cdot \text{क} = \text{न}^3 \cdot \text{इ}^3 + 3\,\text{इ}^2 \cdot \text{न}^2 \cdot \sqrt[3]{\text{रू}} + 3\,\text{न} \cdot \text{इ} \cdot (\sqrt[3]{\text{रू}})^2,$

$$\therefore \text{क} = \frac{\text{न}^3 \cdot \text{इ}^3 + 3\,\text{इ}^2 \cdot \text{न}^2 \cdot \sqrt[3]{\text{रू}} + 3\,\text{न} \cdot \text{इ} \cdot (\sqrt[3]{\text{रू}})^2}{\text{ह}},$$

$$\text{वा } \text{क} = \text{न}^3 \cdot \frac{\text{इ}^3}{\text{ह}} + \text{न}^2 \cdot \frac{3\,\text{इ}^2 \sqrt[3]{\text{रू}}}{\text{ह}} + \text{न} \cdot \frac{3\,\text{इ} \cdot (\sqrt[3]{\text{रू}})^2}{\text{ह}},$$

अत्रापि यदि $\frac{\text{इ}^3}{\text{ह}}, \frac{3\,\text{इ}^2 \sqrt[3]{\text{रू}}}{\text{ह}}$, एतद्वयमभिन्नं तदा 'क' मानमप्यभिन्न मित्युपपन्नं मूलोक्तं गद्यम् ।

उदाहरण—

अब "हरभक्ता यस्य कृतिः" इत्यादि कथित सूत्र को पूर्वोक्त "को वर्गश्चतुरूनः" इत्यादि उदाहरण में स्पष्ट करते हैं ।

जैसे उक्त उदाहरण में ($\text{या} = \sqrt{७\,\text{का} + ४}$) ऐसा सिद्ध हुआ है ।

यहाँ द्वितीय पक्ष का मूल लाना है ।

रूप सात के वर्ग (४९) में हर (७) का भाग देने से निशेष होता है । ७ को द्विगुणित करके (१४) पर पक्ष के रूप (४) के पद (२) से गुणा किया तो (१४ × २ = २८.) हुआ । यह सात से निःशेष हो जाता है, इसलिये सप्तगुणित अन्य वर्ण में रूप का पद (२) जोड़ने से (७ नी + २) हुआ । इस के वर्ग के साथ अन्य पक्ष (७ का + ४) का समीकरण—

$७\,\text{का} + ४ = (७\,\text{नी} + २)^2,$

$\text{वा } ७\,\text{का} + ४ = ४९\,\text{नी}^2 + २८\,\text{नी} + ४,$

$\therefore ७\,\text{का} = ४९\,\text{नी}^2 + २८\,\text{नी},$

$\therefore \text{का} = ७\,\text{नी}^2 + ४\,\text{नी},$

$\because \text{या}^2 = ७\,\text{का} + ४ = (७\,\text{नी} + २)^2$

$\therefore \text{या} = ७\,\text{नी} + २,$

यहां पर नीलक का मान व्यक्त रूप एक के तुल्य कल्पना करने से—

$\text{या} = ७\,\text{नी} + २ = ७ \times १ + २ = ९,$

$\text{का} = ७\,\text{नी}^2 + ४\,\text{नी} = ७ \times १ + ४ \times १ = ११ ।$

अतः राशि $=$ या^{२} $=$ ८१।

"न यदि पदं रूपाणां" इत्यादि सूत्र को उदाहरण में स्पष्ट करते हैं।

जैसे पूर्वोक्त द्वितीय उदाहरण में राशि (या) का वर्ग (या^{२}) में तीस घटा कर (या^{२} $-$ ३०) हुआ, इस में सात का भाग देने से निःशेष होता है, अतः कालक मानकर समीकरण—

$$\frac{\text{या}^{२} - ३०}{७} = \text{का},$$

$$\therefore \text{या}^{२} = ७\,\text{का} + ३०,$$

$$\therefore \text{या} = \sqrt{७\,\text{का} + ३०},$$

द्वितीय पक्ष का मूल जानने के लिये प्रयत्न। यहां रूप (३०) का मूल नहीं मिलता है, अतः हर से तष्टित (२) में द्विगुणित हर (७ $\times$ २ $=$ १४) जोड़ देने से (१६) हुआ। इस का मूल (४) रूप पद हुआ।

अब इष्ट सात के वर्ग (४९) में हर (७) का भाग देने से निःशेष होता है। अतः द्विगुणित इष्ट (७ $\times$ २ $=$ १४) को रूप के मूल (४) से गुणा किया तो (५६) हुआ। इस में भी हर का भाग देने से निःशेष होता है इसलिये इष्ट ७ से अन्यवर्ण (नी) को गुण कर रूप पद जोड़ने से पूर्वपद के तुल्य होता है,

अतः समीकरण—

$$७\,\text{का} + ३० = (७\,\text{नी} + ४)^{२},$$

$$\text{वा}\ ७\,\text{का} + ३० = ४९\,\text{नी}^{२} + ५६\,\text{नी} + १६,$$

$$\therefore ७\,\text{का} = ४९\,\text{नी}^{२} + ५६\,\text{नी} + १६ - ३०,$$

$$\text{वा}\ ७\,\text{का} = ४९\,\text{नी}^{२} + ५६\,\text{नी} - १४,$$

$$\therefore \text{का} = \frac{४९\,\text{नी}^{२} + ५६\,\text{नी} - १४}{७},$$

$$\text{वा}\ \text{का} = ७\,\text{नी}^{२} + ८\,\text{नी} - २,$$

$$\therefore \text{या}^{२} = ७\,\text{का} + ३० = (७\,\text{नी} + ४)^{२}$$

$$\therefore \text{या} = ७\,\text{नी} + ४,$$

अगर नी$=$१, कल्पना किया तो—

$$\text{या} = ७\,\text{नी} + ४ = ७ \times १ + ४ = ११,$$

$$\text{का} = ७\,\text{नी}^{२} + ८\,\text{नी} - २ = ७ \times १ + ८ \times १ - २ = १३।$$

आलाप—राशि $=$ ११।

$$\frac{(११)^{२} - ३०}{७} = \frac{१२१ - ३०}{७} = \frac{९१}{७} = १३ = \text{का}\ ॥$$

षड्भिरूनो घनः कस्य पञ्चभक्तो विशुध्यति।
तं वदाशु तथालं चेदभ्यासो घनकुट्टके ॥ २ ॥

अत्र राशिः या १। अस्य यथोक्तं कृत्वाऽऽद्यपक्षस्य घनमूलम् या १। परपक्षस्यास्य का ५ रू ६ हरभक्तो यस्य घनः शुध्यति सोऽपि त्रिरूपपदगुणित इत्यादियुक्त्या नीलकपञ्चकस्य रूपषट्काधिकस्य घनेन साम्यं कृत्वा प्राग्वज्जातो राशिः संक्षेपः नी ५ रू ६। उत्थापने कृते जातो राशिः ६ वा ११।

सु०—अथ घनकुट्टके क्रियादर्शनार्थमुदाहरणमनुष्टुभाह—

कस्य राशेर्घनःषड्भिरूनः पंचभक्तः सन् शुद्ध्यति तं राशिं वद यदि चेत् घनकुट्टके अलमत्यर्थमभ्यासस्तर्हीत्यर्थः।

यथा कुट्टके कोऽप्यंकः केनापि गुणितः क्षेपेण रहितो युतो वा हरभक्तः शुद्ध्यति तथात्रापि राशिः स्ववर्गेण गुणितो राशिघनः स्यात्।

ततोऽग्रे कुट्टकवत् क्रियासाम्याद्वर्गकुट्टकः कथ्यते।

उदाहरणम्—

अत्र राशिः या १ अस्यघनःयाघ १ षड्रूनः याघ १ रू ६ अयं पंचभक्तः शुद्ध्यतीति लब्धिप्रमाणं कालकः का १ एतद्गुणितहरं का ५ भाज्यसममिति न्यासः—

$$\begin{cases} \text{याघ } 1 \text{ का}0 \text{ रू } 6 \\ \text{याघ}0 \text{ का } 5 \text{ रू}0 \end{cases}$$

समशोधनात्पक्षौ—

$$\begin{cases} \text{याघ } 1 \\ \text{का } 5 \text{ रू } 6 \end{cases}$$

प्रथमपक्षस्य घनमूलं या १।

द्वितीयपक्षस्य घनमूलाभावात् हरभक्तो यस्य घनः शुद्ध्यति सोपि त्रिरूपपद इत्यादिक्रिया कार्या।

तत्र रूपस्यापि घनपदाभावात् रूपेषु ६ हार ५ तष्टेषु १ त्रिचत्वारिंशद्गुणितं हरं २१५ प्रक्षिप्य जातं २१६।

अस्य घनमूलं ६ रूपपदम्।

अथेष्टघनः १२५ हरभक्तः शुद्ध्यति तयेष्टं ५ त्रिगुणं १५ रूपपदेन ६ गुणं ९० हरभक्तं सनिःशेषं भवतीत्यतस्तेनेष्टेन ५ अन्यवर्णो नीलको हतःनी ५ रूपपदेन ६ युतः नी ५ रू ६ तृतीयपक्षमूलस्थाने कल्पितः।

अस्य घनेन नीघ १२५ नीव ४५० नी ५४० रू २१६ द्वितीयपक्षस्य का ५ रू ६ समीकरणार्थे न्यासः—

$$\begin{cases} \text{का } 5 \text{ नीघ}0 \text{ नीव}0 \text{ नी}0 \text{ रू } 6 \\ \text{का}0 \text{ नीघ } 125 \text{ नीव } 450 \text{ नी } 540 \text{ रू } 216 \end{cases}$$

समीकरणाल्लब्धं कालकमानं नीघ २५ नीव ९० नी १०८ रू ४२।

अथ कल्पितमूलस्य नी ५ रू ६ प्रथमपक्षमूलेन या १ समीकरणाल्लब्धं यावत्ता-

त्मानं नी ५ रू ६ नीलकमेकेनोत्थाप्य जातो राशिः ११

एवं कालकमानेऽपि नीघ २५ नीव ९० नी १०८ रू ४२ नीलकमेकेनोत्थाप्य जातं कालकमानं २६५।

अथालापः-राशिः ११ अस्य घनः १३३१ षड्‌ूनः १३२५ पंचभक्तः लब्धं कालकमानतुल्यं २६५ शेषं शून्यमेव ।

अत्रोपपत्तिः—

पूर्ववदेव सुबोधा ॥

विमला०—वह कौन राशि है, जिस के घन में छै घटा कर पाँच का भाग देने से निःशेष होता है।

उदाहरण—

राशि (या) कल्पनाकिया। इसके घन में छै घटा कर पाँच का भाग देने से निःशेष होता है, यहाँ लब्धि कालक तुल्य कल्पना करके समीकरण—

$$\frac{\text{या}^3 - ६}{५} = \text{का},$$

$$\therefore \text{या}^3 - ६ = ५ \text{ का},$$

$$\therefore \text{या}^3 = ५ \text{ का} + ६,$$

$$\therefore \text{या} = \sqrt[3]{५ \text{ का} + ६},$$

यहाँ द्वितीय पक्ष का घन मूल नहीं मिलता, इसलिये

"हर भक्तो यस्य घन" इत्यादि (युक्ति सिद्ध) सूत्र के द्वारा क्रिया करते हैं। यहाँ रूप (६) का भी घन मूल नहीं मिलता, अतः हर (५) से तष्टित रूप (१) में तैंतालिस गुणित हार (४३ × ५ = २१५) जोड़ने से (२१६) होता है। इस का घनमूल (६) रूपपद हुआ।

अब इष्ट ५ का घन (१२५) में हर (५) का भाग देने से शुद्ध होता है।

तथा इष्ट ५ को तीन और रूपपद (६) से गुणा कर (९०) हर का भाग देने से निःशेष होता है।

इस लिये इष्ट (५) से अन्य वर्ण (नी) को गुणा कर (५ नी), इस में रूपपद (६) जोड़ कर (५ नी + ६), इस का घन का पूर्वानीत तृतीय मूल के साथ समीकरण—

$$५ \text{ का} + ६ = (५ \text{ नी} + ६)^3$$

$$\text{वा } ५ \text{ का} + ६ = १२५ \text{ नी}^3 + ४५० \text{ नी}^2 + ५४० \text{ नी} + २१६$$

$$\therefore ५ \text{ का} = १२५\text{नी}^3 + ४५० \text{ नी}^2 + ५४० \text{ नी} + २१६ - ६,$$

$$\text{वा } ५ \text{ का} = १२५ \text{ नी}^3 + ५४० \text{ नी}^2 + ५४० \text{ नी} + २१०,$$

$$\text{का} = \frac{१२५ \text{ नी}^3 + ४५० \text{ नी}^2 + ५४० \text{ नी} + २१०}{५},$$

वा का = २५ नी^{३} + ६० नी^{२} + १०८ नी + ४२,

∵ या^{३} = ५ का + ६ = (५ नी + ६)^{३},

∴ या = ५ नी + ६,

नीलक में एक का उत्थापन देने से—

या = ५नी + ६ = ५ × १ + ६ = ११।

का = २५ नी^{३} + ९० नी + १०८ नी + ४२ =

२५ + ९० + १०८ + ४२ = २६५।

आलाप०—राशि = ११।

$\frac{(११)^{३} - ६}{५} = \frac{१३३१ - ६}{५} = \frac{१३२५}{५} = २६५$ ॥

उदाहरणम्—

यद्वर्गः पञ्चभिः क्षुण्णस्त्रियुक्तः षोडशोद्धृतः।
शुद्धिमेति तमाचक्ष्व दक्षोऽसि गणिते यदि ॥ ३ ॥

अत्र राशिः या १। अस्य यथोक्तं कृत्वाऽऽद्यपक्षमूलम् या ५। परपक्षस्यास्य का ८० रू १५ "हित्वा क्षिप्त्वा च पदं यत्र" इत्यादिनाऽप्यत्रालापित एव हरः स्थाप्यः। रूपाणि तु शोधनादिसिद्धानि इति तथा कृते जातम् का १६ रू १५।

अमुं नीलकाष्टकस्य सैकस्य वर्गेण समं कृत्वाऽऽप्तं कालकमानमभिन्नम् नीव ४ नी १ रू १। कल्पितपदम् नी ८ रू १। इदमाद्यस्यास्य या ५ समं कृत्वा कुट्टकाल्लब्धं यावत्तावन्मानम् पो ८ रू ५। उत्थापिते जातो राशिः १३।

अथवा ऋणरूपेणाधिके नीलकाष्टके कल्पिते सति लब्धं यावत्तावन्मानम् पी ८ रू ३।

एवं "वर्गप्रकृत्या विषयो यथा स्यात् तथा सुधीभिर्बहुधा विचिन्त्यम्" इत्यस्य प्रपञ्चो बहुधा दर्शितस्तथा वर्गकुट्टकेऽपि किञ्चिद् दर्शितम्। एवं बुद्धिमद्भिरन्यदपि यथासम्भवं योज्यम्।

इति श्रीसिद्धान्तशिरोमणौ भास्कराचार्यविरचिते बीजगणितेऽनेकवर्णसम्बन्धिमध्यमाहरणभेदाः।

सु०—अथ हत्वा क्षिप्त्वा च पदं यत्राद्यस्येत्यादेर्व्याप्तिं दर्शयन्नुदाहरणमाहानुष्टुभा—

स्पष्टम्।

उदाहरणम्—

अत्र राशेर्यदि राशिपंचघातो गुणो यदि कल्प्यते तदा कुट्टकक्रिया साम्याद्वर्गकुट्टकविषयकमुदाहरणं तद्यथा राशिः या १ अस्य वर्गः याव १ पंचगुणः त्रियुतः याव ५ रू ३।

अयं षोडशभक्तः शुद्ध्यतीति लब्धिप्रमाणं कालकः का १ तद्गुणितहरो का १६ भाज्य सम इति न्यासः—

{ याव ५ रू ३
{ का १६ रू ०

संशोध्य जातौ पक्षौ—

{ या ५ रू ०
{ का १६ रू ३̇

पंचगुणितौ—

{ याव २५ रू ०
{ का ८० रू १५̇

प्रथमपक्षमूलं या ५ द्वितीयपक्षस्यास्य का ८० रू १५̇ मूलाभावाद्रूपपदाभावाच्च द्वितीयपक्षस्थाने हरस्तु आलापितः पाठपठित एव गृहीतः का १६ शोधनादिसिद्धं रूपं१५̇ गृहीतं एवं द्वितीयपक्षस्वरूपं का१६ रू १५̇।

अत्र रूपेषु १५̇ हार १६ तष्टेषु हरं १६ प्रक्षिप्य धनर्णयोरन्तरमेव योग इति जातं १ अस्य मूलं रूपपदमिदं अथेष्टस्य ८ वर्गो ६४ हर भक्तः शुद्ध्यति तथा स एवाङ्कः ८ द्वाभ्यां २ रूपपदेन च १ गुणितः १६ हरभक्तः शुद्ध्यत्यतस्तेनेष्टेनाप्यन्य- वर्णो नीलको नी १ हतः नी८ रूपपदेन १ युतः नी ८ रू १ द्वितीयपक्षमूलस्थाने कल्पितः ।

अस्य वर्गेण नीव ६४ नी १६ रू१ द्वितीयपक्षस्य का १६ रू १५̇ साम्यार्थे न्यासः-

{ का ० नीव ६४ नी १६ रू १
{ का १६ नीव ० नी ० रू १५̇

समशोधनाल्लब्धं कालकमानमभिन्नं नाव ४ नी १ रू १ अथ कल्पितपदेन नी ८ रू १ प्रथमपक्षमूलस्य समीकरणाल्लब्धं यावत्तावन्मानं भिन्नम्—

$$\left\{ \frac{\text{नी ८ रू १}}{\text{५}} \right.$$

अत्राभिन्नमानज्ञानाय कुट्टकार्थं न्यासः—

भा ८ क्षे १
हा ५

वल्ली { १ १ १ ०

राशिद्वयं ३।२ ।

वल्लीनां विषमत्वात्स्वहारशुद्धौ५।२ लब्धिर्भाजकवर्णस्य यावत्तावतो मानं ५ गुणो नीलकमानं ३ ।

अथ पीतकमिष्टं प्रकल्प्य इष्टाहत इत्यादिना जातौ सक्षेपौ ।

{ पी ८ रू ५ = या
{ पी ५ रू ३ = नी

पीतकं शून्येनोत्थाप्य जातं यावत्तावन्मानं ५

अथमेव राशिः पीतकमेकेनोत्थाप्य वा राशिः १३ । एवं बहुधा ।

अत्र कालकमाने तूत्थापनात्कालकमानं लब्धितुल्यं न सिद्ध्यति द्वितीयपक्षस्य कल्पितमूलेन साम्यमपि सन्दिग्धमेव

यतो हर आलापित एव गृहीतः रूपाणि शोधनादिसिद्धानि गृहीतानि तत्र निःसंशयं यथास्यात्तथोच्यते—

राशिः या १ अस्य वर्गः याव १ पंचगुणः याव ५ त्रियुतः याव ५ रू ३ अयं भाज्यः षोडशभक्तो निःशेषः स्यात्तदा कालको गुणपंचकेन ५ भक्तो का$\frac{1}{5}$ लब्धिप्रमाणं कल्पितं इदं हरगुणितं का$\frac{16}{5}$ भाज्य याव ५ रू ३ सममिति न्यासः—

$$\begin{cases} \text{याव ५ का ० रू ३} \\ \text{याव ० का } \frac{16}{5} \text{ रू ०} \end{cases}$$

पक्षयोः समच्छेदीकृतयोश्छेदगमे न्यासः—

$$\begin{cases} \text{याव २५ का ० रू १५} \\ \text{याव ० का १६ रू ०} \end{cases}$$

समशोधनात्पक्षौ—

$$\begin{cases} \text{याव २५} \\ \text{का १६ रू १}\dot{\text{५}} \end{cases}$$

प्रथमपक्षमूलं य ५ द्वितीयपक्षस्य का १६ रू १$\dot{५}$ प्रथमखण्डमालापितहरतुल्यं द्वितीयखण्डं शोधनादिसिद्धतुल्यमस्ति ।

अत्र पूर्ववत् द्वितीयपक्षमूलस्य कल्पनेन यावत्तावन्मानं सिद्धमेव पी ८ रू ५ ।

एवं कालकमानं च सिद्धमेव नीव ४ नी १ रू १ ।

अत्र नीलकमानं कुट्टकेन प्राक्सिद्धं पी ५ रू ३ यावत्तावन्माने नीलकमाने च पीतकं शून्येनोत्थाप्य जातो राशिर्व्यक्तः ५ ।

नीलकमानं व्यक्तं ३ ।

अनेन कालकमाने उत्थापनं यथा नीलकमानस्य ३ वर्गं ९ चतुर्गुणः ३६ नीलकमानं ३ अनयोर्योगो ३९ रूपयुतः कालकमानं ४० ।

इदं गुणपंचकेन ५ भक्तं लब्धिप्रमाणं जातं ८ ।

तद्यथा राशि ५ वर्गः २५ पंचगुणः १२५ त्रियुतः १२८ हर १६ भक्तो लब्धं ८ गुणभक्तकालकमानतुल्यम् ।

एवं पीतकस्यैकादिमितकल्पने बहुधा राशिसिद्धिः । कालकमानं च बहुधेति सर्वं निरवद्यमेव ।

अत्रालापित एव हर इत्यादिमन्यकृता यदुक्तं तन्नावश्यमेव शोधनादिसिद्धहरे स्वीकृतेऽपि राशिमानं सिद्ध्यत्येव तथाहि राशिः या १ अस्य वर्गः पंचगुणः त्रियुतः याव ५ रू ३ षोडशभक्तः लब्धं कालकः ।

तद्गुणितहरं का १६ भाज्यसमं कृत्वा पञ्चभिः संगुण्य प्रथमपक्षमूलं या ५ द्वितीयपक्षे का ८० रू १५ गुणगुणितौ हररूपौ तिष्ठतस्तत्र रूपाणि १५ हर ८० तष्टानि १५ त्रिगुणितहर २४० युतानि २२५ अस्य मूलं रूपपदमिदं १५ ।

अथेष्टस्य ४० वर्गो १६०० हर ८० भक्तः शुद्धयत्येवातस्तेनांकेना ४० न्यवर्णो (नी) हतः नी ४० रूप १५ युतः कल्पितः नी ४० रू १५ अस्य कल्पितमूलस्य वर्गेण नीव १६०० नी १२०० रू २२५ द्वितीयपक्षस्य का ८० रू १५ साम्यार्थं

न्यासः— { का ८० नीव० नी० रू १५
{ का० नीव १६०० नी १२०० रू २२५

समीकरणाल्लब्धं कालकमानमभिन्नं नीव २० नी १५ रू ३ ।

तथा कल्पितमूलेन नी ४० रू १५ प्रथमपक्षमूलस्य या ५ समीकरणाल्लब्धं यावत्तावन्मानं नी ८ रू ३ ।

नीलकं शून्येनोत्थाप्य जातो राशिः ३ ।

कालकमाने नीव २० नी १५ रू ३ नीलकस्य शून्येनोत्थापनात्कालकमानं ३ ।

नीलकमानमेकं १ कल्पितं चेत्तदा यावत्तावन्मानं ११ कालकमानं ३८ ।

अथवा तेनाहतोन्यवर्णो रूपपदेनान्वितः कल्प्य इत्यत्र रूपपदमृणं गृहीतं नी ४० रू १५ स्वमूले धनर्णे इत्युक्तत्वात् ।

अस्य वर्गेण द्वितीयपक्षस्य समीकरणाल्लब्धं कालकमानं नीव २० नी १५ रू ३

तथा कल्पितमूकेन नी ४० रू १५ प्रथमपक्षमूलस्य या ५ समीकरणाल्लब्ध यावत्तावन्मानं नी ८ रू ३ ।

नीलकेमेकेनोत्थाप्य जातं यावन्मानं ५ कालकमानं च ८ ।

एवं ग्रन्थकृदनुक्तमपि सर्वं बुद्धिमद्भिरनुसन्धेयम् ।

त्रिस्कन्धसिन्धुपरपारगमैथिलार्यश्रीशंभुनाथगणकात्मजनिर्मितेऽस्मिन् ।

बीजक्रियाविवरणे परिपूर्तिमागाद्यानेकवर्णभवमध्यहृतेर्विधानम् ।

इति श्रीजीवनाथ-दैवज्ञविरचिते बीजगणितोदाहरणेऽनेकवर्णमध्यमाहरणभेदाः ॥

विमला०—वह कौन राशि है, जिस के वर्ग को पाँच से गुणा कर, गुणन फल में तीन जोड़ कर सोलह का भाग देने से निशेष होता है ।

उदाहरण—

राशि या कल्पना किया, इस के वर्ग (या^{२}) को पाँच से गुणा कर (५ या^{२}) तीन जोड़ कर (५ या^{२} + ३) सोलह का भाग देने से निःशेष होता है ।

यहाँ लब्धि कालक के तुल्य कल्पना कर के समीकरण—

$$\frac{५\text{ या}^{२} + ३}{१६} = \text{का},$$

$\therefore$ ५ या^{2} + ३ = १६ का,

$\therefore$ २५ या^{2} = ८० का − १५,

$\therefore$ ५ या = $\sqrt{८० \text{ का} - १५}$,

द्वितीय पक्ष का मूल नहीं मिलता और रूप का भी पद नहीं मिलता।

इस लिये अलापित हर (१६) और शोधनादि सिद्ध रूप (− १५) का ग्रहण किया।

इस तरह ग्रहण करने से दूसरे पक्ष का स्वरूप (१६ का − १५), ऐसा हुआ।

यहाँ हर से तष्टित रूप में हर जोड़ने से एक हुआ। इस का मूल एक रूप पद हुआ,

इष्ट (८) का वर्ग (६४) में हर (१६) का भाग देने से निःशेष होता है।

तथा उसी इष्ट (८) को दो और रूप पद एक से गुणा कर (१६) हर (१६) का भाग देने से शुद्ध होता है।

इस लिये इष्ट (८) से अन्य वर्ण (नी) को गुणा कर उस में रूप पद जोड़ने से (८ नी + १) ऐसा हुआ।

इस के वर्ग के साथ दूसरे पक्ष का समीकरण—

१६ का − १५ = (८ नी + १)^2,

वा १६ का − १५ = ६४ नी^{2} + १६ नी + १.

$\therefore$ १६ का = ६४ नी^{2} + १६ नी + १६,

$\therefore$ का = $\frac{६४ \text{ नी}^2 + १६ \text{ नी} + १६}{१६}$,

वा का = ४ नी^{2} + १ नी + १,

$\because$ ८० का − १५ = (८ नी + १)^2,

$\therefore$ २५ या^{2} = (८ नी + १)^2,

$\therefore$ ५ या = ८ नी + १,

$\therefore$ या = $\frac{८ \text{ नी} + १}{५}$.

इस का अभिन्न मान जानने के लिये कुट्टक किया तो—

$\frac{\text{भा } ८ \text{ क्षे } १}{५}$,

उक्त प्रकार से वल्ली = $\begin{Bmatrix} १ \\ १ \\ १ \\ ० \end{Bmatrix}$

इस से (३, २) ये दो राशि आईं।

विषम वल्ली होने के कारण अपने २ हर से तष्टित करने लब्धि (५) और गुण (३) आया ।

यहाँ लब्धि यावत्तावत् का और गुण नीलक का मान हुआ ।

पीतक का एक इष्ट मान कर "इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते" इत्यादि सूत्र के अनुसार—

या = ८ पी + ५,

नी = ५ पी + ३,

पीतक को शून्य से उत्पादन देने से—

या = ८ पी + ५ = ५,

नी = ५ पी + ३ = ३,

एक से उत्थापन देने से—

या = ८ पी + ५ = १३,

नी = ५ पी + ३ = ८,

नीलक के मान से उत्थापन देने से—

का = ४ नी^{२} + नी + १ = ४ × ९ + ३ + १ =

३६ + ३ + १ = ४० ।

अथवा का = ४नी^{२} + नी + १ = ४ × ६४ + ८ + १ =

२५६ + ८ + १ = २६५ ।

आलाप— राशि = ५ ।

$$\frac{(५)^{२} \times ५ + ३}{१६} = \frac{१२८}{१६} = ८,$$

$$\text{अथवा} \frac{(१३)^{२} \times ५ + ३}{१६} = \frac{१६९ \times ५ + ३}{१६} =$$

$$\frac{८४५ + ३}{१६} = \frac{८४८}{१६} = ५३ ।$$

यहां पर कालक के मान में उत्थापन देने से—

प्रथम लब्धि (४०) और द्वितीय लब्धि (२६५) आई हैं। आलाप में प्रथम लब्धि (८) और द्वितीय लब्धि (५३) है। पूर्व में लब्धि का मान कालक तुल्य ही रक्खा था, यहाँ ऐसी नहीं आती—अतः क्रिया संदिग्ध हुई ।

इस लिये असंदिग्ध क्रिया को बताते हैं ।

यहाँ पर भी राशि (या) तुल्य कल्पना किया किन्तु लब्धि कालक के पञ्चमांश कर के उक्तवत् करने से—

$$\frac{५ \text{ या}^{२} + ३}{१६} = \frac{\text{का}}{५}$$, ऐसा हुआ ।

$\therefore$ ५ या^{२} + ३ = $\frac{१६ \text{ का}}{५}$,

$\therefore$ २५ या^{२} + १५ = १६ का,

$\therefore$ २५ या^{२} = १६ का — १५,

$\therefore$ ५ या = $\sqrt{१६ \text{का} — १५}$,

यहाँ दूसरे पक्ष में पहला खण्ड आलापित हर के समान है। पूर्ववत् द्वितीय पक्ष के मूल कल्पना करने से—

या = ८ पी + ५,

का = ४ नी^{२} + नी + १,

नी = ५ पी + ३, आया।

यावत्तावत् और नीलक के मान में पीतक को शून्य से उत्थापन देने से—

या = ८ पी + ५ = ० + ५ = ५,

नी = ५ पी + ३ = ० + ३ = ३.

अब नीलक के मान से उत्थापन देने से—

का = ४ नी^{२} + नी + १ = ३६ + ३ + १ = ४०,

लब्धि कालक का पञ्चमांश तुल्य है, अतः उत्थापन देने से—

लब्धि = $\frac{\text{का}}{५} = \frac{४०}{५} = ८$ ।

आचार्य ने लाघव के लिये "आलापित एव हरः" ऐसा नियम बनाया है। अन्यथा शोधनादि सिद्ध हर से भी वहीं राशि सिद्ध होती है, जैसी कि लाई गई है

जैसे पूर्व सिद्ध दोनों पक्ष—

५ या^{२} + ३ = १६ का,

$\therefore$ ५ या^{२} = १६ का — ३,

$\therefore$ २५ या^{२} = ८० का — १५,

$\therefore$ ५ या = $\sqrt{८० \text{ का} — १५}$,

द्वितीय पक्ष में गुण से गुणित हर, रूप दोनों हैं। हर (८०) से सहित रूप (—१५) में त्रिगुणित हर (२४०) जोड़ने से (२२५) हुआ। इस का मूल (१५) रूपपद हुआ।

इष्ट (४०) के वर्ग (१६००) में हर (८०) का भाग देने से निःशेष होता है।

तथा इष्ट (४०) को दो और रूपपद (१५) से गुण कर (४० × २ × १५ = १२००) इस में हर का भाग देने से शुद्ध होता है।

इस लिये इष्ट (४०) से अन्य वर्ण (नी) को गुण कर उस में रूपपद

जोड़ने से (४० नी + १५) इतना हुआ, यह द्वितीय पक्ष के मूल के बाराबर हुआ ।

अतः समीकरण—

८० का − १५ = (४० नी + १५)^{२},

वा ८० का − १५ = १६०० नी^{२} + १२०० नी + २२५,

∴ ८० का = १६०० नी^{२} + १२०० नी + २४०,

∴ का = २० नी^{२} + १५ नी + ३,

∵ २५ या^{२} = ८० का − १५,

∴ २५ या^{२} = (४० जी + १५)^{२},

∴ ५ या = ४० नी + १५,

∴ या = ८ नी + ३,

यहाँ नोलक में शून्य का उत्थापन देने से

या = ८ नी + ३ = ३,

का = २० नी^{२} + १५ नी + ३ = ३,

नोलक के मान में एक का उत्थापन देने से—

या = ८ नी + ३ = ११,

का = २० नी^{२} + १५ नी + ३ =

२९ + १५ + ३ = ३८ ।

अथवा —"तेनाहतोऽन्यवर्णो रूपपदेनान्वितः कल्प्यः" इस से रूपपद ऋण, धन दोनों आ सकते हैं ।

इस लिये रूपपद क्रमसे ग्रहण करने से कल्पित मूल (४० नी − १५) ऐसा हुआ ।

इस का दूसरे पक्ष के साथ समीकरण करने से—

८० का − १५ = (४० नी − १५)^{२},

वा ८० का − १५ = १६०० नी^{२} − १२०० नी + २२५,

∴ ८० का = १६०० नी^{२} − १२०० नी + २४०,

∵ का = $\frac{\text{१६०० नी}^{२} − \text{१२०० नी} + \text{२४०}}{\text{८०}}$,

वा का = २० नी^{२} − १५ नी + ३,

∵ २५ या^{२} = ८० का − १५,

∴ २५ या^{२} = (४० नी − १५)^{२},

∴ ५ या = ४० नी − १५,

∴ या = ८ नी − ३,

नीलक के मान में एक का उत्थापन देने से

या = ८ नी − ३ = ८ − ३ = ५,

$का = २० नी^२ - १५ नी + ३ = २० - १५ + ३ = ८$

आलाप—राशि = ११, लब्धि = ३८ ।

$$\frac{(११)^२ \times ५ + ३}{१६} = \frac{१२१ \times ५ + ३}{१६} = \frac{६०८}{१६} = ३८ ।$$

अथवा—राशि = ५, लब्धि = ३८ ।

$$\frac{(५)^२ \times ५ + ३}{१६} = \frac{१२८}{१६} = ८ ।$$

नवीन ढङ्ग के कुछ उदाहरण—

(१) उदाहरण—

यदि $\frac{३५ - २ य}{९} + \frac{५ य^२ + ७}{५ य^२ - ७} = \frac{१७ - \frac{३}{३}य}{३}$,

है तो य का मान बताओ ।

स्थानान्तर करने से—

$$\frac{५ य^२ + ७}{५ य^२ + ६} = \frac{५१ - २ य}{९} - \frac{३५ - २ य}{९} = \frac{१६}{९}$$

$$\therefore \frac{५ य^२}{७} = \frac{१६ + ९}{१६ - ९} = \frac{२५}{७},$$

$$\therefore य^२ = ५,$$

$$\therefore य = \sqrt{५}$$

(२) उदाहरण—

हलकरो—

$$३\left(\frac{य^२ - ९}{य^२ + ३}\right) + ४\left(\frac{२२\frac{१}{२} + य^२}{य^२ + ९}\right) = ७ \Big\}$$ को

स्थानान्तर करने से—

$$या\ ४\left(\frac{२२\frac{१}{२} + य^२}{क^२ + ९}\right) - ४ = ३ - ३\left(\frac{य^२ - ९}{य^२ + ३}\right)$$

$$या\ ४\left\{\frac{२२\frac{१}{२} + य^२}{य^२ + ९} - १\right\} = ३\left\{१ - \frac{य^२ - ९}{य^२ + ३}\right\}$$

$$या\ ४\left(\frac{१३\frac{१}{२}}{य^२ + ९}\right) = ३\left(\frac{१२}{य^२ + ३}\right)$$

$$\therefore \frac{२}{य^२ + ३} = \frac{२}{य^२ + ३}$$

$$\therefore ३ य^२ + ९ = २ य^२ + १८,$$

$$\therefore य^२ = ९,$$

$$\therefore य = ३ ।$$

(३) उदाहरणम्—

यदि $क + ख = \frac{२क\sqrt{१+य^२}}{य+\sqrt{१+य^२}}$, है तो य का मान बताओ ।

$\therefore (क+ख)(य+\sqrt{१+य^२}) = २क\sqrt{१+य^२}$,

$\therefore (क+ख)य = (क-ख)-\sqrt{१+य^२}$

या $(क+ख)^२ य^२ = (क-ख)^२ (१+य^२)$

$\therefore य^२ \{(क+ख)^२ - (क-ख)^२\} = (क-ख)$ में

या $य^२ \cdot ४ कख = (क-ख)^२$

$य^२ = \frac{(क-ख)^२}{४ कख}$

$\therefore य = \pm \frac{क-ख}{२\sqrt{कख}}$,

(४) उदाहरण—

$\frac{१+\sqrt{य^२-१}}{१+२क\sqrt{य^२-१}} = \frac{\sqrt{य^२-१}-१}{य^२-२}$, तो य का मान बताओ ।

यहां कल्पना किया कि $\sqrt{य^२-१} = र$,

$\therefore य^२ - २ = र^२ - १$ ।

इस प्रकार—

$\frac{१+र}{१+२क\cdot र} = \frac{र-१}{र^२-१} = \frac{१}{र+१}$,

$\therefore (१+र)^२ = १+२कर$

या $१+२र+र^२ = १+२कर$,

$\therefore र+२ = २क$,

या $र = २(क-१)$,

अर्थात् $\sqrt{य२-१} = २(क-१)$,

$\therefore य^२ - १ = ४(क-१)^२$

$\therefore य = \sqrt{४(क-१)^२+१}$

(५) उदाहरण—हल करो ।

$(क+य)^{\frac{१}{२}} + (क-य)^{\frac{१}{२}} = ख$ को,

यतः $\left\{(क+य)^{\frac{१}{२}} + (क-य)^{\frac{१}{२}}\right\}^२ =$

$(क+य)+(क-य)+२(क^२-य^२)^{\frac{१}{२}}$

$$\left\{ (क+य)^{\frac{1}{3}} + (क-य)^{\frac{1}{3}} \right\}^3 =$$

$$२क + ३(क^2 - य^2)^{\frac{1}{3}} \times ख।$$

यतः $(क+य)^{\frac{1}{3}} + (क-य)^{\frac{1}{3}} = ख$।

इसलिये समीकरण के दोनों पक्षों का घन करनेसे—

$$२क + ३(क^2 - य^2)^{\frac{1}{3}} \times ख = ख^3,$$

$$या\ ३ख(क^2 - य^2)^{\frac{1}{3}} = ख^3 - २क।$$

$$\because क^2 - य^2 = \left(\frac{ख^3 - २क}{३ख}\right)^3,$$

$$\therefore य^2 = क^2 - \left(\frac{ख^3 - २क}{३ख}\right)^3,$$

$$\therefore य = \left\{क^2 - \left(\frac{ख^3 - २क}{३ख}\right)^3\right\}^{\frac{1}{2}}।$$

(६) उदाहरण—हल करो—

$$\frac{क+य}{क^{\frac{1}{2}} + (य+य)^{\frac{1}{2}}} + \frac{क+य}{क^{\frac{1}{2}} + (य-य)^{\frac{1}{2}}} = क^{\frac{1}{2}},$$ को

$$चूँकि\ (क+य)\left(क^{\frac{1}{2}} + (क+य)^{\frac{1}{2}}\right) =$$

$$क(क^{\frac{1}{2}}(क+य) + (क+य)^{\frac{1}{2}}(क^2 - य^2)^{\frac{1}{2}}।$$

$$और\ (क-य)\left(क^{\frac{1}{2}} + (क+य)^{\frac{1}{2}}\right) =$$

$$क^{\frac{1}{2}}(क-य) + (क-य)^{\frac{1}{2}}(क^2 - य^2)^{\frac{1}{2}}।$$

अब समीकरण में से भिन्न हटा देने से—

$$२क^{\frac{3}{2}} + (क^2 - य^2)^{\frac{1}{2}}\left((क+य)^{\frac{1}{2}} + (क-य)^{\frac{1}{2}}\right) -$$

$$क^{\frac{1}{2}}\left(क^{\frac{1}{2}} + (+य)^{\frac{1}{2}}\right)\left((क^{\frac{1}{2}}-य)^{\frac{1}{2}}\right) -$$

$$क^{\frac{1}{2}}\left[क + क^{\frac{1}{2}}\left\{\left(क+य\right)^{\frac{1}{2}}\right\} + \left(क-य\right)^{\frac{1}{2}} + \left(क^2 - य^2\right)^{\frac{1}{2}}\right] =$$

$$क^{\frac{3}{2}} + क\left\{(क+य)^{\frac{1}{2}} + (क-य)^{\frac{1}{2}}\right\} + क^{\frac{1}{2}}(क^2 - य^2)^{\frac{1}{2}}$$

यहाँ $क^{\frac{1}{2}}$ को दोनों पक्षों से निकाल कर स्थानन्तर करनेसे—

$$क^{\frac{1}{2}} \left\{ क - (क^2 - य^2)^{\frac{1}{2}} \right\} =$$

$$\left\{ (क + य)^{\frac{1}{2}} + (क - य)^{\frac{1}{2}} \right\}$$

$$\times \left\{ क - (क - य)^{\frac{1}{2}} \right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (अ)$$ जिससे $^{\frac{1}{2}} = (क + य)^{\frac{1}{2}} + (क - य)^{\frac{1}{2}}$,

$\therefore क = २ क + २ (क^२ - य)^{\frac{1}{2}}$,

या $- क = २ (क^२ - य^२)^{\frac{1}{2}}$,

$\therefore क^२ = ४ (क^२ - य^२)$

$\therefore ४ य^२ = ३ क^२$,

$\therefore य = \pm \frac{क\sqrt{३}}{२}$ ।

अभ्यास के लिये उदाहरण—

निम्नलिखित समीकरण में 'य' का मान बताओ ।

(१) $८ य + \frac{७}{य} = \frac{६५}{७} य$ ।

(२) $\frac{२ य^२ + १०}{१५} = ७ - \frac{५० + य^२}{२५}$ ।

(३) $\frac{१४ य^२ + १५}{२१} - \frac{२ य^२ + ८}{८ य^२ - ११} = \frac{२ य^२}{३}$ ।

(४) $\frac{य + ७}{य (य - ७)} - \frac{य - ७}{य (य + ७)} = \frac{७}{य^२ - ७३}$ ।

(५) $\frac{य^२ - १}{(य - २)^२} - \frac{य^२ + १}{(य + १)^२} = १$ ।

(६) $(१ + य + य^२)^{\frac{1}{2}} = क - (१ - य) + य^२)^{\frac{1}{2}}$ ।

(७) $\frac{५ य^२ + १७}{य^२ + ११} - \frac{१४ य^२ - ११७}{२ य - ६} = १२$ ।

(८) $\frac{य^२ - १}{य^२ - ४} - \frac{य^२ - ५}{य^२ - ८} = \frac{य^२ - २}{य^२ - ५} - \frac{य^२ - ६}{य^२ - ९}$ ।

(९) $\frac{(१+२य)^{\frac{१}{२}}-१}{(१-२य)^{\frac{१}{२}}+१}+\frac{(१-२य)^{\frac{१}{२}}+१}{(१+२य)^{\frac{१}{२}}-१}=२\sqrt{२}$ ।

(१०) $७० य - ६३ = ७ य^२$ ।

(११) $२ य^२ - ११ य + ५ = ०$ ।

(१२) $८७ - ६८ य = ३० य - १७ य^२$ ।

(१३) $१७ य^२ - ८५ य + २१६ = ६५ य - ८ य^२$ ।

(१४) $\frac{य^२+८}{११} = ५ य - य^२ - ५$ ।

(१५) $४\left(य^२ - ३\frac{७}{६}य\right) = ५(य^२ - ७ य + १२) + \frac{८(य+९)}{६}$

(१६) $४(य^२ + २३ य - २४) = २९ य^२ - ८ य + १$ ।

(१७) $(३ य - १)(य - ४) + (य - २)(२ य - ३) = ४(य - ३) - ५$ ।

(१८) $(२ य - ५)(३ य - ७) - (य - १)(४ य - ५) = य^२ - ३(य + १४)$ ।

(१९) $(३ य - ११)(य - २) + (२ य - ३)(य + ४) + १३ = १०(२ य - १)^२ + १०$ ।

(२०) $\left(य - \frac{१}{२}\right)\left(य - \frac{१}{३}\right) + \left(य - \frac{१}{३}\right)\left(य - \frac{१}{४}\right) = \left(य - \frac{१}{४}\right)\left(य - \frac{१}{५}\right)$

(२१) $\frac{य}{१५} + \frac{४०}{३(१० - य)} = \frac{३(१० + य)}{६५}$ ।

(२२) $\frac{२य}{१५} + \frac{३ य - ५०}{३(१० - य)} = \frac{१२ य + ७०}{१५०}$ ।

(२३) $\frac{य+४}{य-४} + \frac{य-४}{य+४} = \frac{११}{३}$ ।

(२४) $\frac{य}{य+१} + \frac{य+१}{य} = \frac{१३}{६}$ ।

(२५) $\frac{य+३}{य+२} + \frac{य-३}{य-२} = \frac{२ य - ३}{य - १}$ ।

(२६) $\frac{य-२}{य+२} + \frac{य+२}{य-२} = \frac{२(य+३)}{य-३}$ ।

(२७) $\frac{य-६}{य-१२} - \frac{य-१२}{य-६} = \frac{५}{६}$ ।

(२८) $\frac{२ य - ९}{२ य - ७} - \frac{य - ७}{य - ९} = \frac{७}{१२}$ ।

(२९) $\frac{\text{य}+६}{\text{य}+७} - \frac{\text{य}+१}{\text{य}+२} = \frac{१}{३\,\text{य}\times१}$।

(३०) $३\,\text{य}^{२} - २३\,\text{य} + १ = ६\,\text{य} - २३$।

(३१) $४\text{य}^{२} - ४\,\text{य} = ८०$।

(३२) $\text{य} + २ - \frac{६}{\text{य}+२} = १$।

(३३) $\text{य}^{२} + ६\,\text{य} - ५२ = ०$।

(३४) $\text{य}^{२} - \frac{५}{३}\,\text{य} - ४ = ०$।

(३५) $६\,\text{य}^{२} + ५\text{य} - ४ = ०$।

(३६) $३\,(\text{य} - २)^{२} = १८ + (८\,\text{य} + १)$

(३७) $\text{य} - \frac{\text{य}^{२} - ८}{\text{य}^{२} + ५} = २$।

(३८) $\frac{२१\,\text{य}^{२} - १६}{३\text{य}^{२} - ४} - ७\,\text{य} = ५$।

(३९) $\text{य}^{२} - (\text{क} + \text{ख})\,\text{य} + \text{कख} = \text{त}$।

४०) $\frac{१६}{\text{य}^{\frac{१}{२}}} + \frac{\text{य}^{\frac{३}{२}}}{२} = \frac{६}{\text{य}^{\frac{१}{२}}}$।

बुधनिबहवरेण्येनाच्युतानन्दनाम्ना विरचितविमलाख्या बीजगा चारुटीका।
नवगणितसुयुक्त्योद्देशकैः संस्कृतायाद्गणितविषयरम्यानेकवर्णादिमध्यम्॥

इति "दरभङ्गा" मण्डलान्तर्गत "जरिसो" ग्रामनिवासि-ज्यौतिषाचार्य-साहित्याचार्य-पोष्टाचार्यादिपदवीक प्राप्त "रौपन्" स्वर्णपदक "खुर्जा"स्थ श्रीराधाकृष्ण-संस्कृत-महाविद्यालय-त्रिस्कन्ध-ज्यौतिषप्रधानाध्यापक पण्डित श्री अच्युतानन्द झा शर्मणा विरचितं संस्कृताभिनवोपपत्तिसविशेषभाषोदाहरणसंवलित-बीजोक्तानेकवर्णमध्याहरणं समाप्तम्।

अथ भावितमुच्यते।

तत्र सूत्रं वृत्तम्—

मुक्त्वेष्टवर्णं सुधिया परेषां कल्प्यानि मानानि यथेप्सितानि।
तथा भवेद्भावितभङ्ग एवं स्यादाद्यबीजक्रिययेष्टसिद्धिः॥ १॥

यत्रोदाहरणे वर्णयोर्वर्णानां वा वधाद्भावितमुत्पद्यते तत्रेष्टं वर्णमपहाय शेषयोः शेषाणां वा वर्णानामिष्टानि व्यक्तानि मानानि कृत्वा तैस्तान् वर्णान् पक्षयोरुत्थाप्य रूपेषु प्रक्षिप्यैवं भावितमङ्कं कृत्वा प्रथमबीजक्रियया वर्णमानमानयेत्॥

सु०—यथोदाहरणे वर्णयोर्वर्णानां वा वधाद्भावितमुत्पद्यते तत्रेष्टं वर्णमपहाय परेषां मानानि व्यक्तानि ईप्सितानि तथा कल्प्यानि यथा भावितभंगः स्यात् तैस्तद्वर्णान् पक्षयोरुत्थाप्य भावितभङ्गं कृत्वा आद्यबीजक्रियया एकवर्णसमीकरणबीजरीत्येष्टसिद्धिः स्यात् इष्टवर्णमानं व्यक्तं भवेदित्यर्थः ॥

विमला०—अब भावित नामक अध्याय का वर्णन करते हैं।

जिस उदाहरण में दो, तीन आदि वर्णों के घात से भावित का उत्पन्न हो वहाँ पर एक इष्ट वर्ण को छोड़ कर अन्य वर्णों के ऐसे इष्ट व्यक्त मान कल्पना करे, जिस में भावित का नाश हो। तथा दोनों पक्षों के वर्णों में इष्ट व्यक्त मान से उत्थापन देकर एकवर्ण समीकरण के प्रकार से अव्यक्त का व्यक्त मान जानना चाहिये।

नवीनोपपत्तिः—

आलापोक्त्या पक्षौ—

इ· य + ई· क + रू = य· क,

अत्रैकवर्णसमीकरणादिचतुष्टयप्रतिपादितयुक्तिभिर्मानमवगन्तुमशक्यत्वादिष्टैकवर्णं मुक्त्वाऽन्येष्टामिष्टाव्यक्तमानं प्रकल्प्य रूपेषु प्रक्षिप्यैकवर्णसमीकरणोक्तयुक्त्या व्यक्तवर्णमानं व्यक्तं स्यादत उपपन्नम् ॥

उदाहरणम्—

चतुस्त्रिगुणयो राश्योः संयुतिर्द्वियुता तयोः।
राशिघातेन तुल्या स्यात् तौ राशी वेत्सि चेद्वद ॥ १ ॥

अत्र राशी या १, का १। अनयोर्यथोक्तकृते जातौ पक्षौ या ४ का ३ रू २ = या.का.भा १।

एवं भाविते जाते मुक्त्वेष्टवर्णमित्यादिसूत्रेण कालकस्य किलेष्टं रूपपञ्चकं मानं कल्पितं तेन प्रथमपक्षे कालकमुत्थाप्य रूपेषु प्रक्षिप्य जातम् या ४ रू १७। द्वितीयपक्षे या ५। अनयोः समशोधने कृते प्राग्वल्लब्धं यावत्तावन्मानम् १७। एवमेतौ जातौ राशी १७, ५। अथवा षट्केन कालकमुत्थाप्य जातौ राशी १०, ६। एवमिष्टवशादानन्त्यम् ॥

सु०—अत्रोदाहरणमनुष्टमाह—

ययो राश्योश्चतुस्त्रिगुणितयोः संयुतिर्द्वियुता राशिघातेन तुल्या स्यादिति राशी वदेत्यर्थः।

उदाहरणम्—

अत्र राशी कल्पितौ या १, का १।

एतौ चतुस्त्रिगुणौ या ४ का ३ अनयोर्युतिर्द्वियुता या ४ का ३ रू २ राश्यो या १ का १ घातेन याकाभा १ तुल्येति समशोधनाभावो यथास्थितावेव।

अत्र वर्णद्वयं प्रथमपक्षेऽस्ति तत्र प्रथमस्य यावत्तावतो मानं विहाय द्वितीयस्य

कालकस्य व्यक्तं मानं कल्पितं रूपपंचकं ५ ।

अथ यद्येककालकस्येदं मानं ५ तदा कालकत्रयस्य ३ किमिति जातं रू १५ रूपद्वययुतं रू १७ ।

एवं प्रथमपक्षस्वरूपं या ४ रू १७ ।

अथ कालकमानं ५ प्रथमराशि या १ गुणं द्वितीयपक्षस्वरूपं या ५ ।

अनयोः साम्यार्थं न्यासः—

{ या ४ रू १७
{ या ५ रू०

उक्तवल्लब्धं यावत्तावन्मानं १७ कालकमानं तु पूर्वं व्यक्तं कल्पितमेवास्ति ५ ।

एवमेतौ राशी १७।५ ।

अत्र यदि कालकस्य मानं व्यक्तं षण्मितं कल्प्यते तदोक्तयुक्त्या जातौ राशी १० । ६ ।

एवमिष्टवशादानन्त्यम् ॥

विमला०—वे दो कौन राशि हैं, जिन को क्रम से चार और तीन से गुण कर योग करने से जो हो उस में दो जोड़ने से उन के घात के बराबर होता है।

उदाहरण—

यहां राशि (या, का) कल्पना किया ।

इन को क्रम से चार और तीन से गुण कर दो जोड़ा तो (४ या + ३ का + २) ऐसा हुआ । यह दोनों के घात के तुल्य है ।

अतः समीकरण—

४ या + ३ का + २ = या· का,

यहां दोनों पक्षों में (या, का) ये दो वर्ण हैं, उन में 'या' को छोड़ कर 'का' का मान व्यक्त (५) कर के उत्थापन देने से दोनों पक्ष—

४ या + ३ × ५ + २ = या५,

वा ४ या + १७ = ५ या

∴ १७ = ५ या − ४ या = या ।

अतः व्यक्त दोनों राशि १७, ५ आई ।

आलाप—प्रथम राशि = १७, द्वितीय राशि = ५,

१७ × ४ + ३ × ५ + २ = १७ × ५,

वा ६८ + १५ + २ = ८५,

८५ = ८५ ॥

उदाहरणम्—

चत्वारो राशयः के ते यद्योगो नखसंगुणः ।
सर्वराशिहतेस्तुल्यो भावितज्ञ निगद्यताम् ॥ २ ॥

अत्र राशिः या १ । शेषा इष्टाः ५, ४, २ । अतः प्रथमबीजेन लब्धं यावत्तावन्मानम् ११ । एवं जाता राशयः ११, ५, ४, २ । वा २८, १०, ३, १ । वा ५५, ६, ४, १ । वा ६०, ८, ३, १ । एवं बहुधा ॥

सु०—अथ द्वितीयोदाहरणमनुष्टुभाह—

सु०—स्पष्टम् ।

उदाहरणम्—

अत्राद्यराशिरव्यक्तः कल्पितः या १ शेषास्तु व्यक्ता एव कल्पिताः ५।४।२ ।

एषां योगः या १ रू ११ विंशतिगुणः या २० रू २२० सर्वराशिघातेन या ४० सम इति शोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं ११ ।

एवमेते राशयः ११।५।४।२ ।

अथ शेषाश्चेदेवं विधाः कल्प्यन्ते १०।३।१ तदा प्रथमो राशिरयं २८ ।

वा शेषाः ६।४।१ प्रथमः ५५ ।

वा शेषाः ८।३।१ तदाद्यराशिः ६० एवं बहुधेति ॥

विमला०—वे चार कौन राशि हैं, जिन के योग को बीस से गुण कर जो हो वह उन के घात के समान होता है ।

उदाहरण—

यहाँ पहली राशि (या) अन्य तीन राशियों के व्यक्तमान (५, ४, २) रक्खा है ।

इन का योग (या + ११) को बीस से गुण कर (२० या + २२०) हुआ । यह इन का घात (४० या) तुल्य है ।

अतः समीकरण—

$$२० \text{ या} + २२० = ४० \text{ या},$$
$$\therefore २२० = ४० \text{ या} - २० \text{ या} = २० \text{ या},$$
$$\therefore \text{या} = \frac{२२०}{२०} = ११,$$

अथवा शेष राशि (१०, ३, १), वा (६, ४, १), वा (८, ३, १) कल्पना करने से—

पहली राशि २८ वा ५५ वा ६० आती है ।

आलाप—राशियां (११, ५, ४, २) हैं ।

$$२० (११ + ५ + ४ + २) = ११ \times ५ \times ४ \times २,$$
$$\text{वा } २० \times २२ = ५५ \times ८,$$
$$\text{वा } ४४० = ४४० \text{ ॥}$$

उदाहरणम्—

यौ राशी किल या च राशिनिहतिर्यौ राशिवर्गौ तथा
तेषामैक्यपदं सराशियुगलं जाता त्रयोविंशतिः ।
पञ्चाशत् त्रियुताऽथ वा वद कियत् तद्राशियुग्मं पृथक्
कृत्वाऽभिन्नमवेहि वेत्सि गणकः कस्त्वत्समोऽस्ति क्षितौ ॥४॥

अत्र राशी या १, रू २ । अनयोर्घातयुतिवर्गाणां योगः याव १ या ३ रू ६ । इमं राशियोगोनत्रयोविंशतेः या १ रू २१ वर्गस्यास्य याव १ या ४२ रू ४४१ समं कृत्वा लब्धं यावत्तावन्मानम् $\frac{२९}{३}$ । एवमेतौ राशी $\frac{२९}{३}$, २ ।

अथवा राशी या १, रू ३ । अतः प्राग्वज्जातौ राशी $\frac{६७}{११}$, ३ । एवं पञ्चकमिष्टं प्रकल्प्य जातावभिन्नौ ७, ५ ।

अथ द्वितीयोदाहरणे राशी या १, रू २ । अनयोर्घातयुतिवर्गाणां योगः याव १ या ३ रू ६ । अमुं राशिद्वयोनत्रिपञ्चाशद्वर्गस्यास्य याव १ या १०२ रू २६०१ समं कृत्वा प्राग्वज्जातौ राशी $\frac{१७३}{७}$, २ । वा ११ १७ ।

एवमेकस्मिन् व्यक्ते राशौ कल्पिते सति बहुनाऽऽयासेनाभिन्नौ राशी ज्ञायेते ॥

सु०—अथान्यदुदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह—

सु०—स्पष्टम् ।

उदाहरणम्—

अत्र प्रथमो राशिः या १ द्वितीयस्तु व्यक्त एव २ ।

अनयोराहतिः या २ राशिवर्गौ याव १ रू ४ एषां

{ या १ रू २
{ या २ रू ०
{ याव १ रू ४

योगः याव १ या ३ रू ६ ।

अस्य मूलं राशिद्वययुतं त्रयोविंशतिसममित्युक्तं तद्विलोमेन राशिद्वययुतिं या १ रू २ त्रयोविंशतेरपास्य या १ रू २१ शेषस्य वर्गेण याव १ या ४२ रू ४४१ पुरोक्तयोगः याव १ या ३ रू ६ सम इति समीकरणाल्लब्धं यावत्तावन्मानं—

{ $\frac{रू ४३५}{४५}$,

पंचदशापरिवर्त्तितं—

{ $\frac{२९}{३}$,

अयं प्रथमो राशिः—द्वितीयस्तु व्यक्त एव २ ।

अथ यदि द्वितीयो रूपत्रयमितः कल्प्यते तदा प्रथमो राशिः—

{ $\frac{६७}{११}$,

एवं द्वितीयराशेर्व्यक्तं मानं रूपपंचकं कल्पितं ५ ।

तदा राशी या १। रू ५ राशिहतिः या ५ राशिवर्गौ याव १। रू २५ एषां योगः याव १ या ६ रू ३० अयं राशियोग या १ रू ५ हीनत्रयोविंशतेः या १ रू १८ वर्गेण याव १ या ३६ रू ३२४ सम इति समीकरणाल्लब्धं यावत्तावन्मानं ७ ।

एवमेतौ राशी ७ । ५ एवंबहुधा ।

द्वितीयोदाहरणे राशी राशिघातः राशिवर्गौ तेषां योगमूलं सराशियुगलं त्रिपंचाशता समं भवतीति प्रथमराशिः या १ ।

द्वितीयस्तु व्यक्तः २ अनयोर्घातस्य युतेर्वर्गयोश्च योगः याव १ या ३ रू ६ राशिद्वयोनत्रिपंचाश (या १̇ रू ५१) द्वर्गेण याव १ या १̇०२ रू २६०१ सम इति न्यासः—

याव १ या ३ रू ६
याव १ या १̇०२ रू २६०१

समशोधनाल्लब्धं पंचदशभिरपवर्तितं यावत्तावन्मानं $\frac{१७३}{७}$ ।

एवमेतौ राशी $\frac{१७३}{७}$ । २ ।

अथ यदि द्वितीयराशिः सप्तदशमितो व्यक्तः कल्प्यते तदा प्रथमराशिरभिन्नः स्यात् ।

तद्यथा राशी या १। रू १७ राशिहतिः या १७ राशिवर्गौ याव १। रू २८९ एषां योगः याव १ या १८ रू ३०६ राशिद्वय या १ रू १७ योगहीनत्रिपंचाशतो या १̇ रू ३६ वर्गेण याव १ या ७̇२ रू १२९६ सम इति न्यासः—

याव १ या ७̇२ रू १२९६
याव १ या १८ रू ३०६

अनयोः समशोधनाल्लब्धं यावत्तावन्मानं ११ एवमेतौ राशी ११।१७ ॥

विमला०—वे दो कौन राशि हैं, जो दोनों राशि, दोनों का घात, दोनों का वर्ग, इन के योग के मूल में उक्त दोनों राशि जोड़ देने से २३ होते हैं, वा ५३ होते हैं।

उदाहरण—

यहाँ पहली राशि (या) और दूसरी दो कल्पना किया ।

अब दोनों राशि = या, २,

दोनों का घात = २ या,

और दोनों का वर्ग = या², ४,

इन सबों का योग (या² + ३ या + ६) इतना हुआ । इस के मूल में दोनों राशि जोड़ ने से २३ के बराबर होता है,

अतः समीकरण—

$\sqrt{या^२ + ३\ या + ६} + या + २ = २३,$

$\therefore \sqrt{या^२ + ३\ या + ६} = - या + २१,$

$\therefore या^२ + ३\ या + ६ = या^२ - ४२\ या + ४४१,$

$\therefore ३\ या + ६ = - ४२\ या + ४४१,$

$\therefore ३\ या + ४२\ या = ४४१ - ६,$

वा ४५ या = ४३५,

$\therefore$ या $= \frac{४३५}{४५} = \frac{२९}{३}$,

इस तरह दोनों राशि ($\frac{२९}{३}$, २)

दूसरी राशि ३ कल्पना करने से पहली राशि ($\frac{९७}{११}$) और दूसरी राशि ५ कल्पना करने से पहली राशि (७) आती है ।

दूसरे उदाहरण में साधित प्रथम पक्ष ५३ के तुल्य बताया है,

अतः समीकरण —

$\sqrt{\text{या}^२ + ३\ \text{या} + ६} + \text{या} + २ = ५३$,

$\therefore \sqrt{\text{या}^२ + ३\ \text{या} + ६} = -\text{या} + ५३ - २$,

वा $\sqrt{\text{या}^२ + ३\ \text{या} + ६} = \text{या} - ५१$,

$\therefore$ या^{२} + ३ या + ६ = या^{२} − १०२ या + २६०१,

३ या + ६ = − १०२ या + २६०१,

$\therefore$ १०२ या + ३ या = २६०१ − ६,

वा १०५ या = २५९५,

$\therefore$ या $= \frac{२५९५}{१०५} = \frac{१७३}{७}$ ।

इसी तरह द्वितीय राशि (१७) कल्पना करने से प्रथम राशि (११) आती है ।

आलाप—

राशि योग = ७ + ५ = १२,

राशियों का घात = ७ × ५ = ३५,

राशियों का वर्ग योग = ४९ + २५ = ७४ ।

सबों का योग (१२ + ३५ + ७४ = १२१) का मूल (११) में राशियोग (१२) जोड़ने से (२३) हुआ ।

द्वितीय उदाहरण में राशियोग = १७ + ११ = २८,

राशियों का घात = १७ × ११ = १८७,

वर्गयोग = २८९ + १२१ = ४१०,

सबों का योग मूल = $\sqrt{२८ + १८७ + ४१०}$ = $\sqrt{६२५}$ = २५, आया, इस में राशियोग (२८) जोड़ने से (२८ + २५ = ५३) तेरपन आया ॥

अथ तौ यथाल्पायासेन भवतस्तथोच्यते तत्र सूत्रं सार्धवृत्तद्वयम्—

भावितं पक्षतोऽभीष्टात् त्यक्त्वा वर्णौ सरूपकौ ।
अन्यतो भाविताङ्केन ततः पक्षौ विभज्य च ॥ २ ॥
वर्णाङ्काहतिरूपैक्यं भक्त्वेष्टेनेष्टतत्फले ।
एताभ्यां संयुतावूनौ कर्त्तव्यौ स्वेच्छया च तौ ॥ ३ ॥
वर्णाङ्कौ वर्णयोर्माने ज्ञातव्ये ते विपर्ययात् ।
समयोः पक्षयोरेकस्माद्भावितमपास्यान्यतो वर्णौ रूपाणि च ततो

भाविताङ्केन पक्षावपवर्त्य द्वितीयपक्षे वर्णाङ्कयोर्घातं रूपयुतं केनचिदिष्टेन विभज्य तदिष्टं तत्फलं च द्वे अपि वर्णाङ्काभ्यां स्वेच्छया युक्ते सती वर्णयोर्माने विपर्ययेण ज्ञातव्ये। यत्र कालकाङ्को योजितस्तद्यावत्तावन्मानं यत्र यावत्तावदङ्कस्तत्कालकमानमित्यर्थः। यत्र तु इयत्तावशादेवं कृते सत्या लोपो न घटते तत्रेष्टफलाभ्यां वर्णाङ्कावूनितौ व्यत्ययान्माने भवतः ॥

सु०—अत्र सर्वत्रान्यराशेर्व्यक्तकल्पनं विना एक राशिसिद्धिर्नस्यादतो लघूपायेन सार्द्धानुष्टुब्द्वयेन यथा—

अत्र समयोः पक्षयोर्भावितमभीष्टादेकस्मात्पक्षतस्त्यक्त्वा सरूपकौ वर्णौ अन्यतस्तदितरपक्षतोऽपास्य ततः भाविताङ्केन पक्षौ विभज्य वर्णाङ्काहतिरूपैक्यमिष्टेनाङ्केन भक्त्वा इष्टतत्फले इष्टञ्च इष्टभक्तफलं च एते द्वे स्थाप्ये एताभ्यामिष्टफलाभ्यां वर्णाङ्कौ संयुतौ वा ऊनौ स्वेच्छया कर्तव्यौ ते द्वे विपर्ययाद्वर्णयोर्माने ज्ञातव्ये।

यत्र कालकाङ्को योजितस्तद्यावत्तावन्मानं स्यात्, यत्र यावत्तावदंको योजितस्तत्कालकमानमित्यर्थः।

अत्रोदाहरणम्—

चतुस्त्रिगुणयो राश्योः संयुतिर्द्वियुता तयोः राशिघातेन तुल्येति प्रागुक्तोदाहरणे यथोक्ते कृते पक्षौ—

या ४ का ३ रू २
या का भा १

अत्र वर्णाकयोश्चतुस्त्रिमितयोर्घातो १२ रू २ युतः १४ अयमेकेनेष्टेन १ भक्तः फलं १४ इष्टफलाभ्यां १।१४ वर्णाङ्कौ ४।३ क्रमेण युतौ जातौ कालकयावतोर्माने ५।१७।

अथवेष्टफलाभ्यां १।१४ कालकयावद्वर्णाङ्कौ ३।४ युतौ यावत्कालकयोर्माने ४।१८

अत उक्तं स्वेच्छया युतौ कार्याविति।

अथवा वर्णाङ्काहतिरूपैक्यं १४ द्विकेनेष्टेन भक्तं ७ इष्टफलाभ्यां २।७ कालकयावद्वर्णाङ्कौ ३।४ युतौ यावत्कालकयोर्माने ५।११ एवं बहुधा राशी भवत इति।

अत्रोपपत्तिः—

आचार्यैर्लिखितापि लेखकादिदोषवशान्न कार्यक्षमा ततोऽस्माभिर्लिख्यते सा च द्विविधा एका क्षेत्रगता अन्या राशिगतेति।

तत्र तावत्क्षेत्रगतोच्यते—

तत्र प्रथमं भावितं पक्षतोऽभीष्टादित्याद्युपपत्तिर्यथा समयोः पक्षयोः समशोधितयोरपि न समत्वहानिरिति पक्षयोः समयोर्भाविततुल्यं शोधितं पुनस्तदितरपक्षस्थतुल्यं पक्षयोः शोधितं तथाकृते पक्षौ भावितसमः स्यात्।

यथा राश्योस्त्रिपंचगुणितयोर्योगो राशिघातयुतो द्विषष्टिमित इत्यत्र न्यासः—

या ३ का ५ या का भा १ रू ०
या ० का ० या का भा ० रू ६२

अत्र पक्षौ समौ द्वितीयपक्षस्थभावितेनेदृशेन या का भा० हीनौ यथास्थितावेव पुनस्तौ परपक्षस्थवर्णाङ्करूपतुल्यै या ३ का ५ रू० हीनौ तदापि तुल्यावेव—

{ या० का० या का भा १ रू०
{ या ३ का ५ या का भा० रू ६२

अत्र पक्षौ भावितसमो जातः।

अथवा पक्षौ समौ कल्पितौ—

{ या ३ का ५ या का भा ४ रू ३०
{ या ४ का ८ या का भा ३ रू ६२

एतौ परपक्षस्थभावितेन या का भा ३ हीनौ तदापि तुल्यावेव—

{ या ३ का ५ या का भा १ रू ३०
{ या ४ का ८ या का भा० रू ६२

एतौ पूर्वपक्षस्थवर्णाङ्करूपै या ३ का ५ रू ३० हीनौ कृतौ तदापि तुल्यावेव—

{ या० का० या का भा १ रू०
{ या १ का ३ या का भा० रू ३२

अत्रापि पक्षो भावितसमो जातः—

अथवा यौ राशी किल या च राशिनिहतिर्यौ राशिवर्गौ तथा तेषामैक्यपदं सराशियुगलं जातं त्रयोविंशतिरित्यत्र राशी या १। का १ राशिनिहतिः या का भा १ राशिवर्गौ याव १। काव १।

एषां योगो राशिद्वयोनत्रयोविंशते या १ का १ रू २३ वर्गेण सम इति जातौ पक्षौ—

{ याव १ काव १ याकाभा १ या १ का १ रू०
{ याव १ काव १ याकाभा २ या ४६ का ४६ रू ५२९

एतौ भावितेन पूर्वपक्षस्थेन याकाभा १ हीनौ तदापि तुल्यावेव।

{ याव १ काव १ याकाभा० या १ का १ रू०
{ याव १ काव १ याकाभा १ या ४६ का ४६ रू ५२९

एतौ परपक्षतुल्येन याव १ काव १ या ४६ का ४६ रू ५२९ हीनौ कृतौ तदापि तुल्यावेव सिद्धौ—

{ या ४७ का ४७ रू ५२९
{ याकाभा १

अत्रापि पक्षो भावितसमो जातः एवं सर्वत्र समशोधनेन यथैकपक्षे भावितं शिष्टमन्यपक्षे वर्णौ स्वाङ्कगुणितौ रूपाणि स्युस्तथा यतितव्यम्, येन पक्षो भावित समः सम्पन्नो भवति।

अथ द्विगुणेन कयोरप्ययोर्घातेन सदृशं भवेत्।
दशेन्द्राहतराश्यैक्यं षष्टिविवर्जितमिति॥

वक्ष्यमाणोदाहरणे पक्षौ समौ—

{ या १० का १४ रू ५८ या का भा०
{ या ० का ० रू ० या का भा २

पूर्वपक्षस्थभावितेन या का भा० हीनो कृतौ तदा यथास्थितावेव पुनः परपक्षस्थाङ्केन या.का. रू. पक्षौ हीनौ कृतौ तदापि तुल्यावेव यथास्थितौ, परमत्र पक्षौ द्विगुणित भावितेन तुल्यः संपन्नः प्रकृते भाविते भावितसमोऽपेक्षितस्तेन पक्षौ भाविताङ्केन रूपद्वयमितेन भक्तौ तदापि तुल्यावेव—

{ या ५ का ७ रू १६
{ या का भा १

अत्र पक्षौ भावितसमो जातः, अत्रैकपक्षे भावितशेषस्य धनत्वाय पक्षयोर्भावितोऽल्पः तत्तुल्येन भावितेन पक्षौ हीनौ कार्यौ तदा लघुभावितपक्षे भावितं शून्यं शिष्टम्।

बृहद्भावितपक्षे तु लघुभावितोनबृहद्भावितसतुल्यं शिष्टं तदापि पक्षौ समौ वर्तेते

ततो बृहद्भावितपक्षस्थवर्णद्वयेन सरूपेण पक्षौ हीनौ कृतौ तदा बृहद्भावितपक्षे सरूपवर्णाङ्काः शून्यमिताः लघुभावितपक्षे तदन्तरमिता एवमत्र प्रकृते शून्यमितशिष्टानां प्रयोजनाभावाद्बृहद्भाविताल्लघुभावितं शोधितं बृहद्भावितपक्षस्थवर्णाङ्केन सरूपेण लघुभावितपक्षस्थः सरूपो वर्णाङ्को हीनःकृतो लाघवेनैवेत्युपपन्नं पक्षयोर्भावितसमत्वज्ञानार्थं यथोक्तम् ॥

विमला०— यहाँ अब थोड़े प्रयास से राशि के ज्ञान के लिये कहते हैं।

प्रश्न के अनुसार सिद्ध तुल्य दो पक्षों में से अभीष्ट पक्ष में भावित को घटा देना और अन्य पक्ष में सरूप वर्ण को घटा कर दोनों पक्षों में भाविताङ्क का भाग देना।

तथा वर्णाङ्कों के घात, रूप इन दोनों के योग में इष्टाङ्क का भाग देना।

इष्टाङ्क, इष्ट भक्त फल इन दोनों को दो स्थान में रख कर उन में क्रम से वर्णाङ्कों को युत, ऊन कर विलोम से वर्णों के मान जानना चाहिये। जैसे जहाँ वर्णाङ्क कालक जोड़ा गया हो वहाँ यावत्तावत् का मान और जहाँ यावत्तावत् जोड़ा गया हो वहाँ कालक का मान होगा।

नवीनोपपत्तिः—

कल्प्येते पक्षौ—

$$\text{य} \cdot \text{क} = \text{इ} \cdot \text{य} + \text{इ}' \cdot \text{क} + \text{रू},$$

चेदत्र $\text{य} = \text{न} + \text{इ}'$, $\text{क} = \text{प} + \text{इ}$,

तदाऽऽभ्यामुत्थापितौ पूर्वपक्षौ —

$$(\text{न}+\text{इ}')(\text{प}+\text{इ}) =$$
$$\text{इ}(\text{न}+\text{इ}') + \text{इ}'(\text{प}+\text{इ}) + \text{रू},$$
$$\text{वा}\ \text{न}(\text{प}+\text{इ}) + \text{इ}'(\text{प}+\text{इ}) =$$
$$\text{इ}(\text{न}+\text{इ}') + \text{इ}'(\text{प}+\text{इ}) + \text{रू},$$
$$\therefore \text{न}(\text{प}+\text{इ}) = \text{इ}(\text{न}+\text{इ}') + \text{रू},$$
$$\text{वा}\ \text{न}\cdot\text{प} + \text{न}\cdot\text{इ} = \text{इ}\cdot\text{न} + \text{इ}\cdot\text{इ}' + \text{रू},$$
$$\therefore \text{न}\cdot\text{प} = \text{इ}\cdot\text{इ}' + \text{रू},$$
$$\text{प} = \frac{\text{इ}\cdot\text{इ}' + \text{रू}}{\text{न}},$$

अत्र 'न' इत्यस्याभिन्नमानकल्पनात् 'प' मानमप्यभिन्नं स्यात्ततस्ताभ्यामुत्थापनेन "य' 'क" अनयोर्मानमप्यभिन्नम् ।

किन्त्वत्र (इ · इ' + रु) भाज्यस्य धनमाने 'न' इत्यस्याधनात्मकत्वे 'प' मानमप्यधनात्मकं भवेत् ।

तदा य = इ' – न, क = इ – प॥

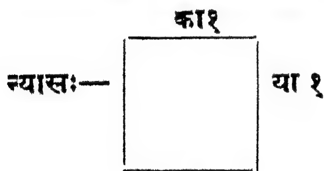
एतेन सर्वमुपपन्नम् ॥

अथ प्रमोदाहरणम्—

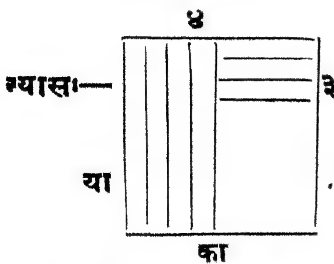
चतुस्त्रिगुणयो राश्योः संयुतिर्द्वियुता तयोः ।
राशिघातेन तुल्येति ॥

तत्र यथोक्ते कृते पक्षौ $\left\{\begin{array}{c}\text{या ४ का ३ रू २}\\ \text{या.का.भा १}\end{array}\right.$ । वर्णाङ्काहतिरूपैक्यम् १४ एतदेकेनेष्टेन हृतं जाते इष्टफले १,१४ । एते वर्णाङ्काभ्यां ४, ३ स्वेच्छया युते जाते यावत्तावत्कालकमाने ४, १८ वा १७, ५ द्विकेन ५, ११ वा १०, ६ ॥

अस्योपपत्तिः । सा च द्विधा सर्वत्र स्यादेका क्षेत्रगतान्या राशिगतेति । तत्र क्षेत्रगतोच्यते । द्वितीयपक्षः किल भावितसमो वर्त्तते भावितं त्वायतचतुरस्रक्षेत्रफलं तत्र वर्णौ भुजकोटी ।



अत्र क्षेत्रान्तर्यावत्तावच्चतुष्टयं वर्त्तते कालकत्रयं द्वे च रूपे । अतः क्षेत्राद्यावत्तावच्चतुष्टये रूपचतुष्टयोनकालके स्वाङ्कगुणे चापनीते जातम् ।



द्वितीयपक्षे च तथा कृते जातम् १४ । एतद्भावितक्षेत्रान्तर्वर्त्तिनोऽवशिष्टक्षेत्रस्याधस्तनस्य फलं तद्भुजकोटिवधाज्जातम् । ते चात्र ज्ञातव्ये ।

अत इष्टो भुजः कल्पितस्तेन फलेऽस्मिन् १४ भक्ते कोटिर्लभ्यते अनयोर्भुजकोट्योरेकतरा यावत्तावदङ्कतुल्यै रूपैः ४ अधिकतरा सती भावितक्षेत्रस्य कोटिर्भवति यतो भावितक्षेत्राद्यावच्चतुष्टयेऽपनीते तत्कोटिश्चतुरूना जाता । एवं कालकतुल्यै रूपैः ३ अधिकतरो भुजो भवति त एव यावत्तावत्कालकमाने ।

अथ राशिगतोपपत्तिरुच्यते साऽपि क्षेत्रमूलान्तर्भूता । तत्र यावत्ताव-

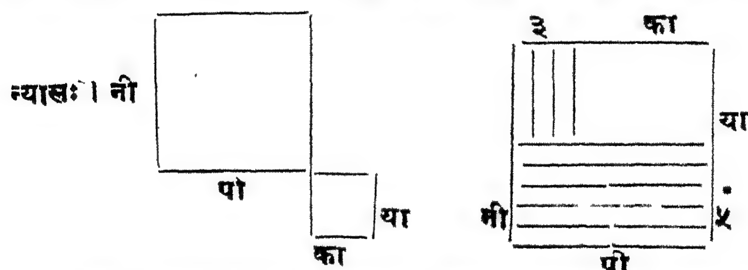
त्कालकभुजकोटिमानात्मकक्षेत्रान्तर्गतस्य लघुक्षेत्रस्य भुजकोटिमाने अन्यवर्णौ कल्पितौ नी १, पी १ । अत एतयोरेकतरो यावत्तावदङ्कतुल्यैः रूपैरधिको बहिःक्षेत्रकोटेः कालकस्य मानम् । अन्यः कालकतुल्यैः रूपैरधिको भुजस्य यावत्तावतो मानं कल्पितम् । का = नी १ रू ४, या = पी १ रू ३ । आभ्यां पक्षयोर्यावत्तावत्कालकवर्णावुत्थाप्योपरितनपक्षे नी ३ पी ४ रू २६ ।

भावितपक्षे च नी. पी. भा १ । नी ३ पी ४ रू १२ । एतयोः समशोधने कृते जातमधः नी. पी. भा १ । ऊर्ध्वपक्षे रू १४ ।

इदमेव तदन्तः क्षेत्रफलमेतद्वर्णाङ्कयोर्घातस्य रूपयुतस्य समं स्यादतो वर्णमाने भवतस्तत् प्रागुक्तमेव । इयमेव क्रिया पूर्वाचार्यैः संक्षिप्तपाठेन निबद्धा । ये क्षेत्रगतामुपपत्तिं न बुद्ध्यन्ति तेषामियं राशिगता दर्शनीया ।

उपपत्तियुतं बीजगणितं गणका जगुः ।
न चेदेवं विशेषोऽस्ति न पाटीबीजयोर्यतः ॥

अत इयं भावितोपपत्तिर्द्विविधा दर्शिता । यत् तूक्तं वर्णाङ्कयोर्घातो रूपैर्युतो भावितक्षेत्रान्तर्वर्त्तिनोऽन्यक्षेत्रस्य कोणस्थस्य फलमिति तत् क्वचिदन्यथा स्यात् । यथा वर्णाङ्कौ ऋणगतौ भवतस्तदा तस्यैवान्तर्भावितक्षेत्रं कोणे दृश्यते यदा तु भावितक्षेत्रे भुजकोटिस्थौ वर्णाङ्कावधिकौ धनगतौ भवतस्तदा भावितक्षेत्राद्बहिःकोणस्थं क्षेत्रं स्यात् तद्यथा ।

न्यासः । 

यदीदृशं तदेष्टफलाभ्यामुनितौ वर्णाङ्कौ यावत्तावत्कालकयोर्माने भवतः ॥

सु०—अथ राशिज्ञानोपपत्तिर्यथा तदुदाहरणद्वारोच्यते —

चतुस्त्रिगुणयोराशयोः संयुतिर्द्वियुतातयोः राशिघातेन तुल्यास्यादित्यत्र राशी कल्पितौ या १। का १ तत उक्तवत्पक्षौ—

$$\begin{cases} \text{या ४ का ३ रू २} \\ \text{या का भा १} \end{cases}$$

अत्र द्वितीयपक्षः या ४ का ३ रू २ किल भावितसमो वर्तते भावितं चायतचतुरस्रक्षेत्रफलं तथायते तद्भुजकोटिघात इत्युक्तत्वात् अतो राशी भुजकोटी कल्पितौ क्षेत्रदर्शनम्—

का

या | या का भा १ | या

का

अस्य क्षेत्रस्यान्तर्यावच्चतुष्टयं कालकत्रयं रूपद्वयं चास्ति तत्र क्षेत्रमध्ये यावत्तावच्चतुष्टयस्य दर्शनम्—

का

या | | या

का

अत्र क्षेत्रशेषे संपूर्णकालको दर्शयितुमशक्यः यतोऽत्र दीर्घ भुजः कालकमानं अतो रूपचतुष्टयोनकालकः का १ रू ४° क्षेत्रशेषे भुजः स च त्रिगुणितस्तदा क्षेत्रदर्शनम्—

का

या

का ३ रू १२° अथ भावितक्षेत्रं, अत्र कालकत्रयस्य दर्शनम्—

या

का १

या १

अत्र क्षेत्रे रूपत्रयोनयावत्तावन्मितभुजः या १ रू ३° स च चतुर्गुणित या ४ का १२ स्तदा क्षेत्रदर्शनम्—

अत्रोभयथापि यावत्तावच्चतुष्टयं कालकत्रयं वर्णाकाहतिरूपोनं या ४ का ३ रू १२ भावितक्षेत्रमध्ये प्रदर्शितं भवति । अथ यदि संकीर्णमेव यावत्तावच्चतुष्टयं कालकत्रयं प्रदर्श्यते तदैवं दर्शनं भवति ।

का १

या

इह ये कोणे कोष्ठका उत्पन्नास्ते तु वर्णाकाहति १२ तुल्या एव ते यदि कालकत्रयमध्ये गण्यन्ते तदा यावत्तावच्चतुष्टयार्थं तावन्त एव कोष्ठका अपेक्षिताः, यदि तु यावत्तावच्चतुष्टयमध्ये गण्यन्ते तदर्थं तावन्त एव कोष्ठका अपेक्षिताः ।

अत उभयथापि वर्णाङ्काहतितुल्यकोष्ठकैर्बहिर्युतं भावितक्षेत्रं तदा क्षेत्रमध्ये यावत्तावच्चतुष्टयं कालकत्रयं प्रदर्शितं भवति क्षेत्रदर्शनम्—

अत्र बहिःस्थकोष्ठकानां प्रयोजनाभावाद्यावत्तावच्चतुष्टयं कालकत्रयं वर्णाङ्काहतितुल्यरूपोनं या ४ का ३ रू रू १२ क्षेत्रमध्ये प्रदर्शितम् ।

अत्र संपूर्णभावितक्षेत्रं तु यावत्ताव-त्चतुष्टयं कालकत्रयं रूपद्वयं च या ४ का ३ रू २ ।

अत्र संपूर्णक्षेत्रे या ४ का ३ रू २ प्रदर्शितस्वस्वरूपं या ४ का ३ रू १२° हीनं कृतं तदा वर्णाङ्काहतिरूपैक्यमितं १४ भावितक्षेत्रान्तर्वर्तिनोऽधस्तनस्य लघुक्षेत्रफलं १४ ।

का १

				मु १४ को	या

लघुक्षेत्रमप्यायतक्षेत्रमेवातो लघुक्षेत्रीयभुजकोटिघातरूपं फलं १४ ।

तत्र भुज इष्टः कल्पितः तेन भक्ते फले कोटिः, अत्रेष्टतत्फले लघुक्षेत्रभुजकोटीसिद्धे, अत्र भुजो रूपचतुष्टययुतस्तदा कालकमानं, कोटिः रूपत्रययुतस्तदा यावत्तावन्मानं ।

अथवा इष्टः कोटिमितः कल्प्यः तेन लघुक्षेत्रफले भक्ते भुजः स्यात् ।

कोटिः रूपचतुष्टययुता कालकमानं भुजो रूपत्रययुतस्तदायावन्मानं यतो रूप-चतुष्टयोनकालकः तथा रूपत्रयोनयावन्मितः लघुक्षेत्रे भुजः कोटिर्वा कोटिर्भुजो-ऽस्तीति प्रत्यक्षमत उपपन्नम् ।

अत उपपन्नं सार्द्धानुष्टुभाह—

इष्टफलयोर्मध्ये यत्र यावद्वर्णाङ्को योजितस्तत्कालकमानं यत्र कालकवर्णाङ्को योजितस्तद्यावन्मानं राश्योर्गुणकौ वर्णाङ्कशब्देनोदिताविति इयं क्रिया वर्णाङ्कयो रूपाणां च धनत्वे प्रतिपादिता ।

यदा तु वर्णाङ्कौ ऋणगतौ भवतस्तदा तस्यैवान्तर्भावितक्षेत्रं कोणस्थं स्यात् तद्यथा वर्णाङ्करूपाणां घनत्वे भावितक्षेत्रं महत्तरं तदन्तर्गतं क्षेत्रद्वयं वर्णाङ्काहतितुल्यं-रूपोनस्वाङ्कगुणवर्णमितमेकं वर्णाङ्काहतिरूपैक्यमपरमिति स्थितिरस्ति ॥

विमला०—"चतुस्त्रिगुणयो राश्योः" इत्यादि पूर्वोक्त उदाहरण में सिद्ध दोनों पक्ष—

$$४ \text{ या} + ३ \text{ का} + २ = \text{या} \cdot \text{का},$$

यहाँ वर्णाङ्को (४, ३) के घात (१२) में रूप (२) जोड़ने से (१४) हुआ ।

इस में इष्ट (१) का भाग देने से लब्धि (१४)

अब इष्ट (१) फल (१४) दोनों को क्रम से वर्णाङ्को (४, ३) में जोड़ने से यावत्तावत का मान (१७) और कालक का मान (५) आया ।

अथवा इष्ट, फल को कालक, यावत्तावत वर्णाङ्क में जोड़ने से यावत्तावत् का मान (१८) और कालक का मान (४) आया ।

अथवा इष्ट २ कल्पना कर के इस से वर्णाङ्कों को घात (१२) और रूप (२) के योग (१४) में भाग देने से फल (७) आया ।

अब इष्ट (२) और फल (७) को कालक तथा यावत्तावत् के वर्णाङ्क में जोड़ने से—

यावत्तावत् का मान (५) और कालक का मान (११) आया ॥

उदाहरणम्—

द्विगुणेन कयोः राश्योर्घातेन सदृशं भवेत् ।

दशेन्द्राहतराश्यैक्यं द्व्यूनषष्टिविवर्जितम् ॥ १ ॥

अत्र राशी या १, का १ । अनयोर्यथोक्ते कृते भाविताङ्केन भक्ते जातम् या ५ का ७ रू २९ । अत्र वर्णाङ्काहतिरूपैक्यं ६ द्विहतमिष्टफले २, ३ । आभ्यां वर्णाङ्कौ युतौ राशी १०, ७ वा ६, ८ । वा ऊनितौ जातौ ४, ३ वा ५, २ ॥

सु०—अथ यत्र वर्णाङ्कौ धनं रूपाणि ऋणं तत्र द्वैविध्यमस्ति अन्योन्यभुजतो न्यूनौ वर्णाङ्कावित्येकः प्रकारः, अन्योन्यभुजतोऽधिकौ वर्णाङ्काविति द्वितीयः प्रकारः यथोदाहरणमनुष्टुभा—

अत्रोक्तवरपक्षौ या ५ का ७ रू २९° भावित याकाभा १ समो वर्तते ।

अत्र प्रथमप्रकारे क्षेत्रदर्शनम्—

अत्र पंचगुणितयावन्मानं तथा रूपंचकोनकालकमानं का १ रू ५° सप्तगुणितं का ७ रू ३५° क्षेत्रमध्ये दर्शितं भवति क्षेत्रं तु भावितसमम् ।

अतो भावितस्वरूपा या ५ का ७ रू २९ दर्शितस्वरूपं या ५ का ७ रू ३५ शोधितं शेषं ६ इदं भावितक्षेत्रान्तवर्ति लघुक्षेत्रफलं ६ इष्टं २ भक्तं फलं ३ इष्टफले २।३ वर्णाङ्काभ्यां ५।७ युते कालकयावन्माने ७।१० ।

का
या
६

अथवेष्टफले ३।२ वर्णाङ्काभ्यां युते यावत्कालकमाने ९।८ ।

अत इयं क्रिया अपायां घनत्वे या निरूपिता सैव ।

तथाहि—भावितसमः पक्षः या ५ का ७ रू २९ वर्णाङ्काहतिः ३५ धनं रूपाणि ऋणं २९ द्वयोरन्तरमेव योग इति वर्णाङ्काहतिरूपैक्यं ६ सिद्धम् ।

अत्र राशी १०।७ वा ९।८ वर्णाङ्काभ्या ५।७ मधिकौ ततः प्रथमप्रकारमुपपन्नः ।

अथ द्वितीयप्रकारे तु वर्णाङ्काभ्यामल्पौ राशी यथा तत्र भावितसमः पक्षः या ५ का ७ रू २९ एताद्दशस्थले वर्णाङ्काहतितुल्यफलात्मकं महत्क्षेत्रं, तदन्तर्गतं क्षेत्रद्वयं रूपतुल्यमेकं वर्णाङ्काहतिरूपैक्यमितं द्वितीयं वर्णाङ्कावेव बृहद्भुजौ यथेष्टफलाभ्यां २।३ वर्णाङ्कौ ५।७ हीनौ कालकयावन्माने ३।४ ।

अथवेष्टफलाभ्यां ३।२ वर्णाङ्कौ ७।५ हीनौ यावत्कालकयोर्माने ५।२ महत्क्षेत्रान्तर्गतमेव भावितक्षेत्रमपि दृश्यते यतोऽन्यभुजमानाद्वर्णाङ्कोऽधिकोऽस्तीति स्वाङ्कगुणवर्णस्य मानं भावितक्षेत्रमतिक्रम्य बहिरपि भवति यतो भावितक्षेत्रे कालकमानतुल्या *** आवृत्त्यां: संभवन्ति नाधिकाः ।

अथ तत्र स्वाङ्कगुणवर्णयोर्दर्शनम्—

अथात्र भावितक्षेत्रं स्वाङ्कगुणयावत्तावन्मध्ये यदि गण्यते तर्हि स्वाङ्कगुणकालकमानार्थमन्यद्भावितक्षेत्रमपेक्षितम्।

यदि तु स्वाङ्कगुणकालकमानमध्ये भावितक्षेत्रं गृह्यते तर्हि स्वाङ्कगुणयावत्तावन्मानार्थमन्यद्भावितक्षेत्रमपेक्षितमुभयथापि भावितक्षेत्रलिखितक्षेत्रयोर्योगे स्वाङ्कगुणवर्णौ भवतः।

का

या

अतो रूपैर्लिखितक्षेत्रसमैर्भाव्यं कथमन्यथा स्वाङ्कगुणवर्णौ रूपैरूनौ भावितसमौ भवतः दर्शनम्।

अथ लिखितं रूपात्मकं क्षेत्रं रिक्तकोणे यदि पूर्य्यते तदेवं भवति दर्शनम्—

या

अत्र वर्णाङ्काहतिः क्षेत्रफलमस्ति पूर्वलिखितक्षेत्रे तु रूपाण्येवातो वर्णाङ्काहतिः रूपैरूना सती भावितक्षेत्रे बहिःकोणस्थलघुक्षेत्रस्य फलं भवति तच्च वर्णाङ्काहतिरूपैक्यकरणादेव संपद्यते यतोऽत्र रूपाणामृणत्वाद्वर्णाङ्काहतेश्च धनत्वाद्धनर्णयोरन्तरमेव योग इति कृते रूपैरूनैव वर्णाङ्काहतिर्भवति।

अथ लघुक्षेत्रस्यैकमिष्टं भुजं प्रकल्प्य तेन भक्ते फले लब्धमल्पभुजः, भुजाभ्यां वर्णाङ्कौ हीनौ राशिमाने स्तः यतो यावद्वर्णाङ्कः भुजेन हीनस्तदा कालकमानं कालक-वर्णाङ्को भुजेन हीनस्तदा यावन्मानं स्यात्।

अथ फलितार्थः यदि भावितसमे पक्षे रूपाणि धनं स्युस्तदा इष्टतत्फलाभ्यां वर्णाङ्कौ धनमृणं वा यथावत्संयुक्तावेव व्यत्ययान्माने भवतः।

यदि तु रूपाणि ऋणं स्युस्तदेष्टतत्फलाभ्यां स्वेच्छया संयुतावूनौ च वर्णाङ्कौ व्यत्ययान्माने भवतः।

अस्मिन् पक्षे वर्णाङ्कयोर्धनत्वमेव नहि त्रयाणामृणत्वे वर्णमानं धनं संभवति।

अत्रापरो विशेषः—

अत्र संयुतवर्णाङ्कजे ऊनवर्णाङ्कजे च माने उपपन्ने भवतः तत्र उभेऽपि ग्राह्ये अन्यत्र तु ये उपपन्ने त एव ग्राह्ये।

विमला—वे दो कौन राशि हैं, जिन को दस और चौदह से गुणा कर जो हो उस में ५८ घटाने से द्विगुणित राशिघात के समान होता है।

उदाहरण—
यहां राशि (या) और (का) कल्पना कर के प्रश्न के अनुसार क्रिया करने से-
१० या + १४ का-५८ = २ या का,
ये दो पक्ष सिद्ध हुए।
अब भावितांक का भाग देने से दोनों पक्ष—
५ या + ७ का-२६ = या. का,
वर्णांकों के घात (३५) में रूप (-२६) जोड़ने से (६) हुआ।
इस में इष्ट (२) का भाग देने से फल (३) आया।
इष्ट, फल को वर्णांक में जोड़ने से—
या = ७ + २ = ६, वा ७ + ३=१०। का = ५ + २ = ७, वा ५ + ३ = ८।

अथवा

या = ७-२=५, वा ७-३=४।
का = ५-२=३, वा ५-३ = २॥

उदाहरणम्—

त्रिपञ्चगुणराशिभ्यां युतो राश्योर्वधः कयोः।
द्विषष्टिप्रमितो जातो राशि त्वं वेत्सि चेद्वद ॥ २ ॥

अत्र यथोक्ते कृते जातौ पक्षौ { या ३ का ५ रू ६२ / या.का.भा १ । वर्णाङ्काहति-रूपैक्यम् ७७। इष्टतत्फले ७, ११। आभ्यां वर्णाङ्कौ युतावेव कार्यौ इष्टतत्फलाभ्यामाभ्याम् ७, ११ ऊनितौ चेद्धिधीयेते तदा ऋणगतौ भवतोऽत आभ्यां ७, ११ युतौ जातौ राशी ६, ४ वा २, ८। ऊनितौ १२, १४, वा १६, १० ॥

सु०—अथ वर्णाङ्कयोर्ऋणत्वे रूपाणां धनत्वे तु वर्णाङ्काहतिरूपैक्यं महतः क्षेत्रस्य फलं तदन्तर्गतं क्षेत्रद्वयं तत्र स्वाङ्कगुणवर्णस्य भावितयुतस्य रूपतुल्यस्य तुल्यफलमेकक्षेत्रस्य वर्णाङ्काहतितुल्यफलमपरक्षेत्रस्य अनुष्टुभा तद्यथा—

प्रश्ने पक्षौ या ३ का ५ या का भा १ = रू ६२
समशोधनात्पक्षौ या० का० या का भा १=या ३° का ५° रू ६२
समयोः पक्षयोः समेन युक्तयोरपि समत्वक्षतिर्न स्यात्।

ततोऽत्र पक्षयोर्यावत्तावत्त्रयं कालकपंचकञ्च प्रक्षिप्य न्यासः—

या ३ का ५ या का भा १=रू ६२

यत्र वर्णाङ्काहणं रूपाणि तु धनं भावितसमं तत्र क्षेप्यशोध्यादिना बुद्धिमतैकपक्षे रूपाणि परपक्षे स्वाङ्कगुणवर्णाङ्कौ भावितं च धनगतं सर्वं कार्यम्।

अथ प्रकृते यावन्मानं त्रिगुणं कालकमानं पंचगुणं द्वयोर्योगो भावितयुतस्तदा द्विषष्टिमितं इति क्षेत्रदर्शनम्—

का १			
या १			

या ३ का ५ या का भा १,

अत्र क्षेत्रान्तर्भावितक्षेत्रं कोणस्थं दृश्यते अत्रेदं लिखितक्षेत्रं द्विघ्नद्विरूपतुल्यं, अत्र रिक्तकोणे वर्णाङ्काहतितुल्याः कोष्ठकाः क्षिप्यन्ते तदा वर्णाङ्काहतिरूपैक्यात्मकफलं महत्क्षेत्रं दर्शनम्—

का १			
या १			

अथास्य महतः क्षेत्रस्य फलं वर्णांकाहतिरूपैक्यं तदिष्टेन भक्तं फलम् ।

अत्रेष्टफले महतः क्षेत्रस्य भुजकोटी वा कोटिभुजौ भवतः परमत्र कोटिभुजयोरेकतरो यावद्वर्णाङ्केन हीनस्तदा कालकमानं अन्यः कालकाङ्केन हीनस्तदा यावन्मानं स्यात् भावितक्षेत्रकोटिभुजयोर्बृहत्क्षेत्रकोटिभुजाभ्यामल्पत्वादत उपपन्नम् ।

एताभ्यामूनौ वर्णाङ्कौ व्यस्तयान्माने भवतः इष्टं तथा कल्पनीयं यथा स्वयमेकतरवर्णांकादधिकं भवेत् ।

अत्र वर्णाङ्कावृणगतौ अतोऽत्रेष्टफलाभ्यां युतावेव राशी भवतः धनर्णयोरन्तरस्यैव योगत्वान्नोक्तमन्तरमाचार्यैरिति ।

यथोदाहरणं भावितसमपक्षः या ३॰ का ५॰ रू ६२ वर्णाङ्काहतिः १५ अस्वयोरपिवधः स्वमित्युक्तत्वाद्धनगतैव १५ रूपेण ६२ युता ७७ इष्ट ७ भक्ता फलं ११ इष्टफले महतः क्षेत्रस्य भुजौ ७।११ एतौ वर्णाङ्काभ्यां ३॰।५॰ युतौ तत्र धनर्णयोरन्तरमेव योग इति जातौ कालकयावत्तावन्माने ४।६ ।

अथवेष्टफले ७।११ वर्णाङ्काभ्यां ५॰।३॰ युते जाते यावत्तावत्कालकयोर्माने २।८ एवं सर्वत्र ॥

विमला०—वे दो कौन राशि हैं, जिन के घात में तीन और पांच से गुणित राशि जोड़ने से बासठ के बराबर होता है ।

उदाहरण—

यहाँ प्रथम राशि (या) और द्वितीय राशि (का) कल्पना किया ।

अब उक्तवत् करने से दोनों पक्ष—

३ या + ५ का + या का = ६२,

∴ या·का = − ३या−५का + ६२,

वर्णाङ्कों के घात (−३ × −५ = १५) में रूप (६२) जोड़ने से (७७) हुआ । इस में इष्ट (७) का भाग देने से फल (११) आया ।

अथ इष्ट (७) और फल (११) वर्णांकों में युत, ऊन कर व्यत्यय से राशि का मान लाना चाहिए। जैसे—

या = − ५ + ७ = २ वा − ५ + ११ = ६ ।
का = − ३ + ११ = ८ वा − ३ + ७ = ४ ।
अथवा—या = − ५ − ७ = − १२, वा − ५ − ११ = − १६ ।
का = ३ − ११ = − १४, वा − ३ − ७ = − १० ॥

अथ पूर्वचतुर्थोदाहरणम्—

यौ राशी किल या च राशिनिहतिर्यौ राशिवर्गौ तथा
तेषामैक्यपदं सराशियुगलमिति ॥

अत्र राशी या १, का १ । अनयोर्घातयुतिवर्गाणां योगः

याव १ काव १ या.का भा १ या १ का १ । अस्य मूलाभावाद्राशिद्वयोनायास्त्रयोविंशतेः या १ का १ रू २३ वर्गेणानेन याव १ काव १ या. का. भा २ या ४६ का ४६ रू ५२६ साम्यम् । तत्र समयोगवियोगादौ समतैवेति समवर्गगमे शोधने च कृते भावितांकेन हृते जातम्—

या ४७ का ४७ रू ५२६ । अत्र वर्णाङ्काहतिः रूपयुता १६८० । इयं चत्वारिंशतेष्टेन हृता फलम् ४२, इष्टम् ४० । अत्रेष्टफलाभ्यामाभ्यां वर्णाङ्कावूनावेव कार्यौ ते जातौ राशी ७, ५ । युतौ चेत् क्रियेते तर्हि जाता त्रयोविंशतिरिति पूर्वालापो न घटते ।

पूर्वोदाहरणम् । पञ्चाशत् त्रियुताऽथ वेति ।

अत्रोदाहरणे यथोक्तकृतभाविताङ्केन विभक्ते जातम् ।

या १०७ का १०७ रू २८०६ । अत्र वर्णाङ्काहतिरूपैक्यम् ८६४० ।

इष्टतत्फले ९०, ९६ । आभ्यां वर्णाङ्कावूनितौ राशी ११, १७ । एवमन्यत्रापि ।

क्वचिद्बहुषु साम्येषु भावितोन्मितीरानीय ताभ्यः समीकृतच्छेदगमाभ्यः साम्ये पूर्वबीजक्रिययैव राशी ज्ञायेते । अत्र राशी इति द्विवचनादन्येषां ऽयादिवर्णानामिष्टानि मानानि कल्प्यानीत्यर्थात् सिद्धम् ।

इति श्रीभास्कराचार्यविरचिते बीजगणिते भावितं समाप्तम् ।

सु०—अथ यत्र रूपाणामृणत्वे प्रकारद्वयेनोत्पन्नमानयोरेकतर एव उपपन्नो भवतः तादृशमुदाहरणं दर्शयति । शार्दूलविक्रीडितार्द्धेनाह—

अत्र भावितसमः पक्षः या ४७ का ४७ रू ५२९ वर्णाङ्कयोराहतिः २२०९ रूपवर्जिता १६८० इयं चत्वारिंशतेष्टेन ४० हृता फलं ४२ इष्टफलाभ्यां ४० । ४२ वर्णाङ्कौ ४७ । ४७ हीनौ जातौ राशी ७ । ५ ।

अथवेष्टफलाभ्यां ४० । ४२ वर्णाङ्कौ युतौ चेत् क्रियेते तर्हि जातं त्रयोविंशतिरिति पूर्वालापो न घटते ।

अथ पंचाशत्त्रियुतेति द्वितीयोदाहरणे भावितसमः पक्षः या १०७ का १०७ रू

२८०६ वर्णाङ्काहतिः ११४४९ रूपोना ८६४० इष्ट १० भक्ता फलं ९६ इष्टफलाभ्यां ६०।९६ वर्णाङ्कौ १०७,१०७ हीनौ जातौ राशी ११।१७।

एवमन्यत्रापीति क्षेत्रगतोपपत्तिः।

अथ राशिगतोपपत्तिरुच्यते—

यत्र वर्णाङ्कौ रूपाणि च धनं तत्र भावितक्षेत्रान्तर्वर्तिनो लघुक्षेत्रस्य भुजौ कल्पितौ नी १। पी १।

एतौ यावत्कालकवर्णाङ्काभ्यां युतौ कालकयावन्माने स्तः यावद्वर्णाङ्को यसंज्ञः कालकवर्णाङ्कः कसंज्ञः कृतः अतो यावत्कालकमाने नी १ क १। पी १ य १।

अथ पक्षौ भावितसमः $\begin{cases} \text{याय १ काक १ रू १} \\ \text{याकाभा १} \end{cases}$

पक्षावुत्थापितौ तद्यथा यावन्मानं स्ववर्णाङ्केन य १ गुणितं तत्र यावन्मानं नी १ क १ स्ववर्णाङ्केन गुणितं नीय १ कय १।

प्रथमखण्डस्वरूपं कालकमानं पी १ य १ स्ववर्णाङ्केन क १ गुणितं पीक १ कय १ द्वयोर्योगो रूपयुतस्तदा प्रथमपक्षस्वरूपं सिद्धं नीय १ पीक १ कय २ रू १।

अथ परपक्षे राश्योर्घातार्थं खण्डगुणनार्थं न्यासः $\begin{cases} \text{नी १} \times (\text{पी १ य १}) \\ \text{क १} \times (\text{पी १ य १}) \end{cases}$

गुणनाजातं नीपीभा १ नीय १ पीक १ कय १।

द्वितीयपक्षस्वरूपं पक्षयोः समशोधनार्थं न्यासः—

$$\begin{cases} \text{नीय १ पीक १ कय २ रू १ नीपीभा०} \\ \text{नीय १ पीक १ कय १ रू० नीपीभा १} \end{cases}$$

समशोधनात्पक्षावेतौ सिद्धौ तावपि समावेव— $\begin{cases} \text{कय १ रू १} \\ \text{नीपीभा १} \end{cases}$

तेन वर्णाङ्कयोः क १। य १ इति कय १ रूपैक्यतुल्यं लघुक्षेत्रस्य भुजयो नी १। पी १ इति नीपीभा १ मितं सिद्धं तत्र नीलकपीतकयोरेकत व्यक्तं प्रकल्प्य तेन भक्ते फले द्वितीयं व्यक्तं स्यात्।

आभ्यां राशिज्ञानं प्राग्वत् एवमन्येष्वपि सुधीभिरूह्यम्।

अथ क्वचिद्बहुषु साम्येषु भावितोन्मितीरानीय साम्यः समीकृतच्छेदमानन्त साम्यं कृत्वा पूर्वबीजक्रिययैव राशी ज्ञायेते।

अत्र राशी इति द्विवचनादन्येषां ज्यादीनां वर्णानामिष्टानि मानानि कल्पनीयानीत्यर्थात्सिद्धम्।

अथ प्रसंगात्पूर्वसूत्रोपपत्तिः सर्वजनप्रसिद्धा श्रीबापूदेवकृता लिख्यते।

यथा पक्षौ भावितसमः— $\begin{cases} \text{याय १ काक १ रू १} \\ \text{याकाभा १} \end{cases}$

आद्यं वर्णं शोधयेदन्यपक्षादितिजातम्— $\begin{cases} \text{काक १ रू १} \\ \text{याय १ याकाभा १} \end{cases}$

एतौ समौ पक्षौ इष्टेना य १ का १ पवर्त्यौ तत्राधनस्तनपक्षेऽपवर्तिते जातं या १ अथ पूर्वपक्षे काक १ रू १ तेनैव य १ का १ भक्ते लब्धं कवर्णः क १ शेषं कय १ रू १ इदं वर्णाङ्काहतिरूपैक्यमितं एवं लब्धिः क १। वर्णाकाहतिरूपैक्य का १ य १ इयं यावत्तावन्मिता जाता।

अत्र वर्णांकाहतिरूपैक्यमिष्टतत्फलघाततुल्यं कल्पितं तच्चेदिष्टेन का १ य १ भक्तं लब्धं फलं कमाने कालंकवर्णांकमिते युक्तं यावन्मानं भवतीति सिद्धम्।

एवमिष्टे का १ य १। यावद्वर्णांको य १ योजितस्तदा कालकमानं स्यात् धनर्ण योस्तुल्ययोर्नाशात्। एतेनेष्टफकाभ्यां वर्णांकौ युतौ व्यत्ययान्माने भवत इति सिद्धम्।

अथेष्टफले द्वे चेदृणे तदा तद्घातोऽपि धनमेव वर्णांकाहतिरूपैक्यं तत्रेष्टतत्फलाभ्यामृणाभ्यां वर्णांकौयुतौ यदि क्रियते तदा धनर्णयोरन्तरमेव योग इति रीत्या वर्णाङ्कावूनावेव व्यत्ययान्माने भवत इति सिद्धं एतेन यथोक्तमुपपन्नम्॥

त्रिस्कन्धसिन्धुपरपारगमैथिलार्यश्रीशम्भुनाथगणकात्मजनिर्म्मितेऽस्मिन्।
बीजक्रियाविवरणेपरिपूर्तिमागात्षष्ठाचितं सकलवाधनया समेतम्॥

इति श्रीमच्छम्भुनाथदैवज्ञात्मजश्रीजीवनाथदैवज्ञविरचिते बीजोदाहरणे भाविताध्यायः॥

विमला०—"यौ राशी किल या च राशिनिहतिः" इत्यादि पूर्वोक्त उदाहरण में प्रथम राशि (या) और द्वितीय राशि (का) कल्पना किया।

दोनों राशि, उन का घात, उन का वर्ग इन तीनों का योग करने से—

(या + का) + (या का) + (या^{२} + का^{२}) =

(या^{२} + का^{२} + या का + या + का,

इस के मूल में राशि को जोड़ने से २३ के राबर होता है।

अतः समीकरण—

$\sqrt{\text{या}^{२} + \text{का}^{२} + \text{या का} + \text{या} + \text{का}}$ + या + का = २३,

$\therefore$ $\sqrt{\text{या}^{२} + \text{का}^{२} + \text{या·का} + \text{या} + \text{का}}$ =

= = − या − का + २३,

$\therefore$ या^{२} + का^{२} + या·का + या + का =

या^{२} + २ या का − ४६ या + का^{२} − ४६ का + ५२९।

समशोधन से—

या + का = या·का − ४६ या − ४६ का + ५२९

$\therefore$ ४७ या + ४७ का − ५२९ = या·का,

वर्णाङ्कों (४७,४७) के घात (२२०९) में ऋण रूप ५२९ जोड़ने से (१६८०) हुआ।

इस में इष्ट (४०) का भाग देने से फल (४२) आया।

यहाँ इष्ट (४०) और फल (४२) वर्णाङ्कों में घटाने से राशि (७, ५) आई।

यदि इष्ट (४०) और फल (४२) को वर्णाङ्कों में जोड़ते हैं तो आलाप घटित

राशि नहीं आती, क्यों कि राशि आदि सबों का योग तेईस से ज्यादा आ जाता है ॥

"पञ्चाशदित्रियुताऽथवा" इत्यादि उदाहरण में

सिद्ध समान दो पक्ष—

$\sqrt{\text{या}^2 + \text{का}^2 + \text{या·का} + \text{या} + \text{का}} + \text{या} + \text{का} = ५३,$

$\therefore \sqrt{\text{या}^2 + \text{का}^2 + \text{या·का} + \text{या} + \text{का}} = - \text{या} - \text{का} + ५३,$

$\therefore \text{या}^2 + \text{का}^2 + \text{या·का} + \text{या} + \text{का} =$

$\text{या}^2 + \text{का}^2 + २\,\text{या·का} - १०६\,\text{या} - १०६\,\text{का} + २८०९$

समशोधन करने से—

$\therefore १०७\,\text{या} + १०७\,\text{का} - २८०९ = \text{या·का},$

वर्णाङ्कों (१०७, १०७) के घात (११४४९) में ऋण रूप (– २८०९) जोड़ने से (८६४०) हुआ।

इस में इष्ट (९०) का भाग देने से से फल (९६) मिला।

अब इष्ट (९०) और फल (९६) को वर्णाङ्क (१०७,१०७) में घटाने से राशि (११, १७) आई।

बुधनिवहवरेण्येनाच्युतानन्दनाम्ना विरचित "विमला" ख्या बीजगा चारुटीका।
नवगणितसुयुक्त्योद्देशकैः संस्कृताऽस्यादृष्टितविषयरम्यं भावितं भाविताख्यम् ॥

इति पं० श्री अच्युतानन्द झा शर्म्मणा विरचितं संस्कृताभिनवोपपत्तिसविशेषभाषोदाहरणसंवलितबीजोक्तभावितं समाप्तम् ॥

आसीन्महेश्वर इति प्रथितः पृथिव्यामाचार्यवर्यपदवीं विदुषां प्रपन्नः।
लब्ध्वाऽवबोधकलिकां तत एव चक्रे तज्जेन बीजगणितं लघु भास्करेण ॥

सु०—अथ गुरूत्कर्षं निरूपयन् वसन्ततिलकया ग्रन्थसमाप्तिं दर्शयति—महेश्वरनामा विदुषामाचार्यश्रेष्ठपदवीं प्रयात आसीत्, तत एव लब्धावबोधकलिकां चक्रे लब्धज्ञानकलां कृतवान् कलैव कलिका कला चमत्काररूपेत्यर्थः अथवा कलिका लवमिति ज्ञानलवं चक्रे एतेन गुरुरिति सूचितं तज्जेन तत्पुत्रेण भास्करेण लघु स्वल्पं बीजगणितं चक्रे कृतमित्यर्थः।

लब्ध्वावबोधकलिकामिति पाठे तु ततस्तस्मान्महेश्वरादवबोधकलिकां लब्ध्वा संप्राप्य बीजगणितं भास्करेण चक्रे अथवा विदुषां चक्रे समूहे आचार्यवर्यपदवीं प्रयातो महेश्वरनामाऽऽसीत् तज्जेन भास्करेण बीजगणितं व्यकारि।

इत्यग्रिमश्लोकेनान्वय इति ॥

ब्राह्माह्वयश्रीधरपद्मनाभबीजानि यस्मादतिविस्तृतानि।
आदाय तत्सारमकारि नूनं सद्युक्तियुक्तं लघु शिष्यतुष्ट्यै ॥

सु०—ननु प्राचीनानां बीजगणितानि सन्त्येव किमर्थमाचार्यैः कृतमित्याशंकायामाहेन्द्रवज्रया स्पष्टम्।

अत्रानुष्टुप्सहस्रं हि ससूत्रोद्देशके मितिः।

सु०—कथमिदं लघु इत्याशंकायामाहानुष्टवर्द्धेन—

बीजसूत्राणि उद्देशकाः । प्रश्नाश्च तेषां मितिः प्रमाणमनुष्टुप्सहस्रमस्ति ॥

क्वचित् सूत्रार्थविषयं व्याप्ति दर्शयितुं क्वचित् ॥

क्वचिच्च कल्पनाभेदं क्वचिद्युक्तिमुदाहृतम् ।

सु०—तत्रापि इदं दर्शयत्यनुष्टुभा—तत्रापि क्वचित्सूत्रार्थविषयं दर्शयितुमुदाहृतं तथा क्वचित्सूत्रव्याप्यव्यापकत्व दर्शयितुमुदाहृतं तथा क्वचित्कल्पनाभेदं प्रकारान्तरेण राश्यादिकल्पनाभेदं दर्शयितुमुदाहृतं क्वचिद्युक्तिं दर्शयितुमुदाहृतमिति ॥

न ह्युदाहरणान्तोऽस्ति स्तोकमुक्तमिदं यतः ॥

सु०—ननुप्राचीनबीजेषु बहून्युदाहरणानि सन्ति इह तु स्वल्पान्येवोक्तानि इति सकलोदाहरणज्ञानं कथं स्यादित्यतआहानुष्टुर्द्धेन—

हि यस्मात्कारणादुदाहरणानामन्तो नास्ति पूर्वग्रन्थेष्वपि सकलानि नैवोक्तानि अतो मया स्तोकं स्वल्पमुक्तं तेषामुदाहरणानामनन्तत्वेन वक्तुमशक्यत्वादतोल्पैरप्युदाहरणैर्विविधयुक्तिषु प्रदर्शितासु शेषं व्यर्थमितिभावः ॥

दुस्तरः स्तोकबुद्धीनां शास्त्रविस्तारवारिधिः ।

अथवा शास्त्रविस्तृत्या किं कार्यं सुधियामपि ॥

सु०—अथ ग्रन्थविस्तारेण मन्दानां प्रवृत्ति र्न स्यादित्याहानुष्टुभा—

यतः शास्त्रविस्तारवारिधिः स्तोकबुद्धीनामल्पबुद्धीनां मन्दानां दुस्तरः दुःखेन तर्तुं शक्यः दुर्बोध इत्यर्थः, अथवा सुधियां सुबुद्धीनां शास्त्रविस्तारेण किं कार्यं प्रयोजनमस्ति एतेनोभयथापि ग्रन्थविस्तारकरणं व्यर्थमितिभावः ॥

उपदेशलवं शास्त्रं कुरुते धीमतो यतः ।

तत् तु प्राप्यैव विस्तारं स्वयमेवोपगच्छति ॥

सु०—अत्र हेतुं दर्शयत्यनुष्टुभा—स्पष्टम् ॥

यथोक्तं यन्त्राध्याये—

जले तैलं खले गुह्यं पात्रे दानं मनागपि ।

प्राज्ञे शास्त्रं स्वयं याति विस्तारं वस्तुशक्तितः ॥

सु०—अत्र दृष्टान्तमाहानुष्टुभा—स्पष्टम् ॥

तथा गोले मयोक्तम्—

अमलसदमलमतीनां त्रैराशिकमात्रमेव पाटी बुद्धिरेव बीजम् ।

तथा गोलाध्याये मयोक्तम् ।

अस्ति त्रैराशिकं पाटी बीजं च विमला मतिः ।

किमज्ञातं सुबुद्धीनामतो मन्दार्थमुच्यते ॥ सु०—स्पष्टम् ॥

गणकभणितिरम्यं बाललीलावगम्यं सकलगणितसारं सोपपत्तिप्रकारम् ।

इति बहुगुणयुक्तं सर्वदोषैर्विमुक्तं पठ पठ मतिवृद्ध्यै लघ्विदं प्रौढिसिद्ध्यै ॥

इति श्रीभास्कराचार्यविरचिते सिद्धान्तशिरोमणौ बीजगणिताध्यायः समाप्तः ॥

सु०—अथ स्वकृतग्रन्थस्य प्रोत्कर्षं मन्दप्रवृत्तिहेतुकं दर्शयति मालिन्या—

गणकेति संबोधनं भणितयः शब्दास्तै रम्यं पदलालित्ययुक्तमित्यर्थः पुनर्बाल-लीलया सुखेन अवगम्यं अवगमयितुं शक्यमित्यर्थः पुनः सकलगणितसारं तथा सोपपत्तिप्रकारं उपपत्त्या सह वर्त्तमानाः प्रकारा यस्मिन् तादृशमित्यर्थः ।

तथा बहुगुणयुक्तं बहुभिर्गुणैर्मधुरत्वादिभिः कुट्टकागतैर्गुणकैर्वा युक्तं तथा सर्व-दोषैर्निरुपपत्तिकत्वाव्यापकत्वादिभिर्व्याकरणोक्तैरपिमुक्तं रहितमित्यर्थः ।

इदं लघु स्वल्पं मत्कृतं पठ पठ अत्यादरेणाद्विरुक्तिः कस्यै मतिवृद्ध्यै प्रौढि-सिद्ध्यै चेत्यर्थः ॥

विप्राणामर्थदाने सुरतरुसदृशः कोविदालीपरीतः ।
क्षोणीन्द्रव्रातकीर्तिद्युतिहरणपटुर्मैथिलाब्जप्रकाशी ।
पारावारान्तकीर्तिर्भुवनवरजयी संचकास्ति क्षमायां ।
श्रीमल्लक्ष्मीश्वरांशो द्विजकुलतिलकोऽनेकलक्ष्मीश्वरोऽयम् ।
अत्र बीजगणितं हि दुरापं वर्णयन्ति कवयोऽर्थत एव ।
वासना ननु कथं न दुरूहा धीमता सुयतिनापि विशेषात् ।
राजेन्द्रलक्ष्मीश्वरसिंहतुष्ट्यै व्याख्यानकं बीजभवं सुबोधम् ।
कृष्णाग्रजस्यापि निजानुजस्य कृतं विचारामृतसिक्तमस्मात् ।
आसीच्छ्रीकरुणाकरो बुधवरः कारुण्यरत्नाकरः ।
अत्याचारविचारसारचरितो ज्योतिर्विदामग्रणीः ।

तत्पुत्रः पृथिवीशवन्दितपदः श्रीशम्भुनाथः कृती विद्व्रातकृतादरो गणितविद्सिद्धान्तसपारङ्गतः
तज्जेन जीवनाथेन सोदाहरणकं स्फुटम् । सवासनं बीजविदामुपकाराय निर्म्मितम् ॥
नेत्राब्ध्यङ्कमहीमाने वर्षे ज्यैष्ठे सिते दले । लक्ष्मीनारायणाख्येन कविनासौ विशोधितः ॥

समाप्तश्चायं सविवृत्तिः खण्डत्रयात्मको ग्रन्थः ।

शुभम्भूयात् ।

अथ समाहितम्—

श्री सीताजन्मपूतोऽतिविदितविषयो नित्यमभ्यासलग्नैः
शान्तैस्त्रैकालिकज्ञैर्मुनिजननिकरैर्याज्ञवल्क्यप्रमुख्यैः ।
संवेत्यात्यन्तसारं सकलसुविषयेभ्योऽनिशं सेव्यमानः
सोऽयं भूदेवदेशो विलसति मिथिला नामधेयो विशेषः ॥ १ ॥
तस्मिञ् छ्रीः"देवना" ख्यः समजनि महिदेवाग्रणीः काश्यपीयो-
ऽभोपाख्यः ख्यातकीर्तिर्नरपतिमुकुटस्पृष्टपादारविन्दः ।
तस्माज्जाताः प्रसिद्धा "भवि" "बदि" "जयदत्ता" भिधानैः क्रमेण
पुत्राः पुत्रेषु मान्याः सकरसमुदयेष्वोषधीशाश्रयोऽमी ॥ २ ॥
जिष्वेतेषु महोत्तमोऽयमभवत्कीर्तिप्रतापान्वितः
स्वच्छः श्री "जयदत्त" संज्ञकबुधो विख्यातविद्यः सताम् ।

तज्जातः कृतलक्षणो भरतभूदीपोऽभिरूपो महान्
सोऽयं मत्प्रपितामहोऽतिसरलः श्री "भातुनाथा" भिधः ॥ ३ ॥
श्री गोस्वामि (गोसाँई) समाह्वयोऽतिहृदयालुः कर्मठस्तत्सुतः
गम्भीरे सरितां पतिः शमगुणादर्शः सतामग्रणीः ।
सोऽयं देवनिकेतनातिथिमितः सीतासमां मातरं
दृष्ट्वाऽत्यन्तमकाण्डके निजगृहे चिन्ताकुलोऽभूत्क्षणम् ॥ ४ ॥
स्नेहेनेत्थममुं निभाल्य हि समानीयात्मनः सन्निधौ
"ठाढी" संज्ञक सौम्यताननिगमान्मातामहेन द्रुतम् ।
"गूना" ख्येन महात्मना स्वसुतवज्झोपाह्वयेनैधितः
स्वग्रामेऽसमये स्वमातृरहितोऽसौ "चौगमा" ख्ये विदा ॥ ५ ॥
तेनैवास्य समासबाल्यवयसः संप्राप्तविद्यस्य वै
स्वीयग्राम-समीपवर्ति "जरिसो" ग्रामे सतां धामनि ।
झोपाख्यस्य धनान्वितस्य सुतया श्री "वेदमण्या" ह्वय
स्याभिज्ञस्य बहुप्रदस्य विधिना पाणिग्रहोऽकार्य्यरम् ॥ ६ ॥
तत्रैवायमतीत्य मातृजनने कालं कियन्तं ततः
स्नेहार्द्रश्वशुरेण नैजनिकटे चानीय सम्बर्द्धितः ।
तस्मात्तत्समयात्स्वकीयवसतिं तत्रैव निर्माय च
च्छात्राध्यापनतो नयन्स्वसमयं दैवज्ञचूडामणिः ॥ ७ ॥
तज्जातेषु सुतेषु पञ्चसु महामान्यो वदान्योऽनुजो
दान्तोऽत्यन्तमनन्तपादभजकः शान्तो नितान्तः सताम् ।
जातः श्री "बलदेव" संज्ञकबुधः सौजन्यवारां निधिः
ख्यातो मज्जनकोऽतिविलक्षणकः स्वीयान्वयानन्दकः ॥ ८ ॥
तज्जातेषु नगेषु सूनुषु कुलालङ्कारभूतेष्वहं
ज्येष्ठाच्छ्री "रघुवंश" कादवरजो विद्वज्जनानां सताम् ।
वाञ्छन् प्रेमसुधारसार्द्रहृदयानां सन्ततं सत्कृपां
श्रीकालीपदपद्मसेवनकृती नन्दोऽच्युतादिः कृती ॥ ९ ॥
सुविदित "दरभङ्गा"ख्ये प्रान्ते पत्रालये "बहेड़ा"ख्ये ।
"जरिसो" नाम्ना ख्यातं नगरं भूदेवावलिसंवलितम् ॥ १० ॥
अकरोत्तत्र निवासी श्रीमद् "बलदेव" शर्म्मणस्तनयः ।
श्रीलाच्युतादिनन्दो "बीजा" ख्ये टीकनं काश्याम् ॥ ११ ॥
ज्योतिषशास्त्रे काशीस्थायामुत्तीर्य राजकीयायाम् ।
प्रतिखण्डं प्रथमायां श्रेण्यामाचार्यपश्चिमं खण्डम् ॥ १२ ॥
सर्वप्रथमायां तल्लब्धो "रौप्यन्" सुहेमपदकञ्च ।
अथ लब्धश्च विहारे ज्योतिषसाहित्यशास्त्रयोर्मध्ये ॥ १३ ॥

आचार्यस्य च पदवीं पोष्ठाचार्याभिधानिकां काश्याम्।
इत्येवास्त्यस्माकं संस्तवज्ञानोत्क ! संस्तवः कश्चित् ॥ १४ ॥
पूर्वमथान्ते वसतोऽमुष्यामेव ह्यशिक्षयं सकलान्।
श्री राम साधु संज्ञकसंस्कृतविद्यालये विद्वन् ॥ १५ ॥
त्यक्त्वाऽमुं स्वयमेव पूर्वकथितं विद्यालयं संयुत—
प्रान्तान्तर्गं बुलन्दयुक्शहराख्यो मण्डलोऽत्र स्थिते।
"खुर्जा"ख्ये नगरेऽतिमञ्जुलतरे राधादिकृष्णाह्वये
कालेजे ह्यधुनानुशास्मि सुधियः ! त्रिस्कन्धकं ज्योतिषम् ॥ १६ ॥
"चलन कलन" नाम्नि ग्रन्थरत्ने ह्यकार्यं विवरणमति सूक्ष्मं सर्वप्रश्नोत्तराणाम्।
तदनु धवलटीकायुग्मकं "कौमुदाये" तदनु च रुचिरं तद् "वास्तुरत्नावली" के ॥१७॥
तदनु च सकलानां मानवानां नितान्तमुपकृतिकरणार्थे "पद्धतीनां प्रकाशम्।
तदनु विबुधवर्याः ! "जैमिनेः सूत्र" के च रुचिरयुगलटीकां पञ्चमे पुस्तकेऽस्मिन्॥१८॥
अथ "भावफलाध्यायो" लोमशोक्तोऽतिमञ्जुलः।
मया विमलया षष्ठीकया विमलीकृतः ॥ १९ ॥
"चापत्रिकोणगणिते" ह्यथ सप्तमेऽस्मिन् नीलाम्बरेण रचिते गणकाग्रगेन।
युक्तिः कृतातिललिता विवृताऽवदाता छात्रोपकारजनिका मयका पुनाका ॥२०॥
कृता "बृहज्जातक" संज्ञकेऽष्टमे ग्रन्थे प्रसिद्धे 'विमला" ऽभिधानिका।
टीका मया वासनया समेता सोदाहृतिः सर्वजनप्रिया च ॥ २१ ॥
बीजाभिधाने नवमे ह्यमुष्मिन् सवासनोदाहृतिका सुटीका।
कृता मया स्निग्धजनाः सुदृष्टया त्रुटिं विलोक्यात्र विशोधयन्तु ॥ २२ ॥
खा भ्र्यष्टचन्द्रतुल्ये शाके भाद्रपदिकपौर्णमास्यां वै।
पूर्णत्वमियं "विमला" टीकाऽऽप्ता विज्ञजनतुष्ट्यै ॥ २३ ॥

इति "दरभङ्गा" मण्डलान्तर्गत "जरिसो" ग्रामनिवासि—ज्योतिषाचार्य—साहित्याचार्य—पोष्ठाचार्यादि—पदवीक—प्राप्त "रौप्य" स्वर्णपदक खुर्जास्थ "श्रीराधाकृष्ण-संस्कृत माहाविद्यालय—त्रिस्कन्धज्योतिष—प्रधानाध्यापक पण्डित श्री अच्युतानन्द झा शर्म्मणा विरचितं संस्कृताभिनवोपपत्तिसविशेषभाषोदाहरणसंवलित "विमला" टीकासहितं "बीजगणितं" समाप्तम्।